ЭНЕРГЕТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В ЛИНЕЙНЫХ МНОГОТОЧЕЧНЫХ ЗАДАЧАХ О ВСТРЕЧЕ ДВИЖЕНИЙ

В. И. Миронов[1], Ю. В. Миронов[2]

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН

СПИИРАН, 14-я линия ВО, д. 39, Санкт-Петербург, 199178

[1]<ipi@iias.spb.ru>, [2]<mironuv@yandex.ru>

УДК 629.191

Миронов В. И., Миронов Ю. В. **Энергетически оптимальное управление в линейных многоточечных задачах о встрече движений** // Труды СПИИРАН. Вып. 5. — СПб.: Наука, 2007.

Аннотация. *Рассматривается задача энергетически оптимального управления движением активным объектом при его последовательной встрече с системой подвижных целевых объектов. Приводится аналитическое решение соответствующей модельной линейно–квадратической задачи.* — Библ. 6 назв.

UDC 629.191

Mironov V. I, Mironov Y. V. **The Power Optimum Control in Linear Multipointed Problems on Meeting Points Motions** // SPIIRAS Proceedings. Issue 5. — SPb.: Nauka, 2007.

Abstract. *One considers the task of power optimum control of active objects movement at it's consecutive meeting with a system of mobile objects for special targets. The analitical decision of appropriate model of linear-square problem is suggested.* — Bibl. 6 items.

1. Введение

Данная статья является продолжением исследования, выполненных в работах [3, 4] по проблеме многоточечной оптимизации управления движением активного объекта (АО) при его последовательном сближении с группой подвижных целевых объектов (ЦО). Задача такого рода рассматривалась, в частности, в [1, 2] для импульсной постановки применительно к условиям космического полета к астероидам, где определялся оптимальный маршрут облета нескольких небесных тел. Аналогичные задачи возникают и при маневрировании космических аппаратов в околоземном пространстве и др. Ниже рассматривается задача энергетически оптимального управления для случая, когда динамика АО описывается системой линейных дифференциальных уравнений второго порядка.

2. Постановка задачи и необходимые условия оптимальности

Пусть динамика АО на интервале $t \in [t_0, T]$ описывается системой уравнений

$$\dot{\bar{r}} = \bar{V}; \qquad \dot{\bar{V}} = A_r(t)\bar{r} + A_V(t)\bar{V} + B(t)\bar{u}(t), \tag{1}$$

а движение N ЦО — системами

$$\begin{gathered} \dot{\bar{r}}_i = \bar{V}_i; \qquad \dot{\bar{V}}_i = \bar{f}_i(\bar{r}_i, \bar{V}_i, t); \\ t \in [t_0, t_i]; \qquad i = \overline{1, N}. \end{gathered} \tag{2}$$

В начальный момент t_0 исходное положение АО и каждого ЦО определяется соответствующими значениями координат и скорости их движения

$$\bar{r}_0,\ \bar{V}_0, \bar{r}_{i_0},\ \bar{V}_{i_0};\qquad i=\overline{1,N}. \tag{3}$$

Требуется найти траекторию $\bar{x}(t)$, управление и временные параметры

$$\bar{u}(t)\in\Omega_u, t_0,\ t_1,\dots,\ t_N=T,$$

обеспечивающие в моменты t_i выполнение заданных условий встречи АО с каждым i-м целевым объектом

$$\bar{r}(t_i)=\bar{r}_i(t_i); \tag{4}$$

$$i=\overline{1,N};\qquad (t_0<t_1<t_2<\dots<t_N=T),$$

и при этом квадратический функционал

$$I=\frac{1}{2}\int_0^T \bar{u}^T\bar{u}\,dt, \tag{5}$$

характеризующий энергетические затраты на выполнение операции, принимает минимальное значение.

На основе результатов, приведенных в работе [3], для рассматриваемой задачи нетрудно получить необходимые условия оптимальности управления, которые сформулируем следующим образом.

Для оптимальности n-мерного вектора $\bar{x}(t)=[\bar{r}(t),\bar{V}(t)]^T$, а также $\bar{u}(t)\in\Omega_u$ и $\bar{T}_N=[t_1,t_2,\dots,t_N]^T$ необходимо выполнение следующих условий:

1) векторы $\bar{x}(t)$ и $\bar{\lambda}(t)$ удовлетворяют сопряженной системе

$$\dot{\bar{x}}=\frac{\partial H(\bar{x},\bar{u},\bar{\lambda},t)}{\partial\bar{\lambda}};\qquad \dot{\bar{\lambda}}=-\frac{\partial H(\bar{x},\bar{u},\bar{\lambda},t)}{\partial\bar{x}};$$

$$\bar{\lambda}=[\bar{\lambda}_r,\bar{\lambda}_V]^T;$$

2) вектор управления обеспечивает максимум гамильтониана

$$\bar{u}(t)\to\max_{\bar{u}\in\Omega_u}\left\{H(\bar{x},\bar{u},t)=\bar{\lambda}_r^T\bar{V}+\bar{\lambda}_V^T[A_r(t)\bar{r}+A_V(t)\bar{V}+B(t)\bar{u}]-\frac{1}{2}\bar{u}^T\bar{u}\right\};$$

$$t_0\le t\le T;$$

3) выполняются условия трансверсальности в конечный момент $t_N=T$

$$\bar{\lambda}_{V,N}(t_N=T)=0;$$

4) при $t=t_i$ выполняются условия Эрдмана–Вейерштрасса

$$\bar{\lambda}_{r,i+1}(t_i)-\bar{\lambda}_{r,i}(t_i)+\Delta\bar{\lambda}_{r,i}=0;$$

$$\bar{\lambda}_{V,i+1}(t_i)-\bar{\lambda}_{V,i}(t_i)=0;\qquad i=\overline{1,N-1};$$

$$H_{i+1}(t_i)-H_i(t_i)+\Delta\bar{\lambda}_{r,i}^T\left[\bar{V}(t_i)-\bar{V}_i(t_i)\right]=0;\qquad i=\overline{1,N},$$

где $\bar{\lambda}_{r,0}, \bar{\lambda}_{V,0}, \Delta\bar{\lambda}_{r,i}$ — неопределенные параметры сопряженных переменных.

Приведенные соотношения дают достаточное число условий для определения всех неизвестных параметров и функций.

3. Модельная задача и ее аналитическое решение

Несмотря на линейность модели движения АО и квадратический характер оптимизируемого функционала, общая задача остается нелинейной не только из-за необходимости определения сопряженных параметров $\bar{\lambda}_{r,0}$, $\bar{\lambda}_{V,0}$, $\Delta\bar{\lambda}_{r,i}$, но и временных параметров встречи объектов $\bar{T}_N = [t_1, t_2, ..., t_N]^T$. Поэтому рассматриваемая задача может быть решена только с помощью численных методов. В работе [6] для решения данного класса задач предложен комбинированный метод, в котором комбинационно используются вариационный и прямой принципы построения вычислительных алгоритмов. Он обеспечивает декомпозицию вычислительного процесса и позволяет на каждой итерации свести исходную многоточечную задачу оптимизации к более простой модельной задачи оптимального управления, решаемой при фиксированных временных параметрах. Метод включает два цикла или этапа.

1. На первом (внутреннем) цикле исходная задача решается при фиксированных значениях вектора временных параметров $\bar{T}_N$ в соответствии с принятым начальным приближением на основе принципа максимума.

2. На втором (внешнем) цикле осуществляется построение аппроксимационных моделей зависимости основного критерия оптимальности $I(\bar{T}_N)$ и изопериметрических условий $L(\bar{T}_N)$ от вектора временных параметров $\bar{T}_N$ и производится его уточнение.

Далее организуется итерационное повторение операций 1 и 2 циклов для окончательного определения $\bar{u}^{opt}(t)$ и $\bar{T}_N^{opt}$.

Задача оптимального управления, решаемая на первом этапе данного метода, значительно упрощается по сравнению с исходной, так как временные параметры движения фиксированы. По-существу, она переходит в класс задач с промежуточными фазовыми ограничениями статического типа [6].

В рамках рассматриваемой в данной работе задачи о встрече АО с системой подвижных объектов решение такой модельной задачи в открытой области управления Ω_u сводится к следующей многоточечной краевой задаче

$$\begin{gathered}
\dot{\bar{r}} = \bar{V}; \qquad \dot{\bar{V}} = A_r(t)\bar{r} + A_V(t)\bar{V} + B(t)\bar{u}(t); \\
\dot{\bar{\lambda}}_r = -A_r^T(t)\bar{\lambda}_V; \qquad \dot{\bar{\lambda}}_V = -\bar{\lambda}_r - A_V^T(t)\bar{\lambda}_V; \\
\bar{u}(t) = B^T(t)\bar{\lambda}_V(t),
\end{gathered} \tag{6}$$

при следующих краевых и промежуточных условиях

$$\begin{gathered}
\bar{x}(t_0) = \bar{x}_0; \quad \bar{r}(t_i) = \bar{r}_i; \quad i = \overline{1,N}; \\
\bar{\lambda}_{r,i+1}(t_i) - \bar{\lambda}_{r,i}(t_i) + \Delta\bar{\lambda}_{r,i} = 0; \\
\bar{\lambda}_{V,i+1}(t_i) - \bar{\lambda}_{V,i}(t_i) = 0; \\
\bar{\lambda}_{V,N}(t_N = T) = 0; \qquad i = \overline{1,N-1}.
\end{gathered}$$

Для решения задачи введем расширенный вектор размерности $2n$

$$\bar{z} = [\bar{x}, \bar{\lambda}]^T = [\bar{r}, \bar{V}, \bar{\lambda}_r, \bar{\lambda}_V]^T.$$

Тогда П-система (6) может быть представлена в виде

$$\dot{\bar{z}}(t) = C(t)\bar{z}; \quad \bar{z}(t_0) = \bar{z}_0, \tag{7}$$

где

$$C(t) = \begin{bmatrix} A(t) & \tilde{B}(t)\tilde{B}^T(t) \\ 0 & -A^T(t) \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} 0 & E \\ A_r & A_V \end{bmatrix}; \qquad \tilde{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix}.$$

Решение расширенной системы для любого $t \in [t_0, t_1]$ дается формулой Коши

$$\bar{z}(t) = R(t,t_0)\bar{z}_0, \tag{8}$$

где $R(t,t_0)$ — нормированная фундаментальная матрица размерности $2n \times 2n$.

Определим структуру фундаментальной матрицы R. Решение системы (6) может быть представлено в виде

$$\bar{x}(t) = U(t,t_0)\bar{x}_0 + \int_{t_0}^{t} U(t,\tau)\widetilde{B}(\tau)\widetilde{B}^T(\tau)V(\tau,t_0)d\tau \cdot \bar{\lambda}_0; \tag{9}$$

$$\bar{\lambda}(t) = V(t,t_0)\bar{\lambda}_0,$$

где $U(t,t_0)$ и $V(t,t_0)$ — нормированные фундаментальные матрицы решения соответствующих однородных уравнений

$$\dot{\bar{x}} = A(t)\bar{x}; \qquad \dot{\bar{\lambda}} = -A^T(t)\bar{\lambda}.$$

В привязке к векторным компонентам $\bar{x}$, $\bar{\lambda}$ матрица R записывается в следующем виде

$$R(t,t_0) = \begin{bmatrix} Q_{11}(t,t_0) & Q_{12}(t,t_0) \\ Q_{21}(t,t_0) & Q_{22}(t,t_0) \end{bmatrix},$$

где $Q_{ij}(t,t_0)$ — квадратные матрицы размерности $n \times n$.

Из сопоставления соответствующих блоков получаем равенства

$$Q_{11}(t,t_0) = U(t,t_0);$$

$$Q_{12}(t,t_0) = \int_{t_0}^{t} U(t,\tau)\widetilde{B}(\tau)\widetilde{B}^T(\tau)V(\tau,t_0)d\tau;$$

$$Q_{21}(t,t_0) = 0;$$

$$Q_{22}(t,t_0) = V(t,t_0).$$

Матрицу $R(t,t_0)$ в привязке к векторным компонентам $\bar{r}, \bar{V}, \bar{\lambda}_r, \bar{\lambda}_V$ представим в следующем блочном виде

$$R(t,t_0) = \begin{bmatrix} R_{11}(t,t_0) & R_{12}(t,t_0) & R_{13}(t,t_0) & R_{14}(t,t_0) \\ R_{21}(t,t_0) & R_{22}(t,t_0) & R_{23}(t,t_0) & R_{24}(t,t_0) \\ R_{31}(t,t_0) & R_{32}(t,t_0) & R_{33}(t,t_0) & R_{34}(t,t_0) \\ R_{41}(t,t_0) & R_{42}(t,t_0) & R_{43}(t,t_0) & R_{44}(t,t_0) \end{bmatrix},$$

где $R_{ij}(t,t_0)$ — квадратные матрицы, соответствующие векторам $\bar{r}$, $\bar{V}$, $\bar{\lambda}_r$, $\bar{\lambda}_V$.

Определим структуру матриц $R_{ij}(t,t_0)$ в зависимости от соответствующих блоков фундаментальных матриц $U(t,t_0)$ и $V(t,t_0)$ однородных уравнений применительно к системе второго порядка (6). Для этого матрицу $U(t,t_0)$ в привязке к векторным компонентам $\bar{r}, \bar{V}$ представим как

$$U(t,t_0) = \begin{bmatrix} U_{11}(t,t_0) & U_{12}(t,t_0) \\ U_{21}(t,t_0) & U_{22}(t,t_0) \end{bmatrix},$$

а матрицу $V(t,t_0)$ в привязке к векторным компонентам $\bar{\lambda}_r, \bar{\lambda}_V$ как

Труды СПИИРАН. 2007. Вып. 5. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2007. Issue 5. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

$$V(t,t_0)=\begin{bmatrix} V_{11}(t,t_0) & V_{12}(t,t_0) \\ V_{21}(t,t_0) & V_{22}(t,t_0) \end{bmatrix},$$

где $U_{ij}(t,t_0)$, $V_{ij}(t,t_0)$ — квадратные матрицы.

Из сопоставления соответствующих блоков получаем следующие равенства

$$R_{ij}(t,t_0)=\begin{cases} U_{ij}(t,t_0), & i,j=...; \\ 0; \\ V...; \end{cases} \tag{10}$$

$$R_{ij}(t,t_0)=U_{ij}(t,t_0), \text{при } i,j=1,2;$$

$$R_{ij}(t,t_0)=0, \text{при } i=3,4; \quad j=1,2;$$

$$R_{ij}(t,t_0)=V_{i-2,j-2}(t,t_0), \text{ при } i,j=3,4;$$

$$R_{13}(t,t_0)=\int_{t_0}^{t}U_{12}(t,\tau)BB^TV_{21}(\tau,t_0)d\tau; \quad R_{14}(t,t_0)=\int_{t_0}^{t}U_{12}(t,\tau)BB^TV_{22}(\tau,t_0)d\tau;$$

$$R_{23}(t,t_0)=\int_{t_0}^{t}U_{22}(t,\tau)BB^TV_{21}(\tau,t_0)d\tau; \quad R_{24}(t,t_0)=\int_{t_0}^{t}U_{22}(t,\tau)BB^TV_{22}(\tau,t_0)d\tau.$$

С учетом принятых обозначений покомпонентные решения системы (6) находятся по формулам

$$\bar{r}(t)=R_{11}(t,t_0)\bar{r}_0+R_{12}(t,t_0)\bar{V}_0+R_{13}(t,t_0)\bar{\lambda}_{r_0}+R_{14}(t,t_0)\bar{\lambda}_{V_0};$$

$$\bar{V}(t)=R_{21}(t,t_0)\bar{r}_0+R_{22}(t,t_0)\bar{V}_0+R_{23}(t,t_0)\bar{\lambda}_{r_0}+R_{24}(t,t_0)\bar{\lambda}_{V_0};$$

$$\bar{\lambda}_r(t)=R_{33}(t,t_0)\bar{\lambda}_{r_0}+R_{34}(t,t_0)\bar{\lambda}_{V_0};$$

$$\bar{\lambda}_V(t)=R_{43}(t,t_0)\bar{\lambda}_{r_0}+R_{44}(t,t_0)\bar{\lambda}_{V_0}.$$

Заметим далее, что в силу линейности системы (6), если в некоторый момент $t_i\in[t_0,t]$ вектор $\bar{\lambda}_r(t_i)$ получает приращение $\delta\bar{\lambda}_r(t_i)$, то на момент t значения векторов $\bar{r}(t)$ и $\bar{\lambda}_r(t_i)$ получают приращения

$$\delta\bar{r}(t)=R_{13}(t,t_i)\delta\bar{\lambda}_r(t_i);$$

$$\delta\bar{V}(t)=R_{43}(t,t_i)\delta\bar{\lambda}_r(t_i).$$

Это обстоятельство позволяет составить следующую систему уравнений для краевых условий встречи АО с ЦО относительно неизвестных векторов $\bar{\lambda}_{r_0}$, $\bar{\lambda}_{V_0}, \Delta\bar{\lambda}_{r_1}, \Delta\bar{\lambda}_{r_2}, \ldots, \Delta\bar{\lambda}_{r_{N-1}}$

$$\Delta\bar{r}_1(t_1)=R_{13}(t_1,t_0)\bar{\lambda}_{r_0}+R_{14}(t_1,t_0)\bar{\lambda}_{V_0}; \tag{11}$$

$$\Delta\bar{r}_2(t_2)=R_{13}(t_2,t_0)\bar{\lambda}_{r_0}+R_{14}(t_2,t_0)\bar{\lambda}_{V_0}+R_{13}(t_2,t_1)\Delta\bar{\lambda}_{r_1};$$

$$\Delta\bar{r}_3(t_3)=R_{13}(t_3,t_0)\bar{\lambda}_{r_0}+R_{14}(t_3,t_0)\bar{\lambda}_{V_0}+R_{13}(t_2,t_1)\Delta\bar{\lambda}_{r_1}+R_{13}(t_3,t_2)\Delta\bar{\lambda}_{r_2};$$

……………..

$$\Delta\bar{r}_N(t_N)=R_{13}(t_N,t_0)\bar{\lambda}_{r_0}+R_{14}(t_N,t_0)\bar{\lambda}_{V_0}+\sum_{i=1}^{N-1}R_{13}(t_N,t_i)\Delta\bar{\lambda}_{r_i};$$

$$\Delta\bar{\lambda}_{V_N}(t_N) = R_{43}(t_N,t_0)\bar{\lambda}_{r_0} + R_{44}(t_N,t_0)\bar{\lambda}_{V_0} + \sum_{i=1}^{N-1} R_{43}(t_N,t_i)\Delta\bar{\lambda}_{r_i} = 0,$$

где

$$\Delta\bar{r}_i(t_i) = \bar{r}_i(t_i) - [R_{11}(t_i,t_0)\bar{r}_0 + R_{12}(t_i,t_0)\bar{V}_0].$$

Векторы $\bar{r}_i(t_i)$ определяются путем интегрирования уравнений движения целевых объектов.

Эту систему можно разрешить путем последовательного исключения неизвестных.

Так, при обходе двух ЦО, то есть при $N = 2$, необходимо решить систему

$$\Delta\bar{r}_1(t_1) = R_{13}(t_1,t_0)\bar{\lambda}_{r_0} + R_{14}(t_1,t_0)\bar{\lambda}_{V_0};$$

$$\Delta\bar{r}_2(t_2) = R_{13}(t_2,t_0)\bar{\lambda}_{r_0} + R_{14}(t_2,t_0)\bar{\lambda}_{V_0} + R_{13}(t_2,t_1)\Delta\bar{\lambda}_{r_1};$$

$$0 = R_{43}(t_2,t_0)\bar{\lambda}_{r_0} + R_{44}(t_2,t_0)\bar{\lambda}_{V_0} + R_{43}(t_2,t_1)\Delta\bar{\lambda}_{r_1}.$$

Из первого уравнения этой системы находим

$$\bar{\lambda}_{r_0} = R_{13}^{-1}(t_1,t_0)[\Delta\bar{r}_1(t_1) - R_{14}(t_1,t_0)\bar{\lambda}_{V_0}].$$

Подставляя это выражение во второе и третье уравнение, имеем

$$\Delta\bar{r}_2(t_2) = R_{13}(t_2,t_0)R_{13}^{-1}(t_1,t_0)[\Delta\bar{r}_1(t_1) - R_{14}(t_1,t_0)\bar{\lambda}_{V_0}] +$$
$$+ R_{14}(t_2,t_0)\bar{\lambda}_{V_0} + R_{13}(t_2,t_1)\Delta\bar{\lambda}_{r_1};$$

$$0 = R_{43}(t_2,t_0)R_{13}^{-1}(t_1,t_0)[\Delta\bar{r}_1(t_1) - R_{14}(t_1,t_0)\bar{\lambda}_{V_0}] +$$
$$+ R_{44}(t_2,t_0)\bar{\lambda}_{V_0} + R_{43}(t_2,t_1)\Delta\bar{\lambda}_{r_1}.$$

Эти уравнения представим в виде

$$R_1\bar{\lambda}_{V_0} + B_1\Delta\bar{\lambda}_{r_1} = \bar{m}_1; \qquad R_2\bar{\lambda}_{V_0} + B_2\Delta\bar{\lambda}_{r_1} = \bar{m}_2,$$

где

$$R_1 = R_{14}(t_2,t_0) - R_{13}(t_2,t_0)R_{13}^{-1}(t_1,t_0)R_{14}(t_1,t_0);$$

$$B_1 = R_{13}(t_2,t_1);$$

$$\bar{m}_1 = \Delta\bar{r}_2(t_2) - R_{13}(t_2,t_0)R_{13}^{-1}(t_1,t_0)\Delta\bar{r}_1(t_1);$$

$$R_2 = R_{44}(t_2,t_0) - R_{43}(t_2,t_0)R_{13}^{-1}(t_1,t_0)R_{14}(t_1,t_0);$$

$$B_2 = R_{43}(t_2,t_1)\Delta\bar{\lambda}_{r_1};$$

$$\bar{m}_2 = -R_{43}(t_2,t_0)R_{13}^{-1}(t_1,t_0)\Delta\bar{r}_1(t_1).$$

Решая эти уравнения, находим

$$\bar{\lambda}_{V_0} = R_1^{-1}[\bar{m}_1 - B_1(B_2 - R_2R_1^{-1}B_1)^{-1}(\bar{m}_2 - R_2R_1^{-1}\bar{m}_1)]; \tag{12}$$

$$\Delta\bar{\lambda}_{r_1} = (B_2 - R_2R_1^{-1}B_1)^{-1}(\bar{m}_2 - R_2R_1^{-1}\bar{m}_1). \tag{13}$$

Формулы (12) и (13) дают аналитическое решение задачи при $N = 2$.

В общем случае при $N > 2$ для решения системы (11) введем расширенные векторы

$$\bar{\Delta}^T = [\Delta\bar{r}_1(t_1), \Delta\bar{r}_2(t_2), \ldots, \Delta\bar{r}_N(t_N), 0]; \qquad \bar{P}_\lambda^T = [\bar{\lambda}_{r_0}, \bar{\lambda}_{V_0}, \Delta\bar{\lambda}_{r_1}, \Delta\bar{\lambda}_{r_2}, \ldots, \Delta\bar{\lambda}_{r_{N-1}}],$$

и матрицу

$$Q = \begin{bmatrix} R_{13}(t_1,t_0) & R_{14}(t_1,t_0) & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ R_{13}(t_2,t_0) & R_{14}(t_2,t_0) & R_{13}(t_2,t_1) & 0 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ R_{13}(t_N,t_0) & R_{14}(t_N,t_0) & R_{13}(t_N,t_1) & \ldots & \ldots & R_{13}(t_N,t_{N-1}) \\ R_{43}(t_N,t_0) & R_{44}(t_N,t_0) & R_{43}(t_N,t_1) & \ldots & \ldots & R_{43}(t_N,t_{N-1}) \end{bmatrix}.$$

С учетом введенных обозначений система (11) принимает вид

$$Q\overline{P}_\lambda = \overline{\Delta}. \tag{14}$$

Следовательно,

$$\overline{P}_\lambda = Q^{-1}\overline{\Delta}. \tag{15}$$

Оптимальное управление при $t \in [t_j, t_{j+1}]$ определится как

$$\overline{u}(t) = B^T(t)\overline{\lambda}(t),$$

где

$$\overline{\lambda}(t) = [\overline{\lambda}_r, \overline{\lambda}_V]^T;$$

$$\overline{\lambda}_r(t) = R_{31}(t,t_0)\overline{x}_0 + R_{32}(t,t_0)\overline{V}_0 + R_{32}(t,t_0)\overline{\lambda}_{r0} + R_{33}(t,t_0)\overline{\lambda}_{V_0} +$$

$$+\sum_{i=1}^{j} R_{32}(t,t_i)\Delta\overline{\lambda}_{r_i};$$

$$\overline{\lambda}_V(t) = R_{43}(t,t_0)\overline{\lambda}_{r0} + R_{44}(t,t_0)\overline{\lambda}_{V_0} + \sum_{i=1}^{j} R_{32}(t,t_i)\Delta\overline{\lambda}_{r_i};$$

$$t \in [t_j, t_{j+1}]; \qquad j = \overline{0, N-1}.$$

Полученное аналитическое решение может быть эффективно использовано в рамках комбинированного метода решения многоточечных задач о встрече движений и для оптимизации временных параметров.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (Проект № 06-07-89242) и при финансовой поддержке за счет грантов Санкт-Петербурга в сфере научной и научно-технической деятельности.

Литература

1. *Жирнов В. А., Лидов М. Л.* К задаче сближения с несколькими астероидами // Космические исследования. 1989. Т. XXVII, № 1. С. 3–8.
2. *Жирнов В. А., Лидов М. Л.* Решение задачи сближения с несколькими астероидами алгоритмом оптимальной коррекции // Космические исследования. 1988. Т. XXVI, № 4. С. 508–518.
3. *Миронов В. И., Миронов Ю. В.* Комбинированный метод оптимизации управления в многоточечных задачах о встрече движений // Труды СПИИРАН. 2006. Вып. 3, т. 2. СПб.: Наука, 2006. С. 342–350.
4. *Миронов В. И., Миронов Ю. В.* Необходимые условия оптимальности управления в многоточечных задачах о встрече движений // Труды СПИИРАН. 2005. Вып. 2, т. 2. СПб.: Наука, 2005. С. 308–316.
5. *Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф.* Математическая теория оптимальных процессов. М.: Физматгиз, 1969. 369 с.
6. *Федоренко Р. П.* Приближенное решение задач оптимального управления. М.: Наука, 1978. 488 с.