ОБЩИЙ ПРИНЦИП ЗЕРКАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ И ИНВАРИАНТНЫЕ СВОЙСТВА ПОЛЕЙ ПОЛЯРИЗОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИРОДНЫХ СРЕД

О. И. Смоктий

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН
199178, Санкт-Петербург, 14-я линия ВО, д. 39
<soi@iias.spb.su>

УДК 528.8
О. И. Смоктий. **Общий принцип зеркальной симметрии и инвариантные свойства полей поляризованного излучения природных сред** // Труды СПИИРАН, Вып. 2, т. 2. — СПб.: Наука, 2005.
Аннотация. *Сформулирован общий принцип пространственно-угловой зеркальной симметрии полей поляризованного излучения для плоского неоднородного слоя конечной оптической толщины. На этой основе в классическую теорию переноса поляризованного излучения введены новые понятия - поляриметрические инварианты. Проведена модификация основной краевой задачи теории переноса излучения для нахождения этих величин. Показаны существенные упрощения при численном моделировании полей поляризованного излучения в случае использования поляриметрических инвариантов. Проведено также обобщение сформулированного принципа зеркальной симметрии для информативности полей поляризованного излучения и вероятностей выхода квантов из среды. На основе развитой инвариантной трактовки показана возможность описания поляризованного поля излучения плоского однородного слоя с помощью единой поляриметрической функции.* — Библ.8 назв.

UDC 528.8
O. I. Smokty. **General mirror symmetry principle and invariant's properties of environment polarimetric radiation fields** // SPIIRAS Proceedings. Issue 2, vol. 2. — SPb.: Nauka, 2005.
Abstract. *General mirror symmetry principle of polarized radiation fields for nonuniform slab is formulated. On this basic the new conception of classical radiative transfer theory is introduced. The modification of basic value problem in radiative transfer theory for polarimetric invariants calculations is carried out. Significant simplifications in a framework of numerical modeling connected with calculations of polarimetric invariants are presented. Generalization of formulated mirror symmetry principle for informative content and media exit photon's probabilities are carried out also. On the basis of developed invariant's interpretation the possibility of unified polarimetric function introduction for description of polarized radiation field of a uniform slab is shown.* — Bibl.8 items.

1. Введение

Фундаментальная проблема теории переноса полей поляризованного излучения в природных средах, связанная с исследованиями свойств пространственно-угловой симметрии полей многократно рассеянного света в плоском слое конечной оптической толщины, не была сформулирована в классических работах С. Чандрасекара [1], В. А. Амбарцумяна [2], В. В. Соболева [3], ван де Хюлста [4]. Фактически речь идет о нерешенной до сих пор проблеме, относящейся к обобщению известных локальных свойств зеркальной угловой симметрии для фазовой матрицы рассеяния на все поле поляризованного излучения, отраженного и пропущенного плоским слоем, включая его внешние границы. Указанная проблема первоначально была поставлена автором для поля скалярного излучения [5, 6] и рассмотрена на основе сформулированного им принципа зеркальной симметрии полей скалярного излучения в плоских средах. В настоящей работе проведено обобщение принципа зеркальной симметрии на случай поля многократно рассеянного поляризованного излучения в плоском слое конечной оптической толщины, ограниченного снизу произвольной отражающей поверхностью. Показано, что учет свойств пространственно-угловой симметрии полей поляризованного излучения с помощью сформулированного ниже общего принципа зеркальной симметрии позволяет ввести новые понятия в теорию переноса поляризованного излучения и обеспечить на их основе более рациональное (с математической точки зрения) использование современных вычислительных схем и алгоритмов при решении различных прикладных задач.

2. Общий принцип зеркальной симметрии полей поляризованного излучения

Рассмотрим поле поляризованного излучения в пространственно-неоднородном плоском слое конечной оптической толщины τ_0, ограниченном снизу произвольным отражающим дном. Вектор Стокса поля излучения на текущей оптической толщине τ в направлении визирования $\arccos\eta$ и азимуте φ обозначим через $\hat{\hat{I}}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)$, где φ_0 и $\arccos\zeta=\theta_0$ — азимут Солнца и солнечное зенитное расстояние соответственно. Солнечное освещение на верхней границе слоя будет обозначаться через матрицу $\pi\hat{S}$. Атмосферную фазовую матрицу и альбедо однократного рассеяния на уровне τ обозначим через $\hat{p}(\cos\gamma)$ и $\Lambda(\tau)$ соответственно. Угол рассеяния фазовой матрицы $\hat{p}(\cos\gamma)$ обозначен символом γ. Зависимость поля излучения от длины волны λ не рассматривается из соображений простоты. Одновременно с этим первоначальным полем поляризованного излучения рассмотри поле поляризованного излучения, которое является зеркально симметричным относительно геометрической середины первоначального плоского слоя. Интенсивность зеркального поля поляризованного излучения на зеркальных оптических глубинах τ^* и зеркальных направлениях визирования η^* обозначим $\hat{\hat{I}}^*$. Сравнивая исходное ($\hat{\hat{I}}$) и зеркальное ($\hat{\hat{I}}^*$) поля излучения в выбранной и фиксированной системе отчета оптических глубин (τ) и угловых переменных $(\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0)$, мы получаем следующие отношения эквивалентности:

$$
\begin{aligned}
&\text{(I)} \quad \eta^* \Leftrightarrow -\eta,\ \ \zeta \Leftrightarrow \zeta^*,\ \ \cos(\varphi-\varphi_0) \Leftrightarrow \cos(\varphi-\varphi_0)^*,\\
&\text{(II)} \quad \tau \Leftrightarrow [\tau_0-\tau]^*,\ \ \tau_0-\tau \Leftrightarrow \tau^*,\ \ \tau_0 \Leftrightarrow \tau_0{}^*,\ \ \cos\gamma \Leftrightarrow \cos\gamma^*,\\
&\text{(III)} \quad \Lambda^*(\tau^*) \Leftrightarrow \Lambda^*(\tau_0-\tau), \quad \hat{p}^*\cos(\gamma^*,\tau^*) \Leftrightarrow \hat{p}^*\cos(\gamma,\tau_0-\tau),\\
&\text{(IV)} \quad \text{исходное состояние поляризации } \varkappa \Leftrightarrow \text{ зеркальное состояние}\\
&\qquad\quad \text{поляризации } \varkappa^*.
\end{aligned} \tag{1}
$$

Принимая во внимание соотношения (1) для любой пары зеркально симметричных оптических уровней (τ), $(\tau_0-\tau)$ и соответствующих зеркальных направлениях визирования (η), $(-\eta)$ (при соответствующей замене исходного состояния поляризации $\varkappa$ рассеянного света на зеркальное состояние поляризации $\varkappa^*$) получаем для исходного ($\hat{\hat{I}}$) и зеркального ($\hat{\hat{I}}^*$) полей излучения следующие соотношения фотометрической эквивалентности:

Труды СПИИРАН. 2005. Вып. 2. Т. 2. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2005. Issue 2. V. 2. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

$$\hat{\hat{I}}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}(\cos\gamma,\tau),\Lambda(\tau),\tau_0,\varkappa) \Leftrightarrow \hat{\hat{I}}^*(\tau^*,\eta^*,\zeta^*,(\varphi-\varphi_0)^*,\hat{p}^*(\cos\gamma^*,\tau^*),\Lambda(\tau^*),\tau_0^*,\varkappa^*)\,, \quad (2)$$

$$\hat{\hat{I}}[(\tau_0-\tau),-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}(\cos\gamma,\tau_0-\tau),\Lambda(\tau_0-\tau),\tau_0,\varkappa] \Leftrightarrow,$$
$$\hat{\hat{I}}^*[(\tau_0-\tau)^*,-\eta^*,\zeta^*,(\varphi-\varphi_0)^*,\hat{p}^*(\cos\gamma^*,(\tau_0-\tau)^*),\Lambda^*(\tau_0-\tau),\tau_0^*,\varkappa^*]\,, \quad (3)$$

на каждом из зеркально симметричных уровнях τ и $\tau_0-\tau$. Объединяя на этих уровнях исходное ($\hat{\hat{I}}$) и зеркальное ($\hat{\hat{I}}^*$) поля поляризованного излучения для зеркальных направлений визирования (η) и ($-\eta$), получаем следующие точные соотношения эквивалентности в выбранной системе координат $\{\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0\}$:

$$\hat{\hat{I}}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}(\cos\gamma,\tau),\Lambda(\tau),\tau_0,\varkappa)+$$
$$+\hat{\hat{I}}^*(\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}^*(\cos\gamma^*,\tau_0-\tau),\Lambda^*(\tau_0-\tau),\tau_0,\varkappa^*)=$$
$$=\hat{\hat{\tilde{I}}}^+[\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p},\hat{p}^*,\Lambda,\Lambda^*,\varkappa,\varkappa^*]\,, \quad (4)$$

$$\hat{\hat{I}}^*(\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}^*(\cos\gamma^*,\tau_0-\tau),\Lambda^*(\tau_0-\tau),\tau_0,\varkappa^*)=$$
$$=\hat{\hat{I}}^*(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}^*(\cos\gamma,\tau),\Lambda^*(\tau),\tau_0,\varkappa^*)=\hat{\hat{\tilde{I}}}^+(\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}^*,\hat{p},\Lambda^*,\Lambda,\tau_0,\varkappa,\varkappa^*)\,. \quad (5)$$

Заменяя в (4–5) исходное поле излучение на соответствующее ему зеркально-эквивалентное и, наоборот, мы получаем важное заключение, которое выражает основное содержание общего принципа зеркальной симметрии для полей поляризованного излучения в неоднородном плоском слое конечной оптической толщины τ_0, ограниченной снизу произвольно отражающим дном:

$$\hat{\hat{\tilde{I}}}^+[\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p},\hat{p}^*,\Lambda,\Lambda^*,\tau_0,\varkappa,\varkappa^*]=\hat{\hat{\tilde{I}}}^+[\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}^*,\hat{p},\Lambda^*,\Lambda,\tau_0,\varkappa^*,\varkappa]\,. \quad (6)$$

Таким образом, общий принцип пространственно-угловой зеркальной симметрии в рассматриваемом случае можно сформулировать следующим образом. На каждом из двух зеркально-симметричных оптических уровней τ и $\tau_0-\tau$ сумма исходного поля излучения $\hat{\hat{I}}$ и его зеркального отображения $\hat{\hat{I}}^*$ в выбранной системе координат будет инвариантной величиной относительно одновременной замены исходного поля излучения ($\hat{\hat{I}}$) на его зеркальное отображение ($\hat{\hat{I}}^*$) и наоборот.

Необходимо подчеркнуть, что общий принцип пространственно-угловой симметрии полей поляризованного излучения при использовании процедуры зеркального отображения предполагает также одновременную зеркальную инверсию внутренних и внешних (Солнце) источников излучения, оптических параметров плоского слоя, оптических уровней, направлений визирования и состояний поляризации рассеянного атмосферой и отраженного подстилающей поверхностью излучений.

Реальное содержание сформулированного выше общего принципа зеркальной симметрии легко проявляется в том случае, когда существует возможность выразить зеркальные поля излучения ($\hat{\hat{I}}^*$) непосредственно через соответствующие ему исходные поля излучения ($\hat{\hat{I}}$). Например, такая возможность существует в случаях вертикально-однородного плоского слоя или вертикально-неоднородного слоя с симметрично расположенными (относительно середины слоя) оптическими неоднородностями. Результатом применения сформу-

Труды СПИИРАН. 2005. Вып. 2. Т. 2. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2005. Issue 2. V. 2. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

лированного принципа зеркальной симметрии при моделировании полей поляризованного излучения природных сред являются важные методические упрощения, возникающие в классической теории переноса излучения при алгоритмической реализации соответствующих численных методов и схем. В частном случае вертикально-однородного плоского слоя вместо общих соотношений (2–3) имеем следующие соотношения эквивалентности, вытекающие из зеркальной симметрии полей поляризованного излучения:

$$\hat{\hat{I}}^*[\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}^*(\cos\gamma,\tau),\Lambda^*(\tau),\tau_0,\varkappa^*] \equiv \hat{R}\hat{\hat{I}}[\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}(\cos\gamma),\Lambda,\tau_0,\varkappa], \qquad (7)$$

$$\hat{\hat{I}}^*[\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}^*(\cos\gamma,\tau_0-\tau),\Lambda^*(\tau_0-\tau),\tau_0,\varkappa^*] \equiv$$
$$\equiv \hat{R}\hat{\hat{I}}[\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}(\cos\gamma),\Lambda,\tau_0,\varkappa], \qquad (8)$$

где диагональная матрица $\hat{R} = diag[1,1,-1,-1]$.

При выводе соотношений (7–8) использовалось локальное фундаментальное свойство зеркальной симметрии фазовой матрицы рассеяния $\hat{p}(\cos\gamma)$, определяемое известной теоремой оптической обратимости для системы «источник-приемник» при элементарном акте рассеяния света [1], [4]

$$\hat{p}(\cos\gamma) = \hat{p}(\eta',\eta'',\varphi'-\varphi'') \equiv \hat{p}(-\eta',-\eta'',\varphi'-\varphi''). \qquad (9)$$

Принимая во внимание соотношения (7–8), из (4–6) следует определение новых объектов теории переноса поляризованного излучения, а именно поляриметрических инвариантов $\hat{\tilde{I}}^{\pm}$:

$$\hat{\tilde{I}}^{\pm} = \hat{R}\hat{\hat{I}}[\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}(\cos\gamma),\Lambda,\tau_0,\varkappa) \pm$$
$$\pm \hat{\hat{I}}[\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}(\cos\gamma),\Lambda,\tau_0,\varkappa] = \hat{\tilde{I}}^{\pm}[\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}(\cos\gamma),\Lambda,\tau_0,\varkappa]. \qquad (10)$$

Основное свойство введенных новых величин $\hat{\hat{I}}[\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}(\cos\gamma),\Lambda,\tau_0,\varkappa]$ состоит в их инвариантности относительно группы линейных преобразований, а именно пространственного оптического сдвига $(\tau \Rightarrow \tau_0-\tau)$ и одновременного углового вращения $(\eta \to -\eta)$, включая зеркальную замену исходного состояния поляризации $\varkappa$ поля излучения:

$$\hat{\hat{I}}^{\pm}[\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}(\cos\gamma),\Lambda,\tau_0,\varkappa] \equiv \hat{R}\left|\hat{\hat{I}}^{\pm}[\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}(\cos\gamma),\Lambda,\tau_0,\varkappa]\right|. \qquad (11)$$

3. Модификация основной краевой задачи классической теории переноса излучения

Для расчетов введенных выше поляриметрических инвариантов (10) и численного моделирования полей поляризованного излучения необходимо использовать основную краевую задачу классической теории переноса излучения, модифицированную на основе сформулированного выше общего принципа зеркальной симметрии. В случае плоского однородного слоя конечной оптической толщины τ_0 и отсутствия отражающего дна на уровне его нижней границы уравнение переноса поляризованного излучения для вектор-параметра Стокса $\hat{I}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0,\varkappa)$ и соответствующие граничные условия на внешних границах слоя имеют стандартный вид

$$\eta\frac{\partial\hat{I}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0,\varkappa)}{\partial\tau} + \hat{I}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0,\varkappa) =$$

$$\frac{\Lambda}{4\pi}\hat{p}(\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0)e^{-\frac{\tau}{\zeta}}\hat{S}+\frac{\Lambda}{4\pi}\int_0^{2\pi}d\varphi'\int_{-1}^{+1}\hat{p}(\eta,\eta',\varphi-\varphi_0)\hat{I}(\tau,\eta',\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0,\varkappa)d\eta, \tag{12}$$

$$\hat{I}(0,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0,\varkappa)=\hat{I}(\tau_0,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0,\varkappa)=0, \qquad \eta>0. \tag{13}$$

В соответствии с определением поляриметрических инвариантов (10) сделаем в (12–13) одновременные замены переменных: $\tau\to\tau_0-\tau$ и $\eta\to-\eta$. Используя затем свойство (9) угловой зеркальной симметрии фазовой матрицы рассеяния $\hat{p}(\cos\gamma)$ после очевидных преобразований получаем для поляриметрических инвариантов (10) следующую основную краевую задачу:

$$\eta\frac{\partial\hat{I}^{\pm}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0,\varkappa)}{\partial\tau}+\hat{I}^{\pm}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0,\varkappa)=$$

$$\frac{\Lambda}{4\pi}\int_0^{2\pi}d\varphi'\int_{-1}^{+1}\hat{p}(\eta,\eta',\varphi-\varphi')\hat{I}^{\pm}(\tau,\eta',\zeta,\varphi'-\varphi_0,\tau_0,\varkappa)d\eta'+$$

$$\frac{\Lambda}{4\pi}\left[\pm\hat{p}(\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0)e^{-\frac{\tau}{\eta}}+\hat{R}\hat{p}(-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0)e^{\frac{-\tau_0-\tau}{\zeta}}\right]\hat{S} \tag{14}$$

при граничных условиях

$$\hat{I}^{\pm}(0,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0,\varkappa)\equiv 0, \qquad \eta>0. \tag{15}$$

Таким образом, основная краевая задача (14–15), сформулированная на основе принципа зеркальной симметрии в терминах поляриметрических инвариантов (10), является следствием применения группы линейных преобразований (пространственный сдвиги и угловое вращение) к исходной краевой задаче теории переноса излучения (12–13).

Практическое значение проведенной модификации основной краевой задачи (12–13) определяется следующими важными обстоятельствами. Во-первых, если для исходной задачи (12–13) основные переменные величины τ и η принадлежат интервалам $\tau\in[0,\tau_0]$ и $\eta\in[-1,+1]$, то для модифицированной задачи (14–15) в силу главного свойства инвариантности (11) мы имеем уменьшение исходных интервалов для τ или η ровно в два раза: $\tau\in\left[0,\frac{\tau_0}{2}\right]$ и $\eta\in[-1,+1]$ или альтернативно $\tau\in[0,\tau_0]$ и $\eta\in[0,1]$. Во-вторых, нетрудно показать, что вследствие уменьшения интервалов по τ и η применение современных вычислительных схем и алгоритмов для решения модифицированной краевой задачи (14–15) приводят к уменьшению ранга возникающих систем линейных алгебраических уравнений также ровно в два раза. Естественно, что указанные свойства существенно упрощают численное моделирование полей поляризованного излучения плоского однородного слоя, особенно в случаях больших оптических толщин τ_0 и сильно выраженного анизотропного рассеяния света в среде. В заключение заметим, что проведенный выше анализ допускает естественное обобщение на случай поля поляризованного излучения плоского однородного слоя, ограниченного снизу ламбертовой подстилающей поверхностью, на основе соответствующей теоремы, приведенной в [3].

Труды СПИИРАН. 2005. Вып. 2. Т. 2. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2005. Issue 2. V. 2. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

Кроме того, аналогично скалярному случаю [5], поляриметрические инварианты $\hat{I}^{\pm}$ (10) позволяют построить единую поляриметрическую функцию $\hat{\mathrm{E}}$ как новую конструкцию для описания поля поляризационного излучения, отраженного и пропущенного однородным плоским слоем конечной оптической толщины τ_0. Однако для ее нахождения, так же, как и в скалярном случае, необходимо знать свойства пространственно-угловой симметрии отраженного и пропущенного излучений не только на границах среды, но и внутри нее. К сожалению, эта задача до настоящего времени не решена, и даже не имеет соответствующей математической постановки. Наконец, заметим, что основное свойство (11) поляриметрических инвариантов (10) целесообразно использовать при проведении калибровочного моделирования полей излучения природных сред и определения точности различных приближенных моделей, алгоритмов и численных схем.

4. Зеркальная симметрия и информативность полей поляризованного излучения природных сред

Сформулированные выше принцип зеркальной симметрии и модификация основной краевой задачи теории переноса излучения позволяют естественным образом провести соответствующие обобщения на случай определения информативности полей излучения природных сред при решении прямых и обратных задач и учете эффектов поляризации. Если считать, что информативность поля поляризованного излучения определяется его пространственно-временной и спектральной дискретностями Δ, а также соответствующими погрешностями ε в узлах сетки $\{X,Y,Z,t,\lambda\}$, то подобное обобщение формулируется следующим образом на основе хорошо известной информационной матрицы Фишера [7].

Именно общая информативность исходного поля излучения $\hat{\hat{I}}$ и его зеркального отображения $\hat{\hat{I}}^{*}$ на каждом из двух зеркально симметричных уровней τ и $\tau_0-\tau$ в выбранной системе координат не меняется, являясь информационным инвариантом, при одновременной замене исходного поля поляризованного излучения на его зеркальное отображение и, наоборот.

Естественно, что на основе данного обобщения и введенных выше поляриметрических инвариантов (10) можно сконструировать информационные поляриметрические инварианты с основным свойством, подобным (11), обеспечивающим инвариантность информационного содержания (информативности) полей излучения. Очевидно, что аналогично (10), использование информационных инвариантов будет эффективным при проведении информационной калибровки и оценках информационного содержания данных и моделей дистанционного зондирования природных сред и выработке критериев их оптимизации.

С целью дальнейшего обобщения принципа зеркальной симметрии рассмотрим классическое понятие вероятности $\overline{P}$ выхода кванта света из среды, впервые введенное в [8] для определения скалярного поля излучения в случае однородного плоского слоя конечной оптической толщины τ_0. Обозначим через $\hat{\overline{P}}$ вероятность того, что квант света, поглощенный на оптической глубине τ выйдет из среды под углом $\arccos\eta$, при учете эффекта поляризации (через верхнюю или нижнюю границы) после многократного рассеяния. Соответст-

Труды СПИИРАН. 2005. Вып. 2. Т. 2. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2005. Issue 2. V. 2. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

вующую вероятностную величину для зеркального поля излучения обозначим через $\hat{\hat{P}}^*$.

Объединяя на зеркально-симметричных уровнях τ и $\tau_0-\tau$ вероятности выхода кванта из среды для исходного поля излучения $\hat{\hat{P}}$ и его зеркального отображения $\hat{\hat{P}}^*$ при зеркальных направлениях визирования η и $-\eta$, получаем следующие точные соотношения вероятностной эквивалентности в выбранной системе координат $\{\tau,\eta,\xi,\varphi-\varphi_0\}$:

$$\hat{\hat{\mathcal{P}}}[\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}(\cos\gamma,\tau),\Lambda(\tau),\tau_0,\varkappa]+$$
$$+\hat{\hat{P}}^*\left[\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}^*(\cos\gamma,\tau_0-\tau),\Lambda(\tau_0-\tau),\tau_0,\varkappa^*\right]=$$
$$=\hat{\hat{\mathcal{P}}}^+\left[\tau,\eta,\zeta,\hat{p}(\cos\gamma),\hat{p}^*(\cos\gamma),\Lambda,\Lambda^*,\tau_0,\varkappa,\varkappa^*\right], \tag{17}$$
$$\hat{\hat{\mathcal{P}}}[\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}(\cos\gamma,\tau_0-\tau),\Lambda(\tau_0-\tau),\tau_0,\varkappa]+$$
$$+\hat{\hat{P}}^*\left[\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}^*(\cos\gamma,\tau),\Lambda(\tau),\tau_0,\varkappa^*\right]=$$
$$=\hat{\hat{\mathcal{P}}}^+\left[\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}^*,\hat{p},\Lambda^*,\Lambda,\tau_0,\varkappa,\varkappa^*\right]. \tag{18}$$

Заменяя в (17–18) аналогично (4–5) исходное поле излучения на зеркальное и, наоборот, получаем следующее важное заключение. На каждом из двух зеркально-симметричных оптических уровней τ и $\tau_0-\tau$ сумма вероятностей выхода кванта из среды (через верхнюю или нижнюю границы) для исходного и зеркального полей излучения соответственно не зависит от одновременной замены исходного поля излучения на зеркальное и, наоборот:

$$\hat{\hat{P}}^+(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p},\hat{p}^*,\Lambda,\Lambda^*,\tau_0,\varkappa,\varkappa^*)=\hat{\hat{P}}^+(\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}^*,\hat{p},\Lambda^*,\Lambda,\tau_0,\varkappa^*,\varkappa). \tag{19}$$

Также как и выше, принцип пространственно-угловой (зеркальной) симметрии для вероятностей выхода квантов поляризованного света из среды предполагает одновременную процедуру зеркальной инверсии внешних и внутренних источников излучения, оптических параметров, оптических уровней и направлений визирования, а также состояний поляризации рассеянного и отраженного излучений. При этом реальное содержание принципа зеркальной симметрии для вероятностей выхода кванта из среды реально проявляется в тех случаях, например, плоский однородный слой, когда соответствующие величины для зеркального поля излучения непосредственно выражаются через аналогичные величины для исходного поля излучения.

Таким образом, для плоского однородного слоя конечной оптической толщины τ_0, ограниченного снизу отражающим дном, вводим следующие вероятностные поляриметрические инварианты $\hat{\hat{P}}^{\pm}$:

$$\hat{\hat{P}}^{\pm}[\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}(\cos\gamma),\Lambda,\tau_0,\varkappa]=$$
$$=\hat{R}\hat{\hat{P}}[\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}(\cos\gamma),\Lambda,\tau_0,\varkappa]\pm\hat{\hat{P}}[\tau,\eta,,\varphi-\varphi_0,\hat{p}(\cos\gamma),\Lambda,\tau_0,\varkappa]. \tag{20}$$

Основное свойство введенных новых вероятностных величин $\hat{\hat{P}}^{\pm}[\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}(\cos\gamma),\Lambda,\tau_0,\varkappa]$ состоит в их инвариантности относительно группы линейных преобразований, а именно пространственных сдвигов $(\tau\to\tau_0-\tau)$ и вращений $(\eta\to-\eta)$ при одновременной замене исходного состояния поляризации поля излучения на зеркальную величину:

$$\hat{\hat{P}}^{\pm}[\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}(\cos\gamma),\Lambda,\tau_0,\varkappa] \equiv \hat{R}\left|\hat{\hat{I}}^{\pm}[\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\hat{p}(\cos\gamma),\Lambda,\tau_0,\varkappa]\right|. \quad (21)$$

Используя соотношения (20), аналогично инвариантам для яркостей поля поляризованного излучения (10), можно ввести единую вероятностную функцию для нахождения самих вероятностных инвариантов как естественных компонентов этой функции.

5. Заключение

Введение в теорию переноса излучения новых объектов и представлений, связанных с инвариантными свойствами полей поляризованного излучения природных сред, их информативностью и вероятностями выхода квантов света из среды при зеркальных отображениях или адекватных линейных преобразованиях, позволяет развить новый математический аппарат этой теории, а также одновременно упростить известные классические методы и алгоритмы решения ее основных задач, включая реализацию на практике различных схем численного моделирования, оптимизацию условий космической съемки Земли и определение информативности соответствующих спутниковых данных.

Литература

[1] *Chandrasekhar S*. Radiative Transfer. London, Oxford Univ. Press, 1950.

[2] *Амбарцумян В. А.* Научные труды. Т.1, Ереван, 1960.

[3] *Соболев В. В.* Рассеяние света в атмосферах планет. М.: Наука, 1975.

[4] *Van de Hulst*. Multiple light scattering. Acad. Press, New York, v.1–2, 1980.

[5] *Смоктий О. И*. Моделирование полей излучения в задачах космической спектрофотометрии. СПб.: Наука», 1986.

[6] *Smokty O. I.* Development of radiative transfer theory methods on the basis of mirror symmetry principle // IRS 2000: Current Problems in Atmospheric Radiation, W. I. Smith and Yu. M. Timofeyev (Eds.). A. Deepak Publishing, Hampton, Virginia. 2001. 341 p.

[7] *Смоктий О. И.*, *Гусейнов Г. А.* Информационные инварианты и информационная калибровка спектрального зондирования природной среды из космоса. Труды конференции "Региональная информатика-2002", СПб, 2003. 387–394 с.

[8] *Соболев В. В.* Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет. Гостехтеориздат, 1956.