Алгебраические байесовские сети в задаче оценки надежности труднодоступных узлов структурно-сложной системы

А. С. Александров, А. В Тишков

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН
199178, Санкт-Петер7бург, 14-я линия В.О., д.39
asa@spiiras.nw.ru, avt@iias.spb.su

УДК 681.3
А. С. Александров, А. В. Тишков. **Алгебраические байесовские сети в задаче оценки надежности труднодоступных узлов структурно-сложной системы** // Труды СПИИРАН. Вып. 1, т. 2 — СПб: СПИИРАН, 2002.
Аннотация. *В настоящей статье аппарат алгебраических байесовских сетей (АБС) привлекается для построения эффективной модели прогноза надежности узлов структурно-сложной системы, с которых невозможно снимать показания о надежности. АБС обеспечивает контроль за ошибкой прогноза поведения функции надежности.* — Библ. 7 назв.

UDC 681.3
A. S. Alexandrov, A. V. Tishkov. **Algebraic Bayessian Networks in reliability estimation of hard to measure nodes of complex-structure system** // SPIIRAS Proceedings. Issue 1, v. 2. — SPb: SPIIRAS, 2002.
Abstract. *The Algebraic Bayessian Networks (ABN) approach is attracted to build effective model of reliability forecasting for complex-structure system nodes, which are hard of access. ABN provides error monitoring for reliability function behavior forecasting.* — Bibl. 7 items.

Начиная с 1960-х годов, математические методы теории надежности получили бурный рост за счет привлечения нового аппарата теории логико-вероятностных методов. Среди работ, посвященных классической теории надежности стоит особо отметить работу Гнеденко, Беляева и Соловьева [2] и работу Рябинина [5]. До сих пор большинство работ по теории надежности с применением логико-вероятностного аппарата рассматривали надежность лишь на этапе проектирования системы. Развитый начиная с 70-х годов аппарат теории временных рядов, позволяет оценивать надежность не только на этапе проектирования системы, но и в процессе эксплуатации системы, а также прогнозировать поведение функции надежности. Базовыми работами в теории временных рядов можно считать работу Бокса и Дженкинса [1] для линейных моделей со стационарными разностями конечного порядка, и работу Макшанова [4] в общем случае. При выборе оптимальной модели авторегрессии временного ряда приходится искать оптимальное соотношение между вычислительной простотой и точностью прогноза. В поиске этого компромисса в настоящей работе предлагается привлечь аппарат алгебраических байесовских сетей (АБС), впервые введенный В. И. Городецким в [3].

В данной статье предлагается метод вычисления вероятностной оценки пропозициональной переменной a в булевой формуле Φ при имеющихся вероятностных оценках подформул Φ, включающих a. Предметная интерпретация следующая: оценивается надежность труднодоступных или скрытых узлов структурно-сложной системы известной конфигурации по показаниям оборудования для подсистем. Структурно-сложная система задается булевой формулой, в которой узлы соответствуют переменным, а подсистемы — подформулам. Показания измерительного оборудования для подсистем, проинтерпретированные в вероятность корректного функционирования системы, называются свидетельствами.

В качестве опорного примера в данной статье будем рассматривать надежность предстоящей доставки важного письма по электронной почте на определенный адрес. Допустим, мы пользуемся сервером mail.ru, и письмо можно отправить на два адреса: yahoo.com и ipserve.com. Будем интересоваться не только надежностью получения письма, по одному из адресов, но и искать слабые места в данной схеме, то есть по собираемой статистике будем определять какой из серверов более надежен при доставке письма, а от использования какого лучше воздержаться. Маршрутизация доставки сообщений возможна несколькими способами (рис 1а). На рис 1а изображены: S — рабочая станция отправителя, R — рабочая станция получателя, M — почтовый сервер исходящих сообщений, Y и I — почтовые сервера входящих сообщений.

Подробная схема узлов маршрутизации M-Y-I может быть сложна или неизвестна. В рамках данного примера ограничимся прямыми связями M-Y и M-I (рис. 1б).

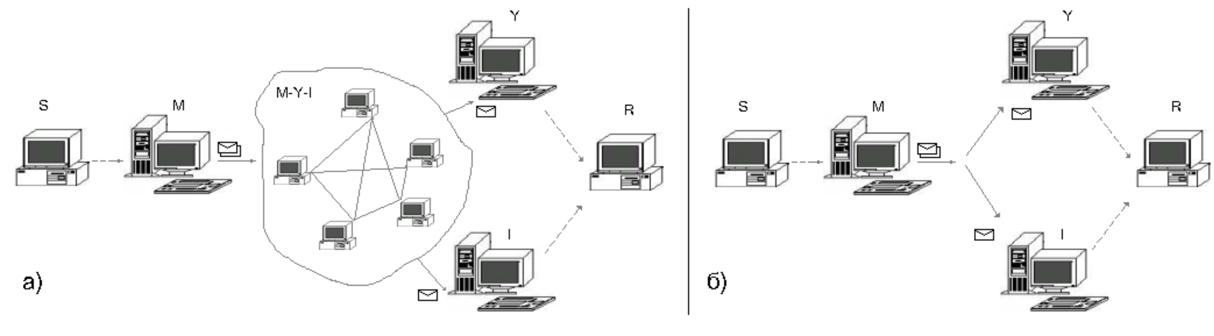

Рис. 1 Схема доставки электронного письма

Предположим, что схема состоит из n элементов, а $s_1, s_2, ..., s_n, s_k \in \{0,1\}$ — состояния этих элементов. Считаем, что если k-й элемент исправен, то $s_k = 1$, в противном случае $s_k = 0$. Вероятность исправности k-го элемента будет обозначаться $p_k = P\{s_k = 1\}$. Функцией надежности (ФН) системы будет называться функция $f(s_1,...,s_n) = P\{F(s_1,...,s_n) = 1\}$, где $F(s_1,...,s_n)$ — структурная функция системы. Структурная функция также принимает только два значения: 1 в случае если система функционирует, и 0 в противном случае. Аналогично строится ФН для любой интересующей нас подсистемы.

В опорном примере состоянию $s_M=1$ соответствует удачно завершившаяся отправка сообщения сервером *M*. Состояние $s_M=0$ возникает при ошибке отправки сообщения. Аналогично определяются состояния s_Y и s_I, отвечающие за корректность приема сообщения серверами *Y* и *I*. В данном примере именно эти почтовые серверы являются труднодоступными узлами всей системы отправки сообщений, так как мы не имеем точных данных относительно отправленного сервером M и принятых серверами Y и I сообщений.

Структурная схема сложной системы может быть сведена к параллельно-последовательной схеме (см., например, Рябинин [6]). Сопоставим подсхему параллельно-последовательной схемы пропозициональной формуле (ПФ) по следующим правилам. Узлу с номером *k* сопоставим пропозициональную переменную x_k. Состоянию $s_k = 1$ будет соответствовать $x_k = true$, а $s_k = 0$ будет соответствовать $x_k = false$. Последовательное соединение подсхем S_1 и S_2, соответствующих пропозициональным формулам X_1 и X_2, отвечает конъюнкции $X_1 X_2$, а параллельное соединение — дизъюнкции $X_1 \vee X_2$.

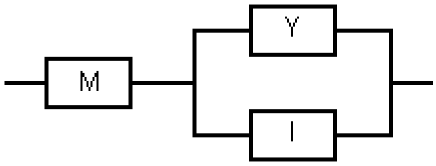

Рис. 2 Параллельно-последовательная схема системы отправки сообщений.

В нашем примере структурной схеме, изображенной на рис. 2, сопоставляется пропозициональная формула $m(y \vee i)$, где m — пропозициональная переменная, соответствующая серверу исходящих сообщений M, y и i — пропозициональные переменные, отвечающие серверам входящих сообщений Y и I соответственно. m=*true* в том и только том случаях, когда $s_m = 1$. Для переменных y и i верны аналогичные соотношения.

Схема структурно-сложной системы может быть представлена АБС. Нижний уровень АБС состоит из всех пропозициональных переменных, соответствующих узлам системы. Следующий уровень представляет собой попарные конъюнкции, еще более высокий уровень — тройками (конъюнкций) пропозициональных переменных и т.д. до определенного уровня. Вершинам (листу и внутренней) приписывается точечная или интервальная вероятностная оценка истинности. Алгебра (конечного числа) событий взаимнооднозначно сопоставляется с множеством пропозициональных формул: событию соответствует пропозициональная переменная, достоверному событию соответствует константа true, операции взятия дополнения соответствует операция взятия отрицания, объединению событий соответствует дизъюнкция, пересечению — конъюнкция. Аксиоматика теории вероятностей позволяет задать интервальную оценку всем вершинам АБС, если известны лишь некоторые. Например, если известно, что вероятность одного события равна 0,9, вероятность другого события равна 0,6, то конъюнкции соответствует интервал вероятностей [0,5; 0,6], и если реальные показания измерительных приборов дают оценку для вероятности истинности конъюнкции, не попадающую в этот интервал, то набор из этих событий и их конъюнкции является противоречивым.

Априорным выводом в АБС называется получение точечных или интервальных оценок вероятности истинности пропозициональной формулы, отличной от кратной конъюнкции элементарных пропозиций. Наряду с априорным выводом в АБС рассматривается также апостериорный вывод. Под ним подразумевается вычисление по формуле Байеса условной вероятности истинности на вершинах АБС при поступивших свидетельствах о значениях атомарных ПФ, входящих в АБС. Подробно построение АБС а также алгоритмы поддержания непротиворечивости, априорного и апостериорного вывода рассматриваются в работе Тулупьева [7].

Построим АБС для нашего примера. Она будет состоять из единственного трехэлементного фрагмента знаний (рис. 3а). Нижний уровень этой АБС будет представлен пропозициональными переменными *m,y,i*. Нам требуется определить надежность каждого из узлов системы, то есть, с какой вероятностью

Труды СПИИРАН. 2002. Вып. 1. Т. 2. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2002. Issue 1. V. 2. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

серверы, входящие в систему, осуществляют необходимые транзакции. Для этого мы можем собирать статистику на рабочих станциях: отправитель регистрирует количество отправляемых сообщений, а получатель количество принятых сообщений с каждого из своих почтовых серверов. Примем за единичное испытание посылку отправителем ста сообщений. Будем проводить повторные испытания. В качестве надежности узла при одном испытании примем долю корректно отправленных или корректно принятых сообщений. Электронное письмо отправлено корректно с рабочей станции или сервера, если при передаче почтовому серверу получателя оно было сформировано согласно протоколу передачи сообщений электронной почты и при этом не потеряло пользовательскую информацию. Аналогично, электронное письмо принято корректно рабочей станцией или сервером, если оно получено согласно протоколу передачи сообщений электронной почты и при этом не потеряло пользовательскую информацию. Таким образом, некорректно отправленное письмо будет и некорректно принятым.

Допустим, при очередном испытании получатель смог прочитать 60 сообщений с сервера *I* и 40 сообщений с сервера *Y*. Пусть при этом он смог прочитать 80 различных сообщений с двух серверов. Таким образом получены точечные вероятностные оценки истинности следующих пропозициональных формул: $p(my) = 0{,}4$; $p(mi) = 0{,}6$; $p(m(y \vee i)) = 0{,}8$. Эти вероятности характеризуют надежность двух подсхем доставки сообщений и всей схемы соответственно.

Воспользуемся алгоритмом поддержания непротиворечивости для рассматриваемой АБС. Аксиомы теории вероятностей и указанные условия позволяют составить следующую систему соотношений для узлов АБС:

$$p(myi) \ge 0;$$

$$p(my) - p(myi) \ge 0;$$

$$p(mi) - p(myi) \ge 0;$$

$$p(yi) - p(myi) \ge 0;$$

$$p(m) - p(my) - p(mi) + p(myi) \ge 0;$$

$$p(y) - p(my) - p(yi) + p(myi) \ge 0;$$

$$p(i) - p(mi) - p(yi) + p(myi) \ge 0;$$

$$1 - p(m) - p(y) - p(i) + p(my) + p(mi) + p(yi) - p(myi) \ge 0;$$

$$p(my) = 0{,}4;$$

$$p(mi) = 0{,}6;$$

$$p(m(y \vee i)) = p(my \vee mi) = 1 - p(\neg(my)\neg(mi)) =$$

$$= 1 - (1 - p(my) - p(mi) + p(myi)) = p(my) + p(mi) - p(myi) = 0{,}8.$$

В этой системе последнее преобразование соответствует априорному выводу $m(y \vee i)$ в нашей АБС.

Теперь методами линейного программирования мы можем получить интервальные оценки для всех остальных узлов АБС (рис 3б). Для решения этой задачи используются C++ библиотеки оптимизации фирмы ILOG.

Если принять гипотезу относительно возможного распределения вероятности истинности пропозициональных переменных внутри интервала, то, задавшись определенным уровнем доверия, можно еще значительно сузить интервальные оценки для надежности узлов системы. Регулярно проводя испытания, описанные выше, мы получим статистику интервальных вероятностей для каждого из узлов, а также статистику точных значений вероятности истинности для некоторых пропозициональных формул.

На основе анализа данной статистики восстанавливаются интервалы для возможных траекторий поведения ФН труднодоступного узла или подсистемы с течением времени, а также прогнозируется дальнейшее поведение ФН — восстанавливается авторегрессия. Но более эффективным способом прогнозирования надежности узла будет восстановление авторегрессии по точным значениям вероятности истинности для пропозициональных формул. Таким образом мы сможем получить прогноз для вероятности истинности этих пропозициональных формул. По этим прогнозам с помощью алгоритмов поддержания непротиворечивости и априорного вывода АБС восстанавливаются интервальные

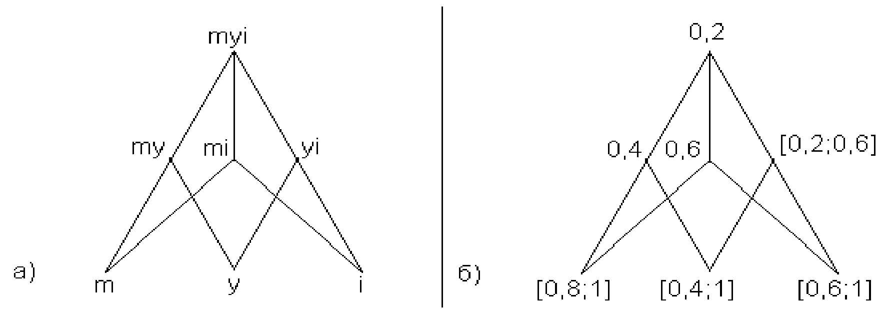

Рис 3. Трехэлементная АБС.

оценки для всех узлов системы на интересующий нас момент времени в будущем. В этом случае при фиксированной ошибке прогноза интервальные оценки для узлов системы могут быть значительно сужены.

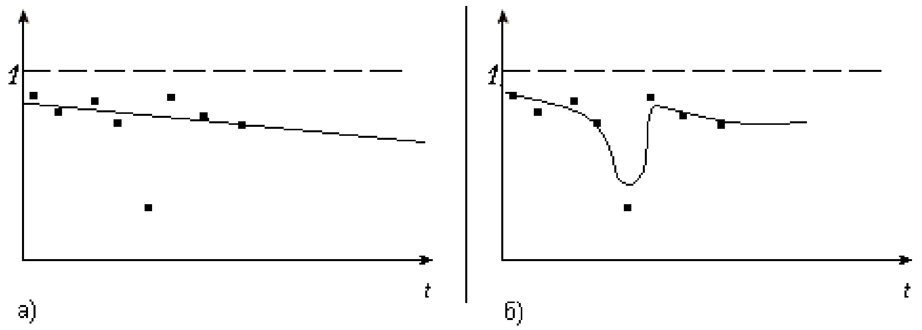

Рис. 4 Примеры различных типов авторегрессий

Простейшая линейная авторегрессия (рис 4а) не всегда дает хорошую оценку для дальнейшего поведения процесса. Поэтому часто приходится рассматривать более сложный вид авторегрессии: либо полиномиальной (рис 4б), либо авторегрессии со случайными коэффициентами, что заметно усложняет вычисления.

Из множества всех ПФ, которые могут быть построены над набором элементарных пропозиций, отвечающих узлам системы, выделим подмножество базовых пропозиций. В него входят ПФ, соответствующие подсистемам, каждая из которых завязана на средство измерения надежности. Такие подсистемы также назовем базовыми. В опорном примере средствами измерения надежности являются рабочие станции отправителя и получателя сообщений. А базовые ПФ соответственно выглядят следующим образом my, mi, $m(y \vee i)$.

Применяя апостериорный вывод на основе полученных прогнозов надежности базовых подсистем, вычисляем оценку истинности для пропозициональных переменных. Этот прогноз может быть получен и другим способом: применяя алгоритм апостериорного вывода к значениям ФН базовых подсистем, получать оценки истинности пропозициональных переменных, и уже по этим оценкам восстанавливать авторегрессию надежности узла системы.

При применении в обоих случаях одинаковых типов авторегрессии первый способ даст более эффективный прогноз, но является более ресурсоемким: если число элементов в системе очень велико, то вычислять авторегрессию для каждой базовой подсистемы может оказаться накладным. Поэтому предлагается осуществлять прогноз надежности труднодоступного узла системы путем восстановления авторегрессии по значениям этих функций, и лишь изредка сверять их со значениями, вычисленными через прогнозы базовых функций. В случае превышения разностью этих величин некоторого порогового значения следует выбрать более сложный тип авторегрессии для функции надежности элемента системы.

Литература

[1] *Бокс Дж., Дженкинс Г.* Анализ временных рядов. Прогноз и управление // Вып.1. — М.: Мир, 1974. — 406 с.

[2] *Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д.* Математические методы в теории надежности. — М.: Наука, 1965. —524 с.

[3] *Городецкий В. И.* Байесовский вывод. АН СССР, ЛИИАН, Препринт №149. — Л.1991. — 40 с.

[4] *Макшанов А. В.* Теория и методы статистического анализа временных рядов измерений параметров состояния объектов на основе моделей нестационарности и нелинейности./ Дисс.на соискание уч. ст. д.т.н. — СПб: ВМА, 2000. — 217 с.

[5] *Рябинин И. А.* Основы теории и расчета надежности судовых электроэнергетических систем. — Л.: Судостроение, 1967. — 367 с.

[6] *Рябинин И. А.* Надежность и безопасность структурно-сложных систем. — СПб: Политехника, 2000. — 248 с.

[7] *Тулупьев А. Л.* Алгебраические байесовские сети. Логико-вероятностный подход к моделированию баз знаний с неопределенностью. — СПб: СПИИРАН, 2000. — 292 с.