ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ДИАГНОСТИКА И ДЕФЕКТОУСТОЙЧИВОЕ УПРАВЛЕНИЕ МЕХАТРОННЫМИ СИСТЕМАМИ И РОБОТАМИ[1]

А. В. Тимофеев

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН
199178, Санкт-Петербург, 14-я линия, д. 39
<tav@iias.spb.su>

УДК 62-50
А. В.Тимофеев. **Функциональная диагностика и дефектоустойчивое управление мехатронными системами и роботами** // Труды СПИИРАН. Вып. 2, т. 1. — СПб.: СПИИРАН, 2004
Аннотация. *Предложены методы функционального диагностирования роботов и мехатронных систем на основе их прямых и обратных моделей динамики. Сформулированы критерии правильного функционирования и представлены динамические модели дефектов. Рассмотрены методы дефектоустойчивого программного, стабилизирующего и инвариантного управления программным движением и получены оценки допустимых границ (допусков) возможных дефектов. Использование этих методов в сочетании с алгоритмами идентификации с конечным временем адаптации обеспечивает высокие показатели качества и правильности функционирования роботов и мехатронных систем в широком классе возможных дефектов.* — Библ. 23 назв.

UDC 62-50
A. V. Timofeev. **Functional diagnostics and fault-stable control for mechatronic systems and robots** // SPIIRAS Proceedings. Issue 2, vol. 1. — SPb.: SPIIRAS, 2004.
Abstract. *Methods for functional diagnostics of robots and mechatronic systems on the base of their direct and inverse dynamics models have been suggested. Criteria for correct functioning have been formulated and dynamics models of faults have been presented. Methods for fault-stable programme, stabilizing and invariant control for programmed motion have been described and evaluations of permissible boundaries (tolerances) of possible faults have been obtained. Use of these methods in combination with algorithms for identification with finite time of adaptation provides high quality and correctness for functioning of robots and mechatronic systems in a wide class of possible faults.* — Bibl. 23 items.

Введение

Задачи технической диагностики играют важную роль в процессе проектирования, испытания и эксплуатации роботов и мехатронных систем (МС). Среди этих проблем большое значение имеют задачи функционального диагностирования, когда контроль и диагностика неисправностей осуществляются в реальном времени непосредственно в процессе функционирования робота и МС.

Функционирование МС и роботов в значительной степени зависит не только от возможных неисправностей (дефектов), но и от используемых алгоритмов управления [1–12]. Цель управления в таких системах заключается в построении желаемого (программного) движения и синтезе алгоритмов управления, обеспечивающих фактическое осуществление программного движения при наличии известных или неизвестных дефектов из определённого класса, заданного своими границами (допусками) [2–5].

[1] Работа выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ № 03-01-00224а и гранта РГНФ № 03-06-12019в.

Для контроля достижения этой цели необходимы функциональное диагностирование в процессе управления движением, а также, по возможности, обнаружение, локализация и компенсация неисправностей (дефектов).

Функциональная диагностика МС и роботов основывается на адекватных моделях динамики объекта управления и моделях возможных неисправностей (дефектов) в замкнутой системе. Такие модели можно построить в аналитической форме для линейных и нелинейных обратимых моделей динамики МС и роботов, описываемых дифференциальными уравнениями динамики, разрешимыми относительно управления на некотором подпространстве [4,5–11].

В статье рассматриваются методы функционального диагностирования МС и роботов и алгоритмы дефектоустойчивого управления движением, устойчивые по отношению к различным типам возможных дефектов. Даются оценки допустимых границ (допусков) различных дефектов. Предлагаемые методы основываются на прямых и обратных (на подпространстве) моделях динамики, классификации моделей дефектов и оценивании основных показателей правильного функционирования и степени неисправности. Большое внимание уделяется синтезу и анализу программного, стабилизирующего, робастного и адаптивного управления движением, обеспечивающих инвариантность переходных процессов (динамической ошибки) в различных (узких и широких) классах возможных дефектов. Показано, что использование алгоритмов идентификации неизвестных параметров МС и внешних возмущений с конечным временем адаптации [3–4,9,11,15–17] позволяет не только обнаружить и локализовать дефекты из широкого класса неопределённости, но и автоматически их компенсировать.

1. Прямые и обратные модели динамики мехатронных систем и роботов

Управляемые движения широкого класса МС и роботов, описываются дифференциальным уравнением динамики вида

$$\dot{x} = F(x,u,\xi),\ x(t_0) = x_0,\ t \in [t_0\ ,t_T\ ), \tag{1.1}$$

где x — n-мерный вектор состояний, u — m-мерный вектор управлений, ξ-p-мерный вектор варьируемых параметров МС, $\dot{x} = dx/dt,\ F$ — линейный или нелинейный оператор, удовлетворяющий условиям существования и единственности решения уравнения (1.1) при заданных u, ξ и x_o на конечном или бесконечном интервале времени $[t_o, t_T), t_o < t_T \le \infty$.

Будем считать, что уравнение динамики (1.1) разрешимо относительно управления на множестве

$$P_F(\xi) = \{(x,F(x,u,\xi)) : x \in R^n, u \in R^m\},\ \xi \in Q_\xi \subset R^p, \tag{1.2}$$

где Q_ξ — область допустимых значений варьируемых параметров ξ. Это значит, что для оператора F в уравнениях (1.1), (1.2) существует обратный оператор $U = F^{-1}$, такой, что

$$\dot{x} \equiv F(x,U(x,\dot{x},\xi),\xi),\ (x,\dot{x}) \in P_F, \xi \in Q_\xi . \tag{1.3}$$

Будем говорить, что модель динамики МС (1.1) имеет постоянную структуру на множестве варьируемых параметров Q_ξ, если для любых векторов ξ_1 и ξ_1 из Q_ξ справедливо равенство

$$P_F(\xi_1) = P_F(\xi_2), \xi_1 \in Q_\xi, \ \xi_2 \in Q_\xi. \quad (1.4)$$

Важно отметить, что для моделей динамики МС с постоянной структурой множество частных решений уравнения (1.1), т.е. класс допустимых движений МС, не зависит от конкретных значений вектора варьируемых параметров ξ из множества Q_ξ. При этом каждое решение $x(t)$, моделирующее реальное управляемое движение из заданного класса, зависит от u, ξ и x_o.

Необходимое и достаточное условие того, чтобы множество (1.2) было подпространством $2n$-мерного пространства R^{2n}, сформулировано в [5, 6]. Оно является критерием разрешимости уравнения динамики (1.1) относительно управления u на подпространстве P_F и множестве Q_ξ, т.е. критерием обратимости моделей динамики МС с постоянной структурой (1.4) на подпространстве P_F.

Модель динамики МС в форме Коши (1.1) будем называть прямой моделью динамики (ПМД). Эта модель обратима на подпространстве P_F [2–4], если уравнение (1.1) обладает свойством разрешимости (1.2), (1.3). Для обратимых ПМД множество P_F является инвариантным подпространством, т.е.

$$(x(t), \dot{x}(t)) \in P_F, \text{ если } (x(t_0), \dot{x}(t_0)) \in P_F, \ t \in [t_o, t_T).$$

Обратная модель динамики (ОМД) РМС (1.1) описывается соотношениями

$$u = U(x, \dot{x}, \xi), (x, \dot{x}) \in P_F, x(t_0) = x_0, t \in [t_0, t_T). \quad (1.5)$$

ОМД эквивалентна ПМД на инвариантном подпространстве P_F. Она позволяет по заданному программному движению $x(t) = x_p(t), t \in [t_0, t_T)$, и вектору параметров $\xi \in Q_\xi$ найти в аналитическом виде программное управление $u(t) = u_p(t)$ как решение уравнения динамики (1.1) при $x(t) = x_p(t)$.

Рассмотренные модели динамики и их свойства играют важную роль при проектировании и функциональном диагностировании МС, функционирующих в нестационарных и неопределённых условиях.

2. Множество допустимых управлений и программных движений

Допустимым управлением движением МС будем называть m-мерную векторную кусочно-непрерывную функцию, удовлетворяющую следующему ограничению на управление

$$u(t) \in Q_u, t \in [t_0, t_T), \quad (2.1)$$

где Q_u — замкнутое ограничение множество возможных значений вектора управлений. На классе (множестве) допустимых управлений (2.1) определим множество

$$H_u = \{u = u(t) \in Q_u : x(t, x_0, u, \xi) = x(t), t \in [t_0, t_T), \xi \in Q_u\} \quad (2.2)$$

Труды СПИИРАН. 2004. Вып. 2. Т. 1. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2004. Issue 2. V. 1. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

всех возможных управлений (1.6), порождающих одно и то же движение $x(t), t \in [t_0, t_T)$. Очевидно, что для обратимых ПМД множество (2.2) не пусто, т.е. $H_u \neq 0$. В общем случае множество (2.2) телесно и может состоять более, чем из одного элемента. Из ограниченности множества Q_ξ следует ограниченность множества H_u.

Цель управления движением обычно заключается в том, чтобы перевести МС (1.1) из заданного начального состояния $x_o \in Q_x$ в желаемое конечное состояние $x_T \in Q_x$ или осуществить желаемое (программное) движение $x_p(t)$ на конечном или бесконечном интервале времени $[t_0, t_T), t_0 < t_T \leq \infty$. Для достижения этой цели нужно построить программное движение и синтезировать допустимое программное управление, которые гарантируют выполнение граничных (краевых) условий вида

$$x(t_0) = x_0,\ x(t_T) = x_T. \tag{2.3}$$

Начальное состояние x_o и конечное состояние x_T МС (1.1) принадлежат заданному множеству допустимых состояний Q_x. Поэтому в общем случае граничные (краевые) условия (2.3) имеют глобальный характер, т.е. являются нелокальными. В частном случае, когда величина $\|x_o - x_T\|$ достаточно мала, граничные условия (2.3) являются локальными.

Задача программного управления движением обратимых МС при заданных краевых (граничных) условиях (2.3) распадается на две взаимосвязанные подзадачи:

1) синтез программного движения (ПД) $x_p(t), t \in [t_0, t_T)$, удовлетворяющего граничным условиям (2.3), заданным конструкционным ограничениям

$$x_p(t) \in Q_x^\varepsilon \subset Q_x, \dot{x}_p(t) \in Q_{\dot{x}}, t \in [t_0, t_T), \tag{2.4}$$

и структурному ограничению

$$(x_p(t), \dot{x}_p(t)) \in P_F, t \in [t_0, t_T); \tag{2.5}$$

2) синтез программного управления ПД $u_p(t)$, удовлетворяющего ограничению (1.6) и обеспечивающего осуществление ПД $x_p(t)$, т.е.

$$x(t, x_0, u_p, \xi) = x_p(t), t \in [t_0, t_T). \tag{2.6}$$

Здесь Q_x^ε, Q_x и $Q_{\dot{x}}$ — заданные множества в n-мерном евклидовом пространстве R^n, причём $u_p(t) \in H_u$.

Система программного управления (СПУ) движением МС (1.1) имеет двухуровневую иерархическую структуру [4]. На верхнем уровне этой системы находится программатор движений, который решает первую подзадачу, т.е. синтезирует ПД $x_p(t)$. На нижнем уровне системы находится программный регулятор, который решает вторую задачу, т.е. синтезирует программное управление $u_p(t) \in H_u$.

На вход программатора движений подаются граничные условия (2.3), а на его выходе формируется в аналитической форме ПД $x_p(t)$. На вход программного регулятора подаются синтезированные ПД $x_p(t)$, вектор параметров ξ и

Труды СПИИРАН. 2004. Вып. 2. Т. 1. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2004. Issue 2. V. 1. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

сигналы обратной связи $\hat{x}(t)$ о реальном движении $x(t)$, измеряемые датчиками измерительной (сенсорной) системы с некоторой инструментальной погрешностью

$$\Delta(t) = \hat{x}(t) - x(t) \tag{2.7}$$

На выходе программного регулятора формируются управляющие сигналы $u_p(t)$ как функция $x_p(t)$ и $\hat{x}(t)$ или $x(t)$ (при $\Delta(t) = 0$). Эти управляющие сигналы подаются на вход объекта управления и обеспечивают его программно управляемое движение.

Важно отметить, что реальное движение $x(t)$ является физическим (обычно механическим) процессом, а ПД $x_p(t)$, сигналы обратной связи с датчиков (сенсоров) $\hat{x}(t) = x(t) - \Delta(t)$ и сигналы программного управления $u_p(t)$ представляют собой информационные процессы.

Предположим, что программатор движений синтезировал некоторое ПД $x_p(t), t \in [t_0, t_T)$, удовлетворяющее ограничениям (2.4) и (2.5). Для решения этой задачи можно использовать методы и алгоритмы, описанные в [4,6]. Тогда, подставляя синтезированное $x_p(t)$ и $\dot{x}_p(t)$ в ОМД (1.5), получим следующие алгоритмы программного управления без обратной связи

$$u_p(t,\xi) = U(x_p, \dot{x}_p, \xi), t \in [t_0, t_T), \tag{2.8}$$

и с обратной связью по вектору состояний *x(t)*

$$u_p(t,x,\xi) = U(x, \dot{x}_p, \xi), t \in [t_0, t_T). \tag{2.9}$$

Подставляя управления (2.8) и (2.9) в уравнение динамики (1.1), получим, что в замкнутой МС (программатор движений + программный регулятор + сенсоры обратной связи + модель динамики) справедливо (2.6), т.е. реальное (программно управляемое) движение $x(t)$ и ПД $x_p(t)$ совпадают при условии $x_p(t_0) = x_o$, причём программные управления (2.8) и (2.9) принадлежат множеству H_u.

Программным управляемым процессом (ПУП) будем называть совокупность из пяти элементов

$$\{x_p(\cdot), u_p(\cdot), x_0, x_T, [t_0, t_T)\}. \tag{2.10}$$

В рассмотренной задаче программного управления движением ПУП является полностью заданным информационным процессом. Однако в ряде случаев некоторые компоненты ПУП могут быть неизвестными. Например, в задаче оптимального быстродействия при полной информации о ПМД (1.1) величина t_T не задана, а величина $T = t_T - t_0$ является минимизируемым функционалом. При управлении в условиях неопределённости (например, при неизвестном векторе параметров ξ) программное управление $u_p(\cdot)$ также не является заданным.

3. Проблемы функциональной диагностики и классификация возможных дефектов

Труды СПИИРАН. 2004. Вып. 2. Т. 1. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2004. Issue 2. V. 1. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

В реальных условиях управляемая МС (1.1) подвергается воздействию разных возмущений. Вследствие этого основная (идеальная) цель программного управления, заключающаяся в точном осуществлении ПД $x_p(t)$ на всём интервале движения $[t_0, t_T)$, может не достигаться. Это означает, что при наличии возмущений среди допустимых управлений (2.1) не существует алгоритма программного управления, обеспечивающего точное осуществление ПД согласно (2.6). Поскольку причиной этого являются разного рода возмущения, возникающие в программно управляемой МС, будем называть их дефектами в замкнутой системе.

Дефекты присущи любой замкнутой МС [1,2]. Поэтому идеальную цель управления движением, которая может быть принципиально не достижимой при наличии дефектов, заменяют на более слабое целевое неравенство вида

$$\|E(t)\| \le \varepsilon, t \in [t_0, t_T), \tag{3.1}$$

где $E(t) = x(t, x_0, u, \xi) - x_p(t)$ — динамическая ошибка или переходной процесс (ПП), а параметр $\varepsilon > 0$ определяет требуемую точность осуществления ПД.

В случае значительных дефектов (например, при начальных возмущениях $E(t_0)$, таких, что $\|E(t_0)\| > \varepsilon$) целевое неравенство может выполняться при определённом (например, стабилизирующем) управлении только при $t \ge t_p > t_0$, где t_p — момент окончания ПП, начиная с которого управляемое реальное движение $x(t) = x(t, x_0, u, \xi)$ ДС (1.1) оказывается и остаётся в ε-окрестности ПД $x_p(t) = x(t, x_0, u, \xi)$, $t \in [t_0, t_T)$.

В теории автоматического управления и стабилизации ПД величина $T_p \equiv t_p - t_0 \le t_T - t_0$ называется временем затухания ПП. При этом считается, что замкнутая МС нормально функционирует на всём интервале движения $[t_0, t_T)$, хотя её правильное функционирование, т.е. постоянное выполнение целевого неравенства (3.1), может наступить только через время $T_p = t_p - t_0$. В задачах функциональной диагностики принято считать, что нарушение целевого неравенства (3.1) говорит о неисправности или неправильности функционирования управляемой МС при заданном управлении. Причинами неисправности замкнутой МС являются разного рода дефекты, выходящие за допустимые пределы (допуски) [1,12]. Влияние этих дефектов на работоспособность и правильное функционирование замкнутой МС можно уменьшить с помощью управления. Будем называть такое управление дефектоустойчивым.

Общий контроль правильности функционирования замкнутой МС при наличии дефектов (возмущений) сводится к проверке целевых неравенств (3.1) для всего множества (класса) возможных ПД и управляемых (реальных) движений. В процессе такого контроля можно определить условия правильного функционирования, т.е. класс допустимых дефектов, при которых не нарушаются целевые неравенства для всех возможных ПД. Полное решение этих задач очень трудоёмко и не всегда возможно. Ещё более сложной задачей может оказаться определение (диагностика) конкретной причины неисправности, т.е. распознавание типа дефекта и его локализация.

Поэтому вместо общего контроля условий правильного функционирования и анализа причин неисправности замкнутой МС как объекта диагностирования целесообразно осуществлять оперативный контроль правильности функциони-

Труды СПИИРАН. 2004. Вып. 2. Т. 1. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2004. Issue 2. V. 1. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

рования в реальном времени для заданного ПД $x_p(t)$ и синтезированного программного управления $u_p(t)$. При этом наличие недопустимого дефекта легко обнаружить в тот момент времени, когда нарушится целевое неравенство (3.1) или связанные с ним вспомогательные неравенства, названные в [3,4] эстиматорными неравенствами.

Фиксация этого момента свидетельствует о том, что диагностируемая управляемая МС перешла в неисправное (с точки зрения цели управления) состояние при заданном ПД и алгоритме программного управления. С этого момента может быть начат поиск недопустимого дефекта и его локализации.

Критерием обнаружения неправильного функционирования или неисправности в замкнутой автоматической МС может служить диагностический предикат вида

$$d_p(E(t)) = \begin{cases} 1, \text{ если } \|E(t)\| > \varepsilon, \\ 0, \text{ если } \|E(t)\| \le \varepsilon, \end{cases} \tag{3.2}$$

заданный на ПП в замкнутой программно управляемой МС. Этот предикат разбивает в пространстве основных диагностических признаков $x_1, x_2, \ldots x_n$ множество допустимых состояний управляемой МС как объекта диагностирования на два класса:

- Ω_1 — множество неисправных состояний (при $d_p(E(t)) = 1$),
- Ω_2 — множество исправных состояний (при $d_p(E(t)) = 0$).

Определение этих состояний и их принадлежности множеством (классам) Ω_1 или Ω_2 осуществляется путём проверки в реальном времени критерия обнаружения неисправности (3.2) и фиксации моментов времени $t_1, t_2, \ldots,$ в которые нарушаются целевое неравенство (3.1). Для распознавания (диагностики) типа дефекта, вызвавшего неисправное состояние, необходимо определить или измерить дополнительное диагностические признаки и синтезировать диагностические правила (функции), принимающие на неисправных состояниях $x(t_1), x(t_2), \ldots,$ значения, соответствующие типу (идентификатору) дефекта.

Априорную классификацию дефектов можно провести по типу возмущений, действующих в управляемой МС как объекте диагностирования. Например, начальные возмущения $E(t_0) = \hat{x}(t_0) - x_p(t_0) \ne 0$ могут быть вызваны фактическим отклонением реального начального состояния $x(t_0)$ МС (1.1) от программного начального состояния $x_p(t_0)$ или измерительными погрешностями (2.7) в начальный момент времени $t = t_0$. Будем называть эти возмущения начальными дефектами. Они имеют сигнальный характер.

Начальные дефекты обычно известны и ограничены. Поэтому будем считать, что они удовлетворяют неравенству

$$\|E(t_0)\| \le c_0, \tag{3.3}$$

где $c_0 > 0$ — параметр, определяющий класс возможных начальных дефектов.

При наличии начальных дефектов правильность функционирования управляемой МС в значительной степени зависит от используемого алгоритма программного или стабилизирующего управления. Так, например, при использовании алгоритмов программного управления (2.8) или (2.9) получим соответственно следующие оценки ПП

Труды СПИИРАН. 2004. Вып. 2. Т. 1. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2004. Issue 2. V. 1. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

$$\|E(t)\| \le \|E(t_0)\| + \int_{t_0}^{t} \| \,[F(x,U(x_p,\dot{x}_p,\xi),\xi) - F(x_p,U(x_p,\dot{x}_p,\xi),\xi)]\, \| \, d\tau , \tag{3.4}$$

$$\|E(t)\| \le \|E(t_0)\| \le c_0, t \in [t,t). \tag{3.5}$$

Из этих оценок следует, что правильность функционирования МС (1.1) под управлением (2.9) с обратной связью по вектору состояний $x(t)$ обеспечивается только при $c_0 \le \varepsilon$, т.е. при достаточно малых начальных дефектах. В то же время МС (1.1) с алгоритмом программного управления (2.8) без обратной связи может быстро перейти в неисправное состояние и оставаться в нём даже при условии $c_0 \le \varepsilon$. В этом случае при управлении (2.9) $d_p(E(t_1)) = 0,$ а при управлении (2.8) фиксация первого момента времени $t_1 > t_0$, при котором $d_p(E(t_1)) = 1,$ свидетельствует о неправильном функционировании замкнутой МС, начиная с момента времени $t \ge t_1$ вследствие незначительных начальных дефектов и несовершенства программного управления без обратной связи.

На практике часто вектор параметров ξ МС не только не известен, но и может изменяться непредсказуемым образом в пределах заданного множества варьируемых параметров Q_ξ, называемого классом параметрической неопределённости. В этом случае алгоритмы (2.8) и (2.9), зависящие от неизвестных параметров ξ, не могут непосредственно использоваться для вычисления программного управления. Однако можно подставить в алгоритмы управления (2.8) или (2.9) вместо неизвестного вектора параметров ξ его “правдоподобную” оценку $\hat{\xi} \in Q_\xi$. При этом ПУП (2.10) и замкнутая МС как объект диагностирования будут зависеть от неизвестных параметрических возмущений

$$\omega = \xi - \hat{\xi}, \ \|\omega\| \le c_\omega \le diam(Q_\xi), \tag{3.6}$$

где $c_\omega > 0$ — параметр, определяющий класс (границы) возможных параметрических возмущений.

Будем называть возмущения (3.6) параметрическими дефектами. Эти дефекты имеют параметрический характер.

Предположим, что оператор F в (1.1) линеен по вектору параметров ξ, т.е. справедливы соотношения

$$\dot{x} = F(x,u,\xi) = G(x,u)\xi \tag{3.7}$$

где $G(x,u)$ — некоторая матрица-функция размерности $n \times p$. Уравнения ПП при использовании алгоритмов управления (2.8) и (2.9) с оценками $\xi = \hat{\xi}$ выразятся через параметрические возмущения следующим образом

$$\dot{E} = G(x,U(x_p,\dot{x}_p,\hat{\xi}))\omega - G(x_p,U(x_p,\dot{x}_p,\hat{\xi}))\hat{\xi} + G(x,U(x,\dot{x}_p,\hat{\xi}))\xi, \ E(t_0) = E_0, \tag{3.8}$$

и

$$\dot{E} = G(x,U(x \ ,\dot{x}_p,\hat{\xi}))\omega, \ E(t_0) = E_0, t \in [t_0,t_T). \tag{3.9}$$

Из уравнений (3.8),(3.9) следует, что уровень динамической ошибки $\|E(t)\|$ будет возрастать с течением времени даже при отсутствии начальных дефектов, т.е. при всех $E(t_0) = 0$. В этом случае целевое неравенство (3.1) нарушится под действием параметрических дефектов (3.6).

Для обеспечения правильного функционирования управляемой МС при наличии параметрических дефектов (3.6) можно использовать методы робастного или адаптивного управления. Некоторые из этих методов (см. например, [3-9]) гарантируют затухание ПП и выполнение целевого неравенства (3.1) при $t \geq t_p \geq t_0$ в заданном классе неизвестных параметрических дефектов Q_ξ, характеризующемся параметром c_ω в (3.6).

В реальных условиях эксплуатации обычно на управляемую АС (1.1) постоянно действуют неизвестные (неконтролируемые) внешние возмущения $\pi(t), t \in [t_0 \geq t_T)$. В этом случае ПМД и ОМД будут зависеть от внешних возмущений следующим образом

$$\dot{x} = F(x,u,\xi) + \pi,\ x(t_0) = x_0,\ t \in [t_0, t_T), \tag{3.10}$$

$$u = U(x, \dot{x} - \pi, \xi), (x, \dot{x} - \pi) \in P_F,\ x(t_0) = x_0,\ t \in [t_0, t_T). \tag{3.11}$$

Внешние возмущения в МС (3.10) всегда ограничены и удовлетворяют следующим ограничениям

$$\|\pi(t)\| \leq c_\pi,\ (0,\pi) \in P_F, t \in [t_0, t_T), \tag{3.12}$$

причём второе ограничение имеет структурный характер и обусловлено линейностью подпространства P_F.

Подставим программное управление (2.9) с обратной связью по $x(t)$ в ПМД (3.10). Тогда получим следующее уравнение ПП

$$\dot{E} = \pi(t), E(t_0) = E_0,\ t \in [t_0, t_T), \tag{3.13}$$

откуда с учётом (3.3) и (3.12) следует, что

$$\|E(t)\| = \|E(t_0)\| + \int_{t_0}^{t} \|\pi(\tau)\| d\tau \leq c_0 + c_\pi (t - t_0), t \in [t_0, t_T). \tag{3.14}$$

Полученная оценка (3.14) означает, что программное управление (2.9) с обратной связью приводит к неправильному функционированию (неисправности), т.е. к нарушению (3.1), даже если $E(t_0) = 0$ и вектор параметров ξ известен, т.е. при отсутствии начальных и параметрических дефектов. Причиной этого являются постоянно действующие внешние возмущения $\pi(t)$.

Будем называть эти возмущения в (3.10) внешними дефектами. Эти дефекты имеют сигнальный характер и могут изменяться в заданном классе неопределённости (3.12), характеризующемся параметром c_π.

В ряде случаев использование обратной связи по вектору состояний $x(t)$ или динамической ошибке $E(t)$ позволяет улучшить качество и дефектоустойчивость программного управления, что приводит к повышению правильности и надёжности функционирования замкнутой МС. Однако сигналы обратной связи формируются датчиками (сенсорами) измерительной системы, которым присущи ограниченные инструментальные погрешности (2.7).

Будем называть инструментальные погрешности (2.7) измерительными дефектами. Дефекты (3.15) имеют сигнальный характер и всегда ограничены, так что

$$\|\Delta(t)\| \leq c_\Delta,\ t \in [t_0, t_T), \tag{3.15}$$

где c_Δ — параметр, определяющий класс (границы) возможных инструментальных дефектов. Эти дефекты обычно неизвестны и могут порождать неис-

Труды СПИИРАН. 2004. Вып. 2. Т. 1. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2004. Issue 2. V. 1. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

правности диагностируемой МС, замкнутой программным управлением с обратной связью по измеряемому вектору состояний
$\hat{x}(t) = x(t) - \Delta(t)$.

Таким образом, рассмотренные выше начальные, параметрические, внешние и измерительные дефекты программно управляемых МС представляют собой отклонение соответствующих величин от своих номинальных (правильных, истинных) значений. Эти дефекты могут быть неизвестны, но их величины во всяком случае принадлежат заданным классам (множествам) возможных дефектов, границы (допуски) которых определяются параметрами c_0, c_ω, c_π и c_Δ соответственно. Другой достоверной информации о дефектах управляемых МС обычно не имеется.

4. Абсолютные и относительные показатели неисправности мехатронных систем

Диагностируемая модель представляет собой модель реального движения МС под действием синтезированного программного или стабилизирующего управления и различных классов возможных дефектов. Эти дефекты существенно влияют на качество управления, надёжность и работоспособность замкнутой МС, включающей в себя объект управления, программатор движений, регулятор ПП и измерительную (сенсорную) систему. Модели возможных дефектов описываются соотношениями (3.3), (3.6), (3.12) и (3.15).

На основе диагностируемой модели можно исследовать и сравнить различные алгоритмы программного или стабилизирующего управления, а также сформулировать критерии их дефектоустойчивости для разных типов и классов дефектов. Важное значение при этом имеют определение времени правильного функционирования и степени неисправности, а также их оценки.

Для оценивания общего времени неправильного функционирования (неисправности) замкнутой МС на интервале $[t_0, t_T)$ управляемого движения рассмотрим подмножество

$$\Omega_\varepsilon = \{t : \|E(t)\| > \varepsilon,\ t \in [t_0, t_T)\}. \tag{4.1}$$

Подмножество (4.1) конструируется на основе постоянной проверки целевого неравенства (3.1) на заданном (конечном или бесконечном) интервале времени $[t_0, t_T\}$.

Определим показатель неправильности функционирования (неисправности) замкнутой управляемой МС как лебегову меру подмножества (4.1), т.е.

$$w_\varepsilon = mes\ \Omega_\varepsilon\ . \tag{4.2}$$

По существу этот показатель характеризует общее время неправильного функционирования замкнутой управляемой МС при заданной точности ε осуществления ПД. Формальное определение показателя (4.2) вполне аналогично определению времени адаптации в теории адаптивного управления, впервые предложенному в работах [3,4]. Очевидно, что показатель (4.2) удовлетворяет двухсторонним оценкам

$$0 \le w_\varepsilon \le t_T - t_0 \equiv T\ . \tag{4.3}$$

В предельном случае, когда $D_\varepsilon = 0$, замкнутая МС работает правильно на всём интервале движения, так как при этом целевое неравенство (3.1) всё время выполнено. В этом случае диагностический предикат

Труды СПИИРАН. 2004. Вып. 2. Т. 1. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2004. Issue 2. V. 1. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

$d(E(t))=0,\ t\in[t_0\ ,t_T\ ),$ все состояния $x(t)$ исправны, т.е. $x(t)\in\Omega_2$, а траектория управляемого движения $x(t)$ находится в ε-окрестности ПД $x_p(t)$ даже при наличии незначительных дефектов.

В другом предельном случае, когда $w_\varepsilon=T$, целевое неравенство (3.1) всё время нарушено и, следовательно, замкнутая МС является неисправной при всех $t\in[t_0\ ,t_T\ )$. В этом случае диагностический предикат $d(E(t))=1,\ t\in[t_0\ ,t_T\ ),$ все состояния $x(t)$ неисправны, т.е. $x(t)\in\Omega_1$, и цель управления (3.1) вообще не достигается вследствие того, что влияние дефектов значительно.

Степень неисправности замкнутой МС на заданном интервале времени $[t_0\ ,t_T\ )$ определим как относительную величину

$$D_\varepsilon=\frac{w_\varepsilon}{T}\ , \tag{4.4}$$

удовлетворяющую двухсторонним оценкам вида

$$0\le w_\varepsilon\le 1. \tag{4.5}$$

Тогда, очевидно, что при $D_\varepsilon=0$, замкнутая МС полностью исправна, а при $D_\varepsilon=1$ она полностью неисправна.

Если время затухания ПП $T_p=t_p-t_0$, в замкнутой МС удовлетворяет двухсторонним оценкам вида

$$T^-\le T_p\le T^+\ , \tag{4.6}$$

то для времени неправильного функционирования w_ε и степени неисправности D_ε справедливы следующие верхние и нижние оценки

$$T^-\le w_\varepsilon\le T^+\ ,\quad \frac{T^-}{T}\le D_\varepsilon\le\frac{T^+}{T}\ . \tag{4.6}$$

Общее время правильного функционирования (без неисправностей) замкнутой АС определяется по формуле

$$r_\varepsilon=T-w_\varepsilon \tag{4.7}$$

и удовлетворяет двухсторонним оценкам

$$0\le r_\varepsilon\le T\ . \tag{4.8}$$

Время неправильного функционирования (4.2) и степень неисправности (4.4) замкнутой МС в значительной степени зависят от синтезированного управления, типа дефектов и допусков, определяющих классы (множества) возможных дефектов.

Для увеличения времени правильного функционирования r_ε и уменьшения степени неисправности D_ε необходимо синтезировать дефектоустойчивые алгоритмы управления ПД. Будем называть эту задачу синтезом дефектоустойчивого управления.

С другой стороны, если алгоритм управления ПД уже задан, важно оценить его устойчивость к разного рода дефектам и определить допустимые границы (допуски) изменения этих дефектов с точки зрения достижения цели управления (3.1). Будем называть эту задачу анализом дефектоустойчивого управления.

Труды СПИИРАН. 2004. Вып. 2. Т. 1. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2004. Issue 2. V. 1. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

5. Анализ устойчивости к начальным дефектам программно-управляемых мехатронных систем

Рассмотрим ПМД (1.1) и предположим, что заранее задано некоторое ПД $x_p(t), t \in [t_0, t_T)$. По этому ПД синтезируем алгоритмы программного управления вида (2.8) и (2.9) и подставим их в уравнение динамики (1.1).

В общем случае $x_p(t_0) \neq x_0$. Поэтому в замкнутой МС возникнут начальные дефекты $E(t_0) \neq 0$, ограниченные неравенством (3.3). Зависимость ПП в замкнутой МС (1.1), (2.8) или (2.9) от этих дефектов $E(t_0)$ определяется соотношениями (3.4) или (3.5). Из этих соотношений следует, что даже при достаточно малых начальных дефектах, когда $c_0 \leq \varepsilon$, диагностируемая МС с алгоритмом управления (2.8) без обратной связи будет неисправной ввиду нарушения целевого неравенства (3.1), а МС с алгоритмом управления (2.9) с обратной связью будет правильно функционировать на всём интервале движения $[t_0, t_T)$.

Таким образом, программное управление (2.8) без обратной связи не является дефектоустойчивым, а управление (2.9) с обратной связью по $x(t)$ является дефектоустойчивым по отношению к достаточно малым начальным дефектам из класса (3.3) с $c_0 \leq \varepsilon$. Однако в этом случае имеет место дефектоустойчивость “в малом”, т.е. в узком классе начальных дефектов (3.3), где $c_0 \leq \varepsilon$.

Для расширения допустимых границ (допусков) класса начальных дефектов рассмотрим стабилизирующее уравнение ПД вида [3,4]

$$u_p(t, x, \Gamma, \xi) = U(x_p, \dot{x}_p + \Gamma E, \xi), \ t \in [t_0, t_T), \tag{5.1}$$

где Γ — устойчивая (гурвицева) $n \times n$ — матрица коэффициентов усиления в каналах обратной связи по E с собственными числами $\lambda_i(\Gamma)$, удовлетворяющая соотношениям

$$\lambda_i(\Gamma) < 0, j = 1,...,n, (E, \Gamma E) \in P_F. \tag{5.2}$$

Подставляя (5.1) в (1.1), получим в замкнутой МС следующие ПП

$$E(t) = e^{\Gamma(t-t_0)} E(t_0), t \in [t_0, t_T), \tag{5.3}$$

откуда

$$\|E(t)\| \leq c_\Gamma e^{-\gamma(t-t_0)} \ \|E(t_0)\| \leq c_\Gamma e^{-\gamma(t-t_0)} c_0 \tag{5.4}$$

где $c_\Gamma > 0$ — параметр, зависящий только от Γ, а $\gamma = -\max \lambda_i(\Gamma)$. Из (5.4) следует, что при большом уровне начальных дефектов, когда: $c_0 c_\Gamma >> \varepsilon$ правильное функционирование МС, замкнутой стабилизирующим управлением (5.1), возможно только через конечное время ПП

$$T_p \leq \frac{1}{\gamma} \ln \frac{c_0 c_\Gamma}{\varepsilon} \equiv T_p^+. \tag{5.5}$$

Соотношение (5.5) показывает, что для времени неправильного функционирования и степени неисправности МС, справедливы оценки

$$0 \leq w_\varepsilon \leq T_p^+, \ 0 \leq D_\varepsilon \leq \frac{T_p^+}{T}, \tag{5.6}$$

причём значения этих показателей увеличиваются при уменьшении параметров ε и λ. С увеличением λ величины T_P и w_ε уменьшаются пропорционально $\frac{1}{\gamma}$.

Однако при этом следует учитывать возможный рост величины c_Γ, который сказывается на увеличении T_P и w_ε с коэффициентом пропорциональности $\ln c_\Gamma + \ln \frac{c_0}{\varepsilon}$. Поэтому, если матрица коэффициентов усиления Γ в управлении (5.1) имеет заранее фиксированные собственные числа $\lambda_i(\Gamma)$, удовлетворяющие условиям (5.2), то показатели T_P и w_ε можно минимизировать, что приведёт к уменьшению времени неисправной работы w_ε и степени неисправности D_ε.

Заметим, что величина $c_\Gamma \|E(t_0)\| \le c_\Gamma c_0$ определяет верхнюю границу возможного отклонения реального движения $x(t)$ и ПД $x_p(t)$ на начальной стадии управляемого движения МС (1.1). С точки зрения дефектоустойчивости к начальным условиям (3.3) нужно сделать эту величину как можно меньшей. Однако одновременная минимизация показателей T_P и $c_\Gamma \|E(t_0)\|$ невозможна. Поэтому нужно сконструировать некоторый интегральный показатель качества как функцию этих показателей и затем его минимизировать.

Радикальным способом компенсации начальных дефектов (3.3) при $c_0 > \varepsilon$ за счёт синтеза правильного (дефектоустойчивого) программного управления является метод параметрического синтеза и оптимизации ПД, предложенный в [4,6]. Согласно этому методу ПД строится с учётом граничных условий (2.3) в аналитическом виде

$$x_p(t, x_0, x_T, \beta) = a_0(t) + \sum_{j=1}^{N} \beta_j a_j(t),\ t \in [t_0, t_T). \tag{5.7}$$

Здесь $a_i(t),\ i = 0,1,\ldots,N,$ — n-мерные линейно независимые базисные вектор-функции, такие, что

$$a_0(t_0) = x_0, a_0(t_T) = x_T,\ a_j(t_0) = a_j(t_T) = 0,\ (a_i(t), \dot{a}_i(t)) \in P_F\ , \tag{5.8}$$

$\beta = \left|\beta_j\right|_{j=1}^{N}$ — вектор настраиваемых (искомых) параметров ПД, являющийся решением системы неравенств, получаемых из ограничений (2.4) после подстановки в них параметризованного ПД (5.7). Примеры конструирования базисных функций, удовлетворяющих условиям (5.8), и конечно сходящиеся алгоритмы решения неравенств-ограничений (2.4), где $x_p(t) = x_p(t, x_0, x_T, \beta)$ определяющие искомый вектор параметров β ПД (5.7), предложены и теоретически обоснованы в работах [4,6,15,16].

Пусть ПД вида (5.7), (5.8) построено. Тогда в силу требования (5.8) оно автоматически удовлетворяет граничным условиям (2.3) при любом выборе вектора параметров γ. Использование синтезированного ПД (5.7) в алгоритмах программного управления (2.8), (2.9) или стабилизирующего управления ПД (5.1) приводит к полной компенсации начальных дефектов (3.3), так как $x_p(t, x_0, x_T, \beta) = x_0$.

Из оценок ПП (3.4), (3.5) и (4.4), соответствующих управлениям (2.8), (2.9) и (5.1), следует выполнение целевого неравенства (3.1). Поэтому в этих случаях получим в замкнутой МС следующие значения диагностических показателей

$$w_{\varepsilon} = 0, \ D_{\varepsilon} = 0 \tag{5.9}$$

что означает полную исправность и работоспособность МС (1.1), замкнутой алгоритмами управления (2.8), (2.9) или (5.1) с любым ПД из параметризованного класса (5.7), (5.8), удовлетворяющего ограничениям (2.4).

6. Анализ устойчивости к параметрическим дефектам адаптивно управляемых мехатронных систем

На практике часто вектор параметров ξ МС (1.1) неизвестен. Поэтому в алгоритмах управления ПД (2.8), (2.9) или (5.1) приходится использовать оценки $\hat{\xi}$ вектора ξ. Вследствие этого в замкнутой МС возникают параметрические дефекты (3.6).

Исследуем влияние этих дефектов на ПП при использовании программного управления (2.9) с обратной связью по $x(t)$ и параметризованным ПД вида (5.7),(5.8). Из уравнения ПП (3.9) в замкнутой МС следует, что

$$\|E(t)\| \le c_{\omega} \int_{t_0}^{t} \| \ G(x, U(x, \dot{x}_p, \hat{\xi}) \ \| d\tau \le c_{\omega} c_G (t - t_0), \ t \in [t_0, t_T), \tag{6.1}$$

где $c_G = sup\|G(x,u)\|$. В этом случае время неправильного функционирования w_{ε} и степень неисправности D_{ε} удовлетворяют оценкам

$$\frac{\varepsilon}{c_{\omega} c_G} \le w_{\varepsilon} \le T \ , \ \frac{\varepsilon}{c_{\omega} c_G} \le D_{\varepsilon} \le 1. \tag{6.2}$$

Отсюда следует, что программное управление (2.9) обеспечивает правильность функционирования замкнутой МС (1.1) только на коротком начальном интервале времени $[t_0, t_1)$ в очень узком классе параметрических дефектов (3.6) с допуском

$$c_{\omega} \le \frac{\varepsilon}{c_G (t_1 - t_0)}. \tag{6.3}$$

Для расширения этого класса рассмотрим алгоритм стабилизирующего управления ПД (5.1), (5.2), (5.7). В этом случае для ПП в замкнутой МС справедлива оценка [3,4]

$$\|E(t)\| \le c_{\omega} \int_{t_0}^{t} \| \ e^{\Gamma(t-\tau)} \ \left\| G(x, U(x, \dot{x}_p + \Gamma E, \hat{\xi}) \right\| d\tau \le \frac{c_{\Gamma} c_{\omega} c_G}{\gamma}. \tag{6.4}$$

Из соотношений (6.4) следует, что правильность функционирования замкнутой МС на всём интервале движения $[t_0, t_T)$, т.е. $w_{\varepsilon} = 0, D_{\varepsilon} = 0$, достигается только в достаточно узком классе параметрических дефектов (3.6) с допуском

$$c_{\omega} \le \frac{\varepsilon \gamma}{c_{\Gamma} c_G} \ . \tag{6.5}$$

Однако этот класс шире, чем класс с допуском (6.3), причём его границы могут быть расширены за счёт увеличения γ.

Дефектоустойчивость стабилизирующего управления (5.1), (5.2) ПД (5.7) значительно больше, чем у программного управления (2.8) или (2.9). При этом

Труды СПИИРАН. 2004. Вып. 2. Т. 1. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2004. Issue 2. V. 1. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

стабилизирующее управление ПД обеспечивает правильность функционирования замкнутой МС не на коротком, а на всём интервале времени $[t_0, t_T)$ в классе параметрических дефектов с допуском (6.5). Это факт является следствием робастности стабилизирующего управления (5.1), (5.2) ПД (5.7) по отношению к произвольным, но ограниченным начальным и параметрическим возмущениям (3.3), (3.6), (6.5), [4,13–15].

Возникает естественный вопрос: можно ли синтезировать управление ПД так, чтобы обеспечить правильность функционирования замкнутой МС на всём интервале движения $[t_0, t_T)$ в широком классе неизвестных параметрических дефектов (3.6) с максимально возможным допуском c_ω, равным диаметру класса неопределённости параметров Q_ξ? Оказывается, что искомое дефектоустойчивое управление существует, причём его можно синтезировать с помощью методов адаптивного управления ПД обратимыми МС, предложенных в работах [3–9, 15–17].

7. Синтез и анализ инвариантных мехатронных систем, устойчивых к внешним дефектам

Рассмотрим задачи функциональной диагностики и синтеза дефектоустойчивого управления движением для “возмущенных” МС (2.10), инвариантных к постоянно действующим неконтролируемым внешним возмущениям $\pi(t)$ из класса дефектов (3.12). Прежде всего заметим, что использование программного управления (2.9) с обратной связью по $x(t)$ приводит к тому, что ПП в замкнутой МС (3.10), (2.9) удовлетворяют оценке (3.14). Из этой оценки следует, что даже при подстановке в (2.9) ПД (5.7), компенсирующего влияние любых начальных дефектов (3.3), правильность функционирования замкнутой МС будет обеспечена только на ограниченном начальном интервале времени $[t_0, t_1)$, причём

$$T_1 \equiv t_1 - t_0 \le \frac{\varepsilon}{c_\pi},\ w_\varepsilon \le \frac{\varepsilon}{c_\pi}, D_\varepsilon \le \frac{\varepsilon}{c_\pi T}. \qquad (7.1)$$

Из оценок (7.1) следует, что управление (2.9) ПД (5.7) обеспечивает правильное функционирование замкнутой МС в течение времени $T_1 = t_1 - t_0 \le T$ только в очень узком классе внешних дефектов (3.12) с допуском

$$c_\pi \le \frac{\varepsilon}{T_1} \le \frac{\varepsilon}{T}. \qquad (7.2)$$

Таким образом, программное управление с обратной связью по $x(t)$ и ПД (2.9), (5.7) является устойчивым по отношению к внешним дефектам (3.12), (7.2) “в малом”, обеспечивая устойчивость к любым начальным возмущениям (3.3) с $c_0 \le diam Q_x$.

Для расширения класса внешних дефектов (3.12) синтезируем управление ПД (5.7) в виде (5.1), (5.2). Тогда ПП в замкнутой ДС (3.10),(5.1), (5.2), (5.7) удовлетворяют оценке [13–14]

Труды СПИИРАН. 2004. Вып. 2. Т. 1. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2004. Issue 2. V. 1. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

$$\|E(t)\| \le c_\pi \int_{t_0}^{t} \|e^{\Gamma(t-\tau)}\| d\tau \le \frac{c_\Gamma c_\pi}{\gamma}(1-e^{-\gamma(t-t_0)}), t \in [t_0, t_T). \tag{7.3}$$

Как видно из оценки (7.3), предельная точность ε осуществления ПД (5.7) на всём интервале $[t_0, t_T)$ ограничена допуском c_ω на неизвестные внешние дефекты (3.12) и определяется неравенством

$$\varepsilon \ge \frac{c_\Gamma c_\pi}{\gamma}. \tag{7.4}$$

Следовательно, синтезированное стабилизирующее управление ПД (5.7) является робастным и обеспечивает ε-инвариантность в замкнутой МС в узком классе внешних дефектов (3.12) с допуском

$$c_\pi \le \frac{\varepsilon\gamma}{c_\Gamma(1-e^{-\gamma(t_1-t_0)})} \le \frac{\varepsilon\gamma}{c_\Gamma}. \tag{7.5}$$

Предположим, что внешние дефекты зависят от E(t) так, что

$$\|\pi(E,t)\| \le \alpha\|E(t)\|, t \in [t_0, t_T). \tag{7.6}$$

Тогда при использовании стабилизирующего управления (5.1), (5.2) произвольным ПД $x_p(t)$ получим следующую оценку ПП в замкнутой МС

$$\|E(t)\| \le c_\Gamma e^{-\gamma(t-t_0)}\|E(t_0)\| + c_\Gamma\alpha\int_{t_0}^{t} e^{-\gamma(t-\tau)}\|E(t)\|d\tau \le c_\Gamma e^{(c_\Gamma\alpha-\gamma)(t-t_0)}\|E(t_0)\|, t \in [t_0, t_T). \tag{7.7}$$

При $\gamma - c_\Gamma\ \alpha > 0$ ПД $x_p(t)$ в замкнутой МС (3.10), (5.1), (5.2) будет экспоненциально устойчивым по отношению к начальным дефектам (3.3) с допуском $c_0 \le \frac{\varepsilon}{c_\Gamma}$ и к внешним дефектам (3.12) с допуском (7.6)

Чтобы компенсировать влияние начальных дефектов $E(t_0)$, построим ПД в виде (5.7) и подставим его в стабилизирующее управление (5.1). Тогда согласно оценке (7.7) будет обеспечено не только выполнение целевого неравенства (3.1), но и достижение основной (идеальной) цели управления (2.6). Такое совпадение реального движения $x(t)$ и ПД (5.7) при всех $t \in [t_0, t_T)$ означает полную (абсолютную) инвариантность замкнутой МС по отношению к неизвестным внешним дефектам из класса (7.6). При этом гарантируется правильное функционирование замкнутой МС с наилучшими показателями $w_\varepsilon = 0$ и $D_\varepsilon = 0$.

Заключение

Полученные теоретические результаты относятся к широкому классу МС и роботов с обратимыми моделями динамики. Некоторые практические результаты по диагностике роботов описаны, например, в [21–23].

Наряду с рассмотренными методами функционального диагностирования, алгоритмами дефектоустойчивого управления и идентификации параметрических и внешних дефектов и оценками времени правильного функционирования, степени неисправности управляемых МС и роботов и допустимых границ (допусков) для разных классов дефектов, важное значение имеют методы контроля и диагностики неисправностей. Эти методы основываются на использовании

Труды СПИИРАН. 2004. Вып. 2. Т. 1. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2004. Issue 2. V. 1. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

ПМД и ОМД динамики МС и роботов, сравнении реальных ПП с виртуальными ПП, полученных с помощью математических моделей, и использовании инвариантных соотношений и контрольных условий [18–23].

Литература

[1] *Patton R.J., Frank P.M., Clark R.N.* Fault Diagnostics in Dynamic Systems. Theory and Application. Prentice Hall, 1989 594 p.

[2] *Красовский Н.Н.* Теория управления движением. М.: Наука, 1966.

[3] *Тимофеев А.В.* Адаптивная стабилизация программных движений и оценка времени адаптации // ДАН СССР.1979. Т. 248, №3. С. 545–549.

[4] *Тимофеев А.В.* Построение адаптивных систем управления программным движением. Л.: Энергия, 1980. 250 с.

[5] *Timofeev A.V., Yusupov R.M.* Evolution of Intelligent Control in Adaptive Systems // International Journal of Adaptive Control and Signal Processing. 1992. Vol. 6. P. 193–200.

[6] *Тимофеев А.В.* Параметрическая оптимизация программных движений и адаптивное терминальное управление // ДАН СССР. 1981. Т. 256, №2. С. 310–312.

[7] *Попов Е.П., Тимофеев А.В.* Принцип скоростного управления в задаче аналитического синтеза автоматов стабилизации // ДАН СССР.1981. Т.256, №5. С. 1073–1076

[8] *Попов Е.П., Тимофеев А.В.* Управляемость на подпространстве и адаптивные модальные регуляторы // ДАН СССР. 1983. Т. 273, №5. С. 1073–1076

[9] *Тимофеев А.В.* Синтез адаптивных регуляторов с помощью функций Ляпунова // ДАН СССР. 1984. Т. 237, № 2. С. 276–279.

[10] *Zotov Yu.K., Timofeev A.V.* Controllability and Stabilization of Programmed Motions of Reversible Mechanical and Electromechanical Systems // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. Pergamon Press Ltd. 1992. Vol. 56, № 6. P. 873–880

[11] *Тимофеев А.В.* Глобальная управляемость, наблюдаемость, стабилизируемость, декомпозируемость и робастность нелинейных обратимых систем и законы их стабилизации и адаптации // Доклады АМАН. 1994. Т. 1, № 1. С. 32–37.

[12] *Мироновский Л.А.* Функциональное диагностирование динамических систем. СПб.: Издательство ЛГУ, 1986. 240 с.

[13] *Тимофеев А.В.* Спектральный синтез диофантовых и нелинейных регуляторов обратимых динамических систем // Доклады Академии наук. 1997. Т. 353, №2. С.173–176.

[14] *Тимофеев А.В.* Обратимая динамика мехатронных устройств и синтез модальных и инвариантных регуляторов // Сборник трудов 1-ой Международной конференции по мехатронике и робототехнике (28 мая – 2 июня 2000 г., Санкт-Петербург). СПб.: Изд-во “Омега”, 2000. Т.2. С. 337–342.

[15] *Тимофеев А.В.* Управление роботами. Л.: Издательство ЛГУ, 1986. 240 с.

[16] *Тимофеев А.В., Экало Ю.В.* Системы цифрового и адаптивного управления роботов. СПб: Издательство СПбГУ, 2000. 236 с.

[17] *Тимофеев А.В.* Управляемость, робастность и инвариантность обратимых динамических систем с нелинейной динамикой // Доклады Академии наук. 1998. Т. 359, № 2. С. 171–174.

[18] *Тимофеев А.В.* Функциональный анализ неисправностей динамических систем и дефектоустойчивость стабилизирующего управления // Доклады АМАН. 2002. Т.6, № 1. С. 62–71.

[19] *Timofeev A.V.* Physical Diagnostics and Fault Relevant Feedback Control // CD-ROM Proceedings of International Conference “Physics and Control”. SPb.: August 20-22, 2003..

[20] *Timofeev A.V., Madani K.* Algorithms of Adaptive and Robust Control on the Basis of Neural Networks and Technology of Their Realization on DSP // Transactions of French-Russian A.M.Liapunov Institute for Applied Mathematics and Computer Science. 2003. P. 100–107.

[21] *Бурдаков С.Ф.* Идентификация механических характеристик манипуляционных роботов в задачах диагностики // Вибротехника и идентификация механических систем. Иваново: ИЭИ, 1988. С. 93–120.

[22] *Тимофеев А.В.* Методы высококачественного управления интеллектуализации и функциональной диагностики автоматических систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2003. № 5. С. 13–17.

[23] *Тимофеев А.В.* Методы нейросетевого и мульти-агентного управления в робототехнике и мехатронике. Нелинейная теория управления и её приложения. Динамика, управление, оптимизация. М.: Физматлит. 2003. С. 101–126.