

# ОЦЕНИВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ЧЕЛОВЕКО-МАШИННЫХ СИСТЕМ: ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПОДХОД

И. В. Лысенко

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН  
199178, Санкт-Петербург, 14-я линия В.О., д.39  
ivlyssenko@iias.spb.su

---

УДК [519.8+629.7](681.3)

*И. В. Лысенко. Оценивание эффективности функционирования человеко-машинных систем: вероятностный подход // Труды СПИИРАН. Вып. 1, т. 1. — СПб: СПИИРАН, 2002.*

**Аннотация.** *Предлагается показатель и метод оценивания эффективности функционирования человеко-машинных систем. Вводится понятие эффективности как комплексного свойства процесса функционирования, проявляющегося в совокупности его результативности, ресурсоемкости и оперативности. Показатель эффективности имеет вероятностный смысл. Для его оценивания предлагается система графовых и функциональных моделей процесса функционирования. Приводится пример. — Библ. 5 назв.*

UDC [519.8+629.7](681.3)

*I. V. Lyssenko. Efficiency estimation of man-machine systems: a probabilistic approach // SPIIRAS Proceedings, Issue 1, v. 1. — SPb: SPIIRAS, 2002.*

**Abstract.** *An index and a method of its estimation are proposed for an efficiency evaluation of man-machine systems (MMS). The notion of efficiency is introduced as a complex property of MMS functioning consisting of its productivity, resource demand and operational efficiency taken in the aggregate. The efficiency index bears a probabilistic meaning. For its evaluation, a system of graph and functional models of MMS is proposed. An example of MMS efficiency estimation is given. — Bibl. 5 items.*

---

## Введение

Создание и управление человеко-машинными системами (ЧМС) приводит к необходимости оценивать качество их функционирования. Для этого должен быть предложен показатель качества функционирования ЧМС. В настоящее время используются разные показатели [1, 2]. В данной статье предлагается качество функционирования оценивать по показателю эффективности функционирования ЧМС. Особенность этого свойства (эффективности) функционирования заключается, во-первых, в том, что оно проявляется не только в результативности (действенности) функционирования, но одновременно с этим — в его ресурсоемкости и оперативности [3, 4]. Во-вторых, в том, что оно характеризует приспособленность функционирования ЧМС к тому, чтобы давать требуемые (соответствующие цели функционирования) эффекты (результаты). В-третьих, в том, что оно позволяет оценить качество функционирования ЧМС в общем случае — при случайных характеристиках функционирования и требований к ним. При этом показателем эффективности функционирования ЧМС выступает вероятность достижения цели функционирования. Достижение цели трактуется как соответствующее случайное событие, описываемое с помощью эффектов функционирования и их требуемых значений. Для расчета вероятности предлагается использовать модели функционирования ЧМС, включающие модели формирования эффектов и модели показателей соответствующих свойств (результативности, ресурсоемкости и оперативности) функционирования.

# 1. Основные понятия и определения

*Определение 1.* Функционирование ЧМС — это реализация системой целенаправленной совокупности действий (технологических операций).

*Определение 2.* Технологическая операция – это отношение, в которое вступают элементы ЧМС (люди и техника) для достижения требуемой цели (для получения требуемого *целевого результата*, или *целевого эффекта*).

Технологическая операция регламентируется какой-либо документацией. Например, технологическая операция по проверке надежности ракеты-носителя (РН) выполняется в соответствии с инструкцией по эксплуатации РН. Ее целевой эффект – число отказавших составных частей (СЧ) РН. Ее цель — установление истинности того факта, что число отказавших СЧ РН равно нулю.

Получение целевого эффекта возможно лишь за счет затрат материальных ресурсов (денег, веществ и энергии), накопленных в ЧМС до начала функционирования, и за счет затрат времени. Эти затраты материальных ресурсов и времени для получения целевого эффекта будем называть *обеспечивающими эффектами* технологической операции.

Возможные значения целевого и обеспечивающих эффектов технологической операции являются величинами случайными, и далее называются *виртуальными эффектами*.

Значения эффектов, которые предельно допустимы в итоге технологической операции, будем называть *граничными эффектами*. Граничные эффекты назначаются суперсистемой. Ею же устанавливается требуемое соответствие между виртуальным  $\hat{e}_1$  и граничным  $e_1^t$  значениями целевого эффекта, например,

$$\hat{e}_1 \geq e_1^t.$$

Требуемое соответствие для обеспечивающих эффектов (например затрат денег и времени) устанавливается очевидным образом, соответственно:

$$\hat{e}_2 \leq e_2^t, \hat{e}_3 \leq e_3^t.$$

Заметим, что в общем случае как виртуальные, так и граничные эффекты могут быть векторами. Тогда соответствие устанавливается покомпонентно, и для вектора целевых эффектов может иметь более сложный вид.

*Определение 3.* Эффективность функционирования ЧМС — это свойство функционирования, характеризующее его приспособленность давать виртуальные эффекты, требуемым образом соответствующие граничным эффектам.

Реализация соответствия между виртуальными и граничными эффектами — это случайное событие  $\hat{A}$ , состоящее в достижении цели функционирования ЧМС за счет использования имеющихся материальных ресурсов и времени:

$$\hat{A} \stackrel{d}{=} \hat{A}_1 \cap \hat{A}_2 \cap \hat{A}_3, \hat{A}_1 \stackrel{d}{=} (\hat{e}_1 \geq e_1^t), \hat{A}_2 \stackrel{d}{=} (\hat{e}_2 \leq e_2^t), \hat{A}_3 \stackrel{d}{=} (\hat{e}_3 \leq e_3^t)$$

или

$$\hat{A} \stackrel{d}{=} (\hat{e}_{\langle 3 \rangle} \geq e_{\langle 3 \rangle}^t), \hat{e}_{\langle 3 \rangle} \stackrel{d}{=} \langle \hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3 \rangle, e_{\langle 3 \rangle}^t \stackrel{d}{=} \langle e_1^t, e_2^t, e_3^t \rangle.$$

На рис. 1 показана геометрическая модель реализации события  $\hat{A}$ . Здесь  $e_{\langle 3 \rangle}^*$  — реализация вектора  $\hat{e}_{\langle 3 \rangle}$ :

$$e_{\langle 3 \rangle}^* \stackrel{d}{=} \langle e_1^*, e_2^*, e_3^* \rangle.$$

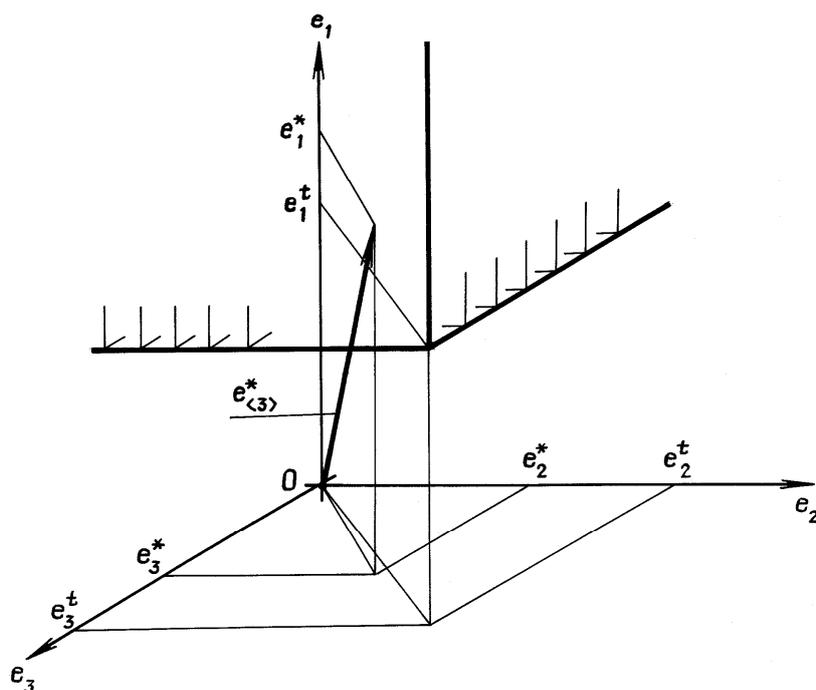


Рис. 1. Реализация события  $\hat{A}$

**Определение 4.** Показатель эффективности функционирования ЧМС — это вероятность  $P_{дц}$  достижения цели функционирования ЧМС за счет имеющихся материальных ресурсов и времени, то есть вероятность наступления события  $\hat{A}$  в итоге функционирования:

$$P_{дц} \stackrel{д}{=} Pr(\hat{A}) = Pr(\hat{e}_{\langle 3 \rangle} \geq e_{\langle 3 \rangle}^t).$$

Процесс функционирования ЧМС, например, при подготовке РН на техническом и стартовом комплексах к запуску космического аппарата, включает сотни технологических операций и требует значительных финансовых затрат. Поэтому для оценивания его эффективности следует использовать не экспериментальное исследование, а разработку моделей функционирования ЧМС. Эти модели должны описать механизм формирования виртуальных эффектов и дать алгоритм подсчета величины  $P_{дц}$ .

## 2. Модели функционирования ЧМС

Модели функционирования ЧМС разделим на два класса: графовые и функциональные. Графовые модели  $M_g$  позволяют дать ясное описание последовательности выполнения технологических операций, входящих в процесс функционирования ЧМС, в виде геометрических графов. Это значительно упрощает разработку функциональных моделей  $M_f$ .

## 2.1. Графовые модели функционирования ЧМС

Особенности процессов функционирования многих ЧМС, например, при создании или эксплуатации РН, таковы, что позволяют декомпозировать процесс функционирования на ряд фрагментов (совокупностей технологических операций), которые выполняются последовательно или параллельно. Процесс функционирования, как правило, не имеет циклов; исключения могут составлять отдельные технологические операции, выполняемые для проверки работоспособности технических устройств (например, составных частей РН).

В соответствии с этим графовые модели функционирования ЧМС — это система графов (сетей и деревьев), описывающих отдельные технологические операции, их совокупности и, наконец, процесс функционирования ЧМС в целом. Их использование позволяет дать многоуровневое описание функционирования ЧМС, например трехуровневое, как показано на рис. 2. Многоуровневое описание функционирования ЧМС с помощью графовых моделей позволяет корректно выполнить декомпозицию и агрегирование функциональных моделей и упростить оценивание эффективности функционирования ЧМС.

### 2.1.1. Графовая модель $M_{g3}$ технологической операции

Графовая модель  $M_{g3}$  технологической операции является, обычно, простейшей и представляет собой, например, пару  $(i, j)$ , в которой  $i$  — номер начальной вершины орграфа, а  $j$  — номер его конечной вершины. Начальная вершина ассоциируется с состоянием ЧМС в момент начала технологической операции, а конечная вершина — в момент ее окончания. Модель показана на рис. 3а. Дуга ассоциируется с действием, реализацией технологической опера-



Рис. 2. Трехуровневая система графовых моделей

ции. Такой оргграф используется, если при выполнении технологической операции не бывает остановки (прерывания) и возврата в состояние начала для повтора. Примером может служить технологическая операция по транспортированию РН с технического на стартовый комплекс.

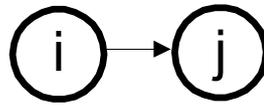


Рис. 3а. Орграфовая модель  $M_{g3}$

В том случае, если при выполнении технологической операции возможны прерывание из-за возникновения непланового (нештатного) состояния, выполнение других технологических операций для ликвидации нештатного состояния ЧМС и завершения прерванной технологической операции, — в таком случае ее графовая модель представляет собой бинарное дерево. Его вид зависит от того, сколько прерываний технологической операции может иметь место при ее реализации. На рис. 3б показано дерево, описывающее технологическую операцию по проверке работоспособности составной части РН. При ее выполнении возможно не более одного прерывания из-за обнаружения отказа. У ребер дерева указаны их номера 1...4. На рис. 3в показано дерево, моделирующее технологическую операцию, при выполнении которой возможно не более  $n$  прерываний. Как свидетельствует практика, число  $n$  — величина конечная. При подготовке РН на техническом комплексе, например, она не больше трех. На рис. 3б и 3в обозначено: 1 — состояние начала технологической операции; 2 — состояние окончания технологической операции без прерывания;  $3_m$  — состояние  $m$ -го прерывания;  $1_m$  — состояние начала технологической операции после  $m$ -го прерывания;  $2_m$  — состояние окончания технологической операции после  $m$ -го прерывания. Ребро  $(3_m \cdot 1_{m+1})$  обозначает технологическую операцию по диагностированию и восстановлению составной части РН после  $m$ -го прерывания. Ребро  $(1_m \cdot 2_m)$  обозначает выполнение технологической операции после  $m$ -го прерывания до завершения. Ребро  $(1 \cdot 2)$  обозначает выполнение технологической операции без прерываний. Некоторые ребра деревьев помечены стохастическими индикаторами [5]  $\hat{\omega}$  и  $1 - \hat{\omega}$  реализации соответствующей технологической операции: она реализуется, если помечающий ребро стохастический индикатор равен 1. При этом  $\hat{\omega}_m$  равен 1, если возникло  $m$ -е,  $m = \overline{1, n}$ , прерывание, и равен 0, если не возникло.

Графовая модель технологической операции используется для разработки графовой модели совокупности технологических операций. При этом она приводится к виду, показанному на рис. 3а. Для моделей, показанных на рис. 3б и 3в, она является «агрегирующей» — агрегатом, у которого  $i$ -я вершина является образом 1-й вершины, а  $J$ -я вершина является образом множества вершин с номерами  $2, 2_1, \dots, 2_n$ :  $n \geq 1$ . На рис. 3б и 3в множество этих вершин обведено штриховой линией.

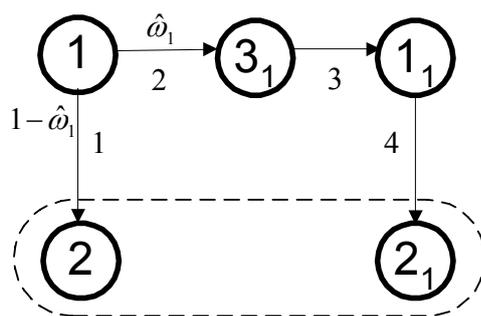


Рис. 3б. Графовая модель  $M_{g^3}$  в виде дерева: не более одного прерывания

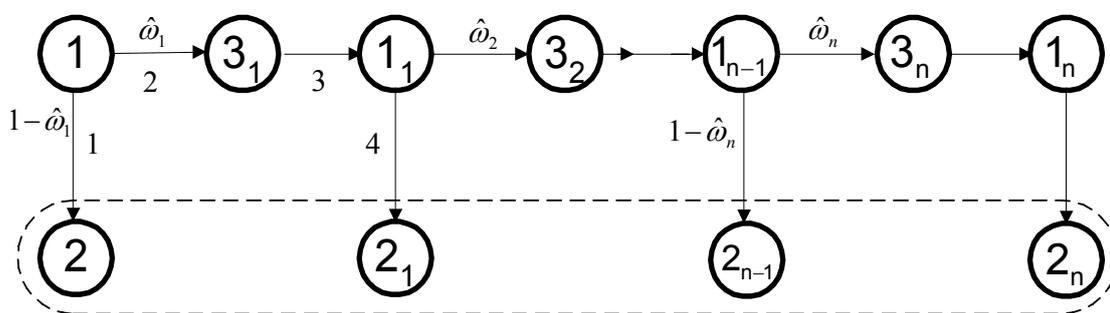


Рис. 3в. Графовая модель  $M_{g^3}$  в виде дерева: не более, чем  $n$  прерываний

### 2.1.2. Графовая модель $M_{g^2}$ совокупности технологических операций

Графовая модель  $M_{g^2}$  совокупности технологических операций используется для описания двух и более технологических операций, выполняемых последовательно или выполняемых параллельно. Она представляет собой сеть. На рис. 4а и 4б показаны модели совокупности последовательно и совокупности параллельно выполняемых технологических операций, соответственно. На этих рисунках вершины с номерами  $i, j$  и  $k$  обозначают технологические операции (или их агрегаты), вершины с номерами  $S$  и  $T$  – соответственно состояния ЧМС в момент начала и в момент окончания совокупности технологических операций. Дуги передают последовательность их выполнения. Отсутствие дуг, не лежащих на путях из  $S$ -й вершины в  $T$ -ю, позволяет поставить в соответствие совокупности технологических операций ее агрегат  $(i...k)$ , обозначенный овалом. При моделировании процесса функционирования ЧМС в совокупность обычно объединяют технологические операции, выполняемые для достижения какой-либо частной цели. Например, при подготовке РН на техническом комплексе выделяют совокупности технологических операций по автономным проверкам РН, по комплексным проверкам и т.п.

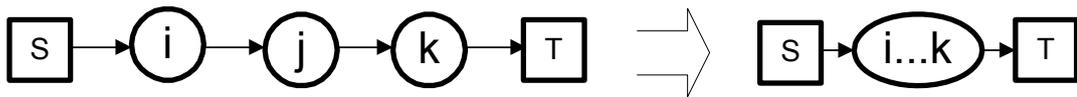


Рис. 4а. Графовая модель  $M_{g^2}$ : случай последовательного выполнения технологических операций

Графовая модель совокупности технологических операций может включать не только отдельные технологические операции или их агрегаты, но и агрегаты других совокупностей технологических операций. Такая модель показана на рис. 4в.

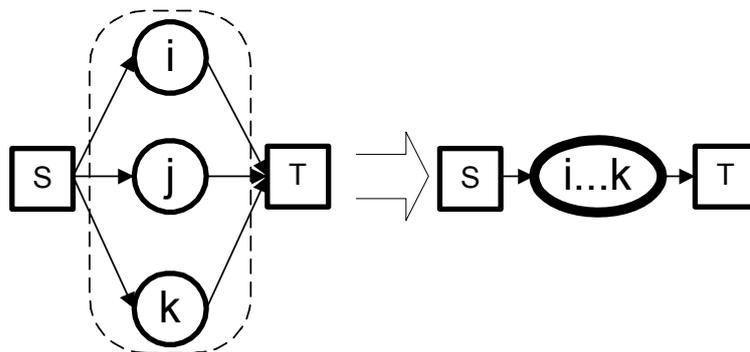


Рис. 4б. Графовая модель  $M_{g^2}$ : случай параллельного выполнения технологических операций

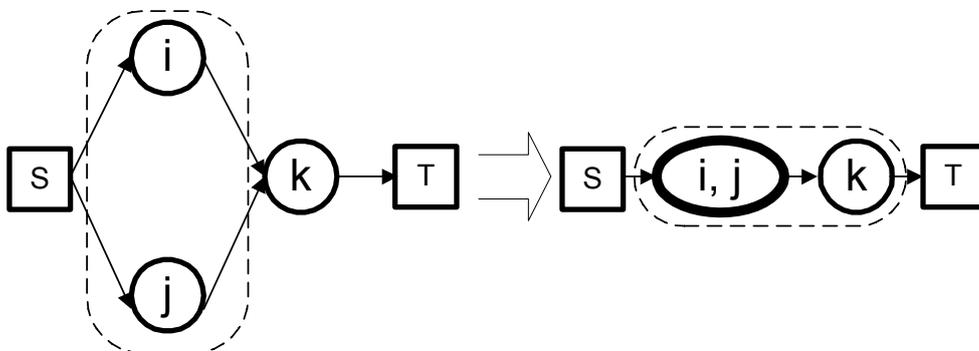


Рис. 4в. Графовая модель  $M_{g^2}$ : случай последовательно-параллельного выполнения технологических операций

### 2.1.3. Графовая модель $M_{g^1}$ функционирования ЧМС

Графовая модель  $M_{g^1}$  функционирования ЧМС используется для описания процесса функционирования ЧМС в целом. Она представляет собой сеть, как и модель  $M_{g^2}$ . Отличие в том, что  $M_{g^1}$  может включать в свой состав и  $M_{g^3}$ , и  $M_{g^2}$ , но сама не может быть элементом какой-либо другой модели  $M_{g^1}$ . Как правило, модель  $M_{g^1}$  подготовки РН на техническом комплексе представляет собой последовательность нескольких совокупностей технологических операций (или их агрегатов): подготовка к приему РН, автономные испытания РН,

комплексные испытания РН, заключительные операции перед транспортированием РН на стартовый комплекс.

Возможность декомпозировать процесс функционирования ЧМС на совокупности технологических операций позволяет дать многоуровневое описание модели  $M_{g1}$ . На рис. 5а показана модель функционирования ЧМС с выделенными на ней совокупностями технологических операций. На рис. 5б показана многоуровневая структура модели  $M_{g1}$ . Как видно, структура имеет вид дерева. Его вершины ассоциированы с моделями  $M_{g3}$  или  $M_{g2}$ . Ребра передают отношение включения моделей, соответствующих вершинам–потомкам, в модель, соответствующую вершине–родителю. При этом, если вершина–родитель обведена толстой линией, то соответствующая ей модель порождается путем параллельного соединения тех моделей, которые соответствуют вершинам–потомкам; если она обведена тонкой линией, то путем последовательного соединения.

## 2.2. Функциональные модели функционирования ЧМС

Функциональные модели функционирования ЧМС — это алгебраические модели, устанавливающие связь между характеристиками технологических операций и характеристиками процесса функционирования ЧМС в целом. Они включают модели двух видов: модели  $M_f^e$  виртуальных эффектов и модели  $M_f^p$  функций распределения вероятностей этих эффектов:

$$M_f \stackrel{d}{=} \{M_f^e, M_f^p\}.$$

И те, и другие включают модели результативности (с индексом  $r$ ), модели ресурсоемкости (с индексом  $s$ ) и модели оперативности (с индексом  $o$ ):

$$M_f^e \stackrel{d}{=} \{M_f^{er}, M_f^{es}, M_f^{eo}\}, M_f^p \stackrel{d}{=} \{M_f^{pr}, M_f^{ps}, M_f^{po}\}.$$

Наконец, функциональные модели образуют многоуровневую систему, соответствующую системе графовых моделей. В ней функциональные модели  $M_{f3}$  технологической операции — на нижнем (третьем) уровне. Они являются элементами функциональных моделей  $M_{f2}$  совокупности технологических операций — на втором уровне:

$$M_{f3} \in M_{f2}.$$

На первом уровне — функциональные модели  $M_{f1}$  процессов функционирования ЧМС в целом, элементами которых являются функциональные модели второго уровня — совокупностей технологических операций:

$$M_{f2} \in M_{f1}.$$

Приведем функциональные модели для процесса функционирования ЧМС, графовая модель которого показана на рис. 5а. Будем считать, что каждая из 7 технологических операций выполняется для проверки работоспособности соответствующей составной части технического устройства (например, РН). При проверке возможны ошибки  $\alpha$  (ложное забракование) и  $\beta$  (пропуск брака). Для краткости выкладок примем, что прерывание любой технологиче-

ской операции возможно не более одного раза (графовая модель технологической операции имеет вид, показанный на рис. 3б). Целевым эффектом  $S$ -й

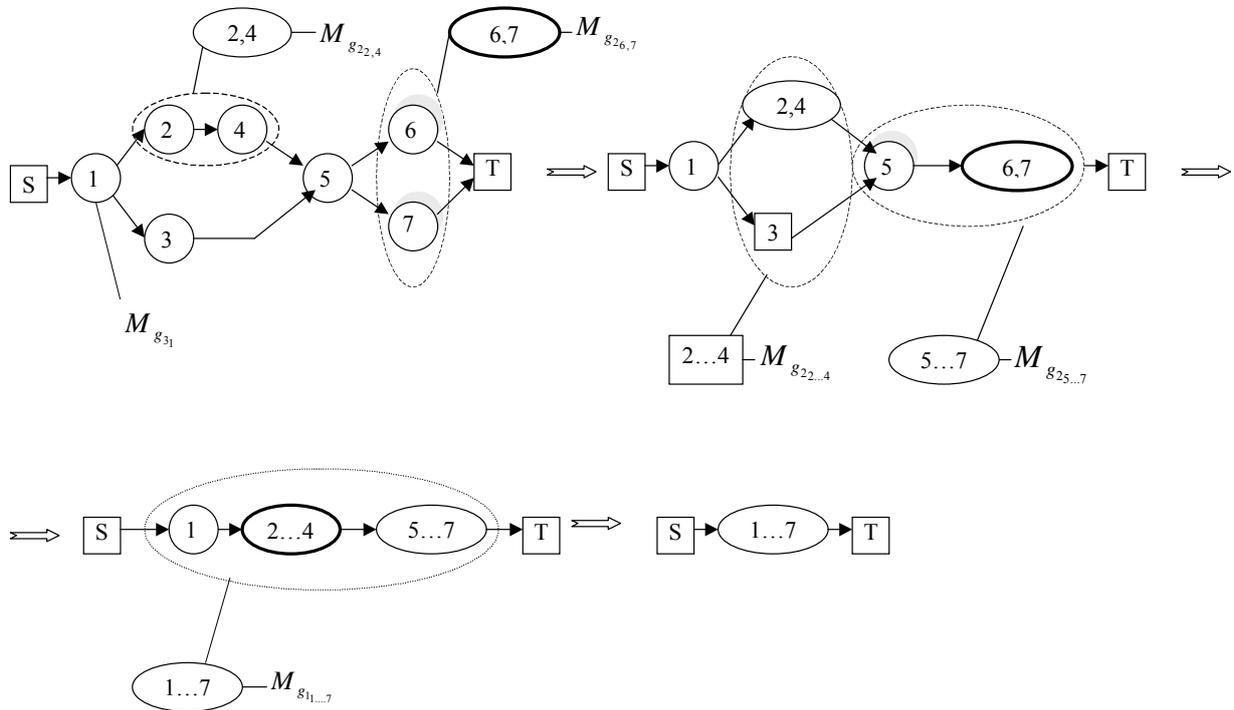


Рис. 5а. Последовательность декомпозиции модели

технологической операции является число  $\hat{N}_s$  « $s$ -х составных частей» РН, оставшихся неработоспособными к концу технологической операции. Эффектом ресурсоемкости — затраты  $\hat{C}_s$  денег на ее выполнение. Эффектом оперативности — затраты  $\hat{t}_s$  времени на ее выполнение. Значения эффектов подсчитываются в соответствии с графовой моделью технологической операции. Они зависят от того, была ли  $S$ -я составная часть РН работоспособна до начала технологической операции; от возможности ошибок  $\alpha$  и  $\beta$ ; от значений эффектов, соответствующих ребрам графовой модели.

Введем обозначения.

$\hat{\omega}_s$ ,  $\hat{\omega}_{\alpha_s}$  и  $\hat{\omega}_{\beta_s}$  — стохастические индикаторы, принимающие значение 1, если, соответственно, до начала  $S$ -й технологической операции проверяемая составная часть РН неработоспособна ( $\hat{\omega}_s = 1$ ), если при выполнении  $S$ -й технологической операции появляется ошибка  $\alpha$  ( $\hat{\omega}_{\alpha_s} = 1$ ) и если при выполнении  $S$ -й технологической операции появляется ошибка  $\beta$  ( $\hat{\omega}_{\beta_s} = 1$ ); в иных случаях они принимают значение 0.

$p_s$ ,  $p_{\alpha_s}$  и  $p_{\beta_s}$  — вероятности того, что, соответственно,  $\hat{\omega}_s = 0$ ,  $\hat{\omega}_{\alpha_s} = 0$  и  $\hat{\omega}_{\beta_s} = 0$ .

$\hat{c}_{s_i}$  и  $\hat{t}_{s_i}$  — затраты, соответственно, денег и времени на выполнение технологической операции, соответствующей  $i$ -у ребру графа, моделирующего  $S$ -ю технологическую операцию,  $i = \overline{1, 4}$ .

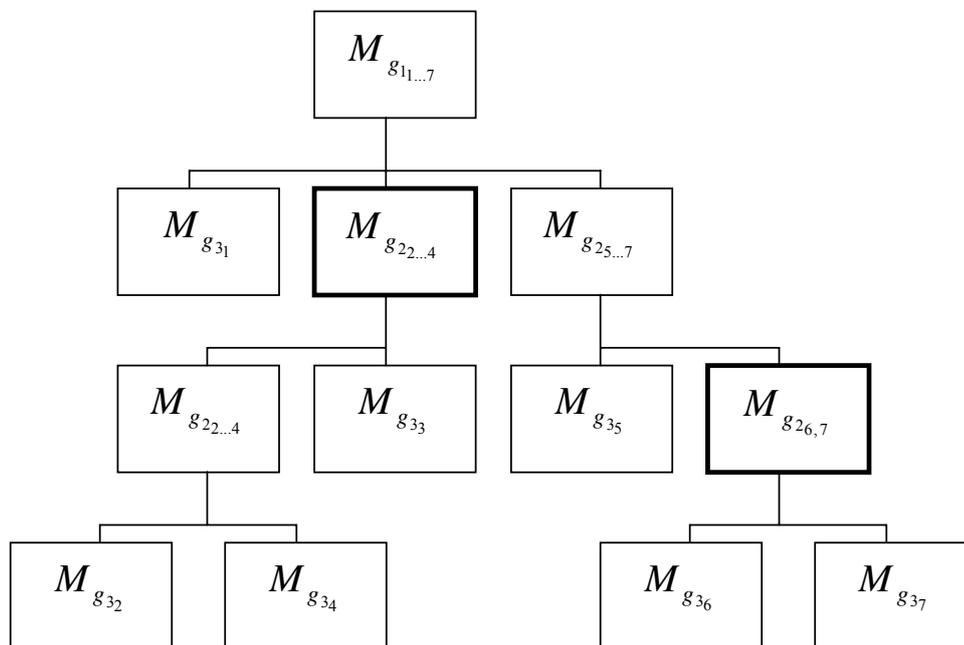


Рис. 5б. Многоуровневая структура модели  $M_{g_i}$

$F_{\hat{a}}(u)$  — значение в точке  $u$  функции распределения вероятности случайной величины  $\hat{a}$ :  $F_{\hat{a}}(u) \stackrel{d}{=} Pr(\hat{a} < u)$ .

## 2.2.1. Функциональные модели $S$ -й технологической операции

### 2.2.1.1. Модели результативности

Модель  $M_{f_{3s}}^{er}$ :

$$\hat{N}_s = \begin{cases} 0, & \text{если } \hat{\omega}_s = 0, \\ 0, & \text{если } \hat{\omega}_s = 1 \text{ и } \hat{\omega}_{\beta_s} = 0, \\ 1, & \text{если } \hat{\omega}_s = 1 \text{ и } \hat{\omega}_{\beta_s} = 1. \end{cases} \quad (1)$$

Модель  $M_{f_{3s}}^{pr}$ :

$$F_{\hat{N}_s}(x) = P_s \Delta(x) + (1 - P_s) \Delta(x - 1),$$

$$P_s \stackrel{d}{=} Pr(\hat{N}_s = 0), \quad \Delta(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0, \\ 1, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

В соответствии с (1)

$$P_s = p_s + (1 - p_s)p_{\beta_s}.$$

### 2.2.1.2. Модели ресурсоемкости

Модель  $M_{f3_s}^{es}$ :

$$\hat{c}_s = (1 - \hat{\omega}_s) \left[ (1 - \hat{\omega}_{\alpha_s}) \hat{c}_{s_1} + \hat{\omega}_{\alpha_s} \sum_{i=2}^4 \hat{c}_{s_i} \right] + \hat{\omega}_s \left[ \hat{\omega}_{\beta_s} \hat{c}_{s_1} + (1 - \hat{\omega}_{\beta_s}) \sum_{i=2}^4 \hat{c}_{s_i} \right].$$

Модель  $M_{f3_s}^{ps}$ :

$$F_{\hat{c}_s}(x) = p_s \left\{ p_{\alpha_s} F_{\hat{c}_{s_1}}(x) + (1 - p_{\alpha_s}) \left[ \overset{4}{*} F_{\hat{c}_{s_i}}(x) \right] \right\} + \\ + (1 - p_s) \left\{ (1 - p_{\beta_s}) F_{\hat{c}_{s_1}}(x) + p_{\beta_s} \left[ \overset{4}{*} F_{\hat{c}_{s_i}}(x) \right] \right\}.$$

Здесь и далее принята сокращенная запись:

$$\overset{m}{*} F_i(x) = F_n(x) * F_{n+1}(x) * \dots * F_{m-1}(x) * F_m(x),$$

\* – знак композиции.

### 2.2.1.3. Модели оперативности

Модель  $M_{f3_s}^{eo}$ :

$$\hat{r}_s = (1 - \hat{\omega}_s) \left[ (1 - \hat{\omega}_{\alpha_s}) \hat{r}_{s_1} + \hat{\omega}_{\alpha_s} \sum_{i=2}^4 \hat{r}_{s_i} \right] + \hat{\omega}_s \left[ \hat{\omega}_{\beta_s} \hat{r}_{s_1} + (1 - \hat{\omega}_{\beta_s}) \sum_{i=2}^4 \hat{r}_{s_i} \right].$$

Модель  $M_{f3_s}^{po}$ :

$$F_{\hat{r}_s}(x) = p_s \left\{ p_{\alpha_s} F_{\hat{r}_{s_1}}(x) + (1 - p_{\alpha_s}) \left[ \overset{4}{*} F_{\hat{r}_{s_i}}(x) \right] \right\} + \\ + (1 - p_s) \left\{ (1 - p_{\beta_s}) F_{\hat{r}_{s_1}}(x) + p_{\beta_s} \left[ \overset{4}{*} F_{\hat{r}_{s_i}}(x) \right] \right\}.$$

## 2.2.2. Функциональные модели совокупности технологических операций

Пусть совокупность включает  $m$  технологических операций с номерами от  $n$  до  $n+m$ .

### 2.2.2.1. Модели результативности

Модель  $M_{f2_{n...n+m}}^{er}$ :

$$\hat{N}_{n...n+m} = \max_{s=n}^{n+m} \left\{ \hat{N}_s \right\}.$$

Модель  $M_{f2_{n...n+m}}^{pr}$ :

$$F_{\hat{N}_{n...n+m}}(x) = \prod_{s=n}^{n+m} F_{\hat{N}_s}(x).$$

### 2.2.2.2. Модели ресурсоемкости

Модель  $M_{f_{2n...n+m}}^{es}$  :

$$\hat{c}_{n...n+m} = \sum_{s=n}^{n+m} \hat{c}_s$$

Модель  $M_{f_{2n...n+m}}^{ps}$  :

$$F_{\hat{c}_{n...n+m}}(x) = \underset{s=n}{*}^{n+m} F_{\hat{c}_s}(x)$$

### 2.2.2.3. Модели оперативности

Модель  $M_{f_{2n...n+m}}^{eo}$

i. При последовательном выполнении технологических операций:

$$\hat{t}_{n...n+m} = \sum_{s=n}^{n+m} \hat{t}_s ;$$

ii. При параллельном выполнении технологических операций:

$$\hat{t}_{n...n+m} = \max_{s=n}^{n+m} \hat{t}_s$$

Модель  $M_{f_{2n...n+m}}^{po}$

i. При последовательном выполнении технологических операций:

$$F_{\hat{t}_{n...n+m}}(x) = \underset{s=n}{*}^{n+m} F_{\hat{t}_s}(x) ;$$

ii. При параллельном выполнении технологических операций:

$$F_{\hat{t}_{n...n+m}}(x) = \prod_{s=n}^{n+m} F_{\hat{t}_s}(x)$$

## 2.2.3. Функциональные модели процесса функционирования ЧМС

Эти модели приведем для графовой модели, показанной на рис. 5а.

### 2.2.3.1. Модели результативности

Модель  $M_{f_{1...7}}^{er}$  :

$$\hat{N}_{1...7} = \max\{\hat{N}_1, \hat{N}_{2...4}, \hat{N}_{5...7}\}$$

Модель  $M_{f_{1...7}}^{pr}$  :

$$F_{\hat{N}_{1...7}}(x) = F_{\hat{N}_1}(x) F_{\hat{N}_{2...4}}(x) F_{\hat{N}_{5...7}}(x)$$

### 2.2.3.2. Модели ресурсоемкости

Модель  $M_{f_{1...7}}^{es}$  :

$$\hat{c}_{1...7} = \hat{c}_1 + \hat{c}_{2...4} + \hat{c}_{5...7}$$

Модель  $M_{f_{1...7}}^{ps}$  :

$$F_{\hat{c}_{1...7}}(x) = F_{\hat{c}_1}(x) * F_{\hat{c}_{2...4}}(x) * F_{\hat{c}_{5...7}}(x)$$

### 2.2.3.3. Модели оперативности

Модель  $M_{f_{1...7}}^{eo}$  :

$$\hat{t}_{1...7} = \hat{t}_1 + \hat{t}_{2...4} + \hat{t}_{5...7}$$

Модель  $M_{\hat{f}_{1...7}}^{po}$ :

$$F_{\hat{f}_{1...7}}(x) = F_{\hat{f}_1}(x) * F_{\hat{f}_{2...4}}(x) * F_{\hat{f}_{5...7}}(x).$$

Приведем выражение для показателя  $P_{дц}$  эффективности функционирования ЧМС, если граничные эффекты равны соответственно:

$$e_1^t = 0, e_2^t = C, e_3^t = T.$$

Так как для разработанных моделей функционирования ЧМС виртуальные эффекты являются условно независимыми, запишем:

$$P_{дц} = Pr(\hat{N}_{1...7} = 0) Pr(\hat{c}_{1...7} \leq C) Pr(\hat{t}_{1...7} \leq T) = F_{\hat{N}_{1...7}}(1) F_{\hat{c}_{1...7}}(C) F_{\hat{t}_{1...7}}(T),$$

$$F_{\hat{N}_{1...7}}(1) = \prod_{s=1}^7 P_s.$$

### 3. Пример

Пусть процесс функционирования ЧМС описывается моделями, показанными на рис. 5а и 5б. Каждая из семи технологических операций выполняется для проверки работоспособности какой-либо из семи составных частей РН и описывается моделью, показанной на рис. 3б. При этом длительности  $\hat{t}_{s_i}$ ,  $i = \overline{1,4}$ ,  $s = \overline{1,7}$ , одинаковы, равны  $\hat{t}$  и распределены по  $\beta$ -закону с параметрами  $T_{min} = 1$ ,  $T_{max} = 3$ ,  $a = 2$ ,  $b = 3$ :

$$\varphi_{\hat{t}}(x) = \begin{cases} \frac{(x - T_{min})^a (T_{max} - x)^b}{(T_{max} - T_{min})^{a+b+1} B(a+1, b+1)}, & \text{если } T_{min} \leq x \leq T_{max}, \\ 0, & \text{в других случаях,} \end{cases}$$

$$B(a, b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)},$$

$\Gamma$  – гамма-функция,

$\varphi_{\hat{t}}$  – плотность распределения вероятности  $\hat{t}$ .

График  $F_{\hat{t}}(x)$  показан на рис. 6а (кривая 1).

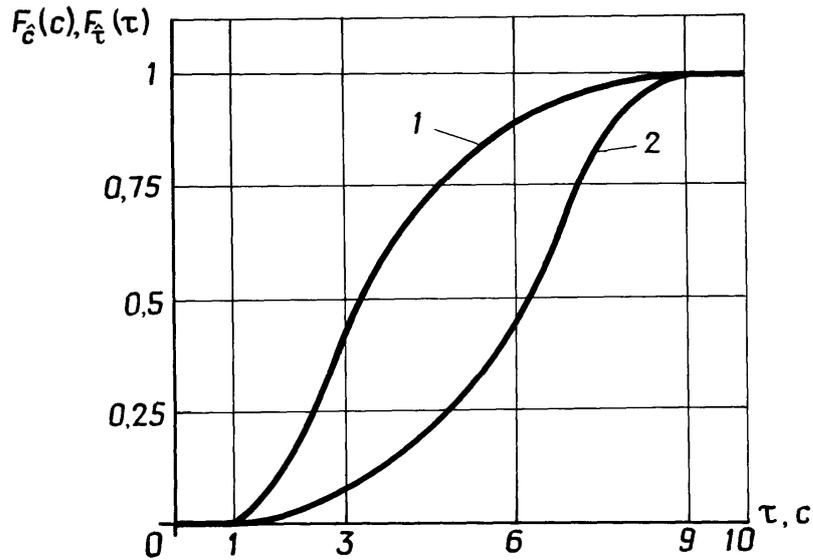


Рис. 6а. Графики функций  $F_{\hat{\tau}}$ ,  $F_{\hat{c}}$

Затраты денег, соответствующие  $\hat{t}_{s_i}$ ,  $i = \overline{1,4}$ ,  $s = \overline{1,7}$ , тоже одинаковы, равны  $\hat{c}$  и распределены по  $\beta$ -закону с параметрами  $c_{min} = 1$ ,  $c_{max} = 3$ ,  $a = 3$ ,  $b = 2$ . График  $F_{\hat{c}}(x)$  показан на рис. 6а (кривая 2). Величины  $\rho_s$ ,  $\rho_{\alpha_s}$ ,  $\rho_{\beta_s}$ ,  $s = \overline{1,7}$  для всех технологических операций одинаковы и имеют следующие значения:  $\rho_s = 0,9$ ,  $\rho_{\alpha_s} = 0,9$ ,  $\rho_{\beta_s} = 0,9$ . На рис. 6б показан график  $F_{\hat{N}_s}(x)$ .

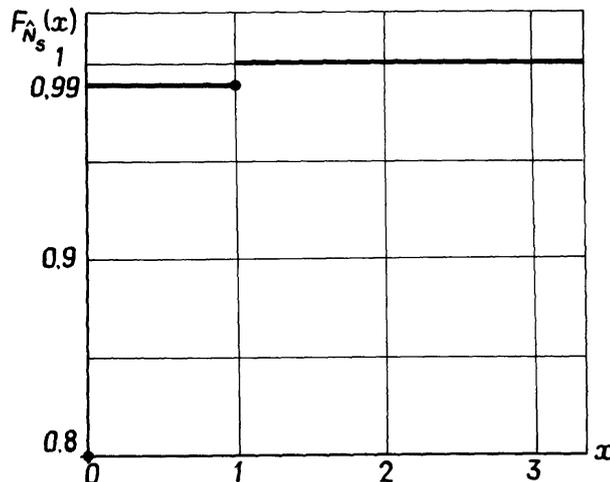


Рис. 6б. График функции  $F_{\hat{N}_s}$

В результате расчетов по приведенным моделям получены функции  $F_{\hat{N}_{1...7}}(x)$ ,  $F_{\hat{c}_{1...7}}(x)$  и  $F_{\hat{t}_{1...7}}(x)$ , графики которых показаны на рис. 7а, 7б и 7в соответственно.

Пусть значение  $C$  выделенных денег равно 50, а значение  $T$  предоставленного времени равно 25. Как видно из рис. 7, при заданных граничных эффектах  $C$  и  $T$  величина  $P_{pa}$  равна 0,49.

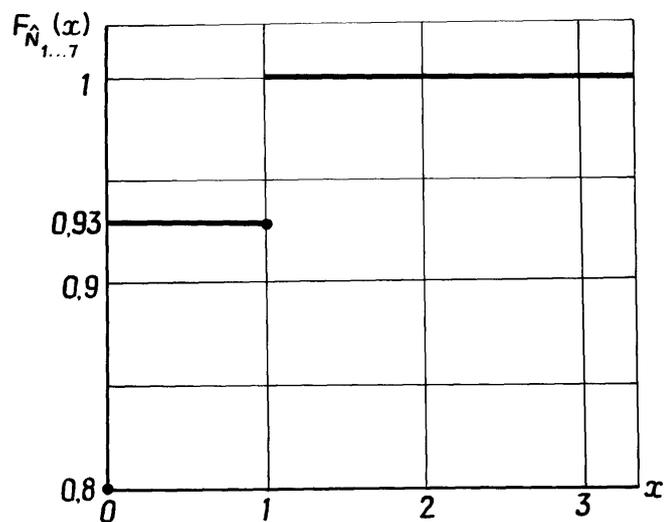


Рис. 7а. График функции  $F_{N_{1...7}}$

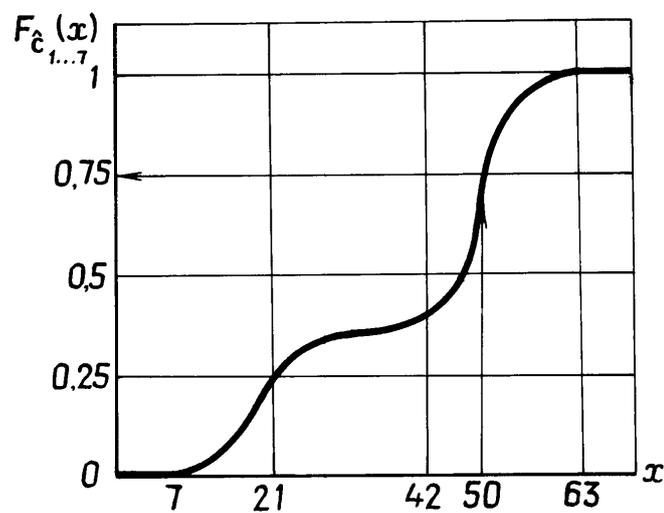


Рис. 7б. График функции  $F_{C_{1...7}}$

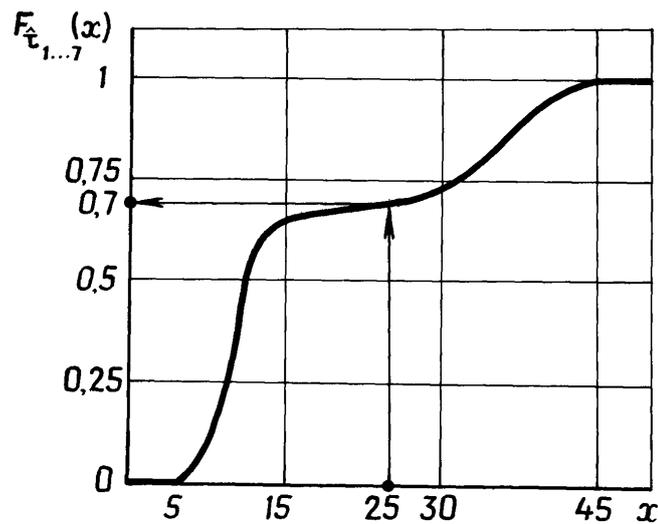


Рис. 7в. График функции  $F_{\hat{t}_{1...7}}$

## Заключение

Предложенный показатель и метод оценивания эффективности функционирования ЧМС позволяют всесторонне описать, насколько успешно процесс функционирования позволяет достичь требуемого целевого эффекта за счет использования имеющихся материальных ресурсов и отведенного времени. Введенный показатель эффективности функционирования ЧМС имеет ясный физический смысл и рассчитывается путем последовательной разработки графовых и соответствующих им функциональных моделей процесса функционирования.

Изложенный метод оценивания эффективности функционирования ЧМС позволяет получить функции распределения виртуальных эффектов процесса функционирования и исследовать, как меняется его эффективность при изменении граничных эффектов. Это позволяет решить задачу предъявления требований к значениям граничных эффектов и задачу синтеза процесса функционирования ЧМС.

## Литература

- [1] *Harold O. Fried, e. a.* The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications. — Oxford: Oxford Univ. Press, 1993. — 426 p.
- [2] *Robert S. Franz.* X-Efficiency: Theory, Evidence and Applications. — N.-H.: Kluwer Academic Pub., 1997. — 317 p.
- [3] *Петухов Г. Б.* Основы теории эффективности целенаправленных процессов. Ч. 1. Методология, методы, модели. — МО СССР, 1989. — 660 с.
- [4] *Лысенко И. В.* Анализ и синтез сложных технических систем. Часть 1. Анализ и синтез систем обеспечения готовности ракет-носителей и космических аппаратов к запуску (основы теории). — М: Воениздат, 1995. — 397 с.
- [5] *Петухов Г. Б., Белоконь Н. К.* Методы теории стохастической индикации в исследовании операций и прикладной кибернетике. — МО СССР, 1987. — 191 с.