

МЕТОДЫ АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ, СВЯЗАННЫХ С СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТЬЮ

Ю. В. Черных

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН
199178, Санкт-Петербург, 14-я линия В. О., д.39
yura@epr.pu.ru, <http://epr.pu.ru/yura>

УДК 681.3

Ю. В. Черных. **Методы анализа временных рядов, связанных с солнечной активностью** // Труды СПИИРАН. Вып. 1, т. 3. — СПб: СПИИРАН, 2003.

Аннотация. Рассматриваются современные методы статистического анализа, такие как вейвлет-анализ, метод «Гусеница», нестандартный анализ и их применение к изучению солнечной активности. — Библ. 15 назв.

UDC 681.3

Y. V. Chernykh. **Methods of the analysis of data lines, connected with solar activity** // SPIIRAS Proceedings. Issue 1, v.3. — SPb: SPIIRAS, 2003.

Abstract. Modern methods of the statistical analysis, such as the wavelet-analysis, the method "caterpillar", non-standard analysis and their application to study of solar activity. — Bibl. 15 items.

Введение

Вопрос о возможности и степени влияния планет на вариации солнечной активности (СА) обсуждается уже достаточно долго, но до сих пор не получил более или менее обоснованного отрицательного или положительного ответа. Еще в прошлом веке многие исследователи Солнца (Р. Кэррингтон, Г. Шпёер, Р. Вольф и др.) обращали внимание на близость среднего периода солнечной активности (11,13 лет) и периода обращения Юпитера вокруг Солнца (11,86 лет) и пр. Солнечные пятна неоднородны не только во времени, но и в пространстве: на Солнце существуют так называемые активные долготы, в которых пятна появляются существенно чаще, что трудно объяснить чисто внутрисолнечными причинами. Большое количество научных работ было посвящено сравнению отдельных периодических составляющих активности Солнца и периодов и полупериодов различных планет, повторяемости их конфигураций и т. д. [1–5]. На основе исследования солнечной системы как целого и представления о солнечной активности, как о феномене самоорганизующейся в Галактике солнечной системы, развивающегося в ГАО с 1970 г., в предположении что вариации СА реализуются точно на частотах обращения планет вокруг Солнца, оказалось возможным осуществить переход от временных вариаций пятнообразовательной активности к регулярной пространственной диссипативной структуре межпланетной среды (рис. 1), используя данные о состоянии ММП на орбите Земли по каталогам Кинга, Мансурова и Свалгарда [3]. Удалось доказать, что 22-х летняя спиральная диссипативная структура является фоновой компонентой солнечной магнитосферы внутри орбиты Марса.

В данной работе предпринята попытка рассмотреть некоторые современные методы анализа на примере данных по солнечной активности и найти связь СА с движением планет.

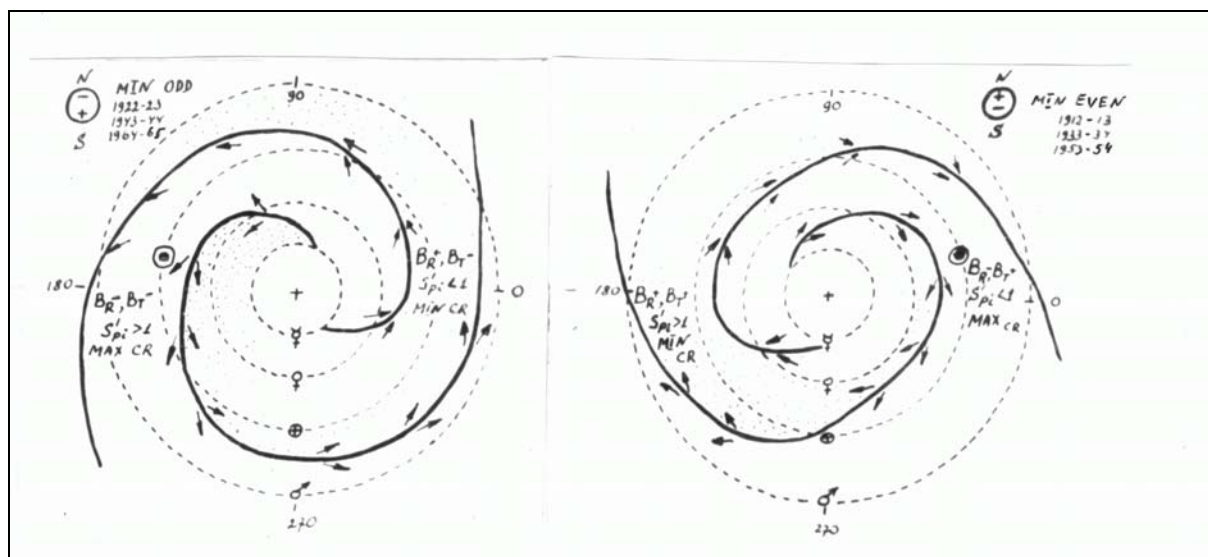


Рис. 1. Спиральная структура фоновой компоненты солнечной магнитосферы в пределах орбиты Марса при разных знаках дипольного общего магнитного поля Солнца в условиях минимума 11-летнего цикла [3]

Данные

Для того чтобы обнаружить связи между движением планет и СА, был проведен статистический анализ временных рядов, связанных с СА с целью выявить в них периоды и полупериоды планет и их соединений.

В первую очередь использовались числа Вольфа (W), как измеренные, так и восстановленные по различным косвенным данным.

W измерялись с 1749 года, но ежедневные данные существуют только с 1818 г [6, 14]. В работе использовались как ежедневные, так и среднемесячные данные.

Из измеренных данных нельзя получить всю информацию о СА. Существовали периоды, когда пятен на Солнце почти не было, так называемые минимумы Маундера, Шперера, Вольфа и др [6].

До 1749 г. имеются только данные, основанные на косвенных или недостаточно надежных индексах (полярные сияния, радиоуглерод, пятна, видимые невооруженным глазом). Шоув на основе комплексного рассмотрения имеющихся данных нашел моменты экстремумов 11-летних циклов и качественно оценил величину их максимумов на большом временном интервале (более 2000 лет) [6]. Ю. А. Наговицыным [7] разработана нелинейная математическая модель, с помощью которой он реконструировал СА с 1090 г. За еще больший период времени можно восстановить СА, пользуясь радиоуглеродными методами. В частности, в работе используется ряд СА, восстановленный [15] почти за 10000 лет.

Для СА обычно анализируется не только сам ряд W , но и так называемый знакопеременный ряд Хейла, в котором числам Вольфа приписывается знак в соответствии с полярностью магнитного поля (МП) Солнца.

Кроме W исследовались и другие ряды, также характеризующие СА: асимметрия СА, количество полярных факелов, скорость дифференциального вращения Солнца, колебания солнечного радиуса и др [8].

Асимметрия северного и южного полушарий Солнца (по площадям пятен) количественно может быть определена характеристиками [6]: $Q_A = \frac{A_N}{A_S}$ и

$q_A = \frac{A_N - A_S}{A_N + A_S}$, где A_N и A_S — площади пятен в северном и южном полушариях.

Она анализировалась с 1821 по 1994 г [8].

В работе исследовались количество полярных факелов (P) с 1874 по 1992 г и их асимметрия $Q_P = \frac{P_N}{P_S}$ и $q_P = \frac{P_N - P_S}{P_N + P_S}$.

Методы

Учитывая сложность проблемы, для анализа использовались как традиционное быстрое преобразование Фурье (FFT), так и современные методы статистической обработки временных рядов: вейвлет-анализ, для которого была самостоятельно разработана программа, и метод “гусеница” для анализа главных компонент временных рядов. Также использовались недавно разработанные в лаборатории ИТЭФИ методы нестандартного анализа: конструктивный анализ, лексикографический анализ, когерентный анализ по ключу и др. Эти методы заключаются в том, что анализ проводится не по всему временному ряду, а по его экстремальным точкам, что позволяет существенно сократить вычисления.

Вейвлет-анализ

Термин “wavelet” (дословный перевод — маленькая волна) появился сравнительно недавно, его ввели Гроссман и Морле в середине 80-х годов в связи с анализом свойств сейсмических и акустических сигналов [9]. Вейвлет-преобразование одномерного сигнала состоит в его разложении по базису, сконструированному из обладающей определенными свойствами функции (вейвлета) посредством масштабных изменений и переносов. Каждая из функций этого базиса характеризует как определенную временную (пространственную) частоту, так и ее локализацию во времени (пространстве). Таким образом, в отличие от преобразования Фурье, вейвлет-преобразование обеспечивает двумерную развертку исследуемого одномерного сигнала, при этом частота и координата рассматриваются как независимые переменные. В результате появляется возможность анализировать свойства сигнала одновременно в физическом (время, координата) и в частотном пространствах. Сказанное легко обобщается на многомерные сигналы и функции.

Интегральное вейвлет-преобразование вычисляется по формуле:

$$[W_\psi f](a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{ab}^*(t) dt = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt,^1$$

где $W_\psi f$ — коэффициенты вейвлет-преобразования, a — масштабный коэффициент, b — параметр сдвига для вейвлета $\psi(t) \in L^2(\mathbb{R})$ — функции, удовлетворяющей следующим условиям:

¹ Пределы интегрирования становятся не бесконечными в связи с локализацией функции-вейвлета (см. ниже).

1. Локализация. Вейвлет-преобразование, в отличие от преобразования Фурье, использует локализованную базисную функцию. Вейвлет локализован и во временном пространстве и по частоте.

2. Нулевое среднее: $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0$. Часто для приложений оказывается необходимым, чтобы не только первый, но и все первые m моментов были равны нулю: $\int_{-\infty}^{\infty} t^m \psi(t) dt = 0$. Такой вейвлет называется вейвлетом m -го порядка.

Обладающие большим числом нулевых моментов вейвлеты позволяют, игнорируя наиболее регулярные полиномиальные составляющие сигнала, анализировать мелкомасштабные флуктуации и особенности высокого порядка.

3. Ограниченность: $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt < \infty$.

Выбор анализирующего вейвлета, как правило, определяется тем, какую информацию необходимо извлечь из сигнала. Каждый вейвлет имеет характерные особенности во временном и в частотном пространстве, поэтому иногда с помощью разных вейвлетов можно полнее выявить и подчеркнуть те или иные свойства анализируемого сигнала.

Вещественные базисы часто конструируются на основе функции Гаусса: $\psi_m(t) = (-1)^m \partial_t^m [\exp(-t^2/2)]$.

При $m=1$ получается Wave-вейвлет (рис. 2а), при $m=2$ — МНАТ-вейвлет (Mexican hat), имеющий узкий энергетический спектр и 2 равных нулю момента (0-й и 1-й), хорошо приспособленный для анализа сложных сигналов (рис. 2б). На основе функции Гаусса строится также хорошо известный DOG — вейвлет (Difference of Gaussian): $\psi(t) = \exp(-|t|^2/2) - 0.5 \exp(-|t|^2/8)$ (рис. 2г).

Примеры комплексных вейвлетов приведены на рис. 2 д,е. Наиболее часто используемый комплексный базис строится на основе хорошо локализованного в k - и r -пространстве вейвлета Морле: $\psi(r) = \exp(ik_0 r) \exp(-r^2/2)$, плоская волна, модулированная гауссианой единичной ширины. На рис. д морлет показан для $k_0=6$. Часто применяемый в квантовой механике вейвлет

Пауля $\psi(t) = \Gamma(m+1) \frac{i^m}{(1-it)^{m+1}}$ показан на рис. 2е для $m=4$ (чем больше m , тем

больше нулевых моментов имеет вейвлет). Представленные комплексные вейвлеты являются прогрессивными. Так называются вейвлеты, имеющие нулевые коэффициенты Фурье при отрицательных значениях волновых чисел. Они хорошо приспособлены для анализа сигналов, для которых важен принцип причинности: эти вейвлеты сохраняют направление времени и не создают паразитной интерференции между прошлым и будущим.

Метод "Гусеница"

Метод "Гусеница", разработанный коллективом статистиков, сотрудников мат-меха СпбГУ, состоит в преобразовании исходного одномерного ряда в многомерный, исследовании полученной траектории методом главных компонент и последующем восстановлении исходного ряда (Метод допускает естественное обобщение на случай анализа многомерных рядов и даже на случай анализа изображений) [10]. Это, в свою очередь, позволяет

прогнозировать как сам временной ряд, так и тенденции развития различных его составляющих.

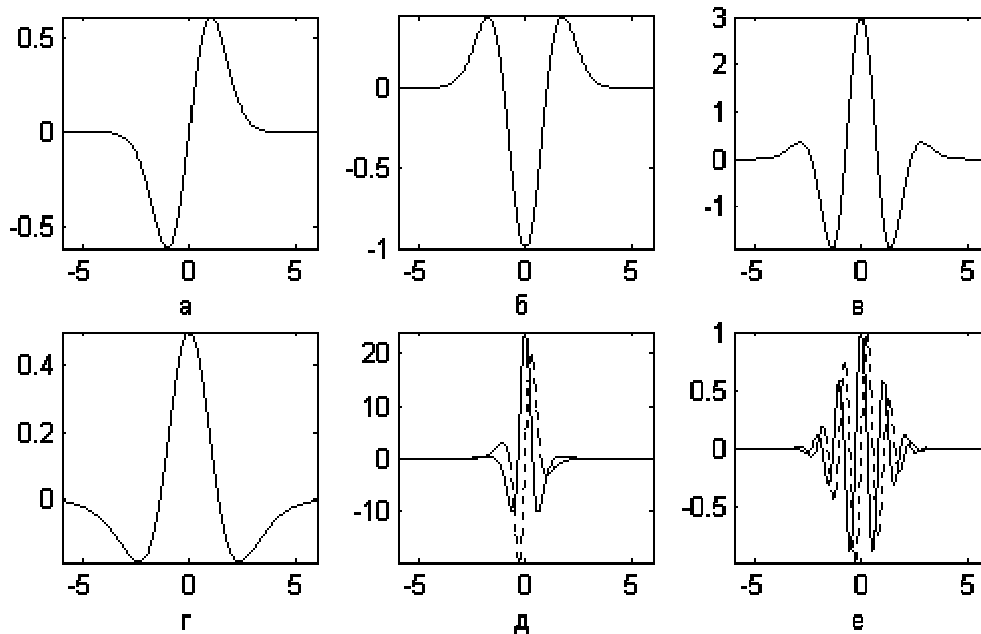


Рис. 2. Примеры вейвлетов. Пунктиром показана мнимая составляющая

Рассмотрим временной ряд $\{x_i\}$, $i=1, \dots, N$, образованный последовательностью равноотстоящих значений некоторой функции $f(t)$. Базовый алгоритм метода "Гусеница" можно разбить на 4 этапа.

Этап 1. Развертка одномерного ряда в многомерный. Выберем некоторое число $M < N$, называемое длиной гусеницы, и представим первые M значений последовательности f в качестве первой строки матрицы X . В качестве 2-й строки матрицы берем значения с x_2 по x_{M+1} . Последней строкой с номером $k=N-M+1$ будут последние M элементов последовательности: $X=(x_{ij})$.

Этап 2. Анализ главных компонент. Сначала вычисляются средние арифметические значения и стандартные отклонения по столбцам матрицы X :

$\bar{x}_j = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_{i+j-1}$; $s_j = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (x_{i+j-1} - \bar{x}_j)^2}$. Эти выражения имеют смысл скользящих среднего и стандарта с прямоугольным окном ширины k . Обозначим через X^* матрицу, полученную из X в результате центрирования по столбцам и нормирования на стандарты s_j : $x_{ij}^* = (x_{ij} - \bar{x}_j) / s_j$.

Операции вычитания выборочных средних (центрирование) и деления на выборочные стандарты (нормирование) не являются обязательными. Кроме того, возможно производить центрирование матрицы X как по столбцам, так и по строкам (двойное центрирование).

Далее вычисляется матрица $R = \frac{1}{k} X^* (X^*)^T$. Если центрирование и нормирование проводятся, то матрица R — выборочная корреляционная матрица. Следующий шаг состоит в вычислении собственных чисел и собственных векторов матрицы R , т.е. разложении ее $R = P \Lambda P^T$, где $\Lambda = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M]$ — диагональная матрица собственных чисел и

$$P = (p_1, p_2, \dots, p_M) = \{p_{ij}\}$$

— ортогональная матрица собственных векторов матрицы R . Матрицу P можно рассматривать как матрицу перехода к главным компонентам: $X^*P=Y=(y_1, y_2, \dots, y_3)$. Для плохо обусловленных матриц требуется разработка механизмов регуляризации для получения устойчивых решений.

Этап 3. Отбор главных компонент. Если пронормировать значения главных компонент на выборочные стандарты (при $\lambda_M \neq 0$): $Y^*=Y\Lambda^{-1/2}$, то легко увидеть, что главные компоненты оказываются ортонормированными: $Y^{*T}Y^*=I_M$, т.е. получается разложение исходного M -мерного процесса на естественные ортогональные компоненты. Каждый из векторов y_j во многих случаях может быть проинтерпретирован, так же как и соответствующий собственный вектор p_j . Дело в том, что вектор y_j можно рассматривать как результат проектирования исходной M -мерной нормированной и центрированной совокупности на направление, определяемое соответствующим собственным вектором p_j .

Таким образом, процедура "Гусеница" порождает набор линейных фильтров, настроенных на составляющие исходного процесса. При этом собственные вектора матрицы R выступают в роли переходных функций соответствующих фильтров. При отсутствии нормировки и центрирования они в точности соответствуют переходным функциям линейных фильтров.

Визуальное и аналитическое изучение как собственных векторов, так и главных компонент, полученных в результате линейной фильтрации, может дать много интересной информации о структуре изучаемого процесса и свойствах составляющих его слагаемых. Большую визуальную информацию дает изучение двумерных графиков, аналогичных фигурам Лиссажу, когда по осям x и y откладываются различные пары собственных векторов или главных компонент. Известно, что, если по осям откладывать значение синусоид одной и той же частоты, но с разными фазами, то на плоскости получается эллипс. Из ортогональности собственных векторов и главных компонент следует, что сдвиг фаз между такими парами равен $\pm\pi/2$ и эллипс переходит в окружность. Во многих случаях собственные функции образуют пары, аналогичные парам \sin - \cos в разложении Фурье. При этом, как правило, и амплитуды их близки по величине. На двумерных диаграммах для этих пар видны фигуры Лиссажу, похожие на круговые спирали. Это позволяет определить частоты этих функций.

Этап 4. Восстановление одномерного ряда. Из ортогональности матрицы P следует, что при умножении матрицы главных компонент Y на P^T восстанавливается X^* при этом получается разложение

$$X^*=YP^T=\sum_{l=1}^M X_l^*$$

нормированной и центрированной матрицы X^* в сумму матриц, каждая из которых порождена одним собственным вектором матрицы R . Далее производится денормировка X^* с помощью умножения на диагональную матрицу S , состоящую из выборочных стандартов и децентрирование путем добавления к элементам каждого столбца соответствующих выборочных средних. Переход к исходному ряду формально может быть осуществлен усреднением по побочным диагоналям.

Нестандартный анализ данных.

Любая процедура проявления сигнала по результатам наблюдения содержит три этапа: измерение, обработка, интерпретация [11–13].

Нестандартный анализ может успешно применяться для любых первичных измерительных систем, от очень грубых с низкой разрешающей способностью, до высокоточных [12].

На этапе обработки измеренных сигналов решаются задачи обнаружения сигнала, определения его формы, различения сигналов, их селекция и классификация.

На этапе интерпретации решается задача распознавания выделенных сигналов.

Нестандартный анализ базируется на принципах самоорганизации и рекурсивных процедурах ультраметрии.

Самоорганизация позволяет разделить сигнал и шум без предварительных гипотез о законах распределения как одного, так и другого. Эти законы и эти свойства находятся в процессе обработки сигнала на этапе обучения и контроля точности обработки. При этом обеспечивается минимальная ошибка разбиения и помехоустойчивость сигнала за счет его ортогонализации к шуму. Достигается наилучшая полнота его описания, наивысшая эффективность представления его формы и наибольшая помехоустойчивость. Более того, сама процедура выделения сигнала глобально устойчива, удовлетворяя признакам устойчивости второй теоремы Ляпунова. Ультраметрическая рекурсия обеспечивает эту устойчивость. Вычислительная сложность нестандартного анализа сигнала колеблется от линейной (по Колмогорову) до кубической в зависимости от меры разнообразия сигнала. В параллельных процедурах она практически всегда линейна.

Конструктивный анализ данных — это один из видов нестандартного анализа данных. Он обладает всеми положительными свойствами нестандартного анализа, но имеет ряд характерных особенностей. Прежде всего, обработка сигнала идет не по всему множеству отсчетов, а только по выборкам их экстремальных значений. Так как экстремумы составляют множество меры нуль от всего множества отсчетов, то вычислительная сложность такого анализа резко сокращается.

Далее весь сигнал разбивается на пакеты с эквивалентными или подобными начальными условиями каждого пакета. Такое разбиение позволяет выделять когерентные классы подобных пакетов с точки зрения их формы. Суммирование когерентных пакетов одного класса обеспечивает практически линейный рост разрешающей способности метода по отношению сигнал/шум с ростом числа суммируемых пакетов.

Классы пакетов с подобными формами позволяют выделить сигнал на фоне шума, отфильтроваться от шума, различать сигналы по формам и провести селекцию сигналов. Само же распределение форм по классам обеспечивают соответствующие процедуры распознавания сигналов по специфическим особенностям этих распределений.

Анализ проводится в режиме ультраметрической рекурсии. По экстремумам сигнала строится огибающая, которая рассматривается как сигнал второго порядка. По экстремумам сигнала второго порядка строится огибающая, как сигнал третьего порядка и так далее. При ограниченном или полном исчерпании происходит остановка ультраметрической рекурсии.

Лексикографический анализ данных — это один из методов нестандартного и конструктивного анализа данных в условиях шума. Он обладает всеми положительными свойствами этих двух видов анализа.

Специфика лексикографического анализа данных в том, что весь сигнал разбивается на пакеты по ограниченному числу выделенных рядом расположенных экстремумов (минимум, максимум, минимум, максимум, минимум...). По этим пакетам экстремумов и интервалам между ними составляется матрица пакета, которая интерпретируется как буква сигнала. В некоторой пороговой метрике все матрицы сигнала сравниваются между собой. В результате сравнения происходит распределение матриц по классам эквивалентности и подобия, а также выясняется полный набор матриц сигнала.

Таким образом, сам сигнал рассматривается как некоторое сообщение, составленное из матричных букв.

Устойчивость такого анализа к шуму, а также его разрешающая способность управляются размерностью матрицы, ее пороговой метрикой сравнений и повторяемостью текста.

Все операции лексикографического анализа аддитивны и легко распараллеливаются.

Благодаря этому обеспечивается сравнительно низкая вычислительная сложность анализа и ее линейный рост по Колмогорову с ростом размерности матриц.

Этот метод обладает высокой разрешающей способностью обнаружения, различения, селекции и распознавания сигнала в условиях высокого уровня шума.

Результаты

При Фурье-анализе ежедневных чисел Вольфа (рис. 3) обнаружены до года периоды ~11-12, 20, 27-28 дней (период вращения Солнца), 0,24, 0,26 года (период обращения Меркурия - 0,24 года), 0,39 года, 0,42-0,43, 0,53 и 0,58 г (период Венеры - 0,62 г), 0,69 г, окологодовой период (0,89 г), квазидвухлетние вариации (1,8, 1, 2,1, 2,3 г) (период Марса — 1,88 г), 3.3, 3.5, 3.7, 4, 5.2, 5.7 г и 8 лет до основного 11-летнего периода, который имеет “спутник” (12-13 лет) 22-летний период (который, по-видимому связан с правилом Гневешева-Оля) 30-летний период (период Сатурна) и вековой ритм (~90 лет).

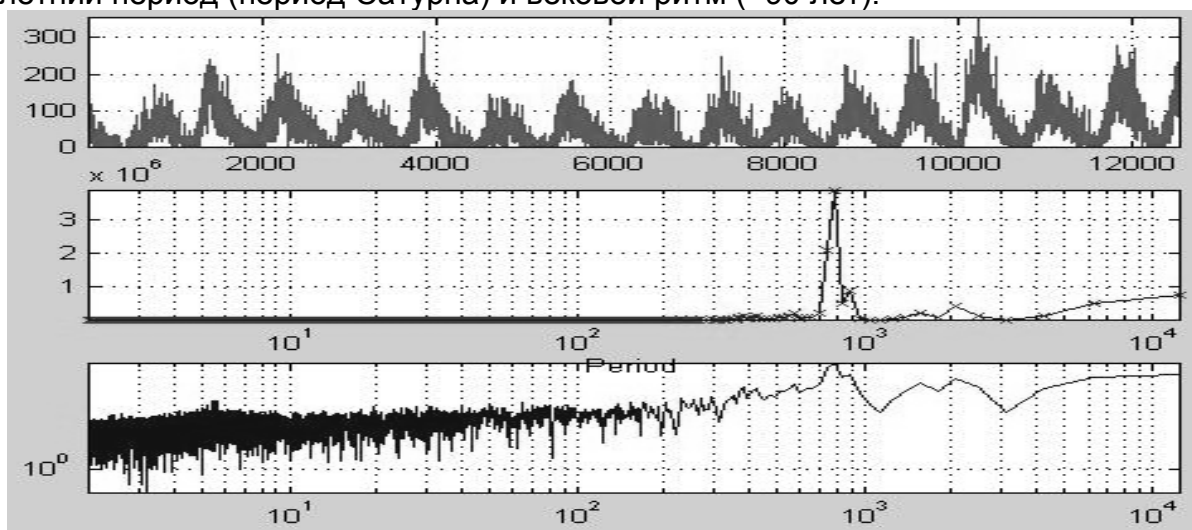


Рис. 3. Ежедневные числа Вольфа W и их Фурье-преобразование

Фурье-анализ СА, восстановленной Наговицыным показывает (кроме 11-летнего) периоды 17, 21, 29, 41, 50, 60, 82 г (период Нептуна — 84 года), 130 и 170–220 лет, близкий к периоду барицентра (~180 лет). На картинах коэффициентов вейвлет-преобразования² для W (знакопеременного ряда) (рис. 4) видны квазипериоды 200–300 лет.

СА, восстановленная по ^{14}C , показывает периоды 88, ~120, 150 лет, основной период 210 лет, периоды 230, 300, 360, 470, 560 лет и более слабые периоды 730 и 2400 лет. Вейвлет для исходного ряда, который почти везде положителен, дает очень мало информации. Чтобы было видно более детально, из исходного ряда вычиталось его среднее.

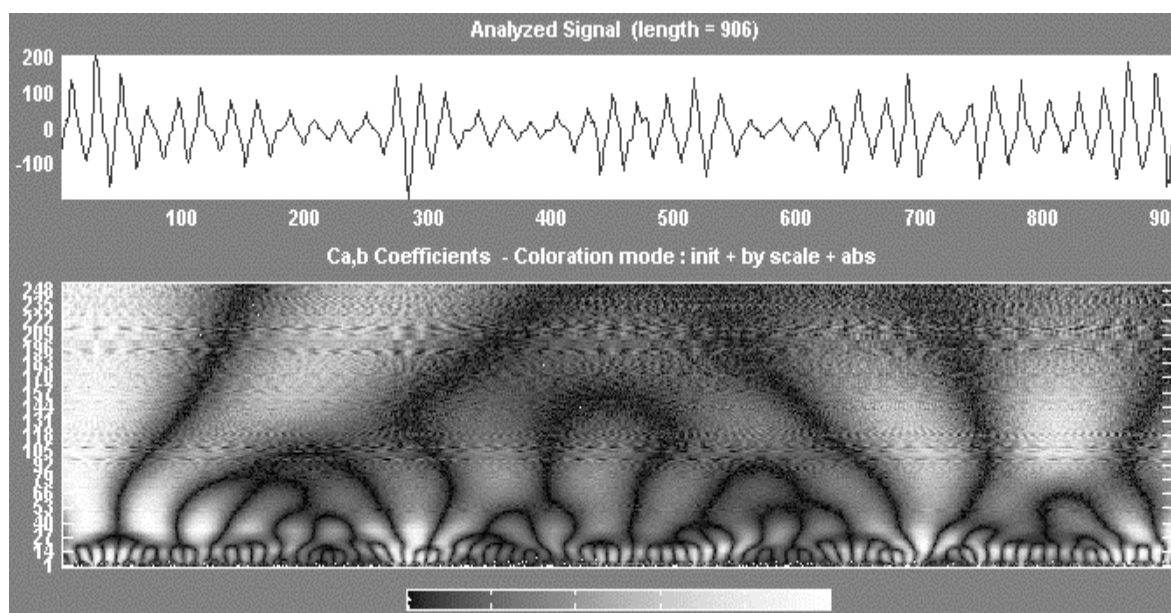


Рис. 4. Знакопеременный ряд восстановленных среднегодовых числа Вольфа W с 1090 г. и его вейвлет-преобразование.

Анализ количества полярных факелов показал, что они имеют 11-периодичность и идут в противофазе с W . Кроме 11-летнего видны периоды 21, 29 и 48 лет. Метод "Гусеница" для полярных факелов показан на рис. 5. Фигуры Лиссажу показывают, что уже первая пара главных компонент хорошо аппроксимирует исходный ряд, остальные вносят существенно меньший вклад и менее ровные. Первая пара главных компонент имеет период около 11 лет, вторая – 20-55 лет.

² Использован гауссов вейвлет, $m = 4$ (рис. 2в).

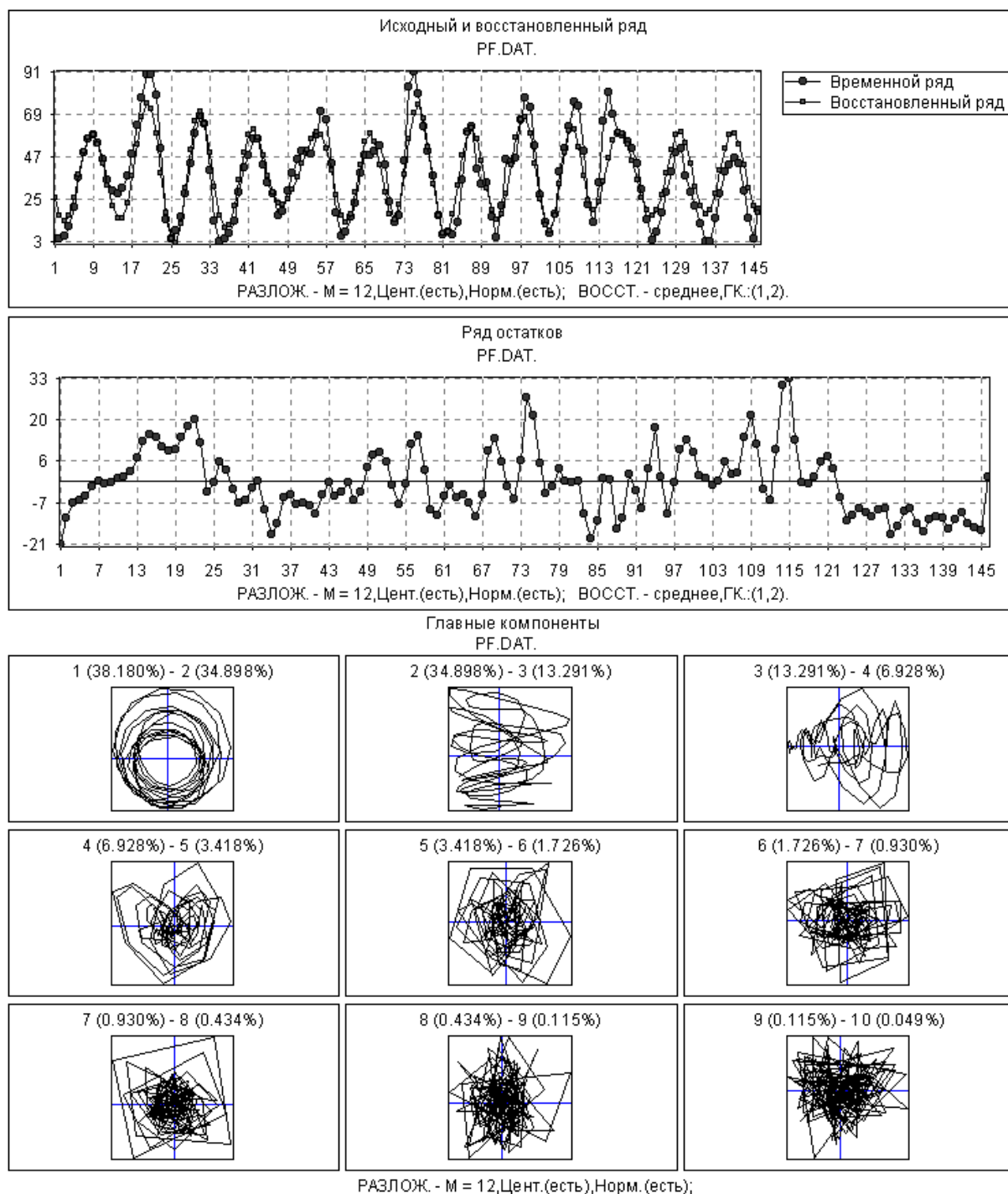


Рис. 5. Метод "Гусеница" для полярных факелов. а.) Исходный и восстановленный по первым двум компонентам ряды. б.) Ряд остатков. в.) Главные компоненты (фигуры Лиссажу).

Литература

- [1] Пудовкин М. И., Козелов В. П. и др. Физические основы прогнозирования магнитосферных возмущений. — Л.: Наука, 1977. — 312 стр.
- [2] Васильева Г.Я., Федоров П.М. Эволюция структуры межпланетной среды в пределах орбиты Марса // Известия АН СССР, сер. физ. ,т. 45 № 7, 1981.
- [3] Васильева Г. Я. К вопросу о процессах самоорганизации в солнечной системе // Труды 4-го международного симпозиума «Философия. Физика. Космос.». Болгария, 1988.

- [4] *Васильева Г. Я., Котляр Л. М., Кузнецова М. А.* Годовые и полугодовые вариации гео- и гелиоактивности как проявление межпланетного магнитного поля (ММП) на орбите Земли *Physica Solari-Terrestr.* N 17.57-70. Potsdam. 1981.
- [5] *Васильева Г. Я.* Низкочастотные вариации пятнообразовательной активности Солнца и 60-летний цикл // *Известия ГАО*, № 215. Астрофизика и физика Солнца. СПб., 2000.
- [6] *Витинский Ю. И.* Цикличность и прогнозы солнечной активности. — Л., Наука, 1973. — 200 с.
- [7] *Наговицин Ю. А.* Нелинейная математическая модель процесса солнечной цикличности и возможности для реконструкции активности в прошлом // *Письма в АЖ*, 1997, т.23, № 11.
- [8] *Наговицин Ю. А.* О наблюдательных данных для изучения долгопериодических вариаций СА // *Современные проблемы солнечной цикличности*. — СПб, 1997.
- [9] *Астафьева Н. М.* Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // *Успехи физических наук*, 1996, т. 166, № 2.
- [10] Главные компоненты временных рядов: метод “Гусеница”. Под ред. Д.Л. Данилова и А.А. Жиглявского. — СПб, 1997.
- [11] *М. М. Нестеров, В. Н. Трифанов, Черных Ю. В. и др.* Исследование проблемы обнаружения сигналов от разнородных объектов в электромагнитных полях в интересах выявления фундаментальных ограничений на основе новой концепции измерения параметров физических полей // *Отчет лаборатории ИТЭФИ о НИР*. — СПб, 1999 г.
- [12] *М. М. Нестеров, В. Н. Трифанов, Данилов В. П.* Нестандартный анализ данных с использованием самоорганизующихся технологий // *Научное приборостроение*, т. 10, № 1, 2000г. — с. 35-43.
- [13] *М. М. Нестеров, В. Н. Трифанов.* Когерентный анализ по ключу // *Научное приборостроение*, т. 10, № 1, 2000г.
- [14] *McKinnon J.* Sunspot numbers: 1610-1985 // *Report UAG-95, WDC-A for Solar-Terrestrial Physics*, 1987. — 112 pp.
- [15] *Stuiver M., Braziunas T., Becker B., Kromer B.* Climatic, solar, and geomagnetic influences on late-glacial end holocene atmospheric $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ change // *Quaternary research* 35, 1-24 (1991).