МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ И ИССЛЕДОВАНИЯ БАЗ ФРАГМЕНТОВ ЗНАНИЙ С НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ

А. Л. Тулупьев

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН
199178, Санкт-Петербург, 14-я линия В.О., д.39
alt@iias.spb.su

УДК 681.3
А. Л. Тулупьев. **Метод построения и исследования баз фрагментов знаний с неопределенностью.** // Труды СПИИРАН. Вып. 1, т. 1. —СПб.: СПИИРАН, 2002.
Аннотация. *В настоящей статье выделен класс баз знаний, построенных на основе фрагментов знаний с неопределенностью. Предлагается метод исследования, общий для таких баз фрагментов знаний и состоящий из четырех этапов: исследование поддержания непротиворечивости, вывода без свидетельств, вывода по свидетельствам, а также введение и анализ показателей устойчивости упомянутых процессов.* — Библ. 14 назв.

UDC 681.3
A. L. Touloupiev. **A Method for Uncertain Knowledge Pattern Base Construction and Analysis.** // SPIIRAS Proceedings. Issue 1, v. 1. — SPb.: SPIIRAS, 2002.
Abstract. *This paper contains a description of the class of knowledge bases built with uncertain knowledge patterns. A research method that is common for such knowledge pattern bases is under consideration. It consists of four research steps: consistency maintenance, inference without evidence, inference with evidence, and stability indicators for the above processes.* — Bibl. 14 items.

1. Введение

Одним из важных направлений исследований в области информатики является теоретическое изучение математических свойств моделей представления данных, сведений, знаний с неопределенностью. Среди них выделяется класс моделей, включающих три компонента: систему переменных (показателей, параметров и пр.), систему ограничений, накладываемых на значения переменных аксиоматикой соответствующих математических объектов, и систему ограничений, накладываемых на значения переменных конкретными особенностями предметной области или объектов из нее. Приведем ряд положений, вытекающих из определения класса и результатов исследований в области искусственного интеллекта, которым должно отвечать такая модель представления знаний (сведений, данных) о предметной области.

Во-первых, знания о предметной области представляются в виде совокупности переменных. Эти переменные сопоставляются либо утверждениям о предметной области, либо параметрам и характеристикам объектов предметной области.

Во-вторых, каждая переменная имеет свое множество допустимых значений (как правило, множество допустимых значений – это одна из шкал, дискретная или непрерывная, с относительно большим набором допустимых операций или с относительно малым). Примеры множеств допустимых значений: единичный интервал, бинарное множество с элементами ложно или истинно, различного рода решетки.

В-третьих, отдельным переменным (а, может быть, и всем), а также математическим выражениям, построенным на их основе, исходя из доступных сведений о предметной области, приписывается либо точечное значение, либо множество значений (более узкое, чем множество допустимых значений). Набор математических выражений, в которые входят переменные, зависит от области допустимых значений переменных, набора допустимых операций для данной шкалы и специфики предметной области.

В-четвертых, на значения переменных накладываются также ограничения, вытекающие из определения или свойств математического объекта – (допустимого) распределения значений указанных переменных.

В-пятых, исходя из выводов, сделанных специалистами в области когнитивной психологии и искусственного интеллекта [5, 14], набор переменных можно разбить на небольшие фрагменты, построенные на переменных, связи которых эксперту проще всего описать. (Или же эти фрагменты могут быть выделены исходя из особенностей предметной области.) Фрагментов может быть несколько, переменные могут входить в разные фрагменты.

Шестой аспект, который, как правило, явно или неявно присутствует при попытке перейти к вычислительным экспериментам. Здесь важно учесть реализуемость операций над полученным представлением неопределенности знаний в рамках развитых или развивающихся методов математики и информатики (например, линейное программирование, автоматическое удовлетворение ограничений – constraints programming, теория реляционных баз данных, теория графов и др.). Указанные теоретические методы должны быть поддержаны соответствующими информационными технологиями (например, СУБД, система Mathematica, ILOG Solver и ILOG Planner и др.)

Указанные положения нашли в свои отражение при построении, теоретическом исследовании и программной реализации таких моделей баз знаний с вероятностной неопределенностью, как байесовские сети доверия (БСД), введенные Дж. Перлом [14], и алгебраические байесовские сети (АБС), предложенные В.И. Городецким [2]. Кроме того, база знаний интеллектуальной системы, использующая продукционные правила или их обобщения, также может рассматриваться как база фрагментов знаний. Правило или их совокупность, относящаяся к небольшому набору пропозициональных формул, является одним из видов фрагментов знаний.

Актуальность и практическая значимость анализа объектов, отвечающих приведенному выше подходу, в последнее время возросли, поскольку в Российской Федерации был принят ряд законов и подзаконных актов, которые, в частности, повышают интерес деловых кругов к:

- задачам оценки надежности программно-технических комплексов (гражданской специфики), и к созданию соответствующих автоматизированных систем для расчетов [7];
- задачам мониторинга балансовых показателей производств, с адекватным учетом неопределенности измерений соответствующих технических и технико-экономических параметров [13].

Кроме того, с распространением и ростом баз данных, банков данных, информационных хранилищ, интеллектуальных систем возникает задача автоматического поиска закономерностей в указанных источниках знаний. При этом неизбежно возникает необходимость адекватным образом учитывать неопределенность сведений, получаемых из этих источников, и представлять выявленные закономерности и/или связи и/или тенденции в доступном для пользователя виде, с учетом привычной структуры накопления человеком знаний о предметной области. В данном случае в процессе исследований приходится учитывать шесть приведенных выше аспектов.

Задачей настоящей работы является рассмотрение метода построения и работы с моделями представления знаний с неопределенностью, согласующихся с выделенными выше положениями, а также обозначение подходов к теоретическому анализу их свойств. В настоящей работе будем считать, что термин знания покрывает также и объем понятий сведения и данные.

2. Представление фрагментов знаний

Фрагмент знаний, с точки зрения математики, представляет собой набор переменных и ограничения на их значения. Рассмотрим, как конкретизируются эти аспекты в наиболее известных подходах к представлению неопределенности в базах знаний.

В байесовских сетях доверия (БСД) [14] в качестве фрагмента знаний можно рассматривать тензор условных вероятностей, приписанный к конкретному узлу сети. Узлу сети сопоставляется пропозициональная формула x. Задано, что при известных истинностных означиваниях пропозициональных формул $y_1, \dots y_m$ в узлах, которые являются непосредственными предшественниками рассматриваемого, вероятность истинности x представляется тензором условных вероятностей: $p(x \mid \tilde{y}_1 \wedge \dots \wedge \tilde{y}_m) = p(x \mid \tilde{y}_1 \dots \tilde{y}_m)$. В дальнейшем знаки конъюнкции мы будем опускать. Обозначение $\tilde{y}$ используется для указания, что на этом месте в формуле может стоять как сама пропозициональная формула y, так и ее отрицание $\bar{y}$. Вероятность отрицания пропозициональной формулы в данном случае рассчитывается по формуле $p(\bar{x} \mid \tilde{y}_1 \dots \tilde{y}_m) = 1 - p(x \mid \tilde{y}_1 \dots \tilde{y}_m)$. Всем узлам, входящим в байесовскую сеть доверия, сопоставлен подобный тензор условных вероятностей. Для каждого истинностного означивания узлов-предшественников дается точечная оценка условной вероятности истинности пропозициональной формулы x. Таким образом, каждому истинностному означиванию сопоставляется переменная, представляющая соответствующую условную вероятность. Значения всех таких переменных лежат в интервале [0;1].

Следует отметить некоторые особенности байесовских сетей доверия. Во-первых, не допускается интервальная оценка условной вероятности. Работы по обобщению БСД в этом направлении ведутся, но остановились пока на применении символьных вычислений, когда небольшому количеству переменных в конкретной БСД сопоставлено по варьируемому параметру. Для искомой величины, на основе известных алгоритмов, выводится функция, зависящая от значений этих параметров. Затем ищется максимум и минимум этой функции. Во-вторых, подход БСД критикуется за несимметричность связей между узлами. Предшественники узла считаются его причиной, а он сам — их следствием. Для некоторых предметных областей применение причинно-следственных связей в представлении знаний не является естественным. В-третьих, в некоторых случаях, в частности, при возникновении циклов, БСД вынуждены использовать не тензоры условных вероятностей, а тензоры совместных вероятностей.

В алгебраических байесовских сетях (АБС) [2–4, 9, 10] фрагмент знаний (ФЗ) представляет сведения о совместном распределении вероятностей вида $p(\tilde{x}_1 \dots \tilde{x}_m)$. На основе сведений об этом распределении можно получить оценку истинности любой пропозициональной формулы, построенной над атомарными пропозициональными формулами x_1, …, x_m. Сам фрагмент знаний основывается на множестве переменных, представляющих вероятности истинности всех (нетождественных между собой) цепочек конъюнкций положительных означиваний атомарных пропозициональных формул. На значения этих переменных накладываются ограничения, отражающие требования аксиоматики теории вероятностей, и точечные либо интервальные оценки, представляющие знания о предметной области. На основе алгоритмов синтеза согласованных оценок истинности, опирающихся в данном случае на решение задач линейного программирования, можно получить более точные оценки значений переменных, входящих в ФЗ АБС. С помощью тех же алгоритмов можно получить новую оценку истинности или учесть в исходных данных известную оценку истинности любой другой пропозициональной формулы, которая построена над атомарными пропозициональными формулами, входящими во фрагмент знаний.

Важно понимать, что ФЗ АБС с непротиворечивыми точечными оценками истинности представляет единственное распределение вероятностей. При переходе к непротиворечивым интервальным оценкам ФЗ представляет семейство распределений вероятностей, параметры которых согласуются с ограничениями, представленными в этом ФЗ. Следует отметить, что ФЗ БСД также представляют семейство распределений вероятностей. Однако, при принятой в БСД гипотезе об условной независимости разделимых узлов, в совокупности фрагменты знаний байесовской сети доверия задают единственное распределение.

Конструкция фрагмента знаний в структурированных сетях фрагментов знаний (ССФЗ) с нечеткостью такая же, что и в ФЗ АБС [10, 12]. Однако, на переменные, входящие в ФЗ, накладываются ограничения, отвечающие аксиоматике одной из нечетких логик. Указанные аксиоматики задают триангулярные нормы и согласованные с ними конормы. Мера истинности пропозициональной формулы в случае нечеткой логики строится на основе указанных норм и конорм.

Алгоритмы согласования оценок истинности в ФЗ с неопределенностью опираются на решение последовательности задач линейного программирования.

Структура фрагмента знаний с мерами доверия и правдоподобия двойственна структуре ФЗ АБС и ФЗ с нечеткостью (ФЗН) [10, 12]. Его основу составляют переменные, представляющие оценку истинности всех непустых (и нетождественных между собой) цепочек дизъюнкций, построенных над атомарными пропозициональными формулами, входящими в этот ФЗ. Ограничения из предметной области представляются в виде значений весовой функции. Аксиоматика мер доверия и правдоподобия, предложенная в теории Демпстера-Шеффера, позволяет свести поиск согласованных оценок истинности к решению задач линейного программирования. Так же, как и в случае с ФЗ АБЗ и ФЗН, можно учесть или искать оценку истинности пропозициональных формул не вошедших в ФЗ, но построенных над атомарными пропозициональными формулами, входящими в этот ФЗ.

Рассмотрим, наконец, ФЗ, переменные которого представляют результаты измерений, используемых при сведении различного вида балансов, а не оценки истинности. Для краткости, будем сокращенно ссылаться на ФЗ, участвующие в задачах сведения баланса, как на ФЗБ. Предположим, что мы анализируем показатели материального баланса нефтехимического производства. Будем считать, что масса нефтепродуктов, хранящихся в резервуаре или прошедших через определенную точку продуктопровода, измерена напрямую. Следует пояснить, что прямые методы измерения массы нефтепродуктов существуют и используются, но, наряду с ними, используются и косвенные методы. В любом случае, при подведении материального баланса все показатели сводятся к оценке массы нефти или нефтепродукта.

В ФЗБ удобно включать переменные, представляющие измерения массы, поданной через ветви трубопровода, сходящимися в одном узле или в одном резервуаре. В последнем случае в ФЗБ следует включить переменную, представляющую изменение массы нефти в резервуаре, произошедшее за период времени, за который подводится баланс. Из предметной области нам поступают результаты измерений, произведенных с определенной точностью. В случае узла требование по согласованию задается правилами Кирхгофа. Для резервуара условие соблюдения материального баланса состоит в том, что изменение массы продукта в резервуара совпадет с разностью закачанных в резервуар масс и отгруженных из него масс. В этом случае снова возникают задачи получения согласованных оценок значений параметров. Они решаются на основе задач линейного программирования.

В рассмотренных выше ФЗ использовались непрерывные величины для оценки значений переменных. Однако, на тех же самых структурах ФЗ могут быть рассмотрены дискретные меры оценок истинности или оценок значений измерений [8]. Кроме того, множество допустимых значений переменных может обладать как структурой линейного порядка, так и частичного порядка. Решение возникающих задач согласования оценок истинности сводится к целочисленным и смешанным задачам линейного программирования и переборным задачам. Существуют библиотеки программ, применение которых может быть полезно в этом случае (ILOG Solver, ILOG Concert).

3. Структурированные сети фрагментов знаний

Набор фрагментов знаний образует *структурированную сеть фрагментов знаний* (ССФЗ). Если в фрагментах знаний используется только одна мера величин переменных (вероятностная, нечеткая и др.), то такие ССФЗ являются гомогенными. В ином случае мы рассматриваем гетерогенные ССФЗ. При этом должно быть оговорено, как согласуются оценки значений одной и той же переменной, но данных для мер разной аксиоматизации. Переменные, попавшие в один ФЗ, могут также участвовать и в другом (или других) ФЗ. В этом случае появляется еще один набор ограничений, накладываемый на значения переменных — условия согласования оценки возможных значений переменных, попавших в различные фрагменты знаний. Указанные оценки должны совпадать. Набор условий согласования между ФЗ не может быть отнесен ни к какому отдельному ФЗ, он сопоставляется всей ССФЗ в целом. ССФЗ может быть рассмотрена как одна из моделей базы фрагментов знаний (БФЗ) с неопределенностью. БФЗ являются, разумеется, частным случаем баз знаний.

Относительно ССФЗ решаются следующие задачи: (1) поддержания непротиворечивости (различной степени); (2) априорного вывода (вывода без свидетельств); (3) апостериорного вывода (вывода по свидетельствам); (4) введение системы и расчет показателей устойчивости вышеупомянутых процессов и состояний ССФЗ.

Ниже будут изложены содержательные аспекты указанных четырех задач. Их формализация, дающая возможность разработать и применить соответствующие вычислительные алгоритмы, осуществляется для конкретных мер истинности и/или способов сведения балансов.

Постановку задач удобно выполнять для случая, когда ССФЗ состоит из одного ФЗ, а затем распространять соответствующие формулировки на случай многих ФЗ. Для краткости мы будем рассматривать в качестве основного случай мер истинности; в случае балансовых показателей рассуждения совпадают, но, как упоминалось, используются не ограничения, вытекающие из аксиоматизации мер, а правила Кирхгофа.

Рассмотрим ФЗ, переменным которого приписаны точечные оценки значений. Этот ФЗ будет непротиворечив, если на совокупности точечных оценок выполняются все требования, вытекающие из аксиоматики меры истинности. Например, для случая ФЗ алгебраической байесовской сети (АБС), вероятности элементарных событий, рассчитанные на основе вероятностных оценок истинности элементов ФЗ АБС, должны быть неотрицательны, и в сумме давать единицу. В случае интервальных оценок условие непротиворечивости формулируется следующим образом: для любой точки из интервала оценки значения любой переменной ФЗ существует (хотя бы один) набор точек по одной из каждого интервала оценки значений оставшихся переменных, что получающееся точечное означивание переменных ФЗ непротиворечиво.

Задача поддержания непротиворечивости ФЗ сводится к тому, чтобы из интервальных оценок значений переменных удалить точки, неудовлетворяющие условию непротиворечивости. Этот процесс называется *согласованием оценок* истинности или процессом *поддержания непротиворечивости*. В результате мы получаем либо ФЗ с непротиворечивыми оценками из ФЗ с возможно несогласованными оценками, либо ситуацию, когда исходные оценки несовместимы с ограничениями, накладываемыми аксиоматикой мер истинности.

Можно стремиться к различным уровням состояния непротиворечивости ССФЗ [3]. Самый простой, *локальный*, достигается, когда каждый отдельный ФЗ из ССФЗ непротиворечив. Условия согласования оценок между ФЗ для данного уровня не учитываются. Уровень *внутренней* непротиворечивости достигается, когда выполнено требование локальной непротиворечивости и в любой паре ФЗ согласованы оценки значений общих переменных. Уровень *внешней* непротиворечивости достигается, когда одновременно выполняется весь набор согласующих ограничений, приписанный ССФЗ в целом. Различия между внешним и внутренним уровнем непротиворечивости не всегда ясны; однако их несовпадения проявляется, когда мы приступаем к разработке соответствующих алгоритмов. Непротиворечивость *в целом* достигается, если ССФЗ удается погрузить в объемлющий ФЗ, и этот ФЗ получается непротиворечивым. В вычислительном аспекте полезным является понятие k-непротиворечивости. ССФЗ является *k-непротиворечивой*, если пополненная ФЗ, построенными над всеми наборами из k атомарных пропозиций, она является внутренне непротиворечивой.

Результатом согласования оценок значений переменных, входящих в ССФЗ, являются более точные оценки, из которых исключены значения, несовместные с другими. В случае вероятностной оценки истинности (АБС), нечетких оценок истинности на основе некоторых триангулярных норм, оценок доверия и правдоподобия в теории Демпстера-Шеффера, балансовых показателей поиск согласованных оценок сводится, по существу, к решению нескольких задач линейного программирования.

На основе имеющихся в ССФЗ оценок истинности можно построить оценку истинности объекта, не представленного в этой сети. Например, оценку истинности импликации, если ССФЗ содержит только ФЗ, состоящие из оценок истинности положительно означенных конъюнкций. В данном (и во многих других случаях), переменная, представляющая значение истинности нового объекта, выражается через существующие переменные с помощью линейной (или кусочно-линейной) формы. Поиск согласованной оценки истинности нового объекта осуществляется с помощью тех же принципов, что используются в процессе поддержания непротиворечивости. Более того, если известна оценка истинности нового объекта, то она может быть учтена в процессе поддержания непротиворечивости соответствующего ФЗ и/или ССФЗ. Если выражение оценки истинности нового объекта является линейной (кусочно-линейной) формой над оценками истинности существующих, то задача априорного вывода в ранее упомянутых случаях снова сводится к решению ряда задач линейного программирования.

Процессы поддержания непротиворечивости и априорного вывода в силу их сходства объединяют под общим названием *синтез согласованных оценок истинности*.

Процесс апостериорного вывода осуществляется в ССФЗ, использующих вероятностную оценку истинности (АБС и байесовские сети доверия (БСД), введенные Дж. Перлом). Иное название апостериорного вывода – байесовский вывод. В некоторых случаях понятие апостериорного вывода может быть распространено на ФЗ и ССФЗ, с невероятностными оценками истинности, но имеющими вероятностную интерпретацию. Например, в случае нечеткой логики, опирающуюся на триангулярную норму max.

Апостериорный вывод имеет два вида исходных данных: ФЗ или ССФЗ и кортеж свидетельств. На основе формулы вычисления условной вероятности производится «обусловливание» оценок истинности кортежом свидетельств — событий, о которых мы узнали, что они произошли или не произошли. Если имеют место несколько ССФЗ, представляющих различные гипотезы, и их априорное распределение, то, используя формулу Байеса, мы можем ранжировать гипотезы по апостериорной вероятности при имеющемся кортеже свидетельств.

На выбор алгоритма для апостериорного вывода влияет тот факт, что вероятностный ФЗ с интервальными оценками или ССФЗ представляют не одно распределение вероятностей, а, как правило, целое семейство распределений, отвечающих одинаковым «граничным условиям» (ограничениям из предметной области). Поэтому на практике используют либо дополнительные предположения о свойствах распределения, что позволяет из их семейства выбрать одно, либо осуществляют апостериорный вывод, получая в результате не максимально точные интервальные оценки, а оценки, лишь включающие наиболее точные, как подмножество. Наиболее распространенной гипотезой для выбора распределения из семейства распределений является предположение условной независимости оценок истинности атомарных пропозициональных формул. Т.е. рассматриваются два фрагмента знаний, имеющих общие элементы. Атомарные пропозиции, оценки истинности которых входят это ФЗ, делятся на три совокупности: первая, относящаяся только к первому ФЗ, вторая, относящаяся только ко второму ФЗ, и третья, входящая в оба ФЗ. Если принять гипотезу, что первая совокупность условно независима от второй относительно третьей, то по точечным оценкам значений переменных обоих ФЗ, можно однозначно восстановить точечные оценки для ФЗ, построенного над двумя исходными. Разработанные алгоритмы позволяют избегать такого этапа надстраивания, но получать апостериорные оценки истинности, согласующиеся с указанной гипотезой. Этот подход реализован как в БСД, так и в АБС.

Рассмотрен случай апостериорного вывода с недетерминированными свидетельствами. Он сводится к повторяющемуся применению апостериорного вывода с детерминированными свидетельствами и последующему «усреднению» результатов на основе оценок вероятности детерминированных кортежей, полученных при анализе кортежа недетерминированных свидетельств. Следует учитывать, что недетерминированные свидетельства могут иметь различные взаимозависимости с другими недетерминированными свидетельствами. В частности, если в недетерминированном кортеже свидетельств заданы апостериорные оценки истинности только атомарных элементов, этот кортеж свидетельств представляет собой не одно возможное распределение, а целое семейство. И от выбора представителя этого семейства зависит результат апостериорного вывода. В этом случае требуется либо дополнительная гипотеза для выбора одного из распределений, либо поиск максимальных и минимальных возможных значений результата над семейством распределений.

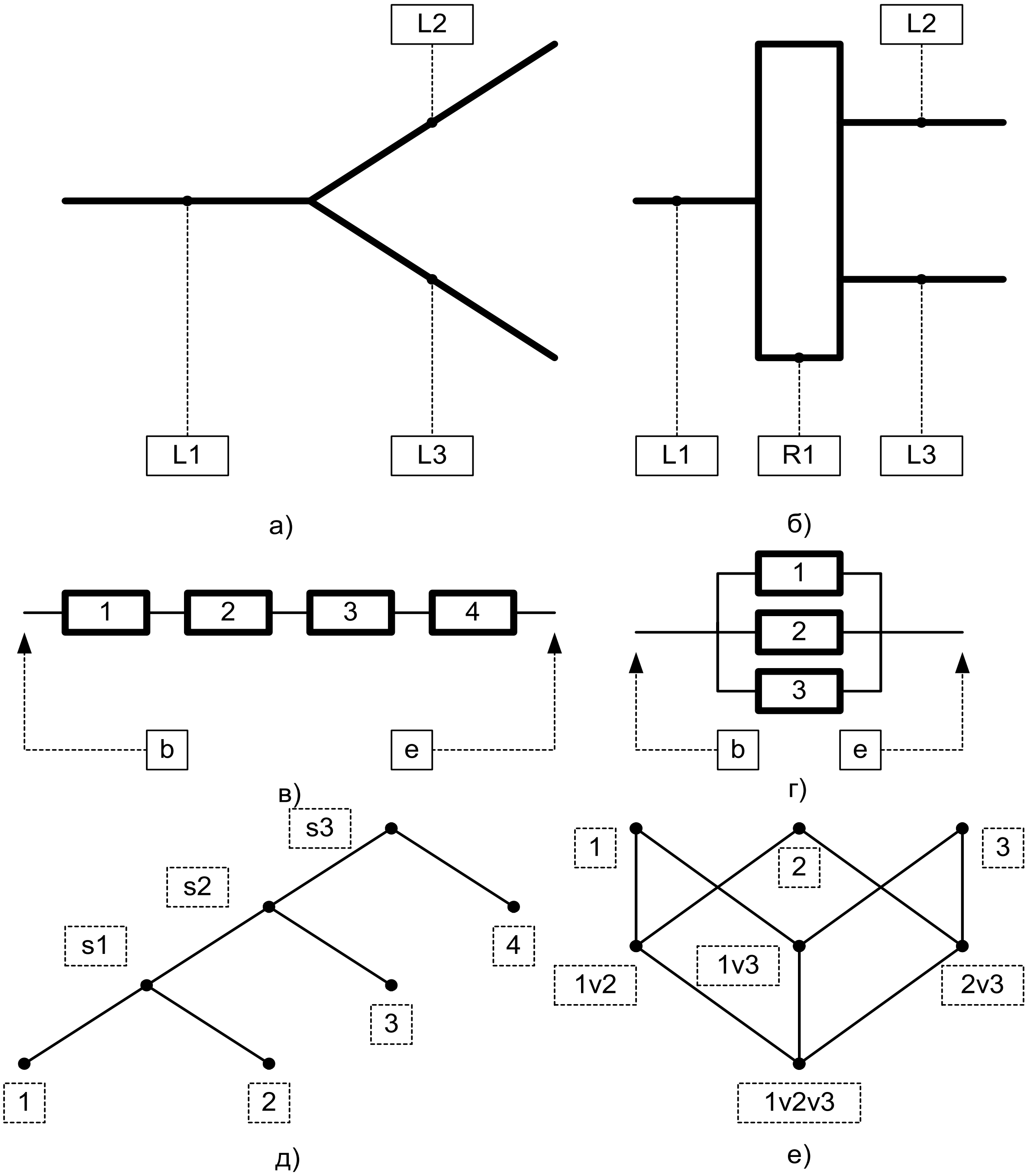

Рисунок. а) Узел в системе трубопроводов. б) Резервуар с трубами для загрузки и отгрузки. в) Последовательное соединение элементов. г) Параллельное соединение элементов. д) ССФЗ для представления знаний о последовательном соединении. е) ССФЗ для представления знаний о параллельном соединении.

Труды СПИИРАН. 2002. Вып. 1. Т. 1. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2002. Issue 1. V. 1. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

Важным аспектом рассмотренных процессов является их устойчивость, понимаемая в общем случае как зависимость изменения результата от допустимой вариации исходных данных [6]. Изучение устойчивости важно, поскольку, зная требования, предъявляемые к точности искомого результата, по свойствам устойчивости можно предъявить обоснованные требования к точности исходных данных, избежав тем самым дополнительных интервью с экспертами, излишних статистических экспериментов и (в случае с балансами) завышенных требований к определенности результата, получаемого от метрологического оборудования. (Последнее чем точнее, тем дороже.)

В случае синтеза согласованных оценок, вариации подвергаются исходные данные о предметной области. Величина вариации и колебания результата измеряется одной из метрик. Для оценок истинности по аксиоматике вероятностной логики, некоторых нечетких логик, теории Демпстера-Шеффера, а также для оценок измерений в случае задач баланса, удалось подобрать такие метрики, что определение величин показателей устойчивости (величина колебания результата, длины интервала оценки, колебания границ интервала оценки) сводится к решению ряда задач линейного программирования. В случае апостериорного вывода вариации подвергаются не только исходные данные в ССФЗ или ФЗ, но и оценки истинности из кортежа недетерминированных свидетельств. В случае использования алгоритмов поиска приближенных апостериорных оценок истинности на колебание результата может также влиять порядок поступления детерминированных свидетельств. Определение показателей устойчивости апостериорного вывода заметно сложнее с точки зрения вычислений.

4. Примеры

Примеры элементов БФЗ, построенных на основе структурированных сетей фрагментов знаний, таких как ФЗ АБС, ФЗН, ФЗ с мерой доверия и правдоподобия, – могут быть найдены в ряде источников [2–4, 9–12, 14]. В настоящей работе рассмотрим ранее не публиковавшийся материал, иллюстрирующий положения о ФЗБ и цепях ФЗ, использующихся для представления данных о надежности элементов систем.

Типичные фрагменты знаний, выделяющиеся при представлении сведений о материальном балансе, соответствуют узлам продуктопроводов (рис. а) и резервуарам с входами и выходами (рис. б). Пусть *m(X)* – масса нефтепродукта, прошедшая через точку *X* в период времени, за который подводится материальный баланс. Для удобства так же обозначим изменение массы нефтепродукта в резервуаре *X*, произошедшее за указанный отчетный период. Тогда уравнение материального баланса для ситуации, представленной на рис. а), будет выглядеть следующим образом:

$$m(L_1) = m(L_2) + m(L_3).$$

Соответствующее уравнение для рис. б) имеет вид:

$$m(R_1) = m(L_1) - m(L_2) - m(L_3).$$

Указанные ограничения вытекают из «аксиоматики» материального баланса. Однако, на самом деле, нам известны лишь оценки величин, участвующих в выражении материального баланса. Нижние исходные оценки мы обозначим $m_\circ^-(X)$, и верхние – $m_\circ^+(X)$. Тогда ограничения из предметной области примут вид:

$$m_\circ^-(R_1) \le m(R_1) \le m_\circ^+(R_1),$$
$$m_\circ^-(L_1) \le m(L_1) \le m_\circ^+(L_1),$$
$$m_\circ^-(L_2) \le m(L_2) \le m_\circ^+(L_2),$$
$$m_\circ^-(L_3) \le m(L_3) \le m_\circ^+(L_3).$$

Обозначим, для удобства, объединение ограничений, вытекающих из предметной области и из определения материального баланса, как $\Re$. Решая задачи линейного программирования (ЗЛП) вида

$$m^-(X) := \min_{\Re}\{m(X)\},$$
$$m^+(X) := \max_{\Re}\{m(X)\},$$

мы можем получить более точные оценки масс за счет учета их взаимного влияния. Если же ЗЛП не будут иметь ответа, то уместным станет вопрос о несанкционированном сливе продукции или о неисправности метрологического оборудования.

Обозначим ту точечную оценку расхода (движения масс), которая принимается за показания прибора в точке X как $\hat{m}(X)$. На практике часто материальный баланс считается сошедшимся, если соответствующий показатель дебаланса достаточно мал. Введем показатели дебаланса для узлов, представленных на рис. а) и б). В первом случае показатель дебаланса определяется так:

$$\hat{D}_a = \hat{m}(L_2) + \hat{m}(L_3) - \hat{m}(L_1),$$

а во втором случае – так:

$$\hat{D}_b = \hat{m}(L_1) - \hat{m}(L_2) - \hat{m}(L_3) - \hat{m}(R_1).$$

Требуется определить его допустимую величину (верхнюю границу абсолютной величины) D_α^*. В этом случае множество ограничений $\Re^*$ составляется из соответствующего уравнения материального баланса, затем оно дополняется множеством ограничений вида

$$m(X) - \hat{m}(X) \le \varepsilon(X),$$
$$-\varepsilon(X) \le m(X) - \hat{m}(X),$$

равносильным условиям, характеризующим абсолютную погрешность средств измерения в точках (резервуарах) X:

$$|m(X) - \hat{m}(X)| \le \varepsilon(X).$$

В заключении, во множество $\Re^*$ вносятся ограничения, исходящие из результатов измерений, двух видов:

$$m_\circ^-(X) \le \hat{m}(X) \le m_\circ^+(X),$$
$$m_\circ^-(X) \le m(X) \le m_\circ^+(X).$$

Решаются следующие ЗЛП

$$D_\alpha^- := \min_{\Re^*}\{\hat{D}_\alpha\},$$
$$D_\alpha^+ := \max_{\Re^*}\{\hat{D}_\alpha\}.$$

В этом случае верхняя граница абсолютной величины показателя дебаланса может быть определена по следующей формуле:

$$D_{\alpha}^{*} = \max\left\{ \left|D_{\alpha}^{-}\right|, \left|D_{\alpha}^{+}\right| \right\}.$$

С точки зрения теории, допустимая величина дебаланса характеризует устойчивость результата (балансового показателя, который в идеальном случае всегда равен был бы нулю) относительно допустимой вариации исходных данных (отклонение показаний прибора в пределах его метрологических характеристик).

Другой пример относится к области оценивания надежности систем, которые допускают декомпозицию на совокупность параллельных и последовательных элементов. Считается, что для указанных элементов известна характеристика надежности. Для простоты будем следовать [7], полагая, что надежность цепи элементов характеризуется вероятностью того, что сигнал, поступивший на вход цепи, будет получен на ее выходе. Каждому элементу цепи i приписана утверждение x_i «Элемент i пропускает сигнал». Вероятность истинности этого утверждения характеризуется величиной $p(x_i)$. Согласно [1], «для сопоставления вероятностных оценок пропозициональным формулам удобно использовать алгебраические байесовкие сети… Алгоритмы поддержания непротиворечивости АБС позволяют отсекать противоречивые прогнозы…». В настоящей работе эти цели реализуются не для АБС и их ФЗ, а для ССФЗ особого вида и для ФЗ, построенных на основе дизъюнкций положительно означенных цепочек атомарных пропозициональных формул.

На рис. в) имеется схема цепи элементов, соединенных последовательно; для представления соответствующих сведений о надежности будет взята БФЗ в виде ССФЗ, приведенной на рис. д). На рис. г) имеется схема цепи элементов, соединенных параллельно; для представления соответствующих сведений о надежности будет взята БФЗ в виде ССФЗ, приведенной на рис. е).

Рассмотрим случай последовательного соединения. Логические утверждения о том, что соответствующий отрезок цепи пропускает сигнал, связаны следующим образом:

$$s_1 = x_1 x_2,$$

$$s_2 = x_3 s_1,$$

$$s_3 = x_4 s_2.$$

Нас интересует оценка надежности всей цепи $p(s_3)$.

Для технических систем, методика декомпозиции которых отработана за десятилетия соответствующих расчетов, удобно предположить, что утверждения x_i вероятностно независимы. В этом случае искомую оценку надежности можно получить в результате распространения влияния исходных данных по ССФЗ на рис. д) согласно рекуррентной формуле:

$$p(s_i) := p(x_{i+1})p(s_{i-1}),$$

$$p(s_0) := 1.$$

В данном случае мера p удовлетворяет не только аксиоматике вероятностей, но также и более жесткой аксиоматике вероятностной логики с триангулярной нормой $p(xy)=p(x)p(y)$. (Иногда этот вариант нечеткой логики называют вероятностной, что не вполне корректно, или псевдовероятностной логикой.)

Разумеется, исходные данные могут быть определены лишь с определенной точностью. В рамках псевдовероятностной логики, исходя из интервальных оценок исходных данных, мы можем вычислить интервальную оценку результата. Пусть известно:

$p^-(x_i) \le p(x_i) \le p^+(x_i),$

$p^-(s_0) = p^+(s_0) := 1.$

Тогда распространение влияния исходных значений по соответствующей ССФЗ происходит согласно следующим формулам:

$p^-(s_i) := p^-(x_{i+1})p^-(s_{i-1}),$

$p^+(s_i) := p^+(x_{i+1})p^+(s_{i-1}).$

Однако, при переходе к рассмотрению программно-технических систем возникают некоторые затруднения с допущением независимости утверждений о способности элемента пропустить сигнал. В данном случае, приходится отходить от жестких предположений о распределении вероятностей, накладываемых псевдовероятностной нечеткой логикой, и считать, что распределение p удовлетворяет только аксиоматике вероятностей, а также учитывать дополнительные предположения о взаимосвязи утверждений.

Применительно к рассматриваемому случаю при распространении исходных данных придется решать задачи априорного вывода. Множество исходных данных пополняется ограничением вида:

$p(x_{i+1}s_{i-1}) \ge 0,$

$p(x_{i+1}) - p(x_{i+1}s_{i-1}) \ge 0,$

$p(s_{i-1}) - p(x_{i+1}s_{i-1}) \ge 0,$

$1 - p(x_{i+1}) - p(s_{i-1}) + p(x_{i+1}s_{i-1}) \ge 0.$

Затем, в процессе распространения последовательно решаются задачи линейного программирования вида:

$p^-(s_j) = \min_{\Re}\{p(x_{j+1}s_{j-1})\},$

$p^+(s_j) = \max_{\Re}\{p(x_{j+1}s_{j-1})\}.$

В этом случае $\Re$ использовано для обозначения множества исходных ограничений на каждом шаге распространения и ограничений, вытекающих из аксиоматики теории вероятностей.

При указанном подходе к организации вычислений надежности последовательно соединения элементов, можно учесть дополнительные линейные ограничения, которые могут связывать оценки истинности утверждений. Кроме того, указанный подход позволяет ввести и исследовать стандартным образом поведение показателя устойчивости результата относительно допустимой вариации исходных данных.

Аналогичные рассуждения могут иметь место при анализе параллельно соединения элементов. В случае допущения вероятностной независимости утверждений о надежности элементов, мы, исходя из аксиоматики псевдовероятностной нечеткой логики, при расчетах показателя надежности $p(x_i \vee x_j \vee x_k)$ будем использовать следующие формулы:

$$p(x_i \vee x_j) = p(x_i) + p(x_j) - p(x_i x_j) = p(x_i) + p(x_j) - p(x_i)p(x_j),$$

$$p(x_i \vee x_j \vee x_k) = p(x_i) + p(x_j) + p(x_k) - p(x_i)p(x_j) - p(x_i)p(x_k) - p(x_j)p(x_k) + $$
$$+ p(x_i)p(x_j)p(x_k).$$

Однако при необходимости учесть возможную взаимосвязь и интервальные оценки надежности элементов, входящих в параллельное соединение, нам придется снова воспользоваться ограничениями, вытекающими из аксиоматики вероятности:

$p(x_1 x_2 x_3) \geq 0,$

$p(x_1 x_2) - p(x_1 x_2 x_3) \geq 0,$

$p(x_1 x_3) - p(x_1 x_2 x_3) \geq 0,$

$p(x_2 x_3) - p(x_1 x_2 x_3) \geq 0,$

$p(x_1) - p(x_1 x_2) - p(x_1 x_3) + p(x_1 x_2 x_3) \geq 0,$

$p(x_2) - p(x_1 x_2) - p(x_2 x_3) + p(x_1 x_2 x_3) \geq 0,$

$p(x_3) - p(x_1 x_3) - p(x_2 x_3) + p(x_1 x_2 x_3) \geq 0,$

$1 - p(x_1) - p(x_2) - p(x_3) + p(x_1 x_2) + p(x_1 x_3) - p(x_2 x_3) + p(x_1 x_2 x_3) \geq 0,$

а также из определения дизъюнкции:

$p(x_1 \vee x_2) = p(x_1) + p(x_2) - p(x_1 x_2),$

$p(x_1 \vee x_3) = p(x_1) + p(x_3) - p(x_1 x_3),$

$p(x_2 \vee x_3) = p(x_2) + p(x_3) - p(x_2 x_3),$

$p(x_1 \vee x_2 \vee x_3) = p(x_1) + p(x_2) + p(x_3) - p(x_2 x_3) - p(x_1 x_3) - p(x_2 x_3) + p(x_1 x_2 x_3),$

и с учетом исходных ограничений вида:

$p^-(x_i) \leq p(x_i) \leq p^+(x_i).$

Обозначим множество ограничений трех видов, перечисленных выше, символом $\mathfrak{R}$. Тогда оценку величины показателя надежности можно получить, решив следующие задачи линейного программирования:

$$p^-(x_1 \vee x_2 \vee x_3) := \min_{\mathfrak{R}} \{p(x_1 \vee x_2 \vee x_3)\},$$

$$p^+(x_1 \vee x_2 \vee x_3) := \max_{\mathfrak{R}} \{p(x_1 \vee x_2 \vee x_3)\}.$$

В отношении этих оценок также может быть поднят вопрос об устойчивости: устойчивость границ интервала и устойчивость величины интервала. Определение величины показателя устойчивости также сводится к решению последовательности задач линейного программирования при некотором подборе метрик.

5. Заключение

В настоящей работе были изложены основные принципы, в соответствии с которыми выделяются фрагменты знаний и формируются их базы. Кроме того, предложен метод, состоящий из нескольких этапов, позволяющих исследовать получающиеся математические объекты — модели баз фрагментов знаний с неопределенностью: (1) исследование поддержания непротиворечивости (различной степени); (2) исследование априорного вывода (вывода без свидетельств); (3) исследование апостериорного вывода (вывода по свидетельствам); (4) введение системы и расчет показателей устойчивости вышеупомянутых процессов и состояний ССФЗ. Многообразие БФЗ определяется ее структурой и структурой ФЗ, входящих в БФЗ, мерами, используемых в качестве оценок значений переменных, входящих в ФЗ, областью допустимых значений переменных и ее математическими свойствами. Показано, что многие возникающие задачи сводятся к уже решенным математическим задачам. Для большинства таких задач, относящихся к области автоматического удовлетворения ограничений, существуют алгоритмы решения, реализованные в виде библиотек программ.

Литература

[1] *Александров А.С., Тишков А.В.* Применение алгебраических байесовских сетей в управлении надежностью структурно-сложных систем // Образование и бизнес: российская практика и зарубежный опыт / Материалы 5 секций X Международного банковского конгресса и Международной научно-практической конференции (8 июня 2001 г., Санкт-Петербург). — СПб.: МБИ, 2001. — с. 157–158.

[2] *Городецкий В.И.* Алгебраические байесовские сети — новая парадигма экспертных систем. // Юб. сборн. трудов ин-тов ОИВТА РАН. Т.2. — М.: РАН, 1993. — с. 120–141.

[3] *Городецкий В.И., Тулупьев А.Л.* Формирование непротиворечивых баз знаний с неопределенностью // Изв. РАН. Сер. «Теор. и сист. управл.», №5(1997) — с. 33–42.

[4] *Городецкий В.И., Тулупьев А.Л.* Непротиворечивость баз знаний с количественными мерами неопределенности // КИИ'98. Сборн. науч. трудов. — Пущино, 1998. — с. 100–106.

[5] *Ларичев О.И. и др.* Новые возможности компьютерного обучения // Вестник РАН, т. 69, №2(1999). — с. 106–109.

[6] *Ромашова М.Н., Тулупьев А.Л.* Эмпирическая оценка устойчивости априорного вывода в вероятностной модели фрагмента знаний с неопределенностью // VII С.-Петербургская международная конференция «Региональная информатика-2000». Тезисы докладов. — СПб.: 2000. — с. 7.

[7] *Рябинин И.А.* Надежность и безопасность структурно-сложных систем. — СПб.: Политехника, 2000. — 248 с.

[8] *А.В. Тишков, А.Л. Тулупьев*. Применение рациональнозначных оценок истинности при моделировании неопределенности в структурированных сетях фрагментов знаний // Материалы XI Межгосударств. школы-семинара «Синтез и сложность управляющих систем». Ч II. — М.: Изд-во центра прикладных исследований при мех.-мат. факультете МГУ, 2001. — с. 190–198.

[9] *Тулупьев А.Л.* Алгебраические байесовские сети: теоретические основы и непротиворечивость. — СПб.: СПИИРАН, 1995. — 76 с.

[10] *Тулупьев А.Л.* Алгебраические байесовские сети. Логико-вероятностный подход к моделированию баз знаний с неопределенностью. — СПб.: СПИИРАН, 2000. — 292 с.

[11] *Тулупьев А.Л* Поддержание непротиворечивости фрагмента знаний с интервальной нечеткой мерой неопределенности // Теоретические основы и прикладные задачи интеллектуальных информационных технологий. — СПб.: СПИИРАН, 1998. — с. 82–92.

[12] *Тулупьев А.Л.* Поддержание непротиворечивости фрагментов знаний с оценками доверия и правдоподобия // Информационные технологии и интеллектуальные методы. — СПб.: СПИИРАН, 1999. — с. 72–97.

[13] *Яковлев Е.А.* Одобрена концепция «Руководства по выражению неопределенности измерения» и принят план мероприятий по его внедрению в отечественную метрологическую практику // Законодательная и прикладная метрология, №3(2000). — с. 54–57.

[14] *Perl J.* Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Networks of Plausible Inference. — Morgan Kaufmann Publ., NY etc., 1994. — pp. 552.