МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ОПЕРАТИВНОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОЦЕНИВАНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ВОЗМОЖНОСТЕЙ И УСТОЙЧИВОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Б. В. Соколов, М. Ю. Охтилев, Е. М. Зайчик, А. В. Иконникова

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН

СПИИРАН, 14-я линия ВО, д. 39, Санкт-Петербург, 199178

<sokol@iias.spb.su>
<http://www.spiiras-grom.ru>

УДК 681.51.001.57
Соколов Б. В., Охтилев М. Ю., Зайчик Е. М., Иконникова А. В. **Методы и алгоритмы оперативного решения задач оценивания показателей возможностей и устойчивости фукнционирования информационной системы** // Труды СПИИРАН. Вып. 4. — СПб.: Наука, 2007.
Аннотация. *В настоящее время в рамках интенсивно развиваемой теории управления структурной динамикой (УСД) информационных систем (ИС) особую актуальность приобретают задачи расчета и анализа показателей целевых и информационно-технологических возможностей указанных систем, задачи анализа устойчивости их функционирования. Проведенные исследования показали, что для эффективного решения данных задач целесообразно использовать множества достижимости (МД), которые ставятся в соответствие тем динамическим моделям, с помощью которых описывается структурная динамика ИС. В статье предлагаются оригинальные методы и алгоритмы построения и аппроксимации МД, позволяющие повысить оперативность расчета и анализа различных показателей, характеризующих УСД ИС.* — Библ. 6 назв.

UDC 681.51.001.57
Sokolov B. V., Okhtilev M. Y, Zaychik E. M., Ikonnikova A. V. **The methods and algorithms for on-line indexes evaluation and estimation of stability, goal, and informational-technological abilities for information system** // SPIIRAS Proceedings. Issue 4. — SPb.: Nauka, 2007.
Abstract. *Now the important problems of structure dynamic control (SDC) theory are the evaluation and estimation of stability, goal, and informational-technological abilities for modern information system (IS). Our investigation shows that this problem can be solved by attainability set construction of SDC models. Preliminary evaluation of attainability sets for the SDC models lets allows to reduce the time (needed) required for solution of IS SDC tasks. Therefore in practice the different approximation of attainability sets are used. Methods and algorithms of evaluation of attainability sets for the SDC models are proposed.* — Bibl. 6 items.

1. Введение

В настоящее время обеспечение непрерывности бизнес-процессов (БП) и повышение катастрофоустойчивости соответствующих бизнес систем (БС) и информационных систем (ИС) является одним из важнейших стратегических направлений развития любой компании. Это обусловлено необходимостью сохранять устойчивость и стабильность функционирования компании и ее ИС в различных условиях неблагоприятного воздействия внешних и внутренних факторов техногенного и/или природного характера. Анализ показывает, что существующие модели и методы структурно-функционального синтеза облика ИС и формирования программ их развития (модернизации) используются, как правило, на этапах внешнего и внутреннего проектирования облика ИС, т. е. тогда когда фактор времени не является существенным. Однако на практике, при возникновении нештатных, критических и аварийных ситуаций в ИС, характеризующихся неточной и противоречивой информацией, время становится одним из важнейших параметров, с помощью которого оценивается эффективность мероприятий, связанных с поддержанием и восстановлением бизнес-процессов.

Существующие зарубежные и отечественные инструментальные средства обеспечения планирования непрерывности бизнеса (Business Continuity Planning) позволяют: использовать универсальные архитектуры баз данных для упрощения процедур анализа риска и развития планов по восстановлению и непрерывности бизнеса; упростить процессы поддержки текущих планов непрерывности бизнеса; синхронизировать и поддерживать актуальную информацию, используя интерфейсы других приложений; корректировать управление компанией с учетом планов непрерывности бизнеса. Вместе с тем они не обеспечивают проведения комплексной автоматизации процессов управления структурной динамикой ИС в целях повышения их безопасности, слабо адаптируются к ситуациям, при которых возможно появление нерасчетных нештатных ситуаций, не ориентированы на оперативный расчет и анализ характеристик ИС.

Таким образом, в настоящее время весьма актуальной становится разработка методологических и методических основ комплексной автоматизации процессов адаптивного планирования и управления модернизацией и функционированием катастрофоустойчивых ИС на основе разработки концепций, принципов, моделей, методов и алгоритмов анализа и управления их структурной динамикой в условиях неполноты, неопределенности, неточности и противоречивости информации о складывающейся обстановке и при наличии неустранимого порогового ограничения времени на цикл формирования и реализации решений по предотвращению возможных критических, чрезвычайных и аварийных ситуаций. В предлагаемой статье представлены результаты исследований одного из направлений решения перечисленных проблем, связанных с повышением уровня катастрофоустойчивости ИС.

2. Методы и алгоритмы оперативного решения задач оценивания показателей возможностей ИС

Важную роль при решении задач управления структурной динамикой (УСД) ИС играет оценка потенциальной способности ИС решать свойственные ей целевые задачи. Так, например, на основе предварительных результатов анализа целевых и информационно-технологических возможностей (ЦВ и ИТВ) ИС может осуществляться выбор возможных способов применения объектов B_j, $j = 1,...,m$, соответствующих различным условиям обстановки, построение множества эквивалентных структурных состояний ИС и выбор вариантов реконфигурации ее структур при их деградации.

Для количественной оценки ЦВ и ИТВ ИС должна вводиться система показателей, которые, как уже указывалось ранее, могут использоваться в качестве показателей потенциальной эффективности ИС. Анализ показывает, что характерной особенностью показателей ЦВ, используемых на различных уровнях ИС, является их иерархическая соподчиненность и взаимосвязь.

Важное место в иерархии показателей ЦВ ИС занимают показатели ИТВ, которые оказывают существенное влияние на показатели ЦВ ИС в целом. Данные показатели можно отнести к группе системотехнических показателей эффективности [1].

Ключевая роль показателей ИТВ ИС при оценке ее ЦВ вызвана тем, что в создаваемых ныне ИС, которые имеют ярко выраженный интегративный характер, технология управления (или по-другому, технологическая структура управления) оказывает существенное влияние на остальные виды структур ИС (техническую, организационную и т. п.) и является главной системообразующей компонентой, влияющей в первую очередь на результаты целевого применения объектов ИС. Анализ показывает, что в качестве обобщенных показателей ИТВ ИС в целом целесообразно использовать показатели пропускной способности ИС [2].

Так, например, при детерминированном рассмотрении процесса функционирования ИС показателями ИТВ ИС могут быть выбраны следующие величины: общее число объектов, находящихся в заданном макросостоянии на фиксированном интервале времени, в фиксированный момент времени; общее число технологических операций, проведенных с объектами, с системой объектов, на заданном интервале времени $\sigma = (T_0, T_f)$ либо к заданному моменту времени t. Показателями ЦВ ИС в данном случае будут: общее число объектов обслуживания (ОБО), с которыми объекты ИС могут осуществить взаимодействие на интервале σ; время, затрачиваемое системой объектов B_j, $j = 1,...,m$, на проведение всех запланированных целевых операций по взаимодействию с ОБО. При использовании математических моделей процесса функционирования ИС, учитывающих факторы неопределенности (например, вероятностные, статистические, нечеткие модели), показателями ЦВ ИС могут быть: математическое ожидание числа обслуженных ОБО к заданному моменту времени, вероятность (статистическая оценка вероятности) обслуживания объектами B_j, $j = 1,...,m$, заданной совокупности ОБО к заданному моменту времени, нечеткое ожидание общего числа ОБО, обслуженных на фиксированном интервале времени.

Показателями ИТВ ИС в этом случае могут быть следующие величины: математическое ожидание обслуженных по заданной технологии объектов на интервале времени σ либо на заданном подынтервале времени $\sigma_1 < \sigma$; вероятность (статистическая оценка вероятности) выполнения к заданному моменту времени всех необходимых технологических операций, связанных с обслуживанием объектов; нечеткое ожидание общего числа объектов, находящихся в заданных макросостояниях на фиксированном интервале времени σ_1 либо в фиксированных моментах времени t'.

Для удобства и конкретизации дальнейшего изложения рассматриваемых вопросов напомним общую постановку задачи поиска оптимальных программ (планов) управления ИС, которая подробно исследовалась в ранее опубликованных работах по данной тематике [2–4].

При формальном описании данной задачи в качестве базовой математической структуры, на которой целесообразно строить соответствующий комплекс программно-математического и информационного обеспечения, была выбрана математическая структура, задающая модель обобщенной динамической системы (ДС) следующего вида (модель M):

$$\vec{x}(t) = \vec{\varphi}(\vec{x}(t), \vec{u}_{пр}(t), \vec{v}(\vec{x}(t), t), \vec{\xi}(t), \vec{\beta}, t), \quad (1)$$

$$\vec{y}(t) = \vec{\psi}(\vec{x}(t), \vec{u}_{пр}(t), \vec{v}(\vec{x}(t), t), \vec{\xi}(t), \vec{\beta}, t), \quad (2)$$

$$\vec{u}(t) \in Q(\vec{x}(t), t), \quad (3)$$

Труды СПИИРАН. 2007. Вып. 4. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2007. Issue 4. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

$$\vec{v}(\vec{x}(t),t) \in V(\vec{x}(t),t), \tag{4}$$

$$\vec{\xi}(t) \in \Xi(\vec{x}(t),t), \tag{5}$$

$$\vec{x}(t) \in \tilde{X}(t), \tag{6}$$

$$\vec{\beta} \in \tilde{B}, \tag{7}$$

где $\vec{x}(t)$, $\vec{y}(t)$ — соответственно обобщенный вектор состояния и выходных характеристик динамической системы, описывающей процессы УСД ИС; $\vec{u}(t)$; $\vec{v}(\vec{x}(t),t)$ — обобщенные векторы программных управлений ИС (которые есть по сути планы функционирования ИС) и управлений, реализующих планы на этапе применения (в условиях возмущающих воздействий); $\vec{\xi}(t)$ — вектор возмущающих воздействий, имеющих как целенаправленный, так и нецеленаправленный характер; $\vec{\beta}$ — вектор структурных параметров (характеристик) ИС, определяющих ее текущий облик в момент времени $t \in (T_0, T_f]$; T_0, T_f — соответственно начальный и конечный моменты времени интервала, на которых осуществляется планирование применения ИС; $Q(\vec{x}(t),t)$, $V(\vec{x}(t),t)$, $\Xi(\vec{x}(t),t)$ — соответственно заданные области допустимых программных управлений, допустимых управляющих воздействий, реализуемых в реальном масштабе времени (РМВ), допустимых возмущающих воздействий; $\tilde{X}(t)$ — область допустимых текущих значений вектора состояния структурной динамики ИС; $\vec{B}$ — область допустимых значений структурных параметров; $\vec{\varphi}, \vec{\psi}$ — заданные переходные и выходные функции, которые в общем случае могут описываться как аналитически с использованием логико-алгебраических, логико-лингвистических и классических математических структур, так и в алгоритмическом виде (возможен комбинированный вариант).

Кроме перечисленных ограничений при формальной постановке задачи планирования применения ИС (программного управления ее структурной динамикой) необходимо также задать ограничения, накладываемые на вектор $\vec{x}(t)$ в начальный — T_0 и конечный — T_f моменты времени, определяющие интервал планирования и управления применением ИС:

$$\vec{x}(T_0) \in X_0(\beta), \qquad \vec{x}(T_f) \in X_f(\beta), \tag{8}$$

где $X_0(\beta)$, $X_f(\beta)$ — заданные области.

Для оценивания эффективности и устойчивости планов функционирования ИС вводится вектор показателей следующего вида ($М_{ОН}$):

$$\vec{J}(\vec{x}(t), \vec{u}(t), \xi(t), t) = \left\| J_1, J_2, J_3, J_4, J_5, J_6, J_7, J_8 \right\|^{\text{т}}, \tag{9}$$

где $J_1, J_2, J_3, J_4, J_5, J_6, J_7, J_8$ — частные показатели, оценивающие результативность ресурсоемкости, оперативность, гибкость, производительность, живучесть, помехозащищенность, надежность функционирования ИС в рамках соответствующего плана $\vec{u}(t)$.

С учетом вышеизложенного задача планирования работы (применение) ИС в рамках предлагаемой динамической интерпретации сводится к поиску такого программного управления $\vec{u}(t)$, $t \in (T_0, T_f]$, при котором выполняются все заданные пространственно-временные, технические и технологические ограничения вида (1)–(8), а компоненты обобщенного показателя качества функционирования ИС (9) принимают экстремальные значения.

Конструктивно задачу расчета, оценки и анализа ЦВ и ИТВ ИС можно решать, используя ранее построенные динамические модели УСД ИС (модели, входящие в состав *M*), которые формально представляют собой нестационарные конечномерные дифференциальные динамические системы (НКДДС) с перестраиваемой структурой. В этом случае задача оценки ЦВ и ИТВ ИС может быть интерпретирована как задача оценивания управляемости рассматриваемой НКДДС, построения соответствующего множества (области) достижимости $D(t, T_0, \vec{x}(T_0))$, которое является фундаментальной характеристикой указанной динамической системы. Знание данного множества по существу заменяет собой всю необходимую для решения задач управления ИС информацию о динамике системы и ее основных ограничениях. В этом случае значения показателей ЦВ и ИТВ ИС получаются в результате проектирования множества достижимости динамической модели УСД ИС (модели *M*) и ее частных вариантов на соответствующие оси декартовой (полярной) системы координат в пространстве состояний либо в пространстве целевых (критериальных) функций (в пространстве выходов динамической модели *M*). Располагая множеством достижимости, можно проанализировать, как зависит разрешимость поставленных ранее краевых задач, к которым были сведены задачи УСД ИС, от структуры и свойств множества начальных состояний X_0, конечных состояний X_f динамических систем, описывающих функционирование ИС, от интервалов времени, на которых происходит управление, от состава и структуры пространственно-временных, технических и технологических ограничений. Кроме того, в этом случае исходные задачи УСД ИС могут быть сформулированы в другом виде, а именно в виде задачи отыскания минимума заданной функции по соответствующему множеству достижимости

$$J'_{об}(\vec{x}(\cdot)) \to \min_{\vec{x}(\cdot)\in D(T_f, T_0, \vec{x}(T_0))}, \tag{10}$$

где $D\ (T_f, T_0, \vec{x}(T_0))$ — множество достижимости динамической системы (модели); $J'_{об}(\vec{x}(\cdot))$ — преобразованный к терминальному виду (виду функционала Майера) исходный функционал (9).

При этом необходимо подчеркнуть, что при изменении вида функции $J'_{об}(\vec{x}(\cdot))$ не требуется повторный расчет множества достижимости $D(T_f, T_0, \vec{x}(T_0))$. В указанной ситуации следует просто заново решить задачу нелинейного программирования (10). Таким образом, предварительный расчет множества достижимости для динамических моделей, описывающих функционирование ИС, позволяет существенно сократить затраты времени и повысить оперативность решения задач ИС при различных показателях качества УСД ИС. Необходимо отметить, что для задач УСД ИС большой размерности построение множеств (областей) достижимости представляет собой исключительно сложную проблему. Поэтому на практике при решении указанной проблемы проводят различного рода упрощения, связанные с аппроксимацией множеств $D(T_f, T_0, \vec{x}(T_0))$ [5].

Применительно к рассматриваемым задачам оценки ЦВ и ИТВ ИС может быть предложено несколько методов и алгоритмов построения и аппроксимации множеств достижимости динамической системы, описывающей функционирование ИС.

Один из возможных методов (алгоритмов) построения $D(T_f, T_0, \vec{x}(T_0))$ основывается на многократном решении задач оптимального программного управления элементами и подсистемами ИС с функционалом вида [5]

$$J''_{\text{об}}(\vec{x}(\cdot)) = \vec{c}^{\,\text{т}} \vec{x}(T_f) \to \min_{u \in Q_p(\vec{x})}, \tag{11}$$

где $\vec{c}$ — заданный вектор, удовлетворяющий условиям нормировки $|\vec{c}| = 1$. Осуществляя поиск $\vec{u}^{\,*}(t)$ для каждого фиксированного $\vec{c}$, мы получаем точку $\vec{x}^{\,*}(T_f)$, лежащую на границе множества достижимости, и опорную гиперплоскость вида $\vec{c}^{\,\text{т}} \vec{x}^{\,*}(T_f)$ к этому множеству, проходящую через точку $\vec{x}^{\,*}(T_f)$. Определив $\vec{x}^{\,*}_{\beta}(T_f)$ и опорные гиперплоскости для заданных вариантов варьирования компонент вектора $\vec{c}_{\overline{\beta}}$, $\overline{\beta} = 1, \ldots, \overline{\overline{\Delta}}$ ($\overline{\overline{\Delta}}$ — число вариантов варьирования), можно получить как внешнюю ($D^{(+)}$), так и внутреннюю ($D^{(-)}$) аппроксимацию множества достижимости $D(T_f, T_0, \vec{x}(T_0))$. В связи с этим в работе [4] было показано, что в общем случае для НКДДС рассматриваемого класса внешней аппроксимацией $D^{+}(T_f, T_0, \vec{x}(T_0))$ множества $D(T_f, T_0, \vec{x}(T_0))$ будет выпуклый многогранник, образованный пересечением опорных гиперплоскостей. Внутренней аппроксимацией $D^{-}(T_f, T_0, \vec{x}(T_0))$ множества $D(T_f, T_0, \vec{x}(T_0))$ может служить выпуклый многогранник, вершинами которого являются точки $\vec{x}^{\,*}_{\beta}(T_f)$, т. е. $D^{-}(T_f, T_0, \vec{x}(T_0)) = \text{Co}(\vec{x}_1(T_f), \ldots, \vec{x}_{\overline{\overline{\Delta}}}(T_f))$. Чем больше $\overline{\overline{\Delta}}$, тем лучше D^{+} и D^{-} приближают множество достижимости. Можно показать [4], что в рассматриваемом случае величина $\overline{\overline{\Delta}}$ определяется общим числом возможных прерываний операций взаимодействия в ИС на заданном интервале времени (T_0, t). При этом в основу алгоритма построения многогранника D^{+}, D^{-} был положен метод Крылова–Черноусько [5]. Вместо варьирования значений компонент вектора $\vec{c}$ в функционале (11) следует проводить варьирование значений компонент вектора $\vec{\psi}(T_0)$, который представляет собой вектор сопряженных переменных в начальный момент времени. В этом случае решение исходной сложной краевой задачи заменяется решением задач Коши для динамической системы, описывающей функционирование ИС. Достоинство предлагаемого подхода состоит в том, что при УСД ИС компоненты вектора $\vec{\psi}(T)$ имеют определенную содержательную интерпретацию, позволяющую упростить процедуру перебора значений указанного вектора, уменьшить общий объем вычислений.

Анализ показывает, что при построении множеств D^{+}, D^{-} наряду с общей динамической моделью УСД ИС (моделью M) могут быть использованы ее аг-

Труды СПИИРАН. 2007. Вып. 4. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2007. Issue 4. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

регированные варианты. Проиллюстрируем суть данного подхода на примере моделей $M_о$, $M_к$, входящих в состав модели M [2, 4]. В этом случае должна быть проведена замена множества операций взаимодействия (ОВ) объекта B_i с другими объектами B_j одной обобщенной операцией, а множество каналов $C_\lambda^{(j)}$, имеющихся на объекте, заменяется одним обобщенным каналом C_λ. Кроме того, в указанной ситуации будем считать, что $\theta_{iæj\lambda}=1,\ \forall i$, æ, j, λ; снимем требования на неразрывность выполнения ОВ операций по переналадке канала C^j.

При данном варианте агрегирования игнорируется «тонкая» структура обобщенной ОВ объектов ИС, проявляющаяся в логической взаимосвязи ее частных операций и в различных вариантах распределения этих операций по каналам объектов. Вместе с тем полученные укрупненные модели $M_о$, $M_к$, сохраняя наиболее существенные черты исходных (дезагрегированных) моделей, позволяют проводить аппроксимацию множеств достижимости указанных моделей, оценивать выполнимость краевых условий в задаче УСД ИС. Покажем, каким образом это может быть осуществлено. Агрегированные модели ОВ объекта и его каналов с учетом вышеизложенного примут следующий вид:

$$\dot{\tilde{x}}_i^{(о,2)}=\sum_{j=1}^{m}\varepsilon_{ij}(t)\tilde{u}_{ij}^{(о,2)}, \tag{12}$$

$$\dot{\tilde{x}}_{ij}^{(\kappa,1)}=\sum_{\substack{i''=1\\ i''\neq i}}^{m}\tilde{u}_{i''j}^{(\kappa,1)}\frac{\delta_{i''i}^{(j)}-\tilde{x}_{ij}^{(\kappa,1)}}{\tilde{x}_{i''j}^{(\kappa,1)}}\gamma_-\left(\tilde{x}_{i''j}^{(\kappa,1)}\right), \tag{13}$$

где $\tilde{x}_i^{(о,2)}=\sum_{æ=1}^{s_i}x_{iæ}^{(о,2)}$, $\tilde{x}_{ij}^{(\kappa,1)}=\sum_{æ=1}^{s_i}\sum_{\lambda=1}^{l_j}x_{iæj\lambda}^{(\kappa,1)}$, $\tilde{u}_{ij}^{(о,2)}=\sum_{æ=1}^{s_i}\sum_{\lambda=1}^{l_j}u_{iæj\lambda}^{(о,2)}$,

$\tilde{u}_{ij}^{(\kappa,1)}=\sum_{æ=1}^{s_i}\sum_{\lambda=1}^{l_j}u_{iæj\lambda}^{(\kappa,1)}$ — функции агрегирования. Классы допустимых управляющих воздействий $\tilde{K}_\sigma^{(о)}$, $\tilde{K}_\sigma^{(\kappa)}$ определим следующим образом:

$$\tilde{K}_\sigma^{(о)}=\left\{\tilde{U}_\sigma^{(о)}=\left\|\tilde{u}_{ij}^{(о,2)}\right\|\left|\sum_{i=1}^{m}\tilde{u}_{ij}^{(о,2)}\le 1,\sum_{j=1}^{m}\tilde{u}_{ij}^{(о,2)}\le 1,\tilde{u}_{ij}^{(о,2)}\tilde{x}_{ij}^{(о,2)}=0,\tilde{u}_{ij}^{(о,2)}\in\{0,1\};\tilde{s}_\sigma^{(о)}\right.\right\} \tag{14}$$

$$\tilde{K}_\sigma^{(\kappa)}=\left\{\tilde{U}_\sigma^{(\kappa)}=\left\|\tilde{u}_{ij}^{(\kappa,1)}\right\|\left|\sum_{i=1}^{m}\tilde{u}_{ij}^{(\kappa,1)}\le 1,\sum_{j=1}^{m}\tilde{u}_{ij}^{(\kappa,1)}\le 1,\tilde{u}_{ij}^{(\kappa,1)}\in\{0,1\};\tilde{s}_\sigma^{(\kappa)}\right.\right\}, \tag{15}$$

где $\tilde{s}_\sigma^{(о)},\tilde{s}_\sigma^{(\kappa)}$ — заданные теоретико-функциональные ограничения, накладываемые на класс управляющих воздействий.

Будем предполагать, что указанные управляющие воздействия принадлежат классу кусочно-непрерывных функций. Введем в рассмотрение вектор $\vec{\tilde{x}}^{(о,2)}=\left\|\tilde{x}_1^{(о,2)},\ldots,\tilde{x}_m^{(о,2)}\right\|^{\mathrm{T}}$ и вектор $\vec{\tilde{x}}^{(\kappa,1)}=\left\|\tilde{x}_1^{(\kappa,1)},\ldots,\tilde{x}_m^{(\kappa,1)}\right\|^{\mathrm{T}}$. Тогда пусть

$\vec{\tilde{x}}^{(о,2)}(T_0)=0$, $\vec{\tilde{x}}^{(\kappa,1)}(T_0)=\vec{\tilde{x}}_0^{(\kappa,1)}$. Множество достижимости в пространстве состояний динамической системы (12)–(13) может в этом случае быть представлено как

$$\tilde{D}_{(о,\kappa)}=\left\{\vec{\tilde{x}}\left|\tilde{x}_i^{(о,2)}=\int_{T_0}^{T_f}\sum_{j=1}^{m}\varepsilon_{ij}(\tau)\tilde{u}_{ij}^{(о,2)}(\tau)d\tau,\quad \tilde{U}_\sigma^{(о)}\in\tilde{K}_\sigma^{(о)},\right.\right.$$
$$\left.\tilde{x}_{ij}^{(\kappa,1)}=\int_{T_0}^{T_f}\sum_{i''=1}^{m}\tilde{q}_{i''j}(\tau)\tilde{u}_{ij}^{(\kappa,1)}(\tau)d\tau,\quad \tilde{U}_\sigma^{(\kappa)}\in\tilde{K}_\sigma^{(\kappa)}\right\},\tag{16}$$

где $\vec{x}=\left\|(\tilde{x}^{(о,2)})^{\mathrm{T}}(\tilde{x}^{(\kappa,1)})^{\mathrm{T}}\right\|^{\mathrm{T}}$, $\tilde{q}_{i''j}=\dfrac{\delta_{i''i}^{(j)}-\tilde{x}_{ij}^{(\kappa,1)}}{\tilde{x}_{i''j}^{(\kappa,1)}}\gamma_-\left(\tilde{x}_{i''j}^{(\kappa,1)}\right)$.

Можно показать, что для рассматриваемых ситуаций обслуживания объектов справедлива следующая теорема.

Т е о р е м а [4]. Если функции $\varepsilon_{ij}(t)$ неотрицательны, ограничены и имеют на интервале $\sigma=(T_0,T_f]$, $t\in\sigma$, не более чем счетное число разрывов, а классы допустимых управлений заданы в виде (14), (15), то соответствующее множество достижимости $\tilde{D}_{(о,\kappa)}$:

а) расположено в неотрицательном ортанте пространства $\tilde{X}=\mathrm{R}^{(m+mm)}$, ограничено, замкнуто, выпукло;

б) удовлетворяет следующему включению:

$$D^-_{(о,\kappa)}\subseteq\tilde{D}_{(о,\kappa)}\subseteq D^+_{(о,\kappa)},\tag{17}$$

в котором

$$\tilde{D}^-_{(о,\kappa)}=\left\{\vec{\tilde{x}}\left|0\le\tilde{x}_i^{(о,2)}\le\bar{\bar{\xi}}_i\ \tilde{\tilde{x}}_i^{(о,2)},0\le\tilde{x}_{ij}^{(\kappa,1)}\le\bar{\bar{\chi}}_i\ \varphi_{ij}^{(\kappa,1)},\bar{\bar{\xi}}_i\ \ge0,\sum_{i=1}^{m}\bar{\bar{\xi}}_i\ =1;0\le\bar{\bar{\chi}}_i\le1\right.\right\},\tag{18}$$

$$\tilde{D}^+_{(о,\kappa)}=\left\{\vec{\tilde{x}}\left|0\le\tilde{x}_i^{(о,2)}\le\tilde{\tilde{x}}_i^{(о,2)},0\le\tilde{x}_{ij}^{(\kappa,2)}\le\bar{\bar{\chi}}_i\ \varphi_{ij}^{(\kappa,1)},0\le\bar{\bar{\chi}}_i\le1\right.\right\},\tag{19}$$

где $\tilde{\tilde{x}}_i^{(о,2)}=\int_{T_0}^{T_f}\left[\max_{j=1,\ldots,m}\varepsilon_{ij}(\tau)d\tau\right]$ при условии $x_{ij}^{(\kappa,2)}\equiv0\ \forall t,\forall i$, $\varphi_{ij}^{(\kappa,1)}=\max_{j''=1,\ldots,m}\{\delta_{i''i}^{j}\}\forall j$.

Приведенная теорема имеет существенное значение для предварительного качественного анализа задачи управления ОВ объектами ИС, каналами ИС, так как вычисление величин $\tilde{\tilde{x}}_i^{(о,2)}$, $\varphi_{ij}^{(\kappa,1)}$ не вызывает существенных затруднений, а вместе с тем анализ множеств $D^-_{(о,\kappa)}$, $D^+_{(о,\kappa)}$ позволяет в ряде случаев оценить выполнимость краевых условий, не решая собственно задачу УСД ИС, оценить границы изменения показателей ИТВ ИС. При использовании в процессе УСД ИС динамических моделей появляется возможность достаточно в наглядной форме изображать множества D, $D^{(+)}$, $D^{(-)}$ как в пространстве состояний соответствующих динамических моделей, так и в пространстве выходов (пространстве целевых, критериальных функций). В этом случае может использоваться как декартовая, так и полярная системы координат.

3. Методы и алгоритмы оперативного решения задач оценивания показателей устойчивости функционирования ИС

Основная особенность управления ИС состоит в том, что сведения об основных факторах и условиях, влияющих на успешное решение задач автоматизированного управления (АУ) соответствующими объектами, имеют различную степень достоверности и определенности. Кроме того, существенно затрудняет процесс управления ИС отсутствие в большинстве случав аналитической зависимости между указанными факторами и условиями, определяющими (описывающими) технологию АУ. Это в первую очередь касается факторов и условий, затрудняющих выполнение целевых задач объектами ИС (факторы противодействия внешней среды). Проиллюстрируем сказанное на примере реализации лишь одной из функций управления структурной динамикой ИС, а именно функции планирования (программного управления). Так, традиционно при решении задач оперативного планирования работы различных классов технических средств, входящих в состав типовых ИС, в соответствующих детерминированных математических моделях не учитывается влияние факторов неопределенности (случайных, нечетких и т. п.), которые могут иметь место на этапе реализации составленных планов. В результате такого подхода устойчивость ранее составленных планов будет низкая, что в свою очередь приводит на этапе реализации планов к увеличению общего числа их коррекций, увеличению нагрузки на ИС, снижению ее пропускной способности, устойчивости функционирования [4].

Наряду с детерминированными моделями планирования операций и распределения ресурсов ИС существует ряд подходов, при которых в моделях планирования учитываются факторы неопределенности (модели нечеткого, стохастического математического программирования) [6]. Однако для решения задач планирования в рамках указанных моделей должны быть приняты довольно «жесткие» предположения и допущения о параметрах законов распределения случайных (нечетких) величин, с помощью которых проводится описание процесса воздействия внешней среды на элементы и подсистемы ИС. Так, например, в моделях планирования, основанных на моделях стохастического программирования, как правило, делается предположение о том, что в результате воздействия внешней среды на элементы и подсистемы ИС появляются потоки отказов, представляющие собой случайные потоки пуассоновского типа, удобной вероятностной характеристикой которых является их интенсивность.

В том случае, если оказывается справедливой гипотеза о марковскости исследуемых процессов, становится возможен вариант аналитического описания моделей управления структурной динамикой ИС в условиях стохастического воздействия внешней среды.

Однако следует подчеркнуть, что даже при условии, когда известны все необходимые числовые характеристики случайной булевой функции, описывающей возможный сценарий возмущающих воздействия внешней среды, а также числовые характеристики законов распределения длительностей выполнения операций взаимодействия и соответствующих макроопераций, выполняемых в ИС, в конечном итоге процедуры поиска аналитических решений как в задачах анализа функционирования ИС, так и в задачах выбора управляющих воздействий значительно усложняются, особенно в условиях существенного увеличения размерности рассматриваемых задач УСД.

Многочисленные исследования, проведенные в данной области, показали [6], что учет факторов неопределенности в моделях УСД ИС, вызванных различными причинами (критериальная неопределенность, возмущающие воздействия внешней среды и т. п.), целесообразно осуществлять с использованием полимодельной многоэтапной интерактивной процедуры в рамках соответствующей интегрированной системы поддержки принятия решений (ИСППР).

Проводимая в ИСППР «сильная» интеграция аналитических, имитационных, логико-алгебраических, логико-лингвистических моделей, при которой происходит взаимная компенсация недостатков каждого из указанных выше классов моделей, позволяет получать качественно новые результаты при УСД ИС по сравнению с ранее существовавшими подходами.

Важная роль в решении задач адаптационного планирования применения ИС наряду с задачами оценивания ЦВ и ИТВ ИС отводится задаче оценивания устойчивости сформированных программ управления (планов применения) ИС. Анализ показывает, что в зависимости от состава и структуры исходных данных, их достоверности и определенности может быть предложено несколько вариантов процедур оценивания устойчивости программ управления (ПрУ) ИС [4, 6]: детерминированные ИД (вариант № 1), стохастические ИД (вариант № 2), ИД, заданные интервально (вариант № 3). В работах [4] подробно рассмотрены возможные подходы к решению данных задач. Остановимся более подробно на самом сложном варианте оценивания показателей устойчивости программ управления ИС, который соответствует интервальному заданию исходных данных.

При интервальном задании ИД (вариант 3) будем предполагать, что область допустимых возмущающих воздействий $\Xi(\vec{x}(t),t)$, описывается следующими соотношениями:

$$\vec{\xi}_j^{(1)}(t) \le \vec{\xi}_j(t) \le \vec{\xi}_j^{(2)}(t), \quad j=1,\dots,m, \tag{20}$$

где $\vec{\xi}_j^{(1)}$, $\vec{\xi}_j^{(2)}$ — соответственно заданные векторные функции, определяющие минимальные и максимальные значения возмущающих воздействий, которые могут появиться на этапе реализации каждого фиксированного плана применения ИС $(\vec{u}_i(t),\ t\in(T_0,T_f],\ i=1,\dots,n)$ в рамках того или иного сценария воздействия внешней среды на ИС $(\vec{\xi}_j(t),\ t\in(T_0,T_f],\ j=1,\dots,m)$. Пусть задано некоторое начальное состояние ИС $\vec{x}(T_0)$ (см. (8)) и рассматривается некоторый фиксированный план ее функционирования $\vec{u}_i(t)$. Тогда указанным векторам и области возмущающих воздействий (20) для фиксированного сценария $\vec{\xi}(t)$ соответствует область (множество) возможных значений фазовых переменных модели (1)–(2), т. е. множество различных фазовых траекторий.

Назовем эту область (множество) областью (множеством) достижимости динамической системы (ИС) вида (1)–(2) под воздействием возмущений и обозначим ее следующим образом:

$$D_x^{(\xi)}(T_f, T_0, X_0, \Xi, \vec{u}_i).\qquad(21)$$

Множеству $D_x^{(\xi)}(T_f, T_0, X_0, \Xi, \vec{u}_i)$ в пространстве состояний (см. рис. 1) соответствует множество точек (область) в пространстве значений показателей, оценивающих эффективность и устойчивость функционирования ИС, которое мы обозначим как

$$D_J^{(\xi)}(T_f, T_0, X_0, \Xi, \vec{u}_i).\qquad(22)$$

Для удобства и наглядности дальнейшего изложения рассмотрим только две компоненты векторного показателя (9), которые соответствуют показателям результативности (J_1) и ресурсоемкости (J_2) процесса функционирования ИС. В этом случае можно при геометрическом описании области достижимости (22) перейти от полярной системы координат к декартовой системе координат [4].

На рис. 1 показана область достижимости (22) для сокращенного вектора показателей эффективности и устойчивости функционирования ИС вида

$$\vec{J}' = \|J_1,\ J_2\|^{\mathrm{T}}.\qquad(23)$$

Пусть заданы допустимые границы изменений значений частных показателей результативности и ресурсоемкости процесса функционирования ИС в виде следующих соотношений

$$J_{a1} \le J_1 \le J_{b1},\qquad(24)$$

$$J_{a2} \le J_2 \le J_{b2},\qquad(25)$$

определяющих в пространстве показателей некоторую область P_j (см. рис. 1).

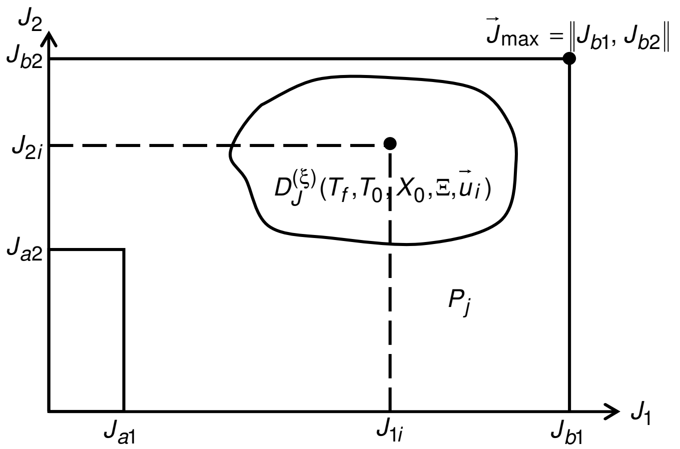

Рис. 1. Вариант расположения области достижимости в пространстве критериальных функций.

В работах [2, 4, 5] показано, что если для некоторого фиксированного плана функционирования $\vec{u}_i(t)$, $(i = 1,\dots,n)$, подверженного влиянию возмущающих воздействий $\vec{\xi}_i(t)$ вида (20), выполняются условия

$$D_J^{(\xi)}(T_f, T_0, X_0, \Xi, \vec{u}_i) \subset P_j,\qquad(26)$$

то программа управления $\vec{u}_i(t)$ (план функционирования ИС) устойчива к воздействию возмущений $\vec{\xi}_i(t)$. Другими словами, возможные отклонения значений показателей качества функционирования ИС вида J_1, J_2, вызванные возмущениями $\vec{\xi}_i(t)$, являются допустимыми.

Таким образом, для того чтобы оценить устойчивость $\vec{u}_i(t)$ плана работы ИС к воздействию тех или иных возмущений $\vec{\xi}_j(t)$ в случае их интервального задания, необходимо научиться строить соответствующие этим возмущениям области достижимости (ОД). Исследования показывают, что точное построение ОД является чрезвычайно трудной задачей и в практических приложениях обычно ограничиваются аппроксимацией ОД с требуемой точностью [5]. В качестве примеров можно привести подходы к построению аппроксимации ОД, базирующиеся на решении соответствующих задач оптимального управления, на построении различных классов эллипсоидов [5] и т. п. Остановимся более подробно на первом подходе к решению задач аппроксимации ОД.

В этом случае построение множества вида (22) основано на решении некоторой совокупности задач оптимального программного управления ИС следующего вида:

$$J_g = \vec{c}^{\,\mathrm{T}} \vec{J} \to \min_{\vec{\xi}_j \in \Xi}, \tag{27}$$

где $\vec{c} = \|c_1,\, c_2\|^{\mathrm{T}}$ — заданный вектор, удовлетворяющий условиям нормировки

$$|\,\vec{c}\,| = \sqrt{c_1^2 + c_2^2} = 1, \tag{28}$$

а $\vec{J} = \|J_1,\, J_2\|$ — вектор частных показателей качества функционирования ИС.

Особенностью задачи (27) является то, что при ее решении осуществляется как бы «оптимизация» программы возмущающих воздействий $\vec{\xi}_j(t)$ при заданной программе управлений $\vec{u}_i(t)$ (заданный план работы ИС). Но в данном случае интерпретация конкретных значений вектора $\vec{\xi}_j(t)$ нас не интересует. В рамках решения задачи оценивания устойчивости планов функционирования ИС цель решения задачи (27) состоит в отыскании некоторой точки $\vec{J}^{\,*} = \|\, J_1^*, J_2^* \,\|^{\mathrm{T}}$, лежащей на границе множества (22), и некоторой прямой вида

$$c_1 J_1^*, + c_2 J_2^* = 0, \tag{29}$$

касательной к данному множеству и проходящей через точку J^*. Определив множество точек J_γ^* и соответствующие касательные прямые для некоторых вариантов варьирования компонент вектора $\vec{c}_\gamma$, $\gamma = 1,\ldots,\Gamma$ (Γ — число вариантов варьирования коэффициентов $\vec{c}_\gamma$), можно получить внешнюю аппроксимацию множества (22), которую мы обозначим следующим образом:

$$\overline{\overline{D}}_J^{(\xi)}(T_f, T_0, X_0, \Xi, \vec{u}_i). \tag{30}$$

Данная аппроксимация ОД представляет собой геометрическую фигуру, заключенную между прямыми, задаваемыми выражениями вида $\vec{c}_\gamma^{\,\mathrm{T}} \vec{J}'^{\,*}$, $\gamma = 1,\ldots,\Gamma$.

Рассмотрим случай, когда $\Gamma = 4$, а векторы $\vec{c}$ имеют вид

$$\vec{c}_1 = \|0,\, 1\|^{\mathrm{T}},\quad \vec{c}_2 = \|0,\, -1\|^{\mathrm{T}},\quad \vec{c}_3 = \|1,\, 0\|^{\mathrm{T}},\quad \vec{c}_4 = \|-1,\, 0\|^{\mathrm{T}} \tag{31}$$

Труды СПИИРАН. 2007. Вып. 4. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2007. Issue 4. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

и удовлетворяют условиям нормировки. В этом случае для аппроксимации ОД необходимо решить следующие четыре задачи оптимального программного управления вида (27):

$$J'_1 = J_2 \to \min_{\vec{\xi}_j \in \Xi} \; ; \; J'_2 = -J_2 \to \min_{\vec{\xi}_j \in \Xi} \; ; \; J'_3 = J_1 \to \min_{\vec{\xi}_j \in \Xi} \; ; \; J'_4 = -J_1 \to \min_{\vec{\xi}_j \in \Xi} \; . \qquad (32)$$

Решение данных задач можно осуществить широко известными комбинированными методами поиска оптимальных программных управлений динамической системы вида (1)–(2). В результате решения задач (32) получаются координаты точек $\vec{J'}^{*}_1$, $\vec{J'}^{*}_2$, $\vec{J'}^{*}_3$, $\vec{J'}^{*}_4$, позволяющие с учетом (31) построить внешнюю аппроксимацию множества достижимости (30), которая будет представлять собой область, образованную в результате пересечения четырех прямых, касательных к множеству (22). На рис. 2 показаны точки $\vec{J}^{*}_{\gamma}$, $\gamma = 1,...,4$ и соответствующие прямые. В этом случае можно гарантировать, что в рамках принятых допущений возмущения $\vec{\xi}_j(t)$ не «выведут» показатели качества функционирования ИС за пределы области вида (30).

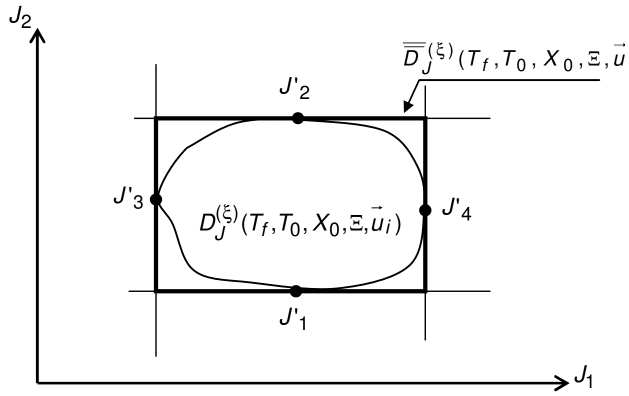

Рис. 2. Простейший вариант аппроксимации областей достижимости.

Решение задач (32) и аппроксимация соответствующих ОД должны осуществляться для каждой из программ (планов) функционирования ИС u_i $(i = 1,...,4)$ для каждого фиксированного сценария возмущающих воздействий $\vec{\xi}_j(t)$ $(j = 1,...,m)$.

На рис. 3 показаны наиболее характерные случаи взаимного расположения областей P_j и $\overline{\overline{D}}{}_J^{(\xi)}$ для различных программ управления ИС. При этом можно утверждать следующее:

– в случае рис. 3, а возможные отклонения значений показателей качества функционирования ИС (показателей эффективности и устойчивости ИС), вызванные возмущениями, являются допустимыми, а соответствующая программа управления ИС устойчива к воздействию возмущений;

– в случае рис. 3, b отклонения значений показателей качества функционирования ИС, вызванные возмущениями, недопустимы, а соответствующая программа управления неустойчива к воздействию этих возмущений;

– в случае рис. 3, c программа управления ИС неустойчива к воздействию возмущений, причем эти возмущения в большей степени влияют на показатель результативности функционирования ИС J_1;

– в случае рис. 3, d программа управления ИС неустойчива к воздействию возмущений, причем эти возмущения в большей степени влияют на показатель ресурсоемкости функционирования ИС J_2.

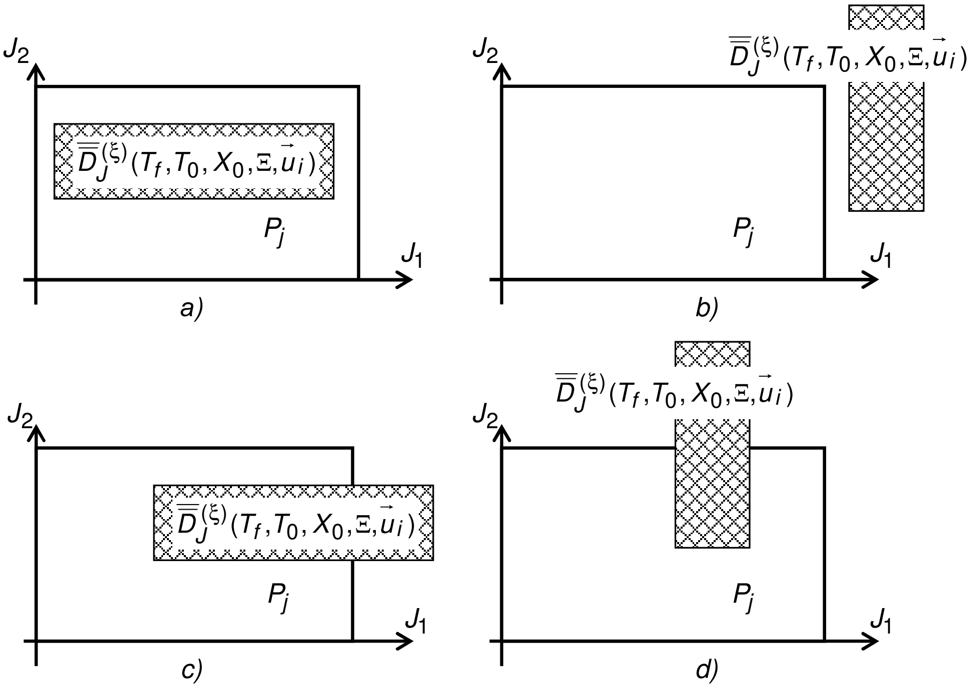

Рис. 3. Варианты расположения областей достижимости при различных значениях возможных воздействий.

Окончательный выбор наиболее устойчивых программ управления ИС (планы применения ИС) в этом случае целесообразно проводить исходя из следующего условия

$$S_i^*(\vec{u}_i(t)) = \max_{1\le i\le \tilde{n}} \min_{1\le j\le \tilde{m}} S_j(\vec{u}_i(t)), \tag{33}$$

где $S_j(\vec{u}_i(t))$ — площадь пересечения областей $\overline{\overline{D}}_J^{(\xi)}(T_f, T_0, X_0, \Xi, \vec{u}_i)$ и P_j; $\tilde{n}$ — общее количество анализируемых планов применения ИС; $\tilde{m}$ — общее количество сценариев возмущающих воздействий на этапе реализации планов функционирования ИС.

Можно показать, что поиск наиболее устойчивого плана функционирования ИС, в соответствии с выражением (33), является по сути реализацией одного из основополагающих принципов многокритериального выбора в условиях неопределенности, а именно принципа гарантированного результата.

4. Заключение

Предложенное в статье динамическое описание процессов функционирования ИС позволяет при решении широкого класса сугубо практических задач (например, задач оперативного оценивания пропускной способности ИС, оценивания уровня ее катастрофоустойчивости) обоснованно использовать фундаментальную научную базу, к которой относится современная теория управления [2]. В этом случае задачи оценивания и анализа показателей ЦВ и ИТВ, оценивания и анализа показателей устойчивости функционирования ИС могут быть проинтерпретированы как задачи оценивания управляемости соответствующей комбинированной динамической системой, задачи построения и аппроксимации множества (области) достижимости, являющегося фундаментальной характеристикой указанной динамической системы [4–6]. Знание данного множества по существу заменяет собой всю необходимую информацию, требуемую для решения различных классов задач управления ИС. Проводя аппроксимацию и исследование свойств указанного множества, можно в оперативном режиме (на этапе применения ИС) сформировать допустимые планы применения СТС, оценить их устойчивость и чувствительность [4].

Данная работа была выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (гранты № 07–07–00169, № 05–08–18111, № 06–07–89242), Института системного анализа РАН (проект 2.5), CRDF (проект № RUM2–1554–ST–05).

Литература

1. *Клир Дж.* Системология: автоматизация решения системных задач. М.: Радио и связь, 1990. 368 с.
2. *Охтилев М. Ю., Соколов Б. В., Юсупов Р. М.* Интеллектуальные технологии мониторинга и управления структурной динамикой сложных технических объектов. М.: Наука, 2006. 410 с.
3. *Калинин В. Н., Соколов Б. В.* Многомодельный подход к описанию процессов управления космическими средствами // Изв. РАН. Серия «Теория и системы управления». 1995. № 1. С. 56–61.
4. *Соколов Б. В.* Комплексное планирование операций и управление структурами в АСУ активными подвижными объектами. М.: МО, 1992. 232 с.
5. *Черноусько Ф. Л.* Оценивание фазового состояния динамических систем. Метод эллипсоидов. М.: Наука, 1988. 320 с.
6. Надежность и эффект в технике: Справочник в 10 т. / Ред. совет *В. С. Авдуевский и др.* Т. 3. Эффективность технических систем / Под общ. ред. *В. Ф. Уткина, Ю. В. Крючкова.* М.: Машиностроение, 1988. 328 с.