

Б.В. СОКОЛОВ
**ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ
КОМПЛЕКСНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ
РАБОТЫ НАЗЕМНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СРЕДСТВ
С НАВИГАЦИОННЫМИ КОСМИЧЕСКИМИ
АППАРАТАМИ**

Соколов Б.В. Динамические модели и алгоритмы комплексного планирования работы наземных технических средств с навигационными космическими аппаратами.

Аннотация. В статье предложено полимодельное описание функционирования наземного комплекса управления (НКУ) орбитальной системой (ОрС) космических аппаратов (КА), в основе которого лежит динамическая интерпретация соответствующих процессов. Данный подход открывает широкие перспективы использования достижений современной теории управления для решения прикладных задач, при исследовании которых указанная теория ранее не применялась. В частности, в статье показано, как задачу комплексного планирования работы наземных технических средств (НТСр), входящих в состав НКУ, с помощью метода локальных сечений удается свести к двухточечной краевой задаче. Традиционно задачи данного класса (задачи теории расписаний) решаются с использованием методов математического программирования. Однако в случае большой размерности задач планирования приходится отказываться от точных методов оптимизации решений и прибегать к эвристическим приемам. В статье предлагается оригинальный подход к решению задач теории расписаний большой размерности, основанный на использовании моделей и методов теории оптимального управления.

Ключевые слова: динамические модели, комплексное планирование, наземные технические средства, навигационные космические аппараты, полимодельное описание, теория расписаний, теория оптимальное управление.

Sokolov B.V. Dynamic models and algorithms of comprehensive scheduling for ground-based facilities communication with navigation spacecrafts.

Abstract. A multiple-model description of interaction between a ground-based control complex GCC and orbital system (OrS) of navigation spacecrafts (NS) is presented. A dynamic interpretation of operations and control processes is implemented. The proposed approach lets use fundamental scientific results of the modern control theory for new applied problems. In particular, a scheduling problem for GCC ground-based technical facilities was reduced to a boundary problem with the help of the local section method. Scheduling problems of the considered class are usually solved via methods of discrete programming, but when the dimensionality is high, the optimal solution is not provided and heuristic algorithms are needed. This paper introduces an original approach, based on models and methods of optimal control theory, to scheduling problems of high dimensionality.

Keywords: dynamic models, comprehensive scheduling, ground-based technical facilities, navigation spacecrafts, multiple-model description, theory of schedules, optimal control theory.

1. Введение. Современные системы управления¹ (СУ) космическими средствами (КСр), являющиеся одной из разновидностей сложных организационно-технических систем (СОТС), включают в свой состав орбитальные и наземные КСр (ОрКСр, НКСр). В свою очередь, ОрКСр и НКСр, объединяясь и взаимодействуя между собой, образуют соответственно орбитальные системы (ОрС) КСр, или, по-другому, ОрС космических аппаратов (ОрС КА), а также наземные комплексы управления (НКУ) [2–4, 6, 11, 12]. Общая организация и проведение работ в перечисленных системах и комплексах осуществляется при непосредственном участии и под руководством различных категорий специалистов, обеспечивающих надежное и устойчивое функционирование СУ КСр [2].

В настоящее время при проектировании, внедрении, эксплуатации и развитии СУ КСр одной из актуальных проблем была и остается проблема автоматизации принятия решений (ПР), в том числе и автоматизации процессов планирования. Далее, говоря о планировании в широком смысле, будем предполагать, что оно представляет собой целенаправленный, организованный и непрерывный процесс выделения различных элементов и аспектов СОТС, определения их состояния и взаимодействия в данное время, прогнозирования их развития на некоторый период времени в будущем, а также составление и программирования набора действий и планов, направленных на достижение желаемых результатов [15, 21]. Планирование как этап ПР обладает целым рядом специфических черт, среди которых можно выделить следующие [15, 20]:

¹ Для удобства изложения материала используем список сокращений:

КА	— космический аппарат
КСр	— космическое средство
НКА	— навигационный космический аппарат
НКСр	— наземное КСр
НИ	— навигационная информация
НТСр	— наземное техническое средство
НКУ	— наземный комплекс управления
ОВ	— операция взаимодействия
ОрС КА	— орбитальная система КА
ПО	— пункт обслуживания
ПР	— пункт управления
СУ КСр	— система управления КСр
ТЦУ	— технологический цикл управления
ЧВП	— частотно-временные поправки
ЭИ	— эфемеридная информация

— планирование — это процесс принятия предварительного решения об облике организации и механизмах ее функционирования, обеспечивающих на заданном интервале времени достижение поставленных целей;

— результатом планирования является система взаимосвязанных решений, распределенных в пространстве и времени, оказывающих влияние друг на друга; при этом в силу общности ресурсов, используемых для выработки и поддержки программных траекторий, функция планирования непосредственно связана с функцией регулирования;

— планирование постоянно приближается к своему завершению, но никогда не достигает его по двум причинам: 1) существует возможность бесконечно пересматривать ранее принятые решения, хотя из-за необходимости предпринимать конкретные действия по достижению поставленных целей требуется все-таки рано или поздно остановиться на каком-то варианте решения; 2) планирование осуществляется в течение определенного промежутка времени, в ходе которого может измениться и сама организация, и внешняя среда, поэтому сформированные планы нуждаются в постоянной корректировке;

— планирование направлено на предотвращение ошибочных действий и уменьшение числа неиспользованных возможностей.

В общем случае при планировании приходится решать следующие классы задач [15, 21, 24]:

1) определение целей и задач, стоящих перед СОТС, т.е. определение состояний, желательных для данной организации, и определение момента времени, к которому следует достичь данных целей и задач;

2) определение средств достижения этих целей и задач;

3) определение ресурсов и источников получения ресурсов для реализации планов, а также разработка принципов, методов и методик распределения ресурсов между элементами и подсистемами СОТС;

4) разработка (синтез) облика СОТС (и, прежде всего, ее основных структур), а также механизмов (алгоритмов) ее функционирования, обеспечивающих непрерывность комплексного планирования и реализации плановых решений.

На рис. 1 применительно к СУ КСр проведена более подробная классификация задач планирования. Процесс планирования является сложной системой, имеющей свое назначение, функции, потоки, структуру, желаемый результат. При этом процесс планирования должен быть сам спланирован. Любой план имеет три общие компоненты: 1) начальное состояние, 2) цель (или конечное состояние) и 3) средства (ресурсы), обеспечивающие связь этих состояний.

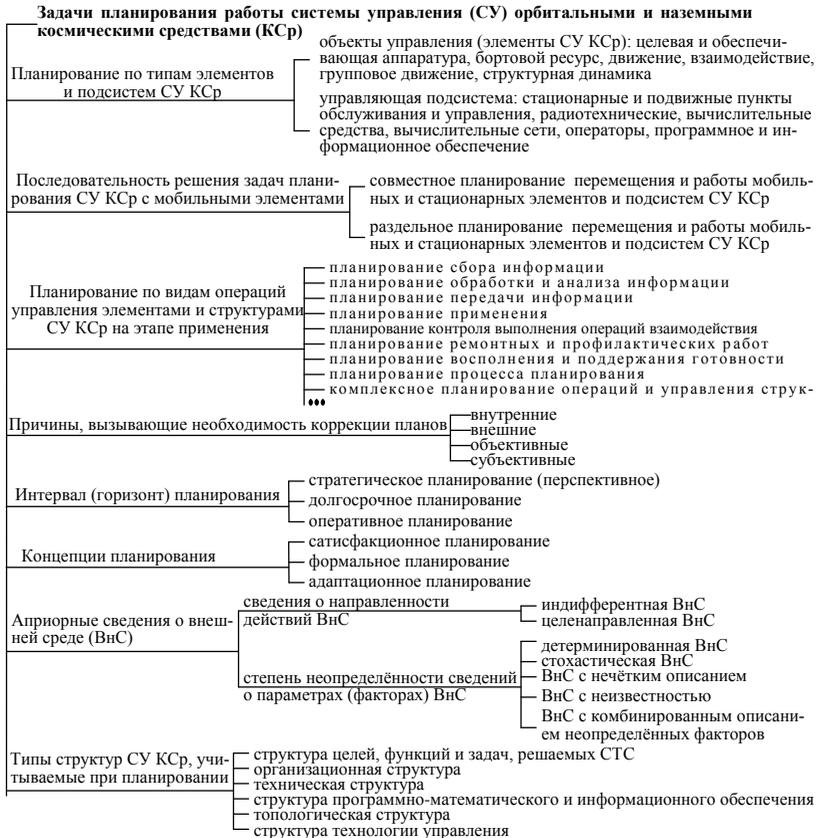


Рис. 1. Классификация задач планирования работы СУ КСр

К настоящему времени сформировалось три подхода (три философии, концепции) планирования [15, 21]:

- 1) сатисфакционное (инкрементальное) — учитываются реакции СОТС на воздействия внешней среды
- 2) формальное — делает акцент на предсказании развития обстановки (в терминах математических моделей),
- 3) системное планирование — вариант, при котором стремятся способствовать взаимодействию СОТС с внешней средой.

При системном планировании проблемы не решаются, а скорее, разрешаются и постоянно переопределяются через процесс обучения. Поэтому в данном случае процесс планирования трактуется не как дис-

кредная деятельность, а как непрерывно развивающийся адаптивный процесс. В работах [9, 13, 15] данный вид планирования назван адаптационным. При этом адаптация планов проводится на основе апостериорной, текущей и априорной информации (адаптация к прошлому, настоящему и будущему соответственно).

К настоящему времени в рамках перечисленных концепций планирования разработаны многочисленные теории планирования для различных предметных областей [15].

Объем статьи не позволяет подробно остановиться на достоинствах и недостатках всех существующих подходов к решению задач планирования. Поэтому ограничимся лишь рассмотрением вопроса составления программы управления (плана, расписания) наземными техническими средствами, входящими в состав НКУ ОпС КА. В этой области накоплен значительный опыт решения отдельных частных задач планирования работ и распределения ресурсов для отдельных элементов и подсистем НКУ в различных условиях обстановки. К указанным задачам относятся задачи планирования работы командно-измерительных радиотехнических средств, вычислительных телекоммуникационных средств, планирование работы операторов НКУ и т.п. [2, 9, 11]. При автоматизации решения данных классов задач широко использовались математические модели (прежде всего модели математического программирования, имитационные модели), а также логико-алгебраические, логико-лингвистические [2–4, 6, 9, 12, 20, 24]. Однако, к сожалению, при таких подходах к решению частных задач планирования работ в НКУ зачастую не выполнялись основные требования системного подхода, что конкретно проявлялось в следующем:

- значительной несогласованности процессов функционирования элементов и подсистем, входящих в состав НКУ;

- возникновении «пиковых» информационных нагрузок в комплексах средств автоматизации;

- отсутствию ориентации задач планирования на повышение эффективности применения СУ ОпС КА. Кроме того, при указанном подходе к решению задач планирования не учитывались современные тенденции и перспективы развития СУ ОпС КА, связанные с их интеграцией и возможными вариантами управления структурной динамикой данных систем [9, 21].

Предлагаемый в данной статье подход, основанный на динамической интерпретации процессов управления КСр, позволяет реализовывать концепцию системного планирования. При этом разработанные

унифицированные динамические модели функционирования средств НКУ ОрС КА можно использовать как собственно на этапах прогнозирования возможностей КСр и планирования их работы (на этапах перспективного, долгосрочного, оперативного планирования), так и на этапе реализации плана. Обобщенная технология оперативного планирования работы НКУ должна в этих случаях включать в себя следующие этапы:

— адаптацию параметров и структуры моделей, алгоритмов планирования и регулирования работы средств НКУ к прошлому и текущему состоянию КСр, внешней среды;

— структурно-функциональный синтез основных элементов и подсистем НКУ;

— собственно составление расписания работы НКУ; имитацию возможных сценариев реализации планов функционирования НКУ с учетом различных вариантов регулирования его элементами и подсистемами; адаптацию (структурную, параметрическую) плана, моделей, алгоритмов планирования работы КСр к возможным (прогнозируемым на имитационных моделях) состояниям НКУ и внешней среды.

В данной статье основное внимание уделено лишь одному из этапов данной технологии — составлению расписания работы наземных технических средств, входящих в состав НКУ ОрС навигационными КА. Возможные подходы к реализации других этапов указанной технологии описаны в работах [1, 4, 6, 9, 13, 14].

2. Содержательная постановка задачи планирования. Пусть имеется множество навигационных космических аппаратов (НКА): $A = \{A_i, i \in N\}$, $N = \{1, \dots, n\}$, входящих в состав ОрС НКА. Основное предназначение указанной ОрС состоит в качественном навигационном обеспечении соответствующих потребителей, которых мы будем в дальнейшем называть объектами обслуживания (ОБО). Введем множество ОБО: $\bar{B} = \{\bar{B}_k, k \in K\}$, $K = \{1, \dots, m\}$. Для решения задачи навигационного обеспечения ОБО заранее создается и поддерживается такая пространственно распределенная структура ОрС НКА, при которой в зоне взаимодействия (ЗВ) каждого ОБО \bar{B}_k , $K = \{1, \dots, m\}$ на фиксированном интервале времени находится заданное число НКА A_i ($i = 1, \dots, n$).

Будем предполагать, что определение местоположения ОБО \bar{B}_k осуществляется беззапрсным способом, основанном на измерении

псевдодальности и псевдоскорости до каждого НКА A_i , находящегося в текущий момент времени $t \in (t_0, t_f]$ в ЗВ ОБО \bar{B}_k (здесь t_0 и t_f — соответственно время начала и конца интервала планирования). В этом случае для решения навигационных уравнений, связывающих измеряемые и определяемые параметры движения НКА A_i , требуется информация следующих трех видов:

- о значении вектора состояния движения $\vec{x}_j^{(s)}$ каждого отдельного НКА B_j в каждый момент времени;

- о текущем пространственно-временном положении всей ОрС НКА;

- о значениях частотно-временных поправок каждого НКА.

Назовем перечисленные виды навигационной информации соответственно навигационной информацией первого, второго и третьего вида (НИ-1, НИ-2, НИ-3). Современная аппаратура, устанавливаемая на ОБО, позволяет им одновременно проводить обработку навигационной информации, поступающей с борта каждого НКА (НИ-1, НИ-2, НИ-3), а также измерения и обработку соответствующих значений псевдодальности и псевдоскорости. Используя данную информацию, ОБО определяет оперативно и с высокой точностью свое местоположение [6, 14, 19, 22].

Для правильной работы ОрС НКА необходимо постоянно проводить уточнения и коррекцию навигационной информации, находящейся на борту каждого НКА. Данную задачу выполняет наземный комплекс управления (НКУ), в состав которого входят [6, 11, 22]: территориально распределенная система станций измерений, управления и контроля, которые мы в дальнейшем будем называть пунктами обслуживания (ПО), а также центр (центры) управления системой (ЦУС), который будем называть пунктом (пунктами) управления (ПУ).

Введем множество ПО и ПУ: $B = \{B_j, j \in M\}$, $M = \{1, \dots, m\}$. Так как ПО и ПУ снабжены унифицированными средствами информационного взаимодействия, каждый из перечисленных элементов НКУ при наличии соответствующей информации способен выполнять функции любого другого элемента. В связи с этим введем в рассмотрение еще одно множество — множество технических средств НКУ (или, по-другому, множество каналов): $C^{(j)} = \{C_\lambda^{(j)}, \lambda \in \Lambda_j\}$, $\Lambda_j = \{1, \dots, l_j\}$. На

рис. 2 и 3 представлены типовые топологические структуры ОрС НКА и НКУ [2, 6, 22].

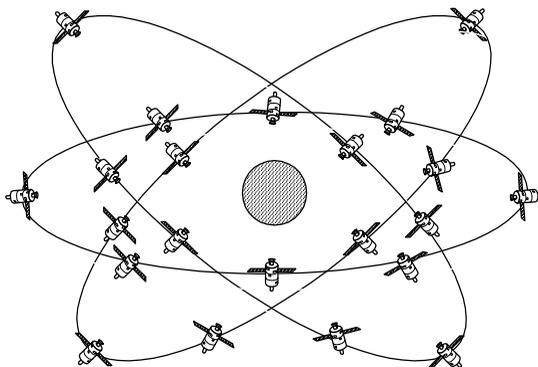


Рис. 2. Топологическая структура ОрС НКА

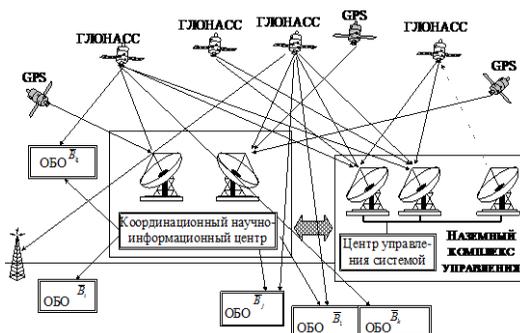


Рис. 3. Топологическая структура НКУ

На рис. 4 изображена типовая техническая структура системы управления (СУ) ОрС НКА.

Процесс формирования (коррекции) НИ-1, НИ-2, НИ-3 предполагает реализацию соответствующей технологии автоматизированного управления НКА и ОрС НКА, а также ПО и ПУ.

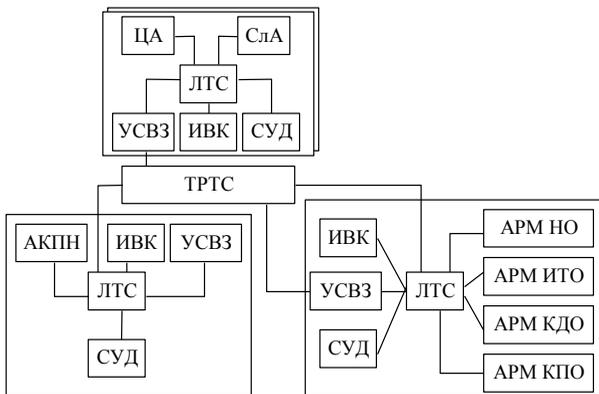


Рис. 4. Техническая структура системы управления (СУ) ОрС НКА.

ЦА — целевая аппаратура, обеспечивающая выполнение целевого предназначения НКА; СлА — служебная аппаратура общего назначения; СУД — система управления движением; ИВК — информационно-вычислительный комплекс; ЛТС — локальная телекоммуникационная сеть; УСВЗ — унифицированные средства информационного взаимодействия; АКНП — аппаратура контроля навигационного поля; АРМ — автоматизированное рабочее место; НО, ИТО, КДО, КПО — навигационное обеспечение, информационно-телеметрическое, контрольно-диагностическое, командно-программное обеспечение; ТРТС — территориально распределенная телекоммуникационная система.

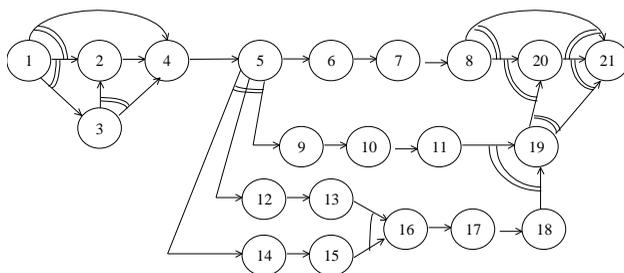


Рис. 5. Фрагмент технологии.

1–21 — технологические операции: 1 — прием B_j ($j = 1, \dots, m$) информации ПО, поступающей с НКА A_i ($i = 1, \dots, n$); 2 — предварительная обработка на ПО B_j информации, поступившей с НКА A_i ; 3 — хранение информации, поступившей с НКА A_i ; 4 — передача информации с ПО B_j на ПУ B_j ($j \in M$,

$j' \in M'$); 5 — планирование работ и формирования заданий, связанных с обработкой на ПУ B_j информации с НКА A_i ; 6 — обработка частотно-временных поправок (НИ-3); 7 — формирование НИ-3; 8 — передача с ПУ B_j на ПО B_j частотно-временных поправок; 9 — обработка НИ-1; 10 — обработка НИ-2; 11 — формирование обновленных НИ-1 и НИ-2; 12 — обработка информации о состоянии НКА A_i ; 13 — анализ и диагностика состояния НКА A_i ; 14 — обработка информации о состоянии навигационного поля; 15 — выработка рекомендаций по улучшению качества навигационного поля; 16 — обработка результатов выдачи разовых команд; 17 — обработка результатов выполнения временной программы; 18 — формирование (коррекция) программно-командной информации (ПКИ); 19 — передача на ПО B_j НИ-1, НИ-2, НИ-3, ПКИ; 20 — хранение на ПО B_j информации, полученной с ПУ B_j и предназначенной для передачи на борт НКА A_i ; 21 — передача на борт НКА A_i с ПО B_j всей ранее полученной информации (НИ-1, НИ-2, НИ-3, ПКИ и т.п.); одиночная дуга — операции (вершины), которые логически связаны по схеме «И» с операциями, непосредственно предшествующими данной операции (следующими за данной операцией); двойная дуга — операции (вершины), которые логически связаны по схеме «Или» (либо альтернативное «Или») с операциями, непосредственно предшествующими данной операции (следующими за данной операцией).

На рис. 5 в качестве примера представлен фрагмент указанной технологии, связанной с функционированием НКУ при взаимодействии с одиночным НКА.

Введем в рассмотрение еще два множества:

1) множество операций взаимодействия

$$D^{(i)} = \{D_x^{(i)}, x \in \Phi\}, \Phi = \{1, \dots, s_i\};$$

2) множество потоков

$$P^{(i)} = \{P_p^{(i)}, p \in \tilde{R}\}, \tilde{R} = \{1, \dots, \pi_i\}.$$

Данные множества нам потребуются при формальном описании рассматриваемой в статье задачи планирования.

В результате реализации того или иного варианта технологии управления элементы и подсистемы СУ НКА переходят в одно из возможных расчетных (либо нерасчетных, нештатных) макросостояний.

На рис. 6 представлена диаграмма переходов из агрегированных макросостояний основных элементов и подсистем, входящих в состав СУ НКА.

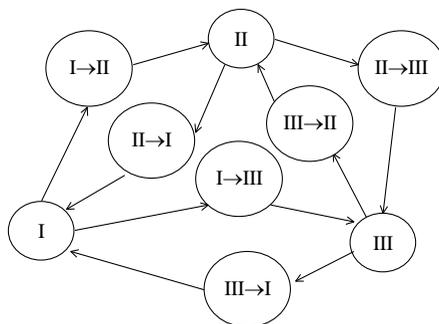


Рис. 6. Диаграмма переходов.

I—III — макрооперации, описывающие следующее: I — функционирование элемента (подсистемы) СУ НКА в соответствии с целевым предназначением; II — функционирование элемента (подсистемы) СУ НКА в резервном состоянии; III — функционирование элемента (подсистемы) СУ НКА, в состоянии технического обслуживания и ремонта; II → III; III → II; I → III; III → I; I → II; II → I — процессы функционирования элемента (подсистемы) СУ НКА в промежуточных макросостояниях.

При проведении планирования будем предполагать известными технические характеристики основных элементов и подсистем СУ НКА, пространственно-временные, технические и технологические ограничения, определяющие специфику функционирования как ОрС НКА, так и НКУ. Пусть взаимодействие НКА, ПО, ПУ осуществляется в централизованном режиме. Проведенный анализ показывает, что показатели качества и оперативности определения местоположения ОБО во многом определяются показателями точности оценивания вектора состояния движения НКА A_i , своевременности передачи на борт НКА обновленной навигационной информации (эфемерид, альманаха системы, частотно-временных поправок). Так, например, если неподвижный ОБО, находящийся на поверхности Земли, определяет свое местоположение на основе навигационной информации, поступающей от трех НКА, показатель точности навигационного поля, создаваемого ОрС НКА, может быть вычислен по следующим формулам [6, 14, 19, 22]:

$$K_{\bar{x}} = \sum_{i=1}^3 \left(c^2 K_i \bar{\psi}_i \bar{\psi}_i^T + \bar{\psi}_i \bar{b}_i^T K_{e_i} \bar{b}_i \bar{\psi}_i^T \right), \quad \bar{\psi}_i = (B_0^T B_0)^{-1} \bar{b}_i; \quad B_0 = \begin{Bmatrix} \bar{b}_1^T \\ \bar{b}_2^T \\ \bar{b}_3^T \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

$$\bar{b}_i^T = \frac{\partial D_i}{\partial \bar{x}_p} = \left\| -\frac{x_i^{(g)} - x_p}{D_i} - \frac{y_i^{(g)} - y_p}{D_i} - \frac{z_i^{(g)} - z_p}{D_i} \right\|,$$

$$D_i = \left[(x_i - x_p)^2 + (y_i - y_p)^2 + (z_i - z_p)^2 \right]^{1/2}, \quad (2)$$

$$K_i = b_0^2 + 2b_0 b_1 (t - t_i) + b_1^2 (t - t_i)^2, \quad (2)$$

$$K_{e_i} = K_{0i} + K_{1i} (t - t_i) + K_{2i} (t - t_i)^2, \quad (3)$$

где $K_{\bar{x}}$ — корреляционная матрица ошибок определения местоположения ОБО по данным НКА; c — скорость распространения радиоволн; $\bar{\psi}_i$, B_0 — вспомогательные векторы и матрицы; D_i — расстояние от ОБО до НКА A_i , измеренное (вычисленное) в момент времени t ; $\bar{x}_i^{(g)} = \left\| x_i^{(g)} y_i^{(g)} z_i^{(g)} \right\|^T$ — вектор состояния движения НКА A_i в гринвичской системе координат; $\bar{x}_p^{(g)} = \left\| x_p y_p z_p \right\|^T$ — вектор положения ОБО в гринвичской системе координат; b_0 , b_1 — заданные коэффициенты, характеризующие точность бортовой шкалы времени НКА; K_{0i} , K_{1i} , K_{2i} — заданные корреляционные матрицы, характеризующие точность эфемеридной информации; K_i — корреляционная функция ошибок бортовой шкалы времени НКА A_i ; K_{e_i} — корреляционная матрица ошибок формирования вектора положения НКА A_i в гринвичской системе координат; t_i — момент времени начала периода, на который рассчитана навигационная информация (НИ-1, НИ-2, НИ-3). В дальнейшем при формальной постановке задачи планирования НКУ мы будем использовать выражения вида (2), (3) при вычислении показателей качества функционирования ПО, ПУ, входящих в состав НКУ.

С учетом вышеизложенного на содержательном уровне задача комплексного планирования работы наземных технических средств (НТСр) с ОрС НКА может быть сформулирована следующим образом: необходимо найти такую допустимую программу управления НТСр (план функционирования), в ходе реализации которой будут выполнены своевременно и полностью все операции, входящие в соответстwu-

ющие технологические циклы управления (ТЦУ) НКА, а качество обеспечения ОБО навигационной информацией удовлетворяло бы заданным требованиям. При этом, если будет получено несколько допустимых программ управления НТСр, то необходимо выбрать наилучшую (оптимальную) программу (план) с точки зрения принятых критериев оптимальности.

3. Динамические модели планирования работы наземных технических средств. Формализацию задачи планирования, как уже указывалось во введении, будем проводить, используя динамическую интерпретацию процесса выполнения технических операций [1, 7, 9, 10]. Введем, исходя из содержательной постановки задачи планирования НТСр, следующие модели программного управления.

3.1. Модель программного управления операциями взаимодействия и каналами.

а) модели процессов:

$$\dot{x}_{i\alpha}^{(o)} = \sum_{j=1}^m \sum_{\lambda=1}^{l_j} \varepsilon_{ij}(t) \Theta_{i\alpha j \lambda} u_{i\alpha j \lambda}^{(o)}, \quad i = 1, \dots, n; \alpha = 1, \dots, s_i; \quad (4)$$

$$\dot{x}_{j\lambda}^{(k,1)} = \sum_{i=1}^n \sum_{\alpha=1}^{s_j} u_{i\alpha j \lambda}^{(o,1)}, \quad i = 1, \dots, m; \lambda = 1, \dots, l_j; \quad (5)$$

$$\dot{x}_j^{(k)} = \sum_{i=1}^n \sum_{\alpha=1}^{s_j} \sum_{\lambda=1}^{l_j} u_{i\alpha j \lambda}^{(o,1)}. \quad (6)$$

б) ограничения:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{\lambda=1}^{l_j} u_{i\alpha j \lambda}^{(o)} \left[\left(a_{i(\alpha-1)}^{(o)} - x_{i(\alpha-1)}^{(o)} \right) + \sum_{\rho=1}^{\pi_i} \left(a_{i(\alpha-1)\rho}^{(n)} - x_{i(\alpha-1)j\rho}^{(n)} \right) \right] = 0; \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\alpha=1}^{s_j} u_{i\alpha j \lambda}^{(o)}(t) \leq 1; \quad \forall j \in M_1, \quad \forall \lambda \in \Lambda_1; \quad \sum_{j \in M_1} \sum_{\lambda \in \Lambda_1} u_{i\alpha j \lambda}^{(o)}(t) \leq 1; \quad (8)$$

$$\forall i \in N, \quad \forall \alpha \in \Phi;$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\alpha=1}^{s_j} u_{i\alpha j \lambda}^{(o)}(t) \leq c_{j\lambda}^{(1)}; \quad \forall j \in M_2, \quad \forall \lambda \in \Lambda_2; \quad (9)$$

$$\sum_{\alpha \in \Phi_i} \sum_{j \in M_2} \sum_{\lambda \in \Lambda_2} u_{i\alpha j \lambda}^{(o)}(t) \leq c_i^{(2)}; \quad \forall i \in N;$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\alpha=1}^{s_j} \sum_{\rho=1}^{\pi_i} u_{i\alpha j \lambda}^{(o)} V_{i\alpha \rho} \leq H_{j\lambda}^{(1)}; \quad \forall j \in M_2, \quad \forall \lambda \in \Lambda_2; \quad (10)$$

$$u_{i\alpha j \lambda}^{(o)}(t) \in \{0, 1\}; \quad \forall M = M_1 \cup M_2, \quad \forall \Lambda = \Lambda_1 \cup \Lambda_2. \quad (11)$$

в) краевые условия:

— в начальный момент времени $t = t_0$:

$$x_{i\alpha}^{(o)}(t_0) = d_{i\alpha}^{(o)}; \quad x_{j\lambda}^{(k,1)}(t_0) = d_{j\lambda}^{(k,1)}; \quad x_j^{(k)}(t_0) = dj_j^{(k)}. \quad (12)$$

— в конечный момент времени $t = t_f$:

$$x_{i\alpha}^{(o)}(t_f) = a_{i\alpha}^{(o)}; \quad x_{j\lambda}^{(k,1)}(t_f), x_j^{(k)}(t_f) \in \mathbb{R}^1. \quad (13)$$

г) показатели качества планирования работы наземных технических средств:

$$J_1^{(o)} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{\alpha=1}^{s_i} \left(a_{i\alpha}^{(o)} - x_{i\alpha}^{(o)} \right)^2 \Big|_{t=t_f}, \quad (14)$$

$$J_2^{(o)} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{\alpha=1}^{s_j} \sum_{\lambda=1}^{l_j} \int_{t_0}^{t_f} \gamma_{i\alpha}(\tau) u_{i\alpha j \lambda}^{(o)}(\tau) d\tau, \quad (15)$$

$$J_3^{(k)} = \frac{1}{2} \sum_{q=1}^{m-1} \sum_{j=q+1}^m \sum_{\lambda=1}^{l_j} \sum_{\eta=1}^{l_q} \left(x_{q\eta}^{(k,1)}(t_f) - x_{j\lambda}^{(k,1)}(t_f) \right)^2, \quad (16)$$

где $x_{i\alpha}^{(o)}$ — переменная, характеризующая состояние выполнения $D_{\alpha}^{(i)}$ операции взаимодействия НКА A_i с ПО B_j с помощью канала $C_{\lambda}^{(j)}$ (при этом под состоянием операции взаимодействия будем понимать степень ее выполнения в данный момент времени); $\varepsilon_{ij}(t)$ — известная матричная временная функция, задающая пространственно-временные ограничения, связанные с взаимодействием НКА A_i с B_j (ПО или ПУ), данная функция принимает значение 1, если A_i попадает в зону взаимодействия B_j , и значение 0 — в противоположном случае; $\Theta_{i\alpha j \lambda}(t)$ — известная матричная временная функция, которая характеризует технические возможности реализации операций взаимодействия, данная функция принимает значение 1, если на НКА A_i и ПО (ПУ) B_j в момент времени $t \in (t_0, t_f]$ есть работоспособный канал $C_{\lambda}^{(j)}$, с помощью которого можно выполнить операцию взаимодействия $D_{\alpha}^{(i)}$, и значение 0 — в противоположном случае; $x_{j\lambda}^{(k,1)}$ — переменная, численно равная общей длительности задействования канала $C_{\lambda}^{(j)}$ на момент времени t ; $x_j^{(k)}$ — переменная, численно равная суммарной длительности задействования всех технических средств (кана-

лов), находящихся на B_j (ПО, ПУ) на момент времени t ; $u_{i\alpha j\lambda}^{(o)}(t)$ — управляющее воздействие, принимающее значение 1, если с НКА A_i проводится ОБ $D_x^{(i)}$ с использованием канала $C_\lambda^{(j)}$, расположенного на B_j ПО (ПУ), и значение 0 — в противоположном случае.

Ограничения (7) определяют последовательность выполнения операций взаимодействия (ОВ), входящих в ТЦУ НКА. Из данного ограничения следует, что ОБ $D_x^{(i)}$ может начаться только в том случае, когда полностью выполнена предыдущая операция $D_{(x-1)}^{(i)}$: $x_{i(x-1)}^{(o)} = a_{i(x-1)}^{(o)}$ и получен (обработан, передан) соответствующий объем информации $\sum_j \sum_\lambda x_{i(x-1)j\lambda}^{(n)} = a_{i(x-1)\rho}^{(n)}$ для $\forall \rho \in \tilde{R}$. При этом $a_{i(x-1)}^{(o)}$, $a_{i(x-1)\rho}^{(n)}$ — известные (заданные) величины, $x_{i(x-1)j\lambda}^{(n)}$ — переменная, которая характеризует текущий объем информации вида $P_\rho^{(i)}$, полученной (обработанной, переданной) с НКА A_i в ходе выполнения ОБ $D_x^{(i)}$ по каналу $C_\lambda^{(j)}$ с B_j . Для простоты записи последующих соотношений при описании ТЦУ НКА (см. рис. 5) предполагалось, что все операции, входящие в состав ТЦУ, строго упорядочены и следуют друг за другом (см. выражение (7)).

Ограничения (8), (11) должны выполняться для непрерываемых операций взаимодействия. Эти ограничения означают, что в каждый момент времени с одним НКА A_i может выполняться только одна ОБ $D_x^{(i)}$ с использованием $C_\lambda^{(j)}$ канала B_j ПО (ПУ), и наоборот, $C_i^{(j)}$ канал в данный момент может выполнять одновременно только одну ОБ $D_\lambda^{(j)}$.

Ограничения (9)–(11) справедливы для операций, которые могут одновременно выполняться на одном и том же ресурсе (число одновременно выполняемых операций определяется константой $c_{j\lambda}^{(1)}$, число ресурсов, одновременно используемых для выполнения ОБ $D_x^{(i)}$, входящих в состав ТЦУ НКА A_i определяется константой $c_i^{(2)}$).

Ограничение (10) определяет предельный объем информации, который может в текущий момент времени находиться в $C_\lambda^{(j)}$ канале обработки информации. При этом предполагаются заранее известными

величины $H_{j\lambda}^{(1)}$ (предельный объем памяти $C_\lambda^{(j)}$ канала) и $V_{i\alpha\rho}$ (объем памяти, необходимый для выполнения $D_\alpha^{(i)}$ операции по обработке информации $P_\rho^{(i)}$ типа). Краевые условия (12), (13) задают ограничения, накладываемые на значения соответствующих переменных в начальный и конечный моменты времени, определяющие границы интервала планирования. При этом $d_{i\alpha}^{(o)}$, $d_{j\alpha}^{(k,1)}$, $d_j^{(k)}$, $d_{i\alpha}^{(o)}$ — известные величины, $R^1 = [0, \infty)$.

Показатель качества программного управления вида (14) вводится для оценивания точности выполнения краевых условий, либо минимизации потерь из-за их невыполнения. Используя функционал вида (15), можно задавать предпочтительные для выполнения ОБ $D_\alpha^{(i)}$ интервалы времени. В этом случае с помощью функций $\gamma_{i\alpha}(\tau)$ задаются директивные сроки начала (конца) выполнения соответствующих операций. Показатель качества (16) позволяет оценивать равномерность использования каналов $C_\lambda^{(j)}$ на момент окончания интервала планирования $t = t_f$.

3.2. Модель программного управления потоками.

а) модель процессов:

$$\dot{x}_{i\alpha j\lambda\rho}^{(n)} = u_{i\alpha j\lambda\rho}^{(n)}, \quad \rho = 1, \dots, \pi_i; \quad (17)$$

б) ограничения:

$$0 \leq u_{i\alpha j\lambda\rho}^{(n)}(t) \leq f_{j\lambda}^{(n)} u_{i\alpha j\lambda}^{(o)}(t), \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\alpha=1}^{s_j} \sum_{\rho=1}^{\pi_i} u_{i\alpha j\lambda\rho}^{(n)}(t) \leq H_{j\lambda}^{(2)}, \quad \sum_{\alpha=1}^{s_j} \sum_{\lambda=1}^{l_j} \sum_{\rho=1}^{\pi_i} u_{i\alpha j\lambda\rho}^{(n)}(t) \leq H_{ij}^{(3)}; \quad (19)$$

в) краевые условия:

— в начальный момент времени $t = t_0$:

$$x_{i\alpha j\lambda\rho}^{(n)}(t_0) = d_{i\alpha j\lambda\rho}^{(n)}; \quad (20)$$

— в конечный момент времени $t = t_f$:

$$\sum_{j,\lambda} x_{i\alpha j\lambda\rho}^{(n)}(t_f) = a_{i\alpha\rho}^{(n)}. \quad (21)$$

г) показатели качества программного управления потоками:

$$J_4^{(n)} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{\alpha=1}^{s_i} \sum_{j=1}^m \sum_{\lambda=1}^{l_j} \sum_{\rho=1}^{\pi_i} \left(a_{i\alpha\rho}^{(n)} - x_{i\alpha j\lambda\rho}^{(o)} \right)^2 \Bigg|_{t=t_f}. \quad (22)$$

В представленных соотношениях $x_{i\alpha j\lambda\rho}^{(n)}(t)$ — переменная, которая характеризует текущий объем информации вида $P_p^{(i)}$, полученный (обработанный, переданный) с НКА A_i в ходе выполнения ОВ $D_{\alpha}^{(i)}$ по $C_{\lambda}^{(j)}$ каналу с B_j ПО (ПУ).

Ограничения (18) определяют порядок начала выполнения информационного взаимодействия и максимальную интенсивность приема, передачи, обработки соответствующего вида информации, которая определяется величиной константы $f_{j\lambda}^{(n)}$.

Ограничения (19) определяют соответственно пропускные способности $C_{\lambda}^{(j)}$ канала и тракта передачи данных (совокупности каналов) между НКА A_i и ПО (ПУ) B_j . Предельные значения указанных пропускных способностей: $H_{j\lambda}^{(2)}$ и $H_{j\lambda}^{(3)}$ считаются известными. Также считаются известными значения $d_{i\alpha j\lambda\rho}^{(n)}$ и $a_{i\alpha j\rho}^{(n)}$, которыми задаются требуемые значения краевых условий.

Показатель качества планирования вида (22) вводится для оценивания точности выполнения краевых условий, либо минимизации потерь из-за их невыполнения.

3.3. Модель программного управления макрооперациями и вспомогательными операциями.

а) модели процессов:

$$\dot{x}_{i\delta v}^{(c,1)} = u_{i\delta v}^{(c,1)}, \quad i = 1, \dots, n; \quad \delta = 1, \dots, h_i; \quad v = 1, \dots, e_i, \quad (23)$$

$$\dot{x}_{i\alpha}^{(c,2)} = u_{i\alpha}^{(c,2)}, \quad \alpha = 1, \dots, s_i, \quad (24)$$

$$\dot{z}_{i\alpha j\lambda}^{(o,1)} = u_{i\alpha j\lambda}^{(o)}; \quad \dot{z}_{i\alpha j\lambda}^{(o,2)} = z_{i\alpha j\lambda}^{(o,1)}; \quad \dot{z}_{i\alpha j\lambda}^{(o,3)} = w_{i\alpha j\lambda}^{(o)}; \quad (25)$$

б) ограничения

$$\sum_{\delta=1}^{h_i} \sum_{v=1}^{e_i} u_{i\delta v}^{(c,1)}(t) \leq 1, \quad \forall i \in N, \quad (26)$$

$$u_{i\delta v}^{(c,1)}(a_{i\delta i}^{(o)} - x_{i\delta i}^{(o)}) = 0, \quad (27)$$

$$u_{i\alpha}^{(c,2)}(a_{i\alpha}^{(o)} - x_{i\alpha}^{(o)}) = 0, \quad (28)$$

$$u_{i\delta v}^{(c,1)}, \quad u_{i\alpha}^{(c,2)}(t) \in \{0,1\}, \quad (29)$$

$$w_{i\alpha j\lambda}^{(o)} \left(a_{i\alpha}^{(o)} - \sum_{j=1}^m \sum_{\lambda=1}^{l_j} z_{i\alpha j\lambda}^{(o,1)} \right) = 0, \quad w_{i\alpha j\lambda}^{(o)}(t) \in \{0,1\}; \quad (30)$$

в) краевые условия:

— в начальный момент времени $t = t_0$:

$$\begin{aligned} x_{i\delta v}^{(c,1)}(t_0) &= d_{i\delta v}^{(c,1)}; x_{iae}^{(c,2)}(t_0) = d_{iae}^{(c,2)}, \\ z_{iaej\lambda}^{(o,1)}(t_0) &= 0; z_{iaej\lambda}^{(o,2)}(t_0) = 0; z_{iaej\lambda}^{(o,3)}(t_0) = 0; \end{aligned} \quad (31)$$

— в конечный момент времени $t = t_f$:

$$x_{i\delta v}^{(c,1)}(t_f) = a_{i\delta v}^{(c,1)}; x_{iae}^{(c,2)}(t_f), z_{iaej\lambda}^{(o,1)}(t_f), z_{iaej\lambda}^{(o,2)}(t_f), z_{iaej\lambda}^{(o,3)}(t_f) \in \mathbf{R}^1. \quad (32)$$

г) показатели качества программного управления:

$$J_5^{(c)} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{\delta=1}^{h_i} \sum_{v=1}^{e_i} \left(a_{i\delta v}^{(c,1)} - x_{i\delta v}^{(c,1)} \right)^2 \Bigg|_{t=t_0}^{t=t_f}, \quad (33)$$

$$J_6^{(c)} = \sum_{i=1}^n \sum_{\tilde{x} \in D^{(i)}} J_{i\tilde{x}}^{(c)}, \quad (34)$$

$$J_7^{(c)} = \sum_{i=1}^n \sum_{x' \in D^{(i)}} J_{ix'}^{(c)}, \quad (35)$$

$$J_{i\tilde{x}}^{(c)} = b_0^2 + 2b_0 b_1 \left(x_{i\tilde{x}}^{(c,2)} - x_{i(\tilde{x}+1)}^{(c,2)} \right) + b_1^2 \left(x_{iae}^{(c,2)} - x_{i(\tilde{x}+1)}^{(c,2)} \right)^2, \quad (36)$$

$$J_{ix'}^{(c)} = Tr(K_{0_i}) + Tr(K_{1_i}) \left(x_{iae'}^{(c,2)} - x_{i(\tilde{x}'+1)}^{(c,2)} \right) + Tr(K_{2_i}) \left(x_{iae'}^{(c,2)} - x_{i(\tilde{x}'+1)}^{(c,2)} \right)^2, \quad (37)$$

где $x_{i\delta v}^{(c,1)}$ — переменная, характеризующая состояние макрооперации $D_{\delta v}^{(i)}$; δ — номер макросостояния, в котором находится НКА A_i в ходе выполнения данной макрооперации, v — номер «места» НКА A_i в соответствующем макросостоянии (например, номер месторасположения НКА в плоскости орбиты движения заданного множества НКА); $x_{iae}^{(c,2)}$ — вспомогательная переменная, численно равная временному интервалу от момента окончания операции взаимодействия $D_{\tilde{x}}^{(i)}$ до текущего момента времени; $z_{iaej\lambda}^{(o,1)}(t)$, $z_{iaej\lambda}^{(o,2)}(t)$, $z_{iaej\lambda}^{(o,3)}(t)$ — вспомогательные переменные, с помощью которых учитываются ограничения, связанные с требованием неразрывного выполнения соответствующих операций взаимодействия.

Ограничение (26) отражает требование того, что в каждый текущий момент времени каждый НКА может находиться только в одном макросостоянии и занимать только одно «место». Данное ограничение в целях упрощения последующего изложения задано только применительно к НКА, хотя оно по аналогии может быть записано применительно к макросостояниям, в которых могут находиться ПО и ПУ.

Ограничения (27)–(30) определяют моменты начала выполнения соответствующих макроопераций и вспомогательных операций.

При этом $u_{i\delta v}^{(c,1)}(t) = 1$ в тот момент времени, когда завершилась последняя операция взаимодействия $D_{i s_i}^{(i)}$, входящая в ТЦУ соответствующего НКА. Кроме того, выполняются следующие соотношения:

- $x_{i s_i}^{(o)}(t) = a_{i s_i}^{(o)}$, $u_{i\delta v}^{(c,1)}(t) = 0$ в противоположном случае;
- $u_{i\bar{e}}^{(c,2)}(t) = 1$ в момент окончания выполнения $D_{\bar{e}}^{(i)}$ операции взаимодействия, $u_{i\bar{e}}^{(c,2)}(t) = 0$ — в противоположном случае;
- $w_{i\bar{e}j\lambda}^{(o)}(t) = 1$, если завершилась операция взаимодействия $D_{\bar{e}}^{(i)}$, которая выполнялась $C_{\lambda}^{(j)}$ каналом B_j ПО (либо ПУ), $w_{i\bar{e}j\lambda}^{(o)}(t) = 0$ в противоположном случае.

Считаются известными величины $d_{i\delta v}^{(c,1)}$, $d_{i\bar{e}}^{(c,2)}$, $a_{i\delta v}^{(c,1)}$, которые задают требуемые значения краевых условий.

Показателем качества планирования (33) оценивается точность выполнения краевых условий для соответствующих макроопераций, либо с помощью данного показателя минимизируются потери из-за их невыполнения.

Показатели вида (34)–(37) непосредственно связаны и влияют на значения ранее рассмотренных показателей качества навигационного поля (1)–(3). Так, например, целевая функция вида (34) характеризует суммарные потери в точности создаваемого ОрС НКА навигационного поля, вызванные несвоевременной закладкой частотно-временных правок (ЧВП). При этом величины $(x_{i\bar{e}}^{(c,2)} - x_{i(\bar{e}+1)}^{(c,2)})$ характеризуют интервал времени между двумя последовательными закладками на борт НКА A , ЧВП. Целевая функция (35), так же, как и (34), характеризует потери в точности навигационного поля, но только вызванного несвоевременной закладкой эфемеридной информации. В выражении (37) символ Tr обозначает след соответствующей корреляционной матрицы.

Существует несколько вариантов формализации ограничений на неразрывность выполнения операций взаимодействия (ОВ) [7, 9]. Причем все эти варианты сходны в одном: учет ограничений на неразрывность выполнения ОВ, связанных, в первую очередь, с физической реализацией соответствующих процессов, приводит к расширению раз-

мерности фазового пространства в модели планирования. В нашем случае для учета данных ограничений введены три группы дифференциальных уравнений вида (25). Кроме указанных уравнений должны быть заданы еще дополнительные краевые условия следующего вида:

$$\left\{ \left[z_{i\alpha j\lambda}^{(o,1)} z_{i\alpha j\lambda}^{(o,3)} + \frac{(a_{i\alpha}^{(o)})^2}{2} - z_{i\alpha j\lambda}^{(o,2)} \right]^2 (z_{i\alpha j\lambda}^{(o,1)})^2 \right\} \Bigg|_{t=t_f} = 0, \quad (38)$$

при условии (см. (31)) $z_{i\alpha j\lambda}^{(o,1)}(t_0) = z_{i\alpha j\lambda}^{(o,2)}(t_0) = z_{i\alpha j\lambda}^{(o,3)}(t_0) = 0$.

В выражении (38) произведение $z_{i\alpha j\lambda}^{(o,1)} z_{i\alpha j\lambda}^{(o,3)}$ численно равно площади под интегральной кривой, соответствующей решению первого дифференциального уравнения в формуле (25) на интервале времени $[t'_{i\alpha j\lambda}, t_f]$, где $t'_{i\alpha j\lambda}$ — момент окончания выполнения ОВ $D_{\alpha}^{(i)}$, проводимой каналом $C_{\lambda}^{(j)}$. Величина $(a_{i\alpha}^{(o)})^2/2$ численно равна площади под интегральной кривой, соответствующей решению уравнения $\dot{z}_{i\alpha j\lambda}^{(o,1)} = u_{i\alpha j\lambda}^{(o)}$ на интервале времени $t \in (t_0, t'_{i\alpha j\lambda}]$, при условии, что ОВ выполнялась без прерывания с использованием ресурсов только одного канала $C_{\lambda}^{(j)}$.

Из анализа (38) следует, что в том случае, когда ОВ $D_{\alpha}^{(i)}$ выполнялась каналом $C_{\lambda}^{(j)}$ без прерываний, разность величин, стоящих в квадратной скобке, равна нулю. В противоположном случае (при прерывании ОВ $D_{\alpha}^{(i)}$) данная разность отлична от нуля.

Чтобы учесть ситуации, при которых канал $C_{\lambda}^{(j)}$ вообще не планируется для выполнения ОВ $D_{\alpha}^{(i)}$ на интервале $(t_0, t_f]$, в выражение (38) введен дополнительный множитель $z_{i\alpha j\lambda}^{(o,1)}$, который в момент времени $t = t_0$ равен нулю.

4. Формальная постановка задачи планирования. На основе приведенных ранее частных динамических моделей запишем обобщенную динамическую модель процессов взаимодействия наземных технических средств с ОрС НКА:

$$\begin{aligned} M = \{ & \bar{u}(t) | \dot{\bar{x}} = \bar{f}(\bar{x}, \bar{u}, t); \bar{h}_0 \bar{x}(t_0) \leq \bar{O}; \\ & \bar{h}_1 \bar{x}(t_f) \leq \bar{O}, \bar{q}^{(1)}(\bar{x}, \bar{u}) = \bar{O}; \bar{q}^{(2)}(\bar{x}, \bar{u}) \leq \bar{O} \}, \end{aligned} \quad (39)$$

где $\vec{x} = \|\vec{x}^{(o)T} \vec{x}^{(k)T} \vec{x}^{(n)T} \vec{x}^{(c)T} \vec{z}^T\|^T$; $\vec{u} = \|\vec{u}^{(o)T} \vec{u}^{(k)T} \vec{u}^{(n)T} \vec{u}^{(c)T} \vec{w}^T\|^T$ — обобщенные векторы состояния и управления НТСр, компонентами которых являются соответствующие переменные, входящие в дифференциальные уравнения (4)–(6), (17), (23)–(25); \vec{h}_0, \vec{h}_1 — известные вектор-функции, с помощью которых задаются краевые условия для вектора \vec{x} в моменты времени $t = t_0$ и $t = t_f$; $\vec{q}^{(1)}, \vec{q}^{(2)}$ — векторные функции, с помощью которых задают основные пространственно-временные, технические и технологические ограничения, накладываемые на процесс функционирования наземных и орбитальных космических средств.

Кроме выражения (39) в состав детерминированной динамической модели планирования должна входить система показателей качества планирования, задаваемая следующим обобщенным векторным показателем:

$$\vec{J}_{об} = \|\vec{J}^{(o)T} \vec{J}^{(k)T} \vec{J}^{(n)T} \vec{J}^{(c)T} \vec{J}^{(z)T}\|^T, \quad (40)$$

компоненты которого — векторы частных показателей качества планирования, полученные на основе соотношений (14)–(16), (22), (33)–(37), (38).

В этом случае задачу планирования можно сформулировать как задачу программного управления динамической системой (39): необходимо найти такое допустимое управление $\vec{u}(t)$, $t \in (t_0, t_f]$, которое удовлетворяет требуемым ограничениям $\vec{q}^{(1)}(\vec{x}, \vec{u}) = \vec{O}$, $\vec{q}^{(2)}(\vec{x}, \vec{u}) \leq \vec{O}$ и переводит динамическую систему $\dot{\vec{x}} = \vec{f}(\vec{x}, \vec{u}, t)$ из заданного начального состояния \vec{h}_0 в заданное конечное состояние \vec{h}_1 . Если таких управляющих воздействий (планов) будет несколько, то среди них необходимо выбрать самый наилучший (оптимальный), при котором компоненты обобщенного вектора (40) принимают экстремальные значения.

5. Качественный анализ задачи планирования. Формулировка задачи планирования как задачи управления динамической системой вида (39) позволяет для ее анализа привлечь в помощь весь разработанный к настоящему времени математический аппарат современной теории управления [5, 7, 8, 11, 16–18, 23]. В табл.1 для примера приведены основные результаты качественного анализа динамической системы (39), которые можно получить в рамках теории управления, а также возможные пути практической реализации (интерпретации) указанных результатов при реальном планировании работ с НКА.

Таблица 1. Содержание и пути реализации результатов

Способ качественного анализа процессов управления КСр	Пути практической реализации полученных результатов
Анализ существования решений в задачах управления КСр	Проверка адекватности описания процессов управления КСр в моделях управления
Выполнение условий управляемости и достижимости в задачах управления КСр	Проверка реализуемости технологии управления КСр на интервале управления. Выявление основных факторов (ограничений), влияющих на показатели целевых и информационно-технологических возможностей ОпС КА
Выполнение условия единственности оптимальных программных управлений в задачах планирования	Оценка возможности получения оптимальных планов применения КСр
Выполнение необходимых и достаточных условий оптимальности в задачах управления КСр	Предварительный анализ структуры оптимальных программных управлений, получение основных соотношений для построения алгоритмов планирования применения КСр
Выполнение условий устойчивости и чувствительности в задачах управления КСр	Оценивание устойчивости и чувствительности процессов управления КСр к возмущающим воздействиям, к изменению состава и структуры исходных данных

В нашей статье остановимся только на отдельных аспектах качественного анализа задачи планирования. Прежде всего проанализируем сам объект управления вида (39). Он описывается как детерминированная нестационарная линейная конечномерная дифференциальная динамическая система, правые части которой терпят разрыв не только в моменты переключения управляющих воздействий, но и в моменты, соответствующие времени входа (выхода) НКА в зоны взаимодействия с наземными ПО. При этом, в отличие от ранее предлагавшихся подходов [1, 7], все основные пространственно-временные, технические и технологические ограничения вида (7)–(11), (18), (19), (26)–(30), имеющие нелинейный характер, учитываются не при задании дифференциальных уравнений, а при формировании области допустимых управляющих воздействий $Q(\bar{x}(t))$, задании краевых условия.

Данная особенность описания позволила при анализе существования оптимального решения в поставленной задаче планирования получить следующий интересный результат. Предполагалось, что предварительно проведена каким-либо способом скаляризация векторного показателя качества планирования вида (40) [9, 16, 17]. Предложено наряду с исходным классом допустимых управляющих воздействий \tilde{K}_σ , который задан ограничениями $\bar{q}^{(1)}$ и $\bar{q}^{(2)}$, описывающими область $Q(\bar{x}(t))$, рассмотреть расширенный класс управляющих воздействий $\tilde{K}_\sigma^{(p)}$, в котором условия релейности управлений вида

$$u_{i\alpha j\lambda}^{(o)}(t), u_{i\delta v}^{(c,1)}(t), u_{i\alpha\epsilon}^{(c,2)}(t), w_{i\alpha j\lambda}^{(o)}(t) \in \{0,1\}$$

заменены на условия

$$u_{i\alpha j\lambda}^{(o)}(t), u_{i\delta v}^{(c,1)}(t), u_{i\alpha\epsilon}^{(c,2)}(t), w_{i\alpha j\lambda}^{(o)}(t) \in [0,1],$$

т.е. осуществлен переход от \bar{u} к \bar{u}_p . В этом случае, используя специальные преобразования, можно сформировать расширенную область допустимых управлений $O(\bar{x}(t))$ так, чтобы она была выпуклой и компактной и удовлетворяла условиям общности положения [7, 8, 16].

Из анализа работы [5] следует, что для расширенного класса допустимых управления $\tilde{K}_\sigma^{(p)}$ выполнены все условия теоремы существования оптимального управления (см. [5], теорема 4, следствие 2).

Если в классе $\tilde{K}_\sigma^{(p)}$ оптимальное управление \bar{u}_p^* существует, то, как следует из метода локальных сечений [7, 8, 16], это управление в каждый момент времени $t \in (t_0, t_f]$ (за исключением точек разрыва) доставляет на множестве $Q_p(\bar{x}(t))$ максимум Гамильтониану

$$H(\bar{x}^*(t), \bar{u}^*(t), \bar{\psi}^*(t)) = \max_{\bar{u}_p \in Q_p(\bar{x})} \sum_{\bar{p}=1}^6 H_{\bar{p}}(\bar{x}(t), \bar{u}(t), \bar{\psi}(t)), \quad (41)$$

где

$$H_1 = \sum_{i=1}^n \sum_{\alpha=1}^{s_i} \sum_{j=1}^m \sum_{\lambda=1}^{l_j} \left[\psi_{i\alpha}^{(o)} \varepsilon_{ij} \Theta_{i\alpha j\lambda} + \psi_{j\lambda}^{(k,1)} + \psi_j^{(k)} + g_{i\alpha j\lambda}^{(o,1)} + \omega_2 \gamma_{i\alpha} \right] u_{i\alpha j\lambda}^{(o)},$$

$$H_2 = \sum_{i=1}^n \sum_{\alpha=1}^{s_i} \sum_{j=1}^m \sum_{\lambda=1}^{l_j} \sum_{\rho=1}^{\pi_i} \psi_{i\alpha j\lambda \rho}^{(n)} u_{i\alpha j\lambda \rho}^{(n)},$$

$$\begin{aligned}
H_3 &= \sum_{i=1}^n \sum_{\delta=1}^{h_i} \sum_{v=1}^{e_i} \Psi_{i\delta v}^{(c,1)} u_{i\delta v}^{(c,1)}, \\
H_4 &= \sum_{i=1}^n \sum_{\alpha=1}^{s_i} \Psi_{i\alpha}^{(c,2)} u_{i\alpha}^{(c,2)}, \\
H_5 &= \sum_{i=1}^n \sum_{\alpha=1}^{s_i} \sum_{j=1}^m \sum_{\lambda=1}^{l_j} g_{i\alpha j \lambda}^{(o,3)} w_{i\alpha j \lambda}^{(o,1)}, \\
H_6 &= \sum_{i=1}^n \sum_{\alpha=1}^{s_i} \sum_{j=1}^m \sum_{\lambda=1}^{l_j} g_{i\alpha j \lambda}^{(o,2)} z_{i\alpha j \lambda}^{(o,2)}.
\end{aligned}$$

При этом непрерывное решение вспомогательной сопряженной системы можно найти из системы дифференциальных уравнений [8]:

$$\begin{aligned}
\dot{\Psi}_l &= -\frac{\partial H}{\partial x_l} + \sum_{\alpha=1}^{I_1} \lambda_{\alpha}(t) \frac{\partial q_{\alpha}^{(1)}(\bar{x}(t), \bar{u}(t))}{\partial x_l} + \sum_{\beta=1}^{I_2} \rho_{\beta}(t) \frac{\partial q_{\beta}^{(2)}(\bar{x}(t), \bar{u}(t))}{\partial x_l}, \\
l &= 1, \dots, \tilde{n},
\end{aligned} \tag{42}$$

удовлетворяющей условиям трансверсальности на левом и правом конце фазовой траектории $\bar{x}(t)$ динамической системы (39). Коэффициенты $\lambda_{\alpha}(t)$ и $\rho_{\beta}(t)$ находятся из следующих соотношений:

$$\rho_{\beta}(t) q_{\beta}^{(2)}(\bar{x}(t), \bar{u}(t)) \equiv 0, \quad \beta \in 1, \dots, I_2, \tag{43}$$

$$\begin{aligned}
&\text{grad}_{\bar{u}} H(\bar{x}(t), \bar{u}(t), \bar{\Psi}(t)) = \\
&= \sum_{\alpha=1}^{I_1} \lambda_{\alpha}(t) \text{grad}_{\bar{u}} q_{\alpha}^{(1)}(\bar{x}(t), \bar{u}(t)) + \sum_{\beta=1}^{I_2} \rho_{\beta}(t) \text{grad}_{\bar{u}} q_{\beta}^{(2)}(\bar{x}(t), \bar{u}(t)).
\end{aligned} \tag{44}$$

В формулах (42)–(44) x_i , Ψ_i — компоненты обобщенных векторов состояний \bar{x} и сопряженной системы уравнений $\bar{\Psi}$; $q_{\alpha}^{(1)}(\bar{x}(t), \bar{u}(t))$, $q_{\beta}^{(2)}(\bar{x}(t), \bar{u}(t))$ — компоненты исходной системы ограничений, входящей в выражение (39).

Применительно к рассматриваемой задаче планирования сопряженная система уравнений примет следующий вид:

$$\begin{aligned}
\dot{\Psi}_{i\alpha}^{(o)} &= -\sum_{j=1}^m \sum_{\lambda=1}^{l_j} \left\{ \left[\Psi_{i(\alpha+1)j\lambda}^{(o)} \varepsilon_{ij} \Theta_{i(\alpha+1)j\lambda} + \Psi_{j\lambda}^{(k,1)} + \Psi_j^{(k)} + g_{i(\alpha+1)j\lambda}^{(o,1)} + \omega_2 \gamma_{i(\alpha+1)} \right] + \right. \\
&\quad \left. + \sum_{\rho=1}^{\pi_i} \int_{j\lambda}^{(n)} \Psi_{i(\alpha+1)j\lambda\rho}^{(n)} \right\} u_{i(\alpha+1)j\lambda}^{(o)} - \Psi_{i\alpha}^{(c,2)} u_{i\alpha}^{(c,2)},
\end{aligned} \tag{45}$$

$$\dot{\Psi}_{j\lambda}^{(k,1)} = 0; \quad \dot{\Psi}_j^{(k)} = 0, \tag{46}$$

$$\dot{\Psi}_{i\tilde{\alpha}j\lambda\rho}^{(n)} = \left[\Psi_{i(\tilde{\alpha}+1)}^{(o)} + \varepsilon_{ij} \Theta_{i(\tilde{\alpha}+1)j\lambda} + \Psi_{j\lambda}^{(k,1)} + \Psi_j^{(k)} + g_{i(\tilde{\alpha}+1)j\lambda}^{(o,1)} + \right] u_{i(\tilde{\alpha}+1)j\lambda}^{(o)}, \quad (47)$$

$$\dot{\Psi}_{i\tilde{\alpha}v}^{(c,1)} = 0; \quad \dot{\Psi}_{i\tilde{\alpha}}^{(c,2)} = 0, \quad (48)$$

$$\dot{g}_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,1)} = -g_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,2)} - g_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,3)} w_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,1)}, \quad (49)$$

$$\dot{g}_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,2)} = 0; \quad \dot{g}_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,3)} = 0. \quad (50)$$

Если операция в ТЦУ НКА A_i является последней ($\tilde{\alpha} = s$), то уравнения (45) и (47) переписутся соответственно в следующем виде:

$$\dot{\Psi}_{i\tilde{\alpha}v}^{(o)} = -\Psi_{i\tilde{\alpha}v}^{(c,1)} u_{i\tilde{\alpha}v}^{(c,1)} - \Psi_{i\tilde{\alpha}}^{(c,2)} u_{i\tilde{\alpha}}^{(c,2)}, \quad (51)$$

$$\dot{\Psi}_{i\tilde{\alpha}j\lambda\rho}^{(n)} = -\Psi_{i\tilde{\alpha}v}^{(c,1)} u_{i\tilde{\alpha}v}^{(c,1)}. \quad (52)$$

При записи условий трансверсальности в момент времени $t = t_f$ будем предполагать, что нам известны весовые коэффициенты ω_k ($k = 1, \dots, 6$) в скалярной свертке векторного показателя вида (40). Методика назначения указанных коэффициентов является предметом отдельного рассмотрения [3, 4, 12]. В этом случае условия трансверсальности в момент времени $t = t_f$ примут следующий вид:

$$\Psi_{i\tilde{\alpha}}^{(o)}(t_f) = \omega_1 a_{i\tilde{\alpha}}^{(o)} - x_{i\tilde{\alpha}}^{(o)}(t_f), \quad (53)$$

$$\Psi_{j\lambda}^{(k,1)}(t_f) = -\omega_3 \sum_{q=1}^m \sum_{\eta=1}^{l_q} x_{j\lambda}^{(k,1)} - x_{q\eta}^{(k,1)} \Big|_{t=t_f}, \quad (53)$$

$$\Psi_j^{(k,2)}(t_f) = -\omega_3 \sum_{q=1}^m (x_j^{(k,2)} - x_q^{(k,2)}) \Big|_{t=t_f}; \quad (54)$$

$$\Psi_{i\tilde{\alpha}j\lambda\rho}^{(n)}(t_f) = \omega_1 (a_{i\tilde{\alpha}\rho}^{(n)} - x_{i\tilde{\alpha}j\lambda\rho}^{(n)}) \Big|_{t=t_f},$$

$$\Psi_{i\tilde{\alpha}v}^{(c,1)}(t_f) = \omega_4 a_{i\tilde{\alpha}v}^{(c,1)} - x_{i\tilde{\alpha}v}^{(c,1)} \Big|_{t=t_f}, \quad (55)$$

$$\Psi_{i\tilde{\alpha}1}^{(c,2)}(t_f) = \omega_5 [-2b_0 b_1 - 2b_1^2 (x_{i\tilde{\alpha}1}^{(c,2)} - x_{i(\tilde{\alpha}+1)}^{(c,2)})] \Big|_{t=t_f},$$

$$\Psi_{i(\tilde{\alpha}+k)}^{(c,2)}(t_f) = \omega_5 2b_1^2 (x_{i(\tilde{\alpha}+k+2)}^{(c,2)} - x_{i(\tilde{\alpha}+k-1)}^{(c,2)}) \Big|_{t=t_f}, \quad (56)$$

$$\Psi_{i\tilde{\alpha}}^{(c,2)}(t_f) = \omega_5 [2b_0 b_1 + 2b_1^2 (x_{i(\tilde{\alpha}-1)}^{(c,2)} - x_{i\tilde{\alpha}}^{(c,2)})] \Big|_{t=t_f}$$

$$\Psi_{i\tilde{\alpha}1}^{(c,2)}(t_f) = \omega_6 [-Tr(K_{1i}) - Tr(K_{2i}) (x_{i\tilde{\alpha}1}^{(c,2)} - x_{i(\tilde{\alpha}+1)}^{(c,2)})] \Big|_{t=t_f}, \quad (57)$$

$$\begin{aligned}\Psi_{i(\tilde{\alpha}'_1+k')}^{(c,2)}(t_f) &= \omega_6 \text{Tr}(K_{2i}) \left(x_{i(\tilde{\alpha}'_1+k'+2)}^{(c,2)} - x_{i(\tilde{\alpha}'_1+k'-1)}^{(c,2)} \right) \Big|_{t=t_f}, \\ \Psi_{i\tilde{\alpha}'_1}^{(c,2)}(t_f) &= \omega_6 \left[\text{Tr}(K_{1i}) + \text{Tr}(K_{2i}) \left(x_{i(\tilde{\alpha}'_1-1)}^{(c,2)} - x_{i\tilde{\alpha}'_1}^{(c,2)} \right) \right] \Big|_{t=t_f}, \\ \Psi_{i\tilde{\alpha}}^{(c,2)}(t_f) &= 1 \quad \forall \tilde{\alpha} \neq \tilde{\alpha}', \forall \tilde{\alpha} \neq \tilde{\alpha}'',\end{aligned}\tag{58}$$

$$\begin{aligned}g_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,1)}(t_f) &= \\ &= -\omega_1 \left\{ z_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,1)} \left[z_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,3)} z_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,1)} + \frac{a_{i\tilde{\alpha}}^{(o)2}}{2} - z_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,2)} \right] \left[2z_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,3)} z_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,1)} + \frac{a_{i\tilde{\alpha}}^{(o)2}}{2} - z_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,2)} \right] \right\} \Big|_{t=t_f},\end{aligned}\tag{59}$$

$$g_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,2)}(t_f) = \omega_1 \left\{ \left[z_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,3)} z_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,1)} + \frac{(a_{i\tilde{\alpha}}^{(o)})^2}{2} - z_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,2)} \right] \left(z_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,1)} \right)^2 \right\} \Big|_{t=t_f},\tag{60}$$

$$g_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,3)}(t_f) = -\omega_1 \left\{ \left[z_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,3)} z_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,1)} + \frac{(a_{i\tilde{\alpha}}^{(o)})^2}{2} - z_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,2)} \right] \left(z_{i\tilde{\alpha}j\lambda}^{(o,1)} \right)^3 \right\} \Big|_{t=t_f}.\tag{61}$$

В выражениях (55)–(58) индексы $\tilde{\alpha}_1$, $\tilde{\alpha}_1+k$, $\tilde{\alpha}_l$ соответствуют номерам первой, промежуточной и последней операций взаимодействия ПО (ПУ) с НКА A_i по закладке на его борт ЧВП на интервале планирования; индексы $\tilde{\alpha}'_1$, $\tilde{\alpha}'_1+k'$, $\tilde{\alpha}'_l$ соответствуют номерам первой, промежуточной и последней операций взаимодействия ПО (ПУ) с НКА A_i по закладке на его борт эфемеридной информации и альманаха ОрС НКА.

Анализ выражения (41) показывает, что Гамильтониан линеен по \vec{u}_p , поэтому его максимум достигается в одной из крайних точек множества $Q_p(\vec{x}(t))$, а так как $Q_p(\vec{x}(t))$ — линейная оболочка $Q(\vec{x}(t))$, то множество $Q(\vec{x}(t))$ — объединение указанных крайних точек. Отсюда следует, что максимизация гамильтониана (41) на множествах Q и Q_p приводит к одному и тому же результату. Следовательно, оптимальное управление в классе $\tilde{K}_\sigma^{(p)}$ является элементом класса \tilde{K}_σ и, так как $\tilde{K}_\sigma \subset \tilde{K}_\sigma^{(p)}$, то оно оптимально и по отношению к классу \tilde{K}_σ . Таким образом, решая релаксированную задачу планирования в классе $\tilde{K}_\sigma^{(p)}$, мы получаем решения (план), допустимые в исходном классе управляющих воздействий \tilde{K}_σ . В работе [9] для задач подобного класса дока-

зано, что сформулированные необходимые условия оптимальности одновременно являются и достаточными условиями.

Говоря об алгоритмической стороне использования сформулированного ранее принципа максимума, отметим, что для определения оптимального управления $\vec{u}^*(t)$ (оптимального плана) и соответствующей фазовой траектории $\vec{x}^*(t)$ следует решить две системы уравнений:

- 1) основную, входящую в состав выражения (39);
- 2) сопряженную (42).

При заданных для указанных систем начальных условиях $\vec{h}_0(\vec{x}(t_0)) \leq \vec{O}$, $\vec{\psi}(t_0)$ значение $\vec{u}^*(t)$ в момент времени $t = t_0$ вычисляем исходя из максимизации функции (41). Далее, подставляя $\vec{u}^*(t_0)$ в (39), (42), проводим один шаг интегрирования данных систем и затем вновь, исходя из максимизации функции (41), находим $\vec{u}^*(t_1)$, $t_1 = t_0 + \Delta$ (где Δ — шаг интегрирования). Процесс интегрирования продолжаем до тех пор, пока не выполняются краевые условия $\vec{h}_1(\vec{x}(t_f)) \leq \vec{O}$ и не будет обеспечена с заданной точностью сходимость как по функционалу, так и по соответствующим альтернативам.

В рассмотренной процедуре остается невыясненным только один момент: как задать $\vec{\psi}(t_0)$. Рассмотрим один из возможных алгоритмов решения указанной краевой задачи.

6. Алгоритм решения задачи планирования. В основу предлагаемого алгоритма положена идея комбинированного использования метода последовательных приближений и метода ветвей и границ [10]. Для его реализации наряду с обобщенным показателем качества планирования вида

$$J_{\text{об}} = \omega_1 J_1^{(o)} + \omega_2 J_2^{(o)} + \omega_3 J_3^{(k)} + \omega_4 J_4^{(n)} + \omega_5 J_5^{(c)} + \omega_6 J_6^{(c)} \quad (62)$$

рассмотрим его расширенный вариант

$$J_p = J_{\text{об}} + \omega_7 \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{s_i} \sum_{j=1}^m \sum_{\lambda=1}^{l_j} \left[z_{iaejl}^{(o,1)} z_{iaejl}^{(o,3)} + \frac{(a_{iae})^2}{2} - z_{iaejl}^{(o,2)} \right] \left(z_{iaejl}^{(o,1)} \right)^2. \quad (63)$$

Дополнительная компонента в выражении (63) по сравнению с (62) позволяет оценивать потери при планировании, вызванные нарушением ограничений на непрерывность операций. Кроме того, наряду с основной задачей планирования (обозначим ее как Γ) будем рассматривать релаксированную задачу планирования (обозначим ее как P), в

которой сняты ограничения, связанные с требованиями неразрывного выполнения ОБ ПО (ПУ) с НКА.

Вычислительная схема данного алгоритма состоит в следующем.

Шаг 1. Задаем диспетчерское решение (произвольное допустимое управление или, по-другому, допустимый план) $\vec{u}_g(t)$, $t \in (t_0, t_f]$.

В качестве $\vec{u}_g(t)$ может быть выбран и $\vec{u}_g(t) \equiv \vec{O}$.

Шаг 2. Интегрируем основную систему уравнений (39) с начальными условиями $\vec{h}_0(\vec{x}(t_0)) = 0$ и $\vec{u}(t) = \vec{u}_g(t)$. В результате интегрирования получаем $\vec{x}^{(o)}(t)$. Кроме того, в момент времени $t = t_f$ определяем $J_p = J_p^{(o)}$, которое принимаем за рекорд; вычисляем условия трансверсальности (53)–(61).

Шаг 3. Интегрируем сопряженную систему уравнений вида (42)¹ с начальными условиями (53)–(61) от $t = t_f$ до $t = t_0$ с $\vec{u}(t) = \vec{u}_g(t)$.

В момент времени $t = t_0$ получаем первое приближение $\vec{\Psi}_i^{(o)}(t_0)$. На этом заканчиваем итерацию с номером $r = 0$.

Шаг 4. Начиная с момента времени $t = t_0$ ищем управление $u^{(r+1)}(t)$ (где $r = 0, 1, 2, \dots$ — номер итерации) исходя из условия (41). Одновременно с максимизацией гамильтониана интегрируем основную и сопряженную системы уравнений. При этом в каждый момент времени решаются параллельно несколько классов задач математического программирования. При максимизации гамильтониана H_1 может решаться задача о назначениях, либо задача бивалентного программирования; H_2 — задача линейного программирования; H_3, H_4, H_5 — задачи бивалентного программирования.

Если при максимизации гамильтониана в некоторый момент времени \tilde{t} , $\tilde{t} \in (t_0, t_f]$ более приоритетная ОБ $D_\xi^{(o)}$ прерывает ОБ $D_x^{(i)}$, то в этот момент времени проводится ветвление (разбиение) исходной задачи Γ на две подзадачи ($P_x^{(i)}, P_\xi^{(o)}$).

В задаче $P_x^{(i)}$ вводится запрет на прерывание ОБ $D_x^{(i)}$ и далее с использованием метода последовательных приближений решается релаксированная задача планирования. Значение целевой функции (63) в

¹ В нашем случае (45)–(50).

этом случае обозначим через $J_{p0}^{(1)}$. В задаче $P_{\xi}^{(\omega)}$ ранее начавшаяся ОВ $D_x^{(i)}$ снимается с выполнения, а в момент времени \tilde{t} начинается выполнение ОВ $D_x^{(\omega)}$. Если во фронте предлагаемых для выполнения операций существует менее приоритетные, чем ОВ $D_x^{(i)}$ операции, которые могут быть завершены до момента времени \tilde{t} на освободившемся (после снятия с выполнения $D_x^{(i)}$) ресурсе, то для этих ОВ в соответствии с (41) проводится распределение соответствующего ресурса. После выполнения ОВ $D_x^{(\omega)}$ решается релаксированная задача планирования. Значение целевой функции (63) в этом случае обозначим $J_{p1}^{(1)}$. Если $J_{p0}^{(1)} < J_p^{(0)}$ или $J_{p1}^{(1)} < J_p^{(0)}$, в предположении, что решается задача минимизации функционала (62), то за рекорд принимается соответственно $J_p = J_{p0}^{(1)}$ или $J_p = J_{p1}^{(1)}$. Когда выполняются оба неравенства, то за рекорд принимается

$$J_p = \min\{ J_{p0}^{(1)}, J_{p1}^{(1)} \},$$

а конфликтная ситуация разрешается следующим образом: если $J_{p0}^{(1)} < J_{p1}^{(1)}$, то при максимизации (41) вводится запрет на прерывание $D_x^{(i)}$, в противном случае, если $J_{p0}^{(1)} > J_{p1}^{(1)}$, то ОВ $D_x^{(i)}$ вводится в гамильтониан в момент времени \tilde{t} — момент прихода более приоритетной ОВ $D_x^{(\omega)}$.

После разрешения указанной конфликтной ситуации продолжается распределение ресурсов НКУ на основе соотношения (41) с учетом требований неразрывности выполнения ОВ до новой конфликтной ситуации, которая разрешается по аналогичной схеме.

Рассмотренный вариант разрешения конфликтной ситуации при дихотомическом ветвлении можно обобщить на случай \bar{k} -нарного ветвления, где \bar{k} — число одновременно прерванных ОВ в некоторый момент \tilde{t} .

Итерационный процесс поиска оптимального плана заканчивается при следующих условиях:

— либо когда в процессе решения релаксированной задачи получаем допустимое решение задачи Γ ;

— либо когда после окончания интегрирования на шаге 4 алгоритма выполняется условия

$$|J_p^{(r+1)} - J_p^{(r)}| < \varepsilon_1, \quad (64)$$

где ε_1 — заданная величина, $r = 0, 1, \dots$.

Если условие (64) не выполняется, то повторяется шаг 3 и т.д.

Проведенный анализ показывает, что разработанный алгоритм близок по своему содержанию к алгоритму, рассмотренному в работе [12]. При этом множество моментов времени, в которые проводится максимизация гамильтониана на $(r+1)$ -й итерации, в данном случае формируется при максимизации гамильтониана на r -й итерации из тех моментов времени, в которые на r -й итерации происходило прерывание менее приоритетных ОВ ПО (ПУ) с НКА. Вычислительная эффективность (трудоемкость) предложенного алгоритма на одной итерации приближенно может быть оценена по следующей формуле:

$$\bar{N} \leq C(\bar{m}_1)\bar{K}_1\bar{K}_2 \bar{\sigma}/t, \quad (65)$$

где \bar{N} — среднее число операций типа сложения на одной итерации; $\bar{C}(\bar{m}_1) = 11\bar{m}_1^3 + 12\bar{m}_1^2 + 2\bar{m}_1 / 6$ — максимальное число операций типа сложения при решении в каждый текущий момент времени (при максимизации (41)) на интервале планирования задачи о назначениях венгерским методом [7]; \bar{m}_1 — максимальная размерность указанной задачи о назначениях, которая определяется числом¹ независимых путей в заданном сетевом графике комплекса ОВ; $\bar{\sigma}$ — длина интервала планирования, Δt — шаг интегрирования основной и сопряженной систем уравнений; \bar{K}_1 — максимальное число прерываний на одной итерации $\bar{K}_1 = \sigma/t$; \bar{K}_2 — максимальное число ветвлений при каждом прерывании ($\bar{K}_2 = ns$).

Анализ результатов решения на ЭВМ задач планирования работы наземных технических средств с ОпС НКА с использованием предложенного алгоритма показал, что его скорость сходимости в наибольшей степени зависит от выбора первого приближения вектора сопряженной системы $\bar{\psi}(t_0)$, задание которого, в свою очередь, определяется «диспетчерским» (допустимым) управлением, формируемым на

¹ В нашем случае это число определяется максимальным числом НКА, одновременно находящихся в ЗВ с ПО (ПУ).

первой итерации. При этом в процессе решения задачи планирования, чтобы распределить ресурсы НКУ, в каждый момент времени предпочтение отдается ОБ с теми НКА, чей «динамический» приоритет в данный момент времени больше. В этом случае «динамический» приоритет трактуется значительно шире, чем это делалось во всех предыдущих работах по данной тематике [1, 7]. В нашем случае «динамическими» приоритетами ОБ являются следующие компоненты функции Гамильтона:

$$[\Psi_{i\alpha}^{(o)} \varepsilon_{ij} \Theta_{i\alpha j \lambda} + \Psi_{j \lambda}^{(k,1)} + \Psi_j^{(k)} + g_{i\alpha j \lambda}^{(o,1)} + \omega_2 \gamma_{i\alpha}]; \Psi_{i\alpha j \lambda \rho}^{(n)}, \Psi_{i\delta v}^{(c,1)}, \Psi_{i\alpha}^{(c,1)}, g_{i\alpha j \lambda}^{(o,3)}.$$

Значения данных величин определяют порядок и последовательность включения (выключения) соответствующих управляющих воздействий, которые в свою очередь, и определяют искомый план функционирования НТСр.

Для иллюстрации работы предложенного алгоритма рассмотрим простейший пример решения задачи планирования работы одной многофункциональной наземной радиотехнической станции (ПО) с двумя КА. Пусть

$$\begin{aligned} n = 2, \quad s = 3, \quad m = 1, \quad (t_0, t_f] &= (0, 14], \\ a_{i\alpha}^{(o)} &= 2 \quad (i = 1, 2; \alpha = 1, 2, 3); \\ \Theta_{i\alpha j}^{(o)}(t) &= 1 \quad \forall t; \quad \varepsilon_{11}(t) = 1 \quad \text{при } t \in (0, 14], \\ \varepsilon_{21}(t) &= 0 \quad \text{при } 0 \leq t < 1, \quad \varepsilon_{21}(t) = 1 \quad \text{при } t \geq 1. \end{aligned}$$

В этом случае математическая модель задачи планирования примет следующий вид (см. (4)–(16), (38)–(40)):

$$\begin{aligned} M &= \left\{ \bar{u} \mid \dot{x}_{i\alpha}^{(o)} = \varepsilon_{i1} u_{i\alpha 1}^{(o)}; \quad \dot{z}_{i\alpha 1}^{(o,1)} = u_{i\alpha 1}^{(o)}; \right. \\ &\quad \dot{z}_{i\alpha 1}^{(o,2)} = z_{i\alpha 1}^{(o,1)}; \quad \dot{z}_{i\alpha 1}^{(o,3)} = w_{i\alpha 1}^{(o)}; \\ &\quad \left. u_{i\alpha 1}^{(o)}(t), w_{i\alpha 1}^{(o)}(t) \in \{0, 1\}, \right. \\ &\quad \sum_{\alpha=1}^3 \sum_{i=1}^2 u_{i\alpha 1}^{(o)}(t) \leq 1; \quad u_{i21}^{(o)}(a_{i1}^{(o)} - x_{i1}^{(o)}) = 0; \quad u_{i31}^{(o)}(a_{i2}^{(o)} - x_{i2}^{(o)}) = 0; \\ &\quad \left. w_{i\alpha 1}^{(o)}(a_{i\alpha}^{(o)} - z_{i\alpha}^{(o,1)}) = 0; \right. \\ &\quad t_0 = 0: \quad x_{i\alpha}^{(o)}(t_0) = z_{i\alpha 1}^{(o,1)}(t_0) = z_{i\alpha 1}^{(o,2)}(t_0) = z_{i\alpha 1}^{(o,3)}(t_0) = 0; \\ &\quad t_f = 14: \quad x_{i\alpha}^{(o)}(t_f) = 2; \\ &\quad \left. z_{i\alpha 1}^{(o,l)}(t_f) \in \mathbf{R}^1, \quad l = 1, 2, 3 \right\}. \end{aligned} \tag{66}$$

Показатель качества планирования в данной задаче примет следующий вид:

$$J_p = \sum_{i=1}^2 \sum_{\alpha=1}^3 \left[\left(a_{i\alpha}^{(o)} - x_{i\alpha}^{(o)} \right)^2 + \left(z_{i\alpha 1}^{(o,1)} z_{i\alpha 1}^{(o,3)} + \frac{\left(a_{i\alpha}^{(o)} \right)^2}{2} - z_{i\alpha 1}^{(o,2)} \right)^2 \left(z_{i\alpha 1}^{(o,1)} \right)^2 \right] \Bigg|_{t=t_f} - \sum_{i=1}^2 \sum_{\alpha=1}^3 \int_0^{14} \gamma_{i\alpha}(\tau) u_{i\alpha 1}^{(o)}(\tau) d\tau, \quad (67)$$

где $\gamma_{i\alpha}(t)$ — известные функции времени, с помощью которых задаются наиболее предпочтительные для выполнения работ временные интервалы:

$$\begin{aligned} \gamma_{11} &= 15\beta_+(6-t), \quad \gamma_{12} = 10\beta_+(9-t), \\ \gamma_{13} &= 10\beta_+(11-t), \quad \gamma_{21} = 20\beta_+(8-t), \\ \gamma_{22} &= 15\beta_+(8-t), \quad \gamma_{23} = 30\beta_+(11-t). \end{aligned}$$

При этом $\beta_+(\alpha) = 1$, если $\alpha \geq 0$, $\beta_+(\alpha) = 0$, если $\alpha < 0$.

Подынтегральное выражение в (67) можно интерпретировать по-другому, как это сделано ранее в формуле (15), вводя штрафы за выполнение работ вне заданных временных интервалов.

С учетом изложенного задача планирования формулируется следующим образом: необходимо найти такой допустимый план функционирования ПО (программу управления $\bar{u}(t)$), для которого выполняются все заданные ограничения вида (66) (в том числе ограничения, запрещающие прерывание выполнения работ), а показатель качества (67) принимал минимальное значение.

В табл. 2 в первых двух строках приведен допустимый план выполнения работ, выбранный в качестве первого приближения и построенный по правилу FIFO. В последующих строках табл. 2 показаны варианты разрешения конфликтной ситуации, связанной с прерыванием работы $D_1^{(1)}$. Оптимальный план приведен в третьей и четвертой строках табл. 2.

Таблица 2. Пример планирования работ

Вариант плана	Номер КА	Время											Значение показателя качества планирования				
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		12	13	14	
1	A ₁	$u_{111}^{(0)} = 1$				$u_{121}^{(0)} = 1$				$u_{131}^{(0)} = 1$							$J_p = -170$
	A ₂			$u_{211}^{(0)} = 1$			$u_{221}^{(0)} = 1$				$u_{231}^{(0)} = 1$						
2	A ₁	$u_{111}^{(0)} = 1$								$u_{121}^{(0)} = 1$			$u_{131}^{(0)} = 1$				$J_p = -180$
	A ₂			$u_{211}^{(0)} = 1$		$u_{221}^{(0)} = 1$				$u_{231}^{(0)} = 1$							
3	A ₁				$u_{111}^{(0)} = 1$								$u_{121}^{(0)} = 1$		$u_{131}^{(0)} = 1$		$J_p = -170$
	A ₂			$u_{211}^{(0)} = 1$			$u_{221}^{(0)} = 1$							$u_{231}^{(0)} = 1$			

7. Заключение. В статье рассмотрены полимодельное описание и алгоритм решения задачи комплексного планирования работы НТСр управления ОрС НКА. Основные особенности и отличия предлагаемых моделей и алгоритма состоят в том, что при динамической интерпретации процессов выполнения комплексов работ, входящих в ТЦУ НКА, существенно сокращается размерность решаемых задач планирования и степень связности алгоритма планирования. Данная размерность определяется числом независимых путей в обобщенном сетевом графике работ, выполняемых НКУ ОрС НКА, текущими пространственно-временными, техническими, технологическими ограничениями. В свою очередь, степень связности алгоритма планирования определяется размерностью векторов состояния основной и сопряженной систем уравнений: $\vec{x}(t')$, $\vec{\psi}(t')$, $t' \in (t_0, t_f]$, t' — момент времени, в который произошло прерывание решения задачи планирования. Запомнив значение данных векторов, можно возобновить расчет плана работы НТСр, как только будут сняты соответствующие ограничения.

Исследования свойств и характеристик разработанных моделей и алгоритмов показали, что за счет рационального (оптимального) планирования работы НТСр, во-первых, повышается пропускная способность СУ ОрС НКА в целом, во-вторых, снижаются запаздывания в контурах управления НКА, в-третьих, уменьшается возможность возникновения пиковых информационных нагрузок при внезапных изменениях структуры СУ ОрС НКА. Кроме того, основываясь на динамическом описании процессов функционирования НКУ, удастся в явном виде связать технологию управления его элементами и подсистемами с результатами целевого применения ОрС НКА (характеристика навигационного поля). Последнее открывает широкие перспективы по исследованию различных классов задач анализа и синтеза эффективных технологий управления ОрС НКА.

Поддержка исследований. Междисциплинарные исследования по рассматриваемой тематике проводились при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 09-07-00066, 10-07-00311, 08-08-00403, 09-07-11004, 10-08-90027-Бел_а) и Отделения нанотехнологий и информационных технологий РАН (проект № О-2.3/03).

Литература

1. *Зимин И.Н., Иванюков Ю.П.* Решение задач сетевого планирования сведением их к задачам оптимального управления // ЖВМ и МФ, Т. 11. № 3. 1971.
2. *Кравец В.Г., Любинский В.Е.* Основы управления космическими полётами. М.: Машиностроение, 1983.

3. *Лебедев А.А., Нестеренко О.П.* Космические системы наблюдения: Синтез и моделирование. М.: Машиностроение, 1991.
4. *Лебедев В.В., Кругов В.А.* Техническая эффективность пилотируемых космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1985.
5. *Ли Э.Б., Маркус Л.* Основы теории оптимального управления. М.: Наука, 1972.
6. *Мальшиев В.В., Красильщиков М.Н., Карлов В.И.* Оптимизация наблюдения и управления летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1989.
7. *Моисеев Н.Н.* Элементы теории оптимальных систем. – М.: Наука, 1975.
8. *Понтрягин Л., Болтянский В., Гамкрелидзе Р., Мищенко Е.* Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Физматгиз, 1961.
9. *Соколов Б.В.* Комплексное планирование операций и управление структурами в АСУ активными подвижными объектами. – МО, 1999.
10. *Соколов Б.В., Калинин В.Н.* Динамическая модель и алгоритм оптимального планирования комплекса работ с запретами на прерывание // Автоматика и телемеханика, 1985, № 5. – С.106-114.
11. *Соколов Б.В., Калинин В.Н.* Многомодельный подход к описанию процессов управления космическими средствами // Теория и системы управления, 1995, № 1. – С.149-156.
12. *Ханциверов Ф.Р., Остроухов В.В.* Моделирование космических систем изучения природных ресурсов Земли. М.: Машиностроение, 1989.
13. *Циркун А.Д., Акинфиев В.И., Филимонов В.А.* Имитационное моделирование в задачах синтеза структуры сложных систем: Оптимизационно-имитационный подход. – М.: Наука, 1985.
14. An application of the Global Positioning System to search and rescue and remote tracking / F.H. Raab, G.W. Board, S.D. Arling et al. // Navigation (USA). Vol. 24, № 3. 1977. P. 216–22.
15. *Ackoff R.L.* The Art of Problem Solving. New York: Wiley-Interscience. 1978.
16. *Athaus M., Falb P.L.* Optimal control: An Introduction to the Theory and Its Applications. New York, San Francisco, Sidney: McGraw-Hill Book Company. 1966.
17. *Basar T., Olsder G.J.D.* Dynamic Noncooperative Game Theory. London: Academic Press. 1982.
18. *Bellmann R.* Adaptive Control Processes: A Guided Tour. Princeton, New Jersey: Princeton Univ. Press. 1972.
19. *Beck N.* Preliminary results on the use of differential GPS positioning for geodetic applications // Proc. IEEE. Position Location and Navigation Symposium, PLANS'84. San Diego, USA, 1984. P. 163–168.
20. Intelligent Control Systems: Theory and Applications / Eds. M.M. Gupta, N.K. Sinka. N.Y.: IEEE Press, 1996.
21. *Klir G.J.* Architecture of Systems Problem Solving. New York: Plenum Press. 1985.
22. *Milliken R.J., Zoller C.J.* Principle of operation of NAVSTAR and system characteristics // Navigation (USA). Vol. 25, № 2. 1978. P.95–106.
23. *Siliak D.D.* Decentralized Control of Complex Systems. New York: Academic Press. 1990.
24. *Vasil'ev S.N.* From Classical Control Problems to Intelligent Control // Control theory and process, 2001. N 1, pp.5–22, N 2, pp.5–21.
25. *Yusupov R., Rozenwasser E.* Sensitivity of Automatic Control Systems. London, New York: CRS. Press. 1999.

Соколов Борис Владимирович — д-р техн. наук, профессор, Заслуженный деятель науки РФ; зам. директора по научной работе Учреждения Российской академии наук Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации РАН (СПИИРАН). Область научных интересов: системный анализ и исследование операций, разработка научных основ теории управления структурной динамикой сложных организационно-технических систем. Число научных публикаций — 260. sokol@iias.spb.su; СПИИРАН, 14-я линия В.О., д.39, Санкт-Петербург, 199178, РФ; р.т. +7(812) 328–0103, факс +7(812) 328–4450.

Sokolov Boris Vladimirovich — Dr.Sc. in Technical Science, Prof., Honored scientist of Russian Federation; Deputy-Director for Research, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences (SPIIRAS). Research interests: development of research fundamentals for the control theory by structural dynamics of complex organizational-technical systems. The number of publications — 260. sokol@iias.spb.su; SPIIRAS, 14th Line V.O., 39, St.Petersburg, 199178, Russia; office phone +7(812) 328-0103, fax +7(812) 328–4450.

Рекомендовано лабораторией информационных технологий в системном анализе и моделировании, зав. лаб. Б.В. Соколов, д-р техн. наук, проф.
Статья поступила в редакцию 30.11.2010.

РЕФЕРАТ

Соколов Б.В. Динамические модели и алгоритмы комплексного планирования работы наземных технических средств с навигационными космическими аппаратами.

В статье рассмотрены полимодельное описание и алгоритм решения задачи комплексного планирования работы НТСр управления ОрС НКА. Основные особенности и отличия предлагаемых моделей и алгоритма состоят в том, что при динамической интерпретации процессов выполнения комплексов работ, входящих в ТЦУ НКА, существенно сокращается размерность решаемых задач планирования и степень связности алгоритма планирования. Данная размерность определяется числом независимых путей в обобщённом сетевом графике работ, выполняемых НКУ ОрС НКА, текущими пространственно-временными, техническими, технологическими ограничениями. В свою очередь, степень связности алгоритма планирования определяется размерностью векторов состояния основной и сопряжённой систем уравнений. Запомнив значение данных векторов, можно возобновить расчёт плана работы НТСр, как только будут сняты соответствующие ограничения.

Исследования свойств и характеристик разработанных моделей и алгоритмов показали, что за счёт рационального (оптимального) планирования работы НТСр, во-первых, повышается пропускная способность СУ ОрС НКА в целом, во-вторых, снижаются запаздывания в контурах управления НКА, в-третьих, уменьшается возможность возникновения пиковых информационных нагрузок при внезапных изменениях структуры СУ ОрС НКА. Кроме того, основываясь на динамическом описании процессов функционирования НКУ, удастся в явном виде связать технологию управления его элементами и подсистемами с результатами целевого применения ОрС НКА (характеристика навигационного поля). Последнее открывает широкие перспективы по исследованию различных классов задач анализа и синтеза эффективных технологий управления ОрС НКА.

Традиционно задачи описанного класса (задачи теории расписаний) решаются с использованием методов математического программирования. Однако в случае большой размерности задач планирования приходится отказываться от точных методов оптимизации решений и прибегать к эвристическим приёмам. В статье предложен оригинальный подход к решению задач теории расписаний большой размерности, основанный на использовании моделей и методов теории оптимального управления.

SUMMARY

Sokolov B.V. Dynamic models and algorithms of comprehensive scheduling for ground-based facilities communication with navigation spacecrafts.

In this paper, we considered a scheduling problem for ground-based control facilities communicating with an orbital system of navigational spacecrafts. We used a dynamic interpretation of NS TCC operations for formal statement of the problem. This approach resulted in essential reduction of a problem dimensionality and in advantages of the proposed algorithm because of its connectivity decrease. The problem dimensionality is determined by the number of independent paths in a network diagram of GCC operations and by current spatio-temporal, technical, and technological constraints. In its turn, the degree algorithmic connectivity depends on a dimensionality of the main and the conjugate state vectors. If the vectors are known then the schedule calculation may be resumed after removal of appropriate constraints.

The investigation of the models and algorithms showed the following advantages of rational scheduling for GTF operations: firstly a capacity of the NS OrS control system increases secondly a response time of control loops decreases thirdly peak data traffic caused by unexpected alteration of CS structure is reduced. The dynamic interpretation of GCC functioning also lets gear the results of NS OrS use (characteristics of navigation field) to control technology. This opens up possibilities of comprehensive analysis and synthesis of effective control technologies for NS OrS.

Scheduling problems of the considered class are usually solved via methods of discrete programming, but when the dimensionality is high, the optimal solution is not provided and heuristic algorithms are needed. This paper introduces an original approach, based on models and methods of optimal control theory, to scheduling problems of high dimensionality.