

К.О. Логинов

**ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ФИЛЬТРАЦИИ ОЦЕНОК
ИНФОРМАЦИОННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ЭЛЕКТОРАТ**

Логинов К.О. Численное решение задачи фильтрации оценок информационного воздействия на электорат.

Аннотация. В статье предложены постановка и численная схема решения задачи фильтрации оценок информационного воздействия средств масс-медиа на электорат, позволяющие с высокой степенью точности на заданном интервале наблюдения определить число индивидов в обществе, отдающих предпочтение определенному политическому субъекту (мнению). Основу постановки задачи составляет математическая модель оценки информационного воздействия на электорат при проведении выборных кампаний, которая сводится к решению стохастического дифференциального уравнения – уравнения состояния. Его исследование при составлении модели фильтрации оценок информационного воздействия предложено свести к численному решению уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи при введении дополнительного уравнения наблюдения, которое получается из уравнения состояния при оценке его стохастических компонент (наблюдаемые интенсивности агитации от разнородных средств масс-медиа) методами полиспектрального анализа. Решение уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи выполнено в проекционной постановке метода Галёркина при сведении к системе линейных дифференциальных уравнений и получении ее решения при дискретизации интервала анализа на подинтервалы и использования метода матричной экспоненты. Для уточнения особенностей алгоритмической реализации составленной численной схемы сформирована рекурсивная процедура численной фильтрации оценок информационного воздействия, представленная в виде псевдокода. Для наглядного сравнения результативности сформированного численного решения задачи нелинейной фильтрации оценок информационного воздействия средств масс-медиа на электорат проведены расчеты на тестовых выборках большого объема для различных значений количества политических субъектов (мнений) и числа подгрупп, на которые разделяется разнородный социум (электорат). Под результативностью решения понимается апостериорно вычисленная зависимость вероятности принятия ошибочного решения о победе политического субъекта-лидера от дисперсионных параметров нестационарных негауссовских шумов наблюдаемых интенсивностей агитации. Зависимости результативности предложенного решения сравнены с результатом непосредственного численного решения систем уравнений состояния и наблюдения.

Ключевые слова: численное решение, фильтрация оценок информационного воздействия, уравнение Дункана–Мортенсена–Закаи, оператор Фоккера–Планка–Колмогорова, полиспектральный анализ, гауссовы базисные функции.

1. Введение. В последнее время отмечается возрастающий интерес к исследованию технологий и ресурсов влияния социальных медиа на политические процессы, разработке математических методов и алгоритмических решений, позволяющих на основе наблюдений формировать обоснованные выводы о предпочтительности индивидов [1–7]. Указанный интерес обуславливается с одной стороны активным повсеместным внедрением интернет технологий, с другой стороны,

нетипичными для стандартных избирательных моделей агитационных особенностей социальных медиа. Описанная оригинальность связана с: распространением недостоверной информации; трудностями возложения ответственности, определения правового статуса, фиксации нарушений из-за пробелов в информационном праве; опасности разрешения имиджа при неумелом использовании социальных медиа; возможности быстрого получения обратной связи. Актуальность и своевременность указанных задач также подтверждается резко увеличившимся количеством сфальсифицированных новостей в интернете (по данным ТАСС в период пандемии в 2020 году число фейков в интернете возросло в 10 раз, за 2021 год их объем увеличен еще в 2 раза). Для обоснованного формирования способов противодействия указанному факту первостепенно необходимо системное понимание соответствующих механизмов информационных процессов, достижимое при изучении, формализации и моделировании особенностей информационного воздействия в социальных медиа.

Основные подходы математических представлений по получению оценок влияния информации, распространяемой социальными медиа в обществе, основываются на социальных сетях. Предполагается, что информационное воздействие формирует предпочтения индивидов в отношении политических субъектов (мнений). Социальная сеть представляется объединением социальных позиций (социальных акторов и их связей [8]) при представлении структуры социума за счет введения соответствующей топологии – социального графа. Основные задачи при формировании подобных моделей заключаются в оценке адекватности составляемых представлений, верификации корректности топологической структуры, определении ее устойчивости [9]. При этом топология реальных социальных сетей, в прямой постановке моделирующих процессы информационного противоборства в социальных медиа, обуславливается значительной количественной сложностью в сравнении с их качественными свойствами. Указанное определяет противоречие, которое устанавливает отсутствие баланса между сложностью и точностью к измерениям существующих математических моделей оценки информационного воздействия на электорат.

В направлении разрешения сформулированного противоречия при представлении социума численностью N_0 совокупностью взаимодействующих M подгрупп ($N_m < N_0$, $N_m \geq 1$, $m = \overline{1, M}$,

$\sum_{m=1}^M N_m = N_0$, где N_m – число индивидов в m -й подгруппе социума) в работах [10–12], в дополнение к моделям социальных сетей и в развитие известных (например, из статьи [13]) математических моделей информационного противоборства в структурированном социуме, предложена математическая модель и численная схема оценки информационного воздействия на электорат при проведении выборных кампаний. Алгоритмические решения [10–12] сводятся к тому, что, зная параметры, начальные данные и периодичность информационного воздействия (характеризуется интенсивностями распространения положительной или отрицательной информации в социальных медиа), оценивается число сторонников того или иного политического субъекта (мнения). Основная отличительная особенность математической модели [10–12] заключается в учете стохастического характера интенсивностей распространения информации от внешних источников о политических субъектах (мнениях) при представлении модели в виде стохастической системы диффузионно-скачкообразного типа.

Вместе с тем в решениях [10–12] не уточняются вычислительные особенности, определяющие правила получения оценок наблюдаемых интенсивностей распространения информации при составлении вектора сноса и матрицы диффузии. Корректное определение последних существенным образом влияет на точность результирующего решения. Цель настоящей статьи состоит в уточнении указанного вопроса, требующего в том числе модификацию решений [10–12].

2. Постановка задачи фильтрации оценок информационного воздействия на электорат. Учитывая работы [10–12] и схематическое представление задачи математического моделирования процессов формирования информационного воздействия на электорат (рисунок 1), формализуем постановку задачи фильтрации.

В отношении K политических субъектов L внешних источников информации с интенсивностями $\alpha_{kl}(t)$ и $\gamma_{kl}(t)$ ($l \in \{1, \overline{L}\}$; $k \in \{1, \overline{K}\}$) распространяют положительные и отрицательные сведения соответственно. Значения интенсивностей $\alpha_{kl}(t)$, $\gamma_{kl}(t)$ может быть определено через отношение числа сообщений соответствующей тональности (положительная и отрицательная соответственно) к периоду времени наблюдения (в рассматриваемой задаче длительность интервала измеряется единицей времени – 1 час или 1 сутки) при учете их объема и

вероятностных характеристик оценки тональности. Для определения интенсивностей $\alpha_{kl}(t)$, $\gamma_{kl}(t)$ предлагается использовать программу для ЭВМ «Система анализа тональности публикаций СМИ «Тонус» [14]. В рамках современного информационного общества к L внешним источникам информации можно отнести:

1. Средства массовой информации и средства агитации: печать (газеты, журналы, альманахи, книги, брошюры, листовки, плакаты, стенды и билборды); радио (региональное, центральное); телевидение (центральное, региональное, местное); таргетированная реклама в сети Интернет; зарубежные средства массовой информации.
2. Социальные медиа: социальные сети (vk, facebook, TikTok, Одноклассники и пр.); мессенджеры (Telegram, WhatsApp, WeChat, QQ и пр.); видеохостинги (YouTube, Rutube, Dailymotion, Vzaar и пр.); блог-платформы (WordPress, LiveJournal, Blogger, Tumblr и пр.); тематические Интернет сайты и форумы; и прочее.
3. Информационные и аналитические агентства.

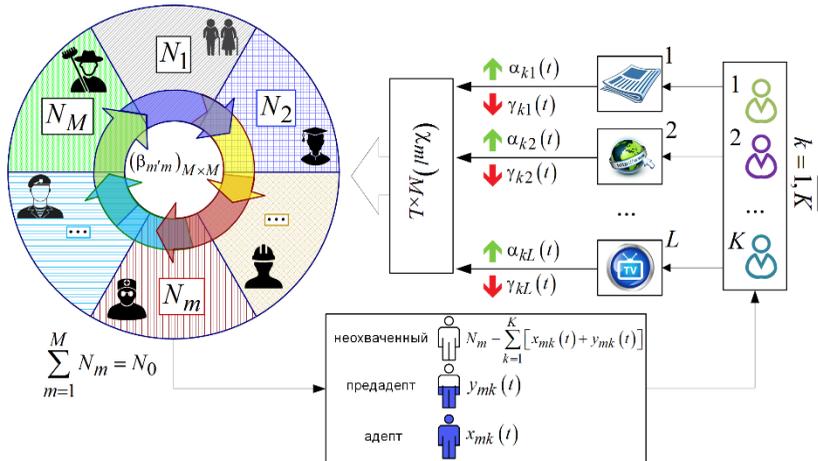


Рис. 1. Схематическое представление содержательной постановки задачи математического моделирования процессов формирования информационного воздействия на электорат

Под воздействием распространяемой информации на индивидов m -й подгруппы ($m \in \{1, M\}$) социума (примеры признаков разделения социума на подгруппы: пол, возраст, образование, социальный статус, параметры региона проживания и пр.) общей

численностью N_0 ($N_m < N_0$, $N_m \geq 1$, $\sum_{m=1}^M N_m = N_0$) с учетом коэффициентов восприятия $\chi_{ml} \in [0,1]$ (коэффициент восприятия χ_{ml} определяет степень доверия индивидов m -й подгруппы к l -му источнику информации) l -х источников осуществляется информационное воздействие. При этом у индивидов формируется приверженность к k -му политическому субъекту при разделении каждой m -й подгруппы индивидов на три класса (рисунок 2): 1) неохваченные; 2) предадепты mk ; 3) адепты mk .

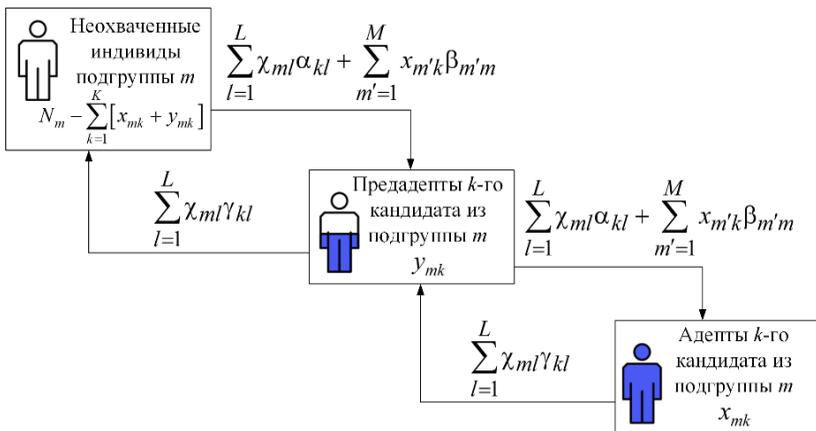


Рис. 2. Диаграмма состояний индивидов в рассматриваемой модели формирования информационного воздействия на электорат

У неохваченных индивидов отсутствуют предпочтения в отношении какого-либо кандидата.

Адептом mk является индивид из m -й подгруппы, который отдает предпочтение k -му кандидату и по средствам межличностной коммуникации с интенсивностью $\beta_{mm'} \geq 0$ формирует предпочтение в отношении k -го кандидата среди индивидов m' -х ($m' \in \{1, \overline{M}\}$) подгрупп либо за счет распространения положительной информации о k -м кандидате, либо путем распространения отрицательной информации о кандидатах k' ($k' = \overline{1, K}, k' \neq k$). Уточним, что особенности формирования интенсивностей $\alpha_{kl}(t)$ и $\gamma_{kl}(t)$ адептами mk в социальных медиа не учитываются. Интенсивность $\beta_{mm'}$

определяет степень восприятия информации индивидом m' -й подгруппы, поступающей при межличностной коммуникации от индивидов m -й подгруппы.

Преадептом mk является индивид из m -й подгруппы, который отдает предпочтение k -му кандидату, но никакой информации не распространяет. Первоначально неохваченный индивид m -й подгруппы под воздействием положительной информации из внешних источников и за счет межличностной коммуникации становится преадептом mk , а затем – адептом mk . Под воздействием отрицательной информации из внешних источников в отношении k -го кандидата происходит обратный переход. Адептом кандидата может стать только преадепт соответствующего кандидата, а неохваченным индивидом – преадепт. Число адептов mk в момент времени $t \in [t_0, t_1]$ ($[t_0, t_1]$ – интервал анализа) обозначим $x_{mk}(t) \in [0, N_m]$, преадептов – $y_{mk}(t) \in [0, N_m]$.

Уточним, что в отношении разрабатываемого алгоритмического решения особенности вычисления χ_{ml} и $\beta_{m'm}$ не рассматриваются, а их значения полагаются исходно заданным. В практических системах χ_{ml} и $\beta_{m'm}$ могут определяться экспертным оцениванием (задаваться по результатам социологических опросов или данным Всероссийского центра изучения общественного мнения) или в результате анализа взаимосвязности сетевых моделей социальных сетей [15].

Для введенных представлений решение исследуемой задачи сводится к определению в момент времени $t \in [t_0, t_1]$ числа адептов $\hat{x}_{mk}(t)$ и преадептов $\hat{y}_{mk}(t)$ для заданных начальных условий $x_{mk}(t_0)$, $y_{mk}(t_0)$ и следующих допущений [10, 12]:

1. Значения коэффициентов восприятия χ_{ml} и интенсивностей межличностной коммуникации $\beta_{m'm}$ не зависят от времени t .
2. Переменные $x_{mk}(t)$, $y_{mk}(t)$ составляют непрерывный векторный Марковский процесс.
3. Интенсивности $\alpha_{kl}(t)$, $\gamma_{kl}(t)$ складываются из соответствующих истинных значений $0 \leq \alpha_{kl}^0(t), \gamma_{kl}^0(t) < \infty$ и ошибок наблюдения $\tilde{\alpha}_{kl}(t)$, $\tilde{\gamma}_{kl}(t)$, являющихся белым шумом с

соответствующими характеристиками: $\mathbb{E}[\tilde{\alpha}_{kl}] = \mathbb{E}[\tilde{\gamma}_{kl}] = 0$; $\text{cov}[\tilde{\alpha}_{kl}] = \text{cov}[\tilde{\gamma}_{kl}] = \delta(t - \tau)$; $\text{cov}[d\tilde{\alpha}_{kl}] = [\varepsilon_{kl}^\alpha]^{-2}$; $\text{cov}[d\tilde{\gamma}_{kl}] = [\varepsilon_{kl}^\gamma]^{-2}$.

4. Скорость «вербовки» адептов mk пропорциональна числу предадептов mk , а скорость «вербовки» предадептов mk пропорциональна числу неохваченных индивидов m -й подгруппы с учетом перехода предадептов mk в адепты mk [13].

5. Величины начальных значений $x_{mk}(t_0)$, $y_{mk}(t_0)$ известны и принимаются равными 0.

Эволюция числа адептов $x_{mk}(t)$ и предадептов $y_{mk}(t)$ определяется следующей системой стохастических дифференциальных уравнений [10]:

$$d\vec{Z} = \vec{A}(\vec{Z}, t)dt + \Sigma(\vec{Z})d\vec{W}; \vec{Z}(t_0) = 0, \quad (1)$$

понимаемой в смысле Ито.

В выражении (1) приняты следующие обозначения [10–12]: вектор переменных $\vec{Z} \in \Omega$ при блочном представлении $\vec{Z} = (Z_i)_d = (\bar{z}^{(1)}, \bar{z}^{(2)}, \dots, \bar{z}^{(M)})$ определяется численностью адептов и предадептов относительно m -й подгруппы $\bar{z}^{(m)}$; $\Omega = \varepsilon^{(1)} \times \varepsilon^{(2)} \times \dots \times \varepsilon^{(M)} \subset \mathbb{R}^d$ – d -мерный ($d = 2MK$) выпуклый многогранник (алгоритмические особенности параметризации Ω уточнены в [11, 12]); $\varepsilon^{(m)} \subset \mathbb{R}^{2K}$ – симплекс с $2K + 1$ вершинами; $\vec{A} = (A_i)_d = (\bar{a}^{(1)}, \bar{a}^{(2)}, \dots, \bar{a}^{(M)})$ – вектор сноса; $\Sigma = (\Sigma_{ll'})_{d \times d} = \text{diag}\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_M\}$ – матрица диффузии; $\vec{W} = (W_i)_d = (\bar{w}^{(1)}, \bar{w}^{(2)}, \dots, \bar{w}^{(M)})$ – d -мерное броуновское движение; (правила определения советующих элементов $\bar{z}^{(m)}$, $\bar{a}^{(m)}$, σ_m представлены в приложении).

Оценивание числа $\hat{z}^{(m)}$ адептов $\hat{x}_{mk}(t)$ и предадептов $\hat{y}_{mk}(t)$ выполняется при усреднении [10, 12]: $\hat{Z}(t) = \int_{\Omega} \vec{Z} p(\vec{Z}, t) d\vec{Z}$, где $p(\vec{Z}, t) = \phi(\vec{Z}, t) / \int_{\Omega} \phi(\vec{Z}, t) d\vec{Z}$ – функция плотности распределения вероятности. В отличие от [10, 12] для повышения точности оценки

$\vec{A}(\vec{Z}, t)$, $\Sigma(\vec{Z})$ эволюцию ненормированной функции плотности распределения вероятности $\phi(\vec{Z}, t)$ будем определять из решения уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи [16]:

$$d\phi(\vec{Z}, t)/dt = \mathbf{L}[\phi(\vec{Z}, t)] + \vec{v}(\vec{Z}, t)\mathbf{R}'^{-1}(t)\vec{\tilde{Z}}(t)\phi(\vec{Z}, t), \quad (2)$$

при дополнении уравнения состояния (1) уравнением наблюдения:

$$d\vec{\tilde{Z}} = \vec{v}(\vec{Z}, t)dt + d\vec{\tilde{W}}; \vec{\tilde{Z}}(t_0) = 0. \quad (3)$$

В выражениях (2), (3) приняты следующие обозначения: $\mathbf{L}[\phi] = -\sum_{i=1}^d \frac{\partial}{\partial Z_i} (A_i \phi) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^d \sum_{l=1}^d \frac{\partial^2 (D_{il} \phi)}{\partial Z_i \partial Z_l}$ – диффузионный оператор Фоккера–Планка–Колмогорова [17]; $\mathbf{D} = \Sigma \Sigma^T = (D_{il})_{d \times d}$ и $\vec{A} = (A_i)_d$ – тензор диффузии и вектор сноса соответственно; $\mathbf{R}' = \mathbf{R} \mathbf{R}^T$ – матрица условной интенсивности; $\text{cov}[d\vec{\tilde{W}}] = \mathbf{R}(t)dt$; $\vec{\tilde{W}}$ – измеримые при всех $t \in [t_0, t_1]$ некоррелированные винеровские процессы; $\vec{v}(\vec{Z}, t)$ – вектор наблюдения, задаваемый по правилам аналогичным (1) при составлении вектора сноса $\vec{A}(\vec{Z}, t)$ через функции $f_{mk}^{(1)}$, $f_{mk}^{(2)}$, за исключением того, что вместо значений A_{mk}^0 , Γ_{mk}^0 подставляются наблюдаемые интенсивности $A_{mk} = \sum_{l=1}^L \chi_{ml} \alpha_{kl}$, $\Gamma_{mk} = \sum_{l=1}^L \chi_{ml} \gamma_{kl}$ (правила определения элементов $\vec{A}(\vec{Z}, t)$ через функции $f_{mk}^{(1)}$, $f_{mk}^{(2)}$ уточнены в приложении).

Процедуру оценки A_{mk}^0 , Γ_{mk}^0 по наблюдаемым на интервале $[t_0, t_1]$ интенсивностям α_{kl} , γ_{kl} предлагается составить на основе методов полиспектрального анализа сигналов [18]. Рассмотрим кратко ее суть при обозначение интенсивностей $\alpha_{kl}(t)$, $\gamma_{kl}(t)$ некоторым сигналом $s(t)$.

Оценка полиспектра $I(\xi)$ для $s(t)$ ($\xi \in \mathbb{W}$ – мультииндекс, где $\mathbb{W} = \{ \xi = (\xi_1, \dots, \xi_\rho) : \xi_\rho \in \mathbb{Z}_+, \sum_{\rho \in [1; \rho]} \xi_\rho < N', \xi_{\rho+1} \geq \xi_\rho \}$ при $\rho \geq 2$ – порядок полиспектра) выполняется прямым методом [19] при разбиении временного интервала наблюдения $[t_0, t_1]$ на V одинаковых по длительности $\Delta t = (t_1 - t_0)/V$ подынтервалов $[t'_v, t'_{v+1}]$ ($v \in \{0, \overline{V-1}\}$) при $t'_0 = t_0$, $t'_V = t_1$) и дискретизации наблюдений сигнала $s(t)$ для $[t'_v, t'_{v+1}]$ на N' отсчетов $s_n^{(v)}$ ($n' \in \{0, \overline{N'-1}\}$). Затем, с применением алгоритма быстрого прямого дискретного преобразования Фурье, вычисляется спектральное представление $\tilde{s}_n^{(v)}$ каждого $s_n^{(v)}$ относительно v -го подынтервала и, с учетом правила [19] $I^{(v)}(\xi) = \{ \tilde{s}_{\|\xi\|}^{(v)} \}^* \prod_{\rho=1}^{\rho} \tilde{s}_{\xi_\rho}^{(v)}$ для $\|\xi\| = \sum_{\rho=1}^{\rho} \xi_\rho$, при средневывборочном усреднении определяется полиспектр $I(\xi) = V^{-1} \sum_{v=0}^{V-1} I^{(v)}(\xi)$.

Окончательная оценка $\hat{s}(t)$ сигнала $s(t)$ осуществляется в отношении его дискретных значений $s_n = s(n(t_1 - t_0)/(N-1))$ ($n \in \{0, \overline{N-1}\}$, $N = VN'$) по правилу $\hat{s}_n = \sum_{n'=0}^{N'-1} s_{n+n'} \mathcal{G}_{n'}$, где коэффициенты $\mathcal{G}_{n'}$ фильтра определяются из быстрого обратного дискретного преобразования Фурье восстановленных оценок Фурье-спектра $\tilde{\mathcal{G}}_{n'} = \zeta_{n'} e^{i\varphi_{n'}}$ по оценкам фазового (формируется по $\varphi_{n'}$) и амплитудного (составляется по $\kappa_{n'} = \ln \zeta_{n'}$) полиспектральных уравнений [19], задаваемых из $\varphi'_\xi = \arg(I(\xi))$ и $\kappa'_\xi = \ln |I(\xi)|$ соответственно:

$$\bar{\varphi} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \bar{\varphi}'; \quad \bar{\kappa} = (\tilde{\mathbf{G}}^T \tilde{\mathbf{G}})^{-1} \tilde{\mathbf{G}}^T \bar{\kappa}',$$

где $\bar{\varphi} = (\varphi_{n'})_{N'}$; $\bar{\kappa} = (\kappa_{n'})_{N'}$; $\bar{\varphi}' = (\varphi'_\xi)_{|\mathbb{W}|}$; $\bar{\kappa}' = (\kappa'_\xi)_{|\mathbb{W}|}$; $\mathbf{G} = (G_{\xi n'})_{|\mathbb{W}| \times N'}$; $\tilde{\mathbf{G}} = (\tilde{G}_{\xi n'})_{|\mathbb{W}| \times N'}$. Элементы $G_{\xi n'}$, $\tilde{G}_{\xi n'}$ советующих матриц \mathbf{G} , $\tilde{\mathbf{G}}$ при исходном равенстве нулю формируются из последовательно

реализуемых условий $G_{\xi_{n'}} = \sum_{\rho \in [1; \varphi]; \xi_{\rho} = n'} 1$; $\tilde{G}_{\xi_{n'}} = \sum_{\rho \in [1; \varphi]; \xi_{\rho} = n'} 1$ при

последующем уточнении значений в соответствии с правилами:

$$G_{\xi_{n'}} = (G_{\xi_{n'}} - 1, \text{ if } \sum_{\rho \in [1; \varphi]} \xi_{\rho} = n'); \tilde{G}_{\xi_{n'}} = (\tilde{G}_{\xi_{n'}} + 1, \text{ if } \sum_{\rho \in [1; \varphi]} \xi_{\rho} = n').$$

По указанной процедуре производится оценка интенсивностей

$$\alpha_{kl}^0, \gamma_{kl}^0 \text{ и вычисляются искомые параметры } A_{mk}^0 = \sum_{l=1}^L \chi_{ml} \alpha_{kl}^0,$$

$$\Gamma_{mk}^0 = \sum_{l=1}^L \chi_{ml} \gamma_{kl}^0 \text{ для составления вектора сноса } \bar{A}(\bar{Z}, t) \text{ в (1). Затем по}$$

оцененным интенсивностям $\alpha_{kl}^0, \gamma_{kl}^0$ и их наблюдению α_{kl}, γ_{kl} выполняется определение советующих параметров $\varepsilon_{kl}^{\alpha}, \varepsilon_{kl}^{\gamma}$ шумов $\tilde{\alpha}_{kl}, \tilde{\gamma}_{kl}$ средневыборочными правилами [20] для составления матрицы диффузии $\Sigma(\bar{Z})$ в (1).

Уточненное решение получения полиспектральных оценок A_{mk}^0, Γ_{mk}^0 в (1) составляет начальное приближение в общей задачи фильтрации (2) при дополнительно вводимом уравнении наблюдения (3) с параметрами A_{mk}, Γ_{mk} . Ошибки оценки $A_{mk}^0, \Gamma_{mk}^0, \varepsilon_{kl}^{\alpha}, \varepsilon_{kl}^{\gamma}$, точность определения которых в конечном счете влияет на погрешность итогового решения $\hat{Z}(t) = \int_{\Omega} \bar{Z}p(\bar{Z}, t) d\bar{Z}$,

минимизируются численным исследованием задачи (2) при составлении следующей рекурсивной схемы фильтрации оценок информационного воздействия на электродат.

3. Схема численной фильтрации оценок информационного воздействия. Следуя результатам [11], для проекционного решения уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи (2) зададим аппроксимацию ненормированной функции плотности распределения вероятности:

$$\tilde{\phi}(\bar{Z}, t) = \sum_{u=1}^U \sum_{j \in M_{\rho}^{(u)}} c_j^{(u)}(t) \psi_j^{(u)}(\bar{Z}), \quad (4)$$

где $\psi_j^{(u)}$ – базисные функции, определяемые на $\omega^{(u)} \in \Omega$ при

построении разбиения $\Omega = \bigcup_{u=1}^U \omega^{(u)}$ набором из U симплексов:

$$\omega^{(u)} = \left\{ \sum_{l=1}^{d+1} \zeta_l^{(u)} P_l^{(u)} : \left(\sum_{l=1}^{d+1} \zeta_l^{(u)} = 1 \right) \wedge \left(\forall l = \overline{1, d+1}, \zeta_l^{(u)} \geq 0 \right) \right\} \subset \mathbb{R}^d,$$

($u = \overline{1, U}$) с $d+1$ вершинами $P_1^{(u)}, P_2^{(u)}, \dots, P_{d+1}^{(u)}$ и барицентрическими координатами $\zeta_1^{(u)}, \zeta_2^{(u)}, \dots, \zeta_{d+1}^{(u)}$ при $\omega^{(u)} \cap \omega^{(u')} = \emptyset$ для $u \neq u'$; $u, u' \in \{ \overline{1, U} \}$ (алгоритмические решения по разбиению Ω на $\omega^{(u)}$ уточнены в [11, 12] при построении барицентрической триангуляции).

Для составления устойчивого численного решения при реализации условий нормировки $p(\bar{Z}, t) \geq 0, \int_{\Omega} p(\bar{Z}, t) d\bar{Z} = 1$ в отношении аппроксимации (4) для $p(\bar{Z}, t) = \phi(\bar{Z}, t) / \int_{\Omega} \phi(\bar{Z}, t) d\bar{Z}$, и ввиду наличия ненулевых первых и вторых частных производных в уравнении Дункана–Мортенсена–Закаи (2), базисные функции $\psi_j^{(u)}$ зададим произведением (рисунок 3, а):

$$\psi_j^{(u)} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} (r+1) \prod_{l=1}^{d+1} \varphi_{j_l}. \tag{5}$$

Гауссовых базисных функций [21] (рисунок 3, б):

$$\varphi_{j_l} = e^{-\frac{[2j_l+1-2\zeta_l(r+1)]^2}{2(d+1)}}. \tag{6}$$

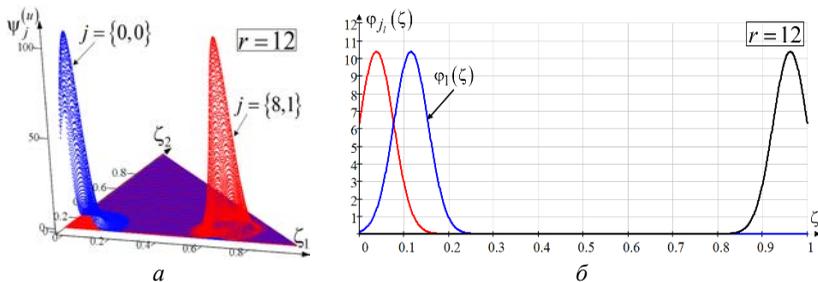


Рис. 3. Примеры представления базисных функций $\psi_j^{(u)}$ (а) на симплексе для $K = 2, M = 1$ и их образующих Гауссовых базисных функций φ_{j_l} (б)

При обозначении $\langle \eta, \phi \rangle = \int_{\Omega} \eta(\bar{Z}) \phi(\bar{Z}) d\bar{Z}$ скалярного

произведения некоторых интегрируемых на Ω функций η и ϕ для заданной аппроксимации (4) сведем уравнение Дункана–Мортенсена–Закаи (2) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений вида:

$$d\bar{C}(t)/dt = \mathbf{S}^{-1} [\mathbf{Q}^{(1)}(t) + \mathbf{Q}^{(2)}(t)] \bar{C}(t); \quad \bar{C}(t_0) = \mathbf{S}^{-1} \bar{W}, \quad (7)$$

где $\bar{W} = \left(\left\langle p_0, \psi_j^{(u)} \right\rangle_{\bar{U}} \right)$; $p_0 \equiv p(\bar{Z}, t_0)$; $\bar{C} = \left(c_j^{(u)} \right)_{\bar{U}}$ – вектор искомых коэффициентов разложения ($c_j^{(u)} \geq 0$) в аппроксимации (4), зависящих от $t \in [t_0, t_1]$; $\mathbf{S} = \left(\left\langle \psi_j^{(u)}, \psi_{j'}^{(u')} \right\rangle_{\bar{U} \times \bar{U}} \right)$; $\mathbf{Q}^{(1)} = \left(\left\langle \psi_j^{(u)}, \mathbf{L}[\psi_{j'}^{(u')}] \right\rangle_{\bar{U} \times \bar{U}} \right)$; $\mathbf{Q}^{(2)} = \left(\left\langle \psi_j^{(u)}, \bar{U} \mathbf{R}^{-1} \tilde{\mathbf{Z}} \psi_{j'}^{(u')} \right\rangle_{\bar{U} \times \bar{U}} \right)$; $\bar{U} = U | \mathbb{M}_r^d$; \mathbb{M}_r^d – множество мультииндексов $j, j' \in \mathbb{M}_r^d$ (вычислительно эффективный алгоритм формирования \mathbb{M}_r^d приведен в [22]):

$$\mathbb{M}_r^d = \left\{ j = (j_1, \dots, j_l, \dots, j_{d+1}) : j_l \in \mathbb{Z}_+, \sum_{l \in [1; d+1]} j_l = r \right\}, \quad (8)$$

где $r \in \mathbb{N}$ – порядок аппроксимации на симплексе $\omega^{(u)}$; $\mathbb{Z}_+ = \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений (7) определим в виде:

$$\bar{C}(t) = \exp \left[\mathbf{S}^{-1} \int_{t_0}^t \{ \mathbf{Q}^{(1)}(\tau) + \mathbf{Q}^{(2)}(\tau) \} d\tau \right] \mathbf{S}^{-1} \bar{W}, \quad (9)$$

где $\exp[\cdot]$ обозначает матричную экспоненту.

Принимая во внимание доказательство [10] существования и единственности в смысле стохастической эквивалентности непрерывного с вероятностью 1 решения задачи (1), оценку сходимости численного решения уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова в [12] при формировании аппроксимации искомой

функции плотности вероятностей гауссовыми базисными функциями, определим оценку сходимости метода Галёркина для аппроксимации (4) в решении уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи (2).

Теорема 1. Пусть $\tilde{\phi}(\bar{Z}, t) = \sum_{u=1}^U \sum_{j \in \mathbb{M}_r^d} c_j^{(u)}(t) \psi_j^{(u)}(\bar{Z})$, тогда метод

Галёркина для уравнения (2) сходится, и справедлива оценка:

$$\|\phi - \tilde{\phi}\|_{\Omega} \leq O_3 \|\phi\|_{\Omega} \sqrt{h/(r+1)}, \quad (10)$$

где O_3 – независящая от r положительная постоянная, h – максимальный линейный размер симплексов $\omega^{(u)} \subset \Omega$.

Доказательство. В [11] показано, что при представлении оператора Фоккера–Планка–Колмогорова в виде $\mathbf{L} = \mathbf{G} + \mathbf{T}$ при

обозначении $\mathbf{G}[\phi] = -\sum_{l=1}^d \frac{\partial}{\partial Z_l} (A_l \phi)$, $\mathbf{T}[\phi] = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^d \sum_{l'=1}^d \frac{\partial^2 (D_{ll'} \phi)}{\partial Z_l \partial Z_{l'}}$ операторы

\mathbf{L} и \mathbf{G} имеют соответствующие ограниченные обратные операторы \mathbf{L}^{-1} и \mathbf{G}^{-1} , а оператор \mathbf{T} компактен. Тогда, следуя [11] и введя в рассмотрение оператор Дункана–Мортенсена–Закаи $\mathbf{F} = \mathbf{L} + \mathbf{Z}$, где $\mathbf{Z}[\phi] = \bar{v}(\bar{Z}, t) \mathbf{R}^{-1}(t) \tilde{Z}(t) \phi(\bar{Z}, t)$, с учетом теоремы 1 из [10] и определения уравнения наблюдения (3), получим, что операторы \mathbf{F} и \mathbf{L} имеют соответствующие ограниченные обратные операторы \mathbf{F}^{-1} и \mathbf{L}^{-1} , а оператор \mathbf{Z} компактен. Отсюда, следуя теореме Л. В. Канторовича [23], определим справедливость оценки:

$$\|\phi - \tilde{\phi}\|_{\Omega} \leq O_1 E_{\tilde{\Phi}}(\phi), \quad (11)$$

где O_1 – независящая от r положительная постоянная;

$E_{\tilde{\Phi}}(\phi) = \inf_{\tilde{\phi} \in \tilde{\Phi}} \|\phi - \tilde{\phi}\|_{\Omega}$ – наилучшее приближение функции ϕ ;

$\tilde{\Phi}$ – подпространство пространства $\phi \in \Phi$ при $\Phi: \Phi[\phi] = \tilde{\phi}$;

Φ – проекционный оператор.

Из неравенства (11) следует, что для определения сходимости численного решения уравнения Дункана–Мортенсена–

Закаи (2) методом Галёркина необходимо установить оценку $\|f - \tilde{f}\|_{\Omega}$ наилучшего среднеквадратичного приближения $\tilde{f}(\vec{Z}) = \sum_{u=1}^U \sum_{j \in \mathbb{M}_r^d} c_j^{(u)} \psi_j^{(u)}(\vec{Z})$ с коэффициентами разложения $c_j^{(u)}$ непрерывно дифференцируемой на Ω функции $f(\vec{Z})$. Тогда, принимая во внимание определение Ω , метод замены переменных при интегрировании по симплексу [22] и лемму 2 из [11], получим:

$$\|f - \tilde{f}\|_{\Omega} \leq O_2 \|f\|_{\Omega} \sqrt{h/(r+1)}, \quad (12)$$

где O_2 – независящая от r положительная постоянная.

Из (11), (12) при $O_3 = O_1 O_2$ следует сходимость метода Галёркина для численного решения уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи (2) и справедливость оценки (10), что и требовалось доказать.

В отношении заданного правила (9) вычисления эволюции вектора \vec{C} искомых коэффициентов разложения в аппроксимации (4) для $\hat{Z}(t) = \int_{\Omega} \vec{Z} p(\vec{Z}, t) d\vec{Z} \approx \sum_{u=1}^U \sum_{j \in \mathbb{M}_r^d} c_j^{(u)}(t) \Psi_j^{(u)}$ ($\Psi_j^{(u)} = \int_{\omega^{(u)}} \vec{Z} \psi_j^{(u)}(\vec{Z}) d\vec{Z}$)

сформируем общую последовательность действий численной фильтрации оценок информационного воздействия при дискретизации интервала анализа $[t_0, t_1]$ на N подынтервалов $[\tau_n, \tau_{n+1}]$ ($n \in \{0, N-1\}$) при учете: 1) алгоритмических особенностей по построению Ω и реализации процедур численного интегрирования по Ω , утоненных в работах [11, 12]; 2) процедуры определения A_{mk}^0 , Γ_{mk}^0 , $\varepsilon_{kl}^{\alpha}$, $\varepsilon_{kl}^{\gamma}$ методом полиспектрального анализа; 3) алгоритма фильтрации, разработанного в [24] при формировании рекуррентно-итерационной модели адаптации.

Шаг 1. С применением методов численного интегрирования [25] на подынтервале $[\tau_n, \tau_{n+1}]$ вычислить:

$$\vec{C}(\tau_{n+1}) = \exp \left[\mathbf{S}^{-1} \int_{\tau_n}^{\tau_{n+1}} \{ \mathbf{Q}^{(1)}(\tau) + \mathbf{Q}^{(2)}(\tau) \} d\tau \right] \vec{C}(\tau_n), \quad (13)$$

где матрица $\mathbf{Q}^{(2)}(\tau)$ определяется для исходно заданной ковариационной матрицы \mathbf{R} в момент времени τ_n и рассчитываемого с применением численных методов [26] решения обыкновенных дифференциальных уравнений значения $\tilde{\mathbf{Z}}(\tau)$ из уравнения наблюдения (3) при известном $\hat{\mathbf{Z}}(\tau_n)$.

Шаг 2. Выполнить нормировку $\bar{\mathbf{C}}(\tau_{n+1})$ для $j \in \mathbb{M}_r^d$, $u \in \{\overline{1, U}\}$:

$$c_j^{(u)} = \begin{cases} c_j^{(u)}, & c_j^{(u)} \geq 0; \\ 0, & c_j^{(u)} < 0; \end{cases} \quad \bar{\mathbf{C}} = \bar{\mathbf{C}} / \sum_{u=1}^U \sum_{j \in \mathbb{M}} c_j^{(u)} \tilde{\Psi}_j^{(u)}, \quad (14)$$

где $\tilde{\Psi}_j^{(u)} = \int_{\omega^{(u)}} \psi_j^{(u)}(\bar{\mathbf{Z}}) d\bar{\mathbf{Z}}$.

Шаг 3. Вычислить $\tilde{\mathbf{Z}}(\tau_{n+1})$ из уравнения наблюдения (3) с применением численных методов [26] решения обыкновенных дифференциальных уравнений при $\hat{\mathbf{Z}}(\tau_{n+1}) = \sum_{u=1}^U \sum_{j \in \mathbb{M}_r^d} c_j^{(u)}(\tau_{n+1}) \Psi_j^{(u)}$.

Шаг 4. Для определенных $\tilde{\mathbf{Z}}(\tau_{n+1})$ и $\hat{\mathbf{Z}}(\tau_{n+1})$ средневыборочными правилами [27] скорректировать \mathbf{R} для момента времени τ_{n+1} .

Шаг 5. Проверить условие $n+1 < N-1$ и в случае его выполнения положить $n = n+1$ и перейти к шагу 1. В противном случае завершить работу алгоритма и вывести результат фильтрации – $\hat{\mathbf{Z}}_n \equiv \hat{\mathbf{Z}}(\tau_n)$ для $n \in \{0, N-1\}$.

Псевдокод алгоритма FILTERVOTERS фильтрации оценок информационного воздействия с учетом указанной общей последовательности действий приведен в виде листинга 1.

В сформированном алгоритме (листинг 1) предлагается производить вычисление интеграла (13) с применением кубатурных формул [25]. При этом для снижения вычислительных затрат (число вычислений матриц $\mathbf{Q}^{(1)}$ и $\mathbf{Q}^{(2)}$ при реализации процедур численного интегрирования на симплексах [26]) дискретизация интервала анализа

$[t_0, t_1]$ на N подынтервалов $[\tau_n, \tau_{n+1}]$ выполняется таким образом, чтобы последний узел точки численного интегрирования для подынтервала n соответствовал первому узлу точки численного интегрирования для подынтервала $n+1$ (в сформированном алгоритме используются две узловые точки при обеспечении третьего порядка точности численного интегрирования на подынтервале). Вспомогательные функции NORMVECTOR, ODESOLVE и SOLVECORREL реализуют условия нормировки (14), численное решение [26] системы обыкновенных дифференциальных уравнений наблюдения (3) и средневыворочное оценивание ковариационной матрицы \mathbf{R} [27] соответственно.

```

function FILTERVOTERS( $t_0, t_1, N, \bar{W}, \mathbf{S}, \mathbf{R}, \mathbf{Q}^{(1)}, \mathbf{Q}^{(2)}$ ){
     $k = 3^{-1/2}$ ;  $h = (t_1 - t_0) / [k(N - 1)]$ ;  $\mathbf{S}' = \mathbf{S}^{-1}$ ;
     $\bar{C} = \text{NORMVECTOR}(\mathbf{S}'\bar{W})$ ;  $\hat{Z}_0 = \sum_{u=1}^U \sum_{j \in \mathbb{M}_j^d} c_j^{(u)} \Psi_j^{(u)}$ ;
     $t = 0$ ;  $\tau = (0,5 - 0,5k)h$ ;  $\tilde{Z} = \text{ODESOLVE}(t, \tau, \hat{Z}_0)$ ;
     $\mathbf{Q}_1^{(1)} = \mathbf{Q}^{(1)}(\tau)$ ;  $\mathbf{Q}_1^{(2)} = \mathbf{Q}^{(2)}(\tau, \tilde{Z}, \mathbf{R})$ ;
     $\tau = (0,5 + 0,5k)h$ ;  $\tilde{Z} = \text{ODESOLVE}(t, \tau, \hat{Z}_0)$ ;
    for  $n = 1$  to  $N - 1$  do {
         $\mathbf{Q}_2^{(1)} = \mathbf{Q}^{(1)}(\tau)$ ;  $\mathbf{Q}_2^{(2)} = \mathbf{Q}^{(2)}(\tau, \tilde{Z}, \mathbf{R})$ ;
         $\mathbf{Q} = 0,5h(\mathbf{Q}_1^{(1)} + \mathbf{Q}_2^{(1)} + \mathbf{Q}_1^{(2)} + \mathbf{Q}_2^{(2)})$ ;
         $\mathbf{G} = \exp(\mathbf{S}'\mathbf{Q})$ ;  $\bar{C} = \text{NORMVECTOR}(\mathbf{G}\bar{C})$ ;
         $\hat{Z}_n = \sum_{u=1}^U \sum_{j \in \mathbb{M}_j^d} c_j^{(u)} \Psi_j^{(u)}$ ;  $\mathbf{R} = \text{SOLVECORREL}(\tilde{Z}, \hat{Z}_n)$ ;
         $t = \tau$ ;  $\tau = \tau + kh$ ;  $\tilde{Z} = \text{ODESOLVE}(t, \tau, \hat{Z}_0)$ ;
    }
    return  $\hat{Z}$ ;
}

```

Листинг 1. Псевдокод алгоритма FILTERVOTERS фильтрации оценок информационного воздействия на электротат

4. Результаты вычислительного эксперимента. Для наглядной демонстрации предпочтительности сформированной схемы численной фильтрации оценок информационного воздействия на

электорат при программной реализации полученного решения (программа для ЭВМ «Программа реализации алгоритма фильтрации оценок информационного воздействия на электорат при проведении выборных кампаний» [29]) проведена серия вычислительных экспериментов для различных значений чисел кандидатов K и подгрупп M разделения социума. По результатам чего получена сравнительная зависимость вероятности p_n принятия ошибочного решения о победе кандидата-лидера в момент времени t_1 от величины среднеквадратической ошибки $\varepsilon_{kl}^\alpha = 1,5 \cdot 10^{-3} \varepsilon$, $\varepsilon_{kl}^\gamma = 5 \cdot 10^{-4} \varepsilon$ шумов $\tilde{\alpha}_{kl}(t)$, $\tilde{\gamma}_{kl}(t)$ соответственно. Основу алгоритма генерации $\tilde{\alpha}_{kl}(t)$, $\tilde{\gamma}_{kl}(t)$ составляет следующая последовательность действий, которую удобно представить при обозначении истинных значений интенсивностей $\alpha_{kl}^0(t)$, $\gamma_{kl}^0(t)$ и шумов $\tilde{\alpha}_{kl}(t)$, $\tilde{\gamma}_{kl}(t)$ некоторыми функциями $\eta^0(t)$ и $\tilde{\eta}(t)$ соответственно (среднеквадратическую ошибку, определяющую уровень шума $\tilde{\eta}(t)$ обозначим $\tilde{\varepsilon}$). Изначально на временном интервале $[t_0, t_1]$, разбиваемом на N одинаковых по длительности $\Delta t = (t_1 - t_0)/N$ подынтервалов $[t_n, t_{n+1}]$ ($n \in \overline{0, N-1}$), выполняется генерация винеровского процесса $w_n = w(t_n)$ по правилу $w_n = \begin{cases} 0, & \text{if } n = 0; \\ w_{n-1} + \aleph(0, \tilde{\varepsilon}), & n \neq 0, \end{cases}$ где $\aleph(0, \text{rnd}[\tilde{\varepsilon}])$ – функция генерации случайных чисел, подчиняющихся нормальному закону распределения со средним 0 и среднеквадратическим отклонением $\text{rnd}[\tilde{\varepsilon}]$; $\text{rnd}[\tilde{\varepsilon}]$ – функция генерации случайных чисел по равномерному закону распределения на интервале $[0, \tilde{\varepsilon}]$. Затем, применяя правила аппроксимации кубическими сплайнами [30], из дискретных значений w_n формируется гладкая функция $w(t)$. Далее, используя метод интерполяции Лагранжа для численного дифференцирования, вычисляются исходные дискретные значения шума $\hat{\eta}_n = \hat{\eta}(t_n)$ по $w(t)$ выражением [31]:

$$\hat{\eta}_n = \sum_{h=0}^{2H} w(\Delta\tau_h) \sum_{h_1=0}^{2H} \left\{ \left[\frac{1}{\Delta\tau_h - \Delta\tau_{h_1}} \prod_{h_2=0}^{2H} \left\{ \frac{(t_n - \Delta\tau_{h_2})}{(\Delta\tau_h - \Delta\tau_{h_2})} \right\} \right], h_1 \neq h; \right. \\ \left. 0, h_1 = h, \right.$$

где $\Delta\tau_h = t_n + \Delta t \rho_h$; $2H$ – порядок интерполяции; $\rho_h = \cos[\pi(1+2h)/(4H+2)]$ – корни многочлена Чебышёва первого рода порядка $2H$ (для проводимых серий вычислительных экспериментов H выбрано равным 4) [32].

Затем, применяя правила аппроксимации кубическими сплайнами [30], из дискретных значений $\hat{\eta}_n$ формируется гладкая функция $\hat{\eta}(t)$. Для составленной функции $\hat{\eta}(t)$ шум определяется по правилу $\tilde{\eta}(t) = \theta(\eta^0(t) + \hat{\eta}(t)) - \eta^0(t)$, где $\theta(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0. \end{cases}$ Пример гистограммы распределения вероятностей p_n и спектральная плотность мощности Γ_n шума $\tilde{\eta}(t)$, сгенерированного по указанной процедуре для $\tilde{\varepsilon} = 2$ и $N = 10^4$, приведены на рисунке 4.

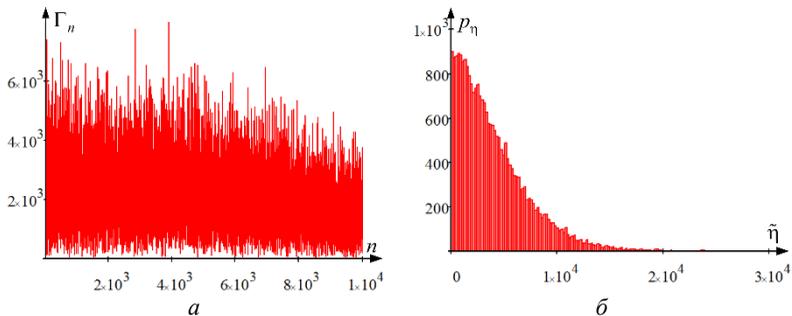


Рис. 4. Примеры гистограммы распределения вероятностей p_n (а) и спектральной плотности мощности $\Gamma_0(f)$ (б) шума $\tilde{\eta}(t)$

Число L внешних источников информации выбрано равным 3. Коэффициенты восприятия χ_{ml} заданы следующими: $\chi_{11} = 0,263$; $\chi_{12} = 1,8$; $\chi_{13} = 1,5$; $\chi_{21} = 0,395$; $\chi_{22} = 1,7$; $\chi_{23} = 1,4$; $\chi_{31} = 0,342$; $\chi_{32} = 0,7$; $\chi_{33} = 0,9$. Интенсивности межличностной коммуникации β_{nm} выбраны: $\beta_{11} = 6 \cdot 10^{-4}$; $\beta_{12} = 3,8 \cdot 10^{-4}$; $\beta_{13} = 4,4 \cdot 10^{-4}$;

$\beta_{21} = 2,6 \cdot 10^{-4}$; $\beta_{22} = 6 \cdot 10^{-4}$; $\beta_{23} = 3,6 \cdot 10^{-4}$; $\beta_{31} = 2,2 \cdot 10^{-4}$;
 $\beta_{32} = 3 \cdot 10^{-4}$; $\beta_{33} = 4 \cdot 10^{-5}$ (значения для расчетных экспериментов в отношении χ_{ml} и β_{nm} выбирались для соответствующего $M \in [1;3]$)

С целью обеспечения общности выводов по результатам оценки при относительно большом числе вычислительных экспериментов истинные значения интенсивностей $\alpha_{kl}^0(t)$, $\gamma_{kl}^0(t)$ для отдельного вычисления выбирались различными и формировались по следующей процедуре. Для заданных дисперсионных $\sigma_{kl}^\alpha = 0,02$, $\sigma_{kl}^\gamma = 5,3 \cdot 10^{-3}$ и начальных μ_{kl}^α ($\mu_{11}^\alpha = 0,011$; $\mu_{12}^\alpha = 0,029$; $\mu_{13}^\alpha = 0,02$; $\mu_{14}^\alpha = 0,021$; $\mu_{21}^\alpha = 0,027$; $\mu_{22}^\alpha = 0,017$; $\mu_{23}^\alpha = 0,012$; $\mu_{24}^\alpha = 0,02$; $\mu_{31}^\alpha = 0,017$; $\mu_{32}^\alpha = 0,018$; $\mu_{33}^\alpha = 4,5 \cdot 10^{-3}$; $\mu_{34}^\alpha = 7,5 \cdot 10^{-3}$), μ_{kl}^γ ($\mu_{11}^\gamma = 0,013$; $\mu_{12}^\gamma = 9 \cdot 10^{-3}$; $\mu_{13}^\gamma = 3,5 \cdot 10^{-3}$; $\mu_{14}^\gamma = 5 \cdot 10^{-3}$; $\mu_{21}^\gamma = 0,011$; $\mu_{22}^\gamma = 4 \cdot 10^{-3}$; $\mu_{23}^\gamma = 6 \cdot 10^{-3}$; $\mu_{24}^\gamma = 7 \cdot 10^{-3}$; $\mu_{31}^\gamma = 5 \cdot 10^{-3}$; $\mu_{32}^\gamma = 10^{-3}$; $\mu_{33}^\gamma = 4 \cdot 10^{-3}$; $\mu_{34}^\gamma = 3,3 \cdot 10^{-3}$) значениях для подынтервалов $[t_n, t_{n+1}]$ ($n \in \overline{1, N-1}$) произведена генерация $w_{kl}^\alpha(t_n)$, $w_{kl}^\gamma(t_n)$ по выражению

$$w_{kl}^{\alpha,\gamma}(t_n) = \begin{cases} w_{kl}^{\alpha,\gamma}(t_{n-1}) + \sigma_{kl}^{\alpha,\gamma}, & \text{rnd}[1] > 0,5; \\ w_{kl}^{\alpha,\gamma}(t_{n-1}) - \sigma_{kl}^{\alpha,\gamma}, & \text{rnd}[1] \leq 0,5 \end{cases} \text{ при } w_{kl}^{\alpha,\gamma}(t_0) = \mu_{kl}^{\alpha,\gamma}. \text{ Затем,}$$

применяя правила аппроксимации кубическими сплайнами [30], из модулей советующих дискретных значений $|w_{kl}^\alpha(t_n)|$ и $|w_{kl}^\gamma(t_n)|$ формируются функции интенсивностей $\alpha_{kl}^0(t)$ и $\gamma_{kl}^0(t)$ соответственно.

Сравнение результативности решения задачи оценки информационного воздействия на электорат проводилось в отношении: 1 – непосредственного численного решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений состояния (1) – прямое решение; 2 – решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений $d\vec{Z} = \vec{A}(\vec{Z}, t)dt$ для полученных оценок интенсивностей

A_{mk}^0 , Γ_{mk}^0 методами полиспектрального анализа; 3 – предложенной численной схеме нелинейной фильтрации.

Значение вероятности $p_{п}$ оценивалось апостериорным исследованием по правилу $p_{п} = N_{\text{ош}}/N_{\text{мл}}$, где $N_{\text{ош}}$ – число ошибочно принятых решений о победе кандидата-лидера; $N_{\text{мл}}$ – общее число

проводимых экспериментов при фиксированном ε . Моделирование выполнено для следующих исходных данных: общее число проводимых экспериментов $N_{\text{мд}} = 10^7$; порядок полиспектра $\varphi = 3$ для оценки $\alpha_{kl}^0, \gamma_{kl}^0$ наблюдаемых интенсивностей агитации α_{kl}, γ_{kl} ; порядок аппроксимации $r = 19$ в (4) при формировании множества мультииндексов (8); численность социума $N_0 = 300$ при равномерном определении численности подгрупп $N_m = N_0/M$ ($m \in \{1, \overline{M}\}$) индивидов.

В таблицах 1–3 приведены советующие значения сравнительной зависимости вероятности ошибки p_n (выражена в %) от параметра ε среднеквадратической ошибки для трех указанных вариантов оценки.

Таблица 1. Сравнительная зависимость p_n в % от ε при $K = 2$ и различных M

ε	$M = 1$			$M = 2$			$M = 3$		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1	0,11	1,12	2,44	0,84	1,33	2,76	0,95	2,40	3,02
5	1,86	3,19	3,52	9,62	8,75	6,40	9,13	9,11	7,12
10	4,26	5,26	4,88	10,94	10,69	8,40	14,20	13,62	9,28
15	6,93	6,88	5,76	12,25	11,61	8,85	14,66	14,26	9,92
20	8,87	8,68	6,42	13,18	12,53	9,22	14,91	14,44	10,18
25	9,88	9,32	6,81	13,98	13,44	9,67	15,21	14,50	10,40
30	11,05	10,45	7,40	14,72	14,00	9,95	15,39	14,79	10,52
35	11,72	11,26	7,72	15,09	14,35	10,19	15,67	14,90	10,60
40	12,34	11,78	8,12	15,41	14,60	10,46	16,05	15,11	10,68
45	12,81	12,33	8,52	15,63	14,80	10,59	16,39	15,25	10,76
50	13,50	12,81	8,89	15,83	14,92	10,73	16,66	15,49	10,87
55	13,81	13,15	9,13	16,09	15,13	10,80	16,97	15,76	10,97
60	14,27	13,58	9,45	16,37	15,28	10,84	17,23	16,12	11,05
65	14,68	13,98	9,61	16,55	15,49	10,93	17,33	16,28	11,20
70	15,11	14,23	9,77	16,79	15,78	10,98	17,56	16,35	11,32
75	15,21	14,47	9,93	16,98	15,92	11,04	17,98	16,52	11,38
80	15,50	14,74	10,09	17,15	16,15	11,12	18,09	16,67	11,50

Таблица 2. Сравнительная зависимость p_{Π} в % от ε при $K = 3$ и различных M

ε	$M = 1$			$M = 2$			$M = 3$		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
0,5	0,50	0,82	1,44	0,89	1,27	2,37	0,96	2,34	3,32
1	2,33	2,31	2,42	2,94	3,13	3,41	3,23	3,50	4,53
1,5	4,78	4,84	4,72	5,04	5,29	5,54	6,68	7,01	6,17
2,5	10,83	9,92	9,02	11,21	10,79	9,10	12,27	12,10	9,12
3,5	13,49	12,81	10,41	15,45	14,47	10,49	16,04	14,98	10,79
5	15,48	14,92	11,25	18,08	17,22	12,03	19,21	18,05	12,10
7,5	16,69	16,12	12,07	20,33	19,07	13,55	21,30	19,95	14,11
10	17,32	16,51	12,48	22,14	20,74	14,79	22,89	21,56	15,20
15	18,51	17,56	12,97	23,43	22,09	15,89	24,65	23,10	15,91
20	19,59	18,54	13,54	24,00	22,58	16,27	25,23	23,70	16,46
25	20,51	19,08	13,95	24,56	23,14	16,55	25,68	24,24	16,87
30	20,92	19,68	14,61	24,94	23,54	16,83	25,90	24,70	17,17
35	21,54	20,39	15,10	25,31	23,76	17,07	26,51	25,09	17,48
40	22,15	20,91	15,51	25,50	23,97	17,30	26,80	25,27	18,01

Таблица 3. Сравнительная зависимость p_{Π} в % от ε при $K = 4$ и различных M

ε	$M = 1$			$M = 2$			$M = 3$		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
0,5	0,76	1,18	2,14	1,10	1,49	3,11	1,18	3,06	3,77
1	4,37	4,38	4,56	4,56	5,05	5,69	5,31	6,00	6,79
1,5	8,37	8,18	7,95	8,94	8,83	9,07	11,49	11,60	10,20
2,5	14,87	13,51	12,00	16,38	15,64	13,85	17,39	17,01	13,91
3,5	19,32	18,27	14,47	22,65	21,11	16,95	23,24	21,61	17,01
5	23,64	22,75	16,91	26,74	25,44	19,36	28,88	27,11	20,14
7,5	27,68	26,65	19,08	31,80	29,73	21,82	34,32	32,03	23,23
10	29,53	28,12	20,43	33,47	31,01	22,77	36,82	34,07	24,88
15	30,31	28,25	20,83	33,49	31,36	22,78	37,53	34,60	25,17
20	31,20	29,11	21,20	34,14	31,77	23,22	37,68	35,14	25,27
25	31,69	29,11	21,30	34,32	31,94	23,24	37,79	35,27	25,21
30	31,84	29,79	21,52	34,42	32,22	23,34	37,93	35,40	25,36
35	32,32	30,22	22,06	34,76	32,22	23,67	38,59	35,60	25,83
40	32,51	30,61	22,26	34,76	32,60	23,77	39,02	35,78	26,11

Из полученных результатов серий вычислительных экспериментов (таблицы 1–3) следует, что: 1) предложенная схема фильтрации позволяет в среднем повысить точность оценки на 5,61 % в сравнении с решением систем обыкновенных дифференциальных

уравнений по сглаженным данным наблюдения методами полиспектрального анализа и на 6,94% в сравнении с прямым решением; 2) если значения интенсивностей $\alpha_{kl}(t)$ и $\gamma_{kl}(t)$ наблюдаются с низким уровнем шума предпочтительным по вычислительным затратам и точности (для малых ε ошибку оценки по предложенному алгоритму составляет вычислительная погрешность решения (9)) является непосредственное численное решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений состояния (1); 3) если значения интенсивностей $\alpha_{kl}(t)$ и $\gamma_{kl}(t)$ наблюдаются с высоким уровнем нестационарного негауссовского шума [33] предпочтительность применения предложенного алгоритма (листинг 1) возрастает на 7,18 % в сравнении с решением системы обыкновенных дифференциальных уравнений состояния по сглаженным данным наблюдения методами полиспектрального анализа и на 8,92 % в сравнении с прямым решением; 4) с увеличением M при неизменной численности социума относительный выигрыш использования сформированной численной схемы в отношении минимизации вероятности ошибки p_n растет; 5) с увеличением K при неизменной численности социума относительный выигрыш использования сформированной численной схемы в отношении минимизации вероятности ошибки p_n при неизменном порядке аппроксимации r снижается.

5. Заключение. В целом, составленная численная схема фильтрации оценок информационного воздействия средств масс-медиа на электорат в условиях наблюдения интенсивностей агитации $\alpha_{kl}(t)$, $\gamma_{kl}(t)$ при наличии нестационарных негауссовских шумов $\tilde{\alpha}_{kl}(t)$, $\tilde{\gamma}_{kl}(t)$ в сравнении с типовыми решениями (таблицы 1–3) позволяет на заданном интервале наблюдения $[t_0, t_1]$ в 1,28 раз точнее оценивать число индивидов в обществе, отдающих предпочтение определенному политическому субъекту (мнению). Основную отличительную новизну предложенной численной схемы фильтрации информационного воздействия составляет сведение исходного стохастического дифференциального уравнения (1) к численному решению уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи (2) при введении дополнительного уравнения наблюдения (3), которое получается из уравнения состояния (1) при оценке его стохастических компонент (наблюдаемые интенсивности агитации $\alpha_{kl}(t)$, $\gamma_{kl}(t)$) методами полиспектрального анализа. Следуя результатам [11, 12] по исследованию сходимости

аппроксимации (4) функции плотности вероятностей базисными функциями (5) относительно оператора Фоккера–Планка–Колмогорова, решение уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи (2) выполнено в проекционной постановке метода Галёркина при сведении к системе линейных дифференциальных уравнений (7) и получении ее решения в схеме рекурсивного оценивания (13) при дискретизации интервала анализа $[t_0, t_1]$ на N подынтервалов $[\tau_n, \tau_{n+1}]$ и использования метода матричной экспоненты (9). Конкретизация способа алгоритмической реализации (листинг 1) составленной численной схемы фильтрации оценок информационного воздействия средств масс-медиа на электорат составляет практическую значимость решения при уточнении вычислительных особенностей, определяющих правила получения оценок наблюдаемых интенсивностей агитации $\alpha_{kl}(t)$, $\gamma_{kl}(t)$ при составлении вектора сноса $\bar{A}(\bar{Z}, t)$ и матрицы диффузии $\Sigma(\bar{Z})$, в развитие решений [10–12].

6. Приложение.

Вектор $\bar{z}^{(m)} = (z_k^{(m)})_{2K} = (x_{m1}, y_{m1}, x_{m2}, y_{m2}, \dots, x_{mK}, y_{mK})$ характеризует численность adeptов x_{mk} и предадептов y_{mk} относительно m -й подгруппы; элементы вектора сноса \bar{A} в (1) формируются по правилу $\bar{a}^{(m)} = (a_i^{(m)})_{2K} = (f_{m1}^{(1)}, f_{m1}^{(2)}, f_{m2}^{(1)}, f_{m2}^{(2)}, \dots, f_{mK}^{(1)}, f_{mK}^{(2)})$ при $f_{mk}^{(1)} = y_{mk} \left[A_{mk}^0 + \sum_{m'=1}^M x_{m'k} \beta_{m'm} \right] - x_{mk} \Gamma_{mk}^0$;
 $f_{mk}^{(2)} = \left[N_m - \sum_{k'=1}^K (x_{mk'} + y_{mk'}) - y_{mk} \right] \left[A_{mk}^0 + \sum_{m'=1}^M x_{m'k} \beta_{m'm} \right] + \Gamma_{mk}^0 (x_{mk} - y_{mk})$;
 $\Gamma_{mk}^0 = \sum_{l=1}^L \chi_{ml} \gamma_{kl}^0$; $A_{mk}^0 = \sum_{l=1}^L \chi_{ml} \alpha_{kl}^0$; элементы вектора \bar{W} в (1) определяются $\bar{w}^{(m)} = (w_i^{(m)})_{2K} = (B_{m1}^\gamma, B_{m1}^\alpha, B_{m2}^\gamma, B_{m2}^\alpha, \dots, B_{mK}^\gamma, B_{mK}^\alpha)$ компонентами B_{mk}^γ и B_{mk}^α – измеримые при всех $t \in [t_0, t_1]$ независимые винеровские процессы при $dB_{mk}^\gamma(t) = \Gamma'_{mk} dt$; $dB_{mk}^\alpha(t) = A'_{mk} dt$; $\Gamma'_{mk} = \tilde{\Gamma}_{mk} / \sqrt{\sum_{l=1}^L (\chi_{ml} \varepsilon_{kl}^\gamma)^2}$;

$$A'_{mk} = \tilde{A}_{mk} / \sqrt{\sum_{l=1}^L (\chi_{ml} \varepsilon_{kl}^\alpha)^2}; \quad \tilde{\Gamma}_{mk} = \sum_{l=1}^L \chi_{ml} \tilde{\gamma}_{kl}; \quad \tilde{A}_{mk} = \sum_{l=1}^L \chi_{ml} \tilde{\alpha}_{kl}; \quad \text{элементы}$$

матрицы диффузии Σ задаются $\sigma_m = \text{diag}\{\sigma_1^{(m)}, \sigma_2^{(m)}, \dots, \sigma_K^{(m)}\}$ при

$$\sigma_k^{(m)} = \begin{pmatrix} \bar{g}_{mk}^\gamma & g_{mk}^\alpha \\ \bar{g}_{mk}^\alpha & \bar{g}_{mk}^\gamma \end{pmatrix}; \quad g_{mk}^\alpha = y_{mk} \sqrt{\sum_{l=1}^L (\chi_{ml} \varepsilon_{kl}^\alpha)^2}; \quad g_{mk}^\gamma = -x_{mk} \sqrt{\sum_{l=1}^L (\chi_{ml} \varepsilon_{kl}^\gamma)^2};$$

$$\bar{g}_{mk}^\gamma = (x_{mk} - y_{mk}) \sqrt{\sum_{l=1}^L (\chi_{ml} \varepsilon_{kl}^\gamma)^2}.$$

Литература

1. Mikhailov A.P., Petrov A.P., Proncheva O.G. A model of information warfare in a society with a piecewise constant function of the destabilizing Impact // *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2019. Vol. 11. P.190-197. DOI: 10.1134/S2070048219020108
2. Chkhartishvili A.G. The Problem of Finding the Median Preference of Individuals in a Stochastic Model // *Automation and Remote Control*. 2021. Vol. 82. P.853-862. DOI: 10.1134/S000511792105009X
3. Gubanov D.A., Petrov I.V., Chkhartishvili A.G. Multidimensional model of opinion dynamics in social networks: polarization indices // *Automation and Remote Control*. 2021. Vol. 82. P.1802-1811. DOI: 10.1134/S0005117921100167
4. Byzov L.G., Gubanov D.A., Kozitsin I.V., Chkhartishvili A.G. A perfect politician for social networks: an approach to analyzing ideological preferences of users // *Automation and Remote Control*. 2021. Vol. 82. P.1614-1631. DOI: 10.1134/S0005117921090095
5. Gubanov D.A., Petrov I.V. Information Communities in Social Networks. Part I: From Concept to Mathematical Models // *Control Sciences*. 2021. No 1. P.13-20. DOI: 10.25728/cs.2021.1.2
6. Gubanov D.A., Petrov I.V. Information Communities in Social Networks. Part II: Networked Models of Formation // *Control Sciences*. 2021. No 2. P.16-28. DOI: 10.25728/cs.2021.2.2
7. Mikhailov A.P., Yukhno L.F. Dynamics of the dissemination of information in society under the conditions of hype // *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2021. Vol. 13. P.716-722. DOI: 10.1134/S2070048221040165
8. Chkhartishvili A.G., Gubanov D.A., Novikov D.A. *Social Networks: Models of information influence, control and confrontation*. Springer, 2018
9. Полянский И.С., Беседин И.И., Панин Б.Л. Математическая модель комплекса инженерно-технических средств системы физической защиты объекта охраны // *Фундаментальные исследования*. 2013. № 6 (часть 6). С.1359-1365.
10. Полянский И.С., Логинов К.О., Ильин Н.И., Великих А.С. Математическая модель оценки информационного воздействия на электорат в социальных медиа при проведении выборных кампаний // *Математическое моделирование*. 2021. Т.33. №12. С.67-81. DOI: 10.20948/mm-2021-12-05
11. Ильинский А.С., Полянский И.С., Логинов К.О., Архипов Н.С. К вопросу численной оценки информационного воздействия на электорат при проведении выборных кампаний // *Прикладная Математика и информатика: Труды факультета ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова. – Москва: МАКС Пресс. 2021. №68. С.15-28.*

12. Полянский И.С., Полянская И.В., Логинов К.О. Алгоритмические решения в задаче оценки информационного воздействия на электорат при проведении выборных кампаний // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2021. Т.24. №4. С.72-80. DOI: 10.18469/1810-3189.2021.24.4.72-80
13. Михайлов А.П., Петров А.П., Маревцева Н. А., Третьякова И. В. Развитие модели распространения информации в социуме // Математическое моделирование. 2014. Т.26. №3. С.65-74.
14. Свид. 2008613616 Российская Федерация. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ. Система анализа тональности публикаций СМИ «Тонус» / А.А. Кукушкин, И.С. Полянский; заявитель и правообладатель А.А. Кукушкин, И.С. Полянский. – Заявл. 01.10.2008, Реестр программ для ЭВМ. – 1 с.
15. Орлов Ю.Н. Панкратов А.С. К разработке модели эволюции структуры сетевого графа // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2021. № 24. 16 с. DOI: 10.20948/prepr-2021-24
16. Chugai K.N., Kosachev I.M., Rybakov K.A. Approximate filtering methods in continuous-time stochastic systems // Advances in Theory and Practice of Computational Mechanics. Smart Innovation, Systems and Technologies, Spring. 2020. Vol. 173. P.351-371. DOI: 10.1007/978-981-15-2600-8_24.
17. Yumiharu Nakano. Kernel-based collocation methods for Zakai equations // Stochastics and Partial Differential Equations: Analysis and Computations. 2019. Vol. 9. P. 476-494. DOI: 10.1007/s40072-019-00132-y.
18. Yonghua Jiang, Chao Tang, Xiaodi Zhang, Weidong Jiao, Gang Li, Taotao Huang. A Novel Rolling Bearing Defect Detection Method Based on Bispectrum Analysis and Cloud Model-Improved EEMD // IEEE Access. 2020. Vol. 8. P. 24323-24333. DOI: 10.1109/ACCESS.2020.2970813
19. Цифровая обработка сигналов и изображений в радиофизических приложениях / М.А. Басараб и [др.], под ред. В.Ф. Кравченко. – Москва : ФИЗМАТЛИТ. 2007. 544 с.
20. Borovkov A.A., Moullagaliev A. Mathematical Statistics. . – London: Routledge. 1998. 592 p. DOI: 10.1201/9780203749326
21. Karimi N., Kazem S., Ahmadian D., Adibi H. Ballestra L.V. On a generalized Gaussian radial basis function: Analysis and applications // Engineering Analysis with Boundary Elements. 2020. Vol. 112, P. 46-57.
22. Ильинский А.С., Полянский И.С., Степанов Д.Е. О сходимости баричесентрического метода в решении внутренних задач Дирихле и Неймана в R^2 для уравнения Гельмгольца // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2021. Т. 31. № 1. С.3-18. DOI: 10.35634/vm210101
23. Даугавет И.К. Теория приближенных методов. Линейные уравнения. – 2-е изд., перераб. и доп. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2006, 288 с.
24. Polyanskii I.S., Arkhipov N.S., Misyurin S.Yu. On solving the optimal control problem // Automation and Remote Control. 2019. Vol. 80. P.66-80. DOI: 10.1134/S0005117919010065
25. Epperson J.F. An Introduction to Numerical Methods and Analysis: Solutions Manual to Accompany, Third Edition. John Wiley & Sons, Inc. 2021. DOI:10.1002/9781119604570
26. Naranjo-Noda F.S., Jimenez J.C. Locally Linearized Runge-Kutta method of Dormand and Prince for large systems of initial value problems // Journal of Computational Physics. 2021. Vol. 426, P. 1-26. DOI: 10.1016/j.jcp.2020.109946.

27. Полянский, И.С., Патронов Д.Ю. Максимально правдоподобная оценка дисперсионно-ковариационной матрицы // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 1.; URL: <https://science-education.ru/article/view?id=8516>
28. Lasserre J.B. Simple formula for integration of polynomials on a simplex // BIT Numerical Mathematics. 2021. Vol. 61, P. 523-533. DOI: 10.1007/s10543-020-00828-x
29. Свид. 2021682089 Российская Федерация. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ. Программа реализации алгоритма фильтрации оценок информационного воздействия на электорат при проведении выборных кампаний / И.С. Полянский, К.О. Логинов, Ю.В. Санин; заявитель и правообладатель .С. Полянский, К.О. Логинов, Ю.В. Санин. – Заявл. 21.12.2021, Реестр программ для ЭВМ. – 1 с.
30. Pitolli F., Sorgentone C., Pellegrino E. Approximation of the Riesz–Caputo derivative by cubic splines // Algorithms. 2022. Vol. 15, No 2: 69. DOI: doi.org/10.3390/a15020069.
31. Полянский И.С., Полянская И.В., Фам Т.З. Математическая модель фильтрации канонических параметров спутника-ретранслятора при орбитальном движении // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2019. Т.22. №4. С.50-57. DOI: 10.18469/1810-3189.2019.22.4.50-57
32. Encyclopedia of special functions: the Askey-Bateman project Volume 1 Univariate orthogonal polynomials / edited by Mourad H. Ismail (University of Central Florida) with assistance by Walter van Assche (KU Leuven, Belgium). Cambridge New York, NY Cambridge University Press, 2020. 388 p. DOI: 10.1017/9780511979156
33. Jiang Y., Tao J., Chen X. Simulation of Non-Gaussian/Non-stationary Random Vibration. In: Non-Gaussian Random Vibration Fatigue Analysis and Accelerated Test. Springer, Singapore. 2022. DOI: 10.1007/978-981-16-3694-3_3

Логинов Кирилл Олегович — сотрудник, Управление информационно-телекоммуникационного обеспечения Службы специальной связи и информации Федеральной службы охраны Российской Федерации (УИТО Спецсвязи ФСО России). Область научных интересов: математическое моделирование, методы статистического анализа данных, динамические системы, оптимальное управление, стохастические дифференциальные уравнения. Число научных публикаций — 7. kvirs@mail.ru; переулоч Большой Кисельный, 4, 107031, Москва, Россия; р.т.: +7(920)298-03-78.

K. LOGINOV

NUMERICAL SOLUTION OF THE PROBLEM OF FILTERING ESTIMATES INFORMATION IMPACT ON THE ELECTORATE

Loginov K. Numerical Solution of the Problem of Filtering Estimates Information Impact on the Electorate.

Abstract. The formulation and numerical scheme for solving the problem of filtering estimates of the informational impact of mass media on the electorate, allowing with a high degree of accuracy at a given observation interval to estimate the number of individuals in society who prefer a certain political subject (opinion), are proposed in the article. A mathematical model for assessing the information impact on the electorate during election campaigns, which boils down to solving a stochastic differential equation – the equation of state, forms the basis of the formulation of the problem. When compiling a model for filtering information impact estimates, it is proposed to reduce the study of the equation of state to a numerical solution of the Duncan–Mortensen–Zakai equation by introducing an additional observation equation, which is obtained from the equation of state when evaluating its stochastic components (observed agitation intensities) by methods of polyspectral analysis. In the projection formulation of the Galerkin method, when reducing to a system of linear differential equations and obtaining its solution in a recursive estimation scheme when sampling the analysis interval into subintervals and using the matrix exponential method, the Duncan–Mortensen–Zakai equation is solved. For a visual comparison of the effectiveness of the generated numerical solution to the problem of filtering information impact assessments, calculations were carried out on test examples.

Keywords: numerical solution, filtering of information impact estimates, election campaign, Duncan–Mortensen–Zakai equation, polyspectral analysis, Gaussian basis functions.

Loginov Kirill — Employee, Special Communications Department of the FSO of Russia. Research interests: mathematical modeling, methods of statistical data analysis, dynamical systems, optimal control, stochastic differential equations. The number of publications — 7. kvirs@mail.ru; 4, Bolshoy Kiselny lane, 107031, Moscow, Russia; office phone: +7(920)298-03-78.

References

1. Mikhailov A.P., Petrov A.P., Proncheva O.G. A model of information warfare in a society with a piecewise constant function of the destabilizing Impact // *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2019. Vol. 11. P.190-197. DOI: 10.1134/S2070048219020108
2. Chkhartishvili A.G. The Problem of Finding the Median Preference of Individuals in a Stochastic Model. *Autom Remote Control*. 2021 vol. 82. pp. 853–862. DOI: 10.1134/S000511792105009X
3. Gubanov D.A., Petrov I.V., Chkhartishvili A.G. Multidimensional model of opinion dynamics in social networks: polarization indices // *Automation and Remote Control*. 2021. Vol. 82. P.1802-1811. DOI: 10.1134/S0005117921100167
4. Byzov L.G., Gubanov D.A., Kozitsin I.V., Chkhartishvili A.G. A perfect politician for social networks: an approach to analyzing ideological preferences of users // *Automation and Remote Control*. 2021. Vol. 82. P.1614-1631. DOI: 10.1134/S0005117921090095

5. Gubanov D.A., Petrov I.V. Information Communities in Social Networks. Part I: From Concept to Mathematical Models // Control Sciences. 2021. No 1. P.13-20. DOI: 10.25728/cs.2021.1.2
6. Gubanov D.A., Petrov I.V. Information Communities in Social Networks. Part II: Networked Models of Formation // Control Sciences. 2021. No 2. P.16-28. DOI: 10.25728/cs.2021.2.2
7. Mikhailov A.P., Yukhno L.F. Dynamics of the dissemination of information in society under the conditions of hype // Mathematical Models and Computer Simulations. 2021. Vol. 13. P.716-722. DOI: 10.1134/S2070048221040165
8. Chkhartishvili A.G., Gubanov D.A., Novikov D.A. Social Networks: Models of information influence, control and confrontation. Springer. 2018.
9. Polyanskiy I.S., Besedin I.I., Panin B.L. [Mathematical model complex engineering and technical systems of physical protection of property]. Fundamental'nye issledovaniya. 2013. no. 6-6. pp. 1359–1365. (In Russ.)
10. Poljanskij I.S., Loginov K.O., Ilyin N.I., Velikh A.S. [Mathematical model assessing the information impact on the electorate in social media during election campaigns]. Matematicheskoe modelirovanie. 2021. vol. 33. no. 12. pp . 67–81. (In Russ.)
11. Il'inskii A.S., Polyanskii I.S., Loginov K.O., Arkhipov N.S. On the issue of numerical assessment of informational impact on the electorate during electoral campaigns. Prikladnaya Matematika i informatika: Trudy` fakul'teta VMK MGU im. M.V. Lomonosova, Moskva: MAKS Press. 2021. no. 68. pp. 15–28. (In Russ.)
12. Polyanskii I.S., Polyanskaya I.V., Loginov K.O. [Algorithmic solutions to the problem of assessing the information impact on the electorate during election campaigns]. Fizika volnovykh processov i radiotekhnicheskie sistemy. 2021. vol. 24. no. 4. pp. 72–80. (In Russ.)
13. Mikhailov A.P., Petrov A.P., Marevtseva N.A., Tretiakova I.V. [Development of a model of information dissemination in society]. Matematicheskoe modelirovanie. 2014. vol. 26. no. 3. pp. 65–74. (In Russ.)
14. Kukushkin A.A., Polyanskii I.S., Sistema analiza tonal'nosti publikacij SMI «Tonus» [Tonus Media Publication Tonality Analysis System]. Certificate RF. no. 2008613616. 2008.
15. Orlov Y.N., Pankratov A.S. To the evolution model of network graph structure construction. Preprinty` IPM im. M.V.Keldy'sha. 2021. no. 24. 16 p. DOI: 10.20948/prepr-2021-24 (In Russ.)
16. Chugai K.N., Kosachev I.M., Rybakov K.A. Approximate filtering methods in continuous-time stochastic systems. Advances in Theory and Practice of Computational Mechanics. Smart Innovation, Systems and Technologies. Spring. 2020. vol. 173. pp. 351–371.
17. Yumiharu Nakano. Kernel-based collocation methods for Zakai equations. Stochastics and Partial Differential Equations: Analysis and Computations. 2019. vol. 9. pp. 476–494.
18. Yonghua Jiang, Chao Tang, Xiaodi Zhang, Weidong Jiao, Gang Li, Taotao Huang. A Novel Rolling Bearing Defect Detection Method Based on Bispectrum Analysis and Cloud Model-Improved EEMD. IEEE Access. 2020. vol. 8. pp. 24323–24333.
19. Basarab M.A. [Digital processing of signals and images in radiophysical applications] Cifrovaya obrabotka signalov i izobrazhenij v radiofizicheskikh prilozheniyah. Moscow. Fizmatlit Publ. 2007. 544 p. (In Russ.)
20. Borovkov A.A., Moullagaliev A. Mathematical Statistics. – London: Routledge. 1998. 592 p. DOI: 10.1201/9780203749326

21. Karimi N., Kazem S., Ahmadian D., Adibi H. Ballestra L.V. On a generalized Gaussian radial basis function: Analysis and applications // *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2020. vol. 112. pp. 46–57.
22. Il'inskiia A.S., Polyanskii I.S., Stepanov D.E. [On the convergence of the barycentric method in solving internal Dirichlet and Neumann problems in R^2 for the Helmholtz equation] *Vestn. Udmurtsk. Univ. Mat. Mekh. Komp. Nauki*. 2021. vol. 31. no. 1. pp. 3–18. (In Russ.)
23. Daugavet I.K. [Theory of approximate methods. Linear equations] *Teoriya priblizhennykh metodov. Linejny'e uravneniya. – 2-e izd., pererab. i dop.* Saint-Petersburg, BHV-Peterburg, 2006. 288 p. (In Russ.)
24. Polyanskii I.S., Arkhipov N.S., Misyurin S.Y. On solving the optimal control problem. *Automation and Remote Control*. 2019. vol. 80. no. 1. pp. 66–80.
25. Epperson J.F. *An Introduction to Numerical Methods and Analysis: Solutions Manual to Accompany, Third Edition*. John Wiley & Sons, Inc. 2021.
26. Naranjo-Noda F.S., Jimenez J.C. Locally Linearized Runge-Kutta method of Dormand and Prince for large systems of initial value problems // *Journal of Computational Physics*. 2021. vol. 426. pp. 1–26.
27. Polyanskii I.S., Patronov D.Yu. Maximum reasonable estimate variance-covariance matrices. *Sovremennyye problemy nauki i obrazovaniya*. 2013. no. 1. URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=8516>
28. Lasserre J.B. Simple formula for integration of polynomials on a simplex // *BIT Numerical Mathematics*. 2021. vol. 61. pp. 523–533. DOI: 10.1007/s10543-020-00828-x (In Russ.)
29. Polyanskii I.S., Loginov K.O., Sanin Yu.V., Svidetel'stvo ob oficial'noj registracii programmy dlya E'VM. Programma realizacii algoritma fil'tracii ocenok informacionnogo vozdeystviya na e'lektorat pri provedenii vy'bornykh kampanij [The program for the implementation of the algorithm for filtering estimates of information impact on the electorate during election campaigns]. Certificate RF. no. 2021682089. 2021.
30. Pitolli F., Sorgentone C., Pellegrino E. Approximation of the Riesz–Caputo derivative by cubic splines. *Algorithms*. 2022. vol. 15. no. 2: 69. DOI: doi.org/10.3390/a15020069.
31. Polyanskii I.S., Polyanskaya I.V., Pham T.Z. [Mathematical model of filtering canonical parameters of a repeater satellite during orbital motion]. *Fizika volnovykh processov i radiotekhnicheskie sistemy*. 2019. vol. 22. no. 4. pp. 50–57. (In Russ.)
32. *Encyclopedia of special functions: the Askey-Bateman project Volume 1 Univariate orthogonal polynomials* / edited by Mourad H. Ismail (University of Central Florida) with assistance by Walter van Assche (KU Leuven, Belgium). Cambridge New York, NY Cambridge University Press, 2020. 388 p. DOI: 10.1017/9780511979156
33. Jiang Y., Tao J., Chen X. Simulation of Non-Gaussian/Non-stationary Random Vibration. In: *Non-Gaussian Random Vibration Fatigue Analysis and Accelerated Test*. Springer, Singapore. 2022. DOI: 10.1007/978-981-16-3694-3_3