УДК 004.8

Л.М. Ревзин, А.А. Фильченков, А.Л. Тулупьев

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ МНОГОЗНАЧНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ПО СТРУКТУРЕ СКРЫТЫХ МАРКОВСКИХ МОДЕЛЕЙ В ВИДЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ БАЙЕСОВСКИХ СЕТЕЙ

Ревзин Л.М., Фильченков А.А., Тулупьев А.Л. **Представление многозначных линейных по структуре скрытых марковских моделей в виде алгебраических байесовских сетей.**

Аннотация. Для моделирования различных процессов в таких областях как биоинформатика, распознавание речи, машинный перевод активно используются скрытые марковские модели (СММ). Алгебраические байесовские сети (АБС) являются активно развивающимся аппаратом с широкими возможностями. Цель данной работы — представление более широкого класса скрытых марковских моделей с помощью алгебраических байесовских сетей, чем в более ранних исследованиях. Предложено представление линейной по структуре СММ при помощи АБС и показана его корректность с точки зрения эквивалентности вероятностных семантик.

Ключевые слова: скрытые марковские модели, алгебраические байесовские сети, линейные по структуре скрытые марковские модели, вероятностные графические модели

Revzin L.M., Filchenkov A.A., Tulupyev A.L. **Representation of multinomial linear hidden Markov models in the form of algebraic Bayesian networks.**

Abstract. Hidden Markov models (HMM) are widespread in simulating of various processes in such fields as bioinformatics, speech recognition and automated translation. Algebraic Bayesian network (ABN) is actively developing model with wide opportunities. Goal of this work is to represent a wider class of HMM as ABN than in the earlier researches. Algorithm for HMM representation is proposed and its correctness from the point of view of probabilistic semantics equality is proven.

Keywords: hidden Markov models, algebraic Bayesian networks, linear hidden Markov models, probabilistic graphical models.

1. Введение. Алгебраические байесовские сети (АБС), представляющие собой логико-вероятностную графическую модель с неопределённостью, предложены в начале 1980-х годов В.И. Городецким [4] и активно развиваются по настоящее время. АБС являются особым классом вероятностных графических моделей, позволяющим моделировать другие вероятностные графические модели, в частности байесовские сети доверия, при этом за счёт использования знаний с неопределённостью открываются дополнительные возможности применения АБС в сравнении с моделируемыми объектами [20–53].

Скрытые марковские модели (СММ) также представляют собой вероятностную графическую модель. Они активно используются во многих областях знаний, таких как биоинформатика, распознавание речи и машинный перевод [1–3, 5–7, 9, 11, 15, 16]. Известно, что СММ могут быть представлены с помощью байесовских сетей доверия [2, 8, 10, 13–15], которые, в свою очередь, могут быть смоделированы с помощью АБС [28, 32, 34, 36]. Однако, непосредственная взаимосвязь между СММ и АБС исследована в небольшом количестве статей и только для бинарных линейных по структуре СММ [17–19].

В статье [18] рассмотрена задача представления бинарных линейных по структуре СММ в виде АБС. Однако большинство задач, решаемых с помощью скрытых марковских моделей, требуют от модели большего числа градаций, возможных значений как скрытых состояний, так и возможных значений наблюдения. Исходя из этого, в данной работе ставится цель обобщить результаты, полученные в [18] на случай СММ с линейной структурой и многозначными случайными элементами [54] (следует отметить, что говорить о случайных величинах в данном случае неуместно, поскольку элементы СММ не обязательно принимают вещественные значения). Для достижения данной цели предстоит решить следующие задачи: сформулировать алгоритм, преобразующий СММ описанного класса в АБС, и доказать его корректность, то есть эквивалентность вероятностных семантик исходной СММ и получившейся АБС.

2. Используемые термины и обозначения. В данной статье будет использован тот же терминологический аппарат и набор обозначений, что и в статьях [17–19]. Кроме того, поскольку как возможные состояния, так и возможные значения наблюдения скрытой марковской модели представляют собой не булевские значения, а числа из некоторого интервала, необходимо рассматривать отдельные позиции бинарной записи данного числа, которые мы будем обозначать следующим образом: $x_{i,j}$ — j-я позиция бинарной записи x_i. Например, если $x_i = 6$, и каждый элемент такого типа представляется тремя атомами, то $x_{i0} = 0, x_{i1} = 1, x_{i2} = 1$, или, более кратко, $x_{i2}x_{i1}\bar{x}_{i0}$

3. Представление линейных по структуре СММ в виде АБС. Начнём с примера. Рассмотрим линейную СММ длины 3 с четырьмя возможными внутренними состояниями и четырьмя возможными значениями наблюдений (рис. 1).

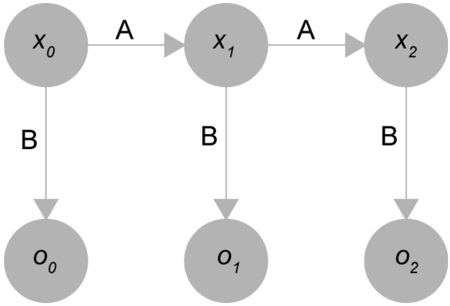

Рис. 1 Линейная СММ длины 3.

Матрицы данной модели имеют следующий вид:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & a_{03} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{30} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} p(x_{i+1} = 0|x_i = 0) & p(x_{i+1} = 0|x_i = 1) & p(x_{i+1} = 0|x_i = 2) & p(x_{i+1} = 0|x_i = 3) \\ p(x_{i+1} = 1|x_i = 0) & p(x_{i+1} = 1|x_i = 1) & p(x_{i+1} = 1|x_i = 2) & p(x_{i+1} = 1|x_i = 3) \\ p(x_{i+1} = 2|x_i = 0) & p(x_{i+1} = 2|x_i = 1) & p(x_{i+1} = 2|x_i = 2) & p(x_{i+1} = 2|x_i = 3) \\ p(x_{i+1} = 3|x_i = 0) & p(x_{i+1} = 3|x_i = 1) & p(x_{i+1} = 3|x_i = 2) & p(x_{i+1} = 3|x_i = 3) \end{pmatrix}.$$

$$\mathrm{B} = \begin{pmatrix} b_{00} & b_{01} & b_{02} & b_{03} \\ b_{10} & b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{20} & b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{30} & b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} p(o_i = 0|x_i = 0) & p(o_i = 0|x_i = 1) & p(o_i = 0|x_i = 2) & p(o_i = 0|x_i = 3) \\ p(o_i = 1|x_i = 0) & p(o_i = 1|x_i = 1) & p(o_i = 1|x_i = 2) & p(o_i = 1|x_i = 3) \\ p(o_i = 2|x_i = 0) & p(o_i = 2|x_i = 1) & p(o_i = 2|x_i = 2) & p(o_i = 2|x_i = 3) \\ p(o_i = 3|x_i = 0) & p(o_i = 3|x_i = 1) & p(o_i = 3|x_i = 2) & p(o_i = 3|x_i = 3) \end{pmatrix}.$$

$$\pi = \begin{pmatrix} \pi_0 \\ \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p(x_0 = 0) \\ p(x_0 = 1) \\ p(x_0 = 2) \\ p(x_0 = 3) \end{pmatrix}.$$

Данной СММ модели сопоставим следующую АБС (рис. 2).

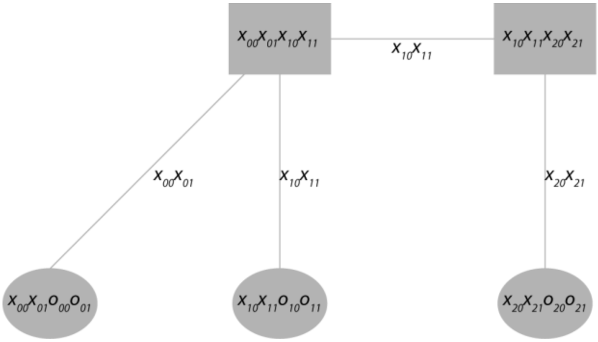

Рис. 2 АБС, соответствующая изображённой на рис. 1 СММ.

Теперь приведём формальное описание алгоритма перевода.

Require: $n, m, \mathrm{A}, \mathrm{B}, \pi, t$

Ensure: $\mathrm{A} \in [0..n-1] \times [0..n-1] \to [0,1]$,
$\mathrm{B} \in [0..m-1] \times [0..n-1] \to [0,1]$,
$\pi \in [0..n-1] \to [0,1]$,
$\sum_{i=0}^{n-1} \pi_i = 1, \forall j \in [0..n-1]: \sum_{i=0}^{n-1} a_{ij} = 1$,
$\forall j \in [0..n-1]: \sum_{i=0}^{m-1} b_{ij} = 1$.

$n' \leftarrow \lceil \log_2 n \rceil$, $m' \leftarrow \lceil \log_2 m \rceil$
for all $i \in [0..t-1]$ **do**
  $\mathrm{AtomsX}_i \leftarrow [(n'+m') \cdot i..(n'+m') \cdot i + n' - 1]$
  $\mathrm{AtomsO}_i \leftarrow [(n'+m') \cdot i + n'..(n'+m') \cdot i + n' + m' - 1]$,
end for
$E \leftarrow \emptyset, V \leftarrow \emptyset$
$x \leftarrow \pi$
$XO_0 \leftarrow \mathrm{KP}(x, \mathrm{B}, \mathrm{AtomsX}_0 : \mathrm{AtomsO}_0, n', m')$
$V \leftarrow V \cup \{XO_0\}$
for all $i \in [1..t-1]$ **do**
  $XX_i \leftarrow \mathrm{KP}(x, A, \mathrm{AtomsX}_{i-1} : \mathrm{AtomsX}_i, n', n')$
  $XO_i \leftarrow \mathrm{KP}(x, \mathrm{B}, \mathrm{AtomsX}_i : \mathrm{AtomsO}_i, n', m')$
  $V \leftarrow V \cup \{XX_i\}$
  $V \leftarrow V \cup \{XO_i\}$
  $E \leftarrow E \cup \{(XX_i, XO_i)\}$
  if $(i > 1)$ **then** $E \leftarrow E \cup \{(XX_{i-1}, XX_i)\}$
    else $E \leftarrow E \cup \{(XX_1, XO_0)\}$

18: $x \leftarrow \mathrm{A} \times x$
19: **end for**
20: **return** (E, V)

Листинг 1. Алгоритм построения АБС соответствующей СММ длины t.

На шаге (1) вычисляется количество атомов, которое будет соответствовать одному элементу СММ (n' — скрытому состоянию, m' — наблюдению).

В (2–5) определяется нумерация атомов соответствующих одноименным элементам СММ.

Шаг (6) — инициализация АБС (E — вторичная структура, V — множество фрагментов знаний).

Шаги (8, 11, 12) представляют собой вызов алгоритма создания фрагмента знаний, представляющего совместное распределение двух величин, распределение первой из которых задаётся непосредственно, а второй — через матрицу условных вероятностей при означиваниях первой. Третий параметр — массив номеров атомов, попадающих во фрагмент, последние два параметра — количество атомов, соответствующих первой и второй случайным величинам (последние два параметра могут быть вычислены на основании размеров матрицы и введены во избежание повторения одних и тех же вычислений). Одна из возможных реализаций описана ниже.

Шаги (14–17) сохраняют необходимые рёбра вторичной структуры. Данный выбор вторичной структуры не является единственно возможным, его обоснование приведено ниже.

Require: $x, \mathrm{A}, \mathrm{atoms}, n, m$
Ensure: $\mathrm{atoms} \in [0..n+m-1] \to \mathbb{Z}$
for $i \in [0..2^n - 1], j \in [0..2^m - 1]$ **do**
$\mathrm{Q}_{i*2^m+j} \leftarrow x_i * \mathrm{A}_{ji}$
end for
$\mathrm{C} \leftarrow \mathrm{I}_{n+m} \times \mathrm{Q}$
return $(\mathrm{atoms}, \mathrm{C})$

Листинг 2. Алгоритм построения фрагмента знаний, представляющего совместное распределение двух случайных величин, вторая из которых задана с помощью матрицы условных вероятностей (КР).

Для начала отметим, x_i, A_{ij} считаются равными 0 при индексах бóльших, чем размер вектора и матрицы соответственно.

Цикл (1–3) вычисляет вероятности всех квантов соответствующих конкретным означиваниям пары случайных величин.

Шаг (4) выполняет переход от квантов к конъюнктам [34].

Теперь вернёмся к вопросу выбора вторичной структуры. Данная структура выбрана по двум причинам. Первая и основная — минимизация диаметра.

Данная вторичная структура имеет диаметр t, покажем, что никакая вторичная структура на данном множестве фрагментов знаний не может обладать меньшим диаметром. Рассмотрим расстояние между фрагментами XO_0и XO_{t-1}, оба имеют пересечения только с одним фрагментом знаний, XX_1 и XX_{t-1} соответственно, то есть расстояние между ними превышает расстояние между XX_1 и XX_{t-1} на 2. Теперь рассмотрим расстояние между фрагментами знаний, XX_i и XX_j. Рассмотрим путь между ними. Отметим, что все рёбра пути имеют веса x_k, причём для последовательных рёбер k не может отличаться более чем на единицу. Таким образом, путь между XX_i и XX_j будет содержать, по меньшей мере, по одному ребру веса x_k для каждого $k \in [i..j-1]$, то есть количество данных рёбер не менее $j-i$. В частности, для XX_1 и XX_{t-1} расстояние не менее $t-2$. А значит расстояние между XO_0и XO_{t-1} не менее t. В соответствии с определением, диаметр любой вторичной структуры также не менее t.

Таким образом, мы доказали, что рассматриваемая вторичная структура будет обладать минимальным диаметром среди всех возможных вторичных структур над данной первичной структурой. Данная характеристика является важной с точки зрения работы определенных видов логико-вероятностного вывода (ЛВВ), в которых пропагация (передача свидетельства от одной из этих вершин к другой) дает не точные, но накрывающие оценки [26, 36]. Для этих алгоритмов погрешность в оценках накапливается при каждой передаче свидетельства очередному узлу сети, поэтому чем больше расстояние между вершинами, тем большая погрешность оценок получится вследствие пропагации. В свете этих рассуждений минимальность диаметра является предпосылкой для минимизации погрешности ЛВВ, и построенный граф будет обладать указанным свойством.

Выбор между структурами с одинаковым диаметром был сделан в пользу наиболее однородной структуры для упрощения описания алгоритма. В этом заключается вторая причина.

4 Доказательство корректности алгоритма. АБС в общем случае задают семейство распределений, однако нас будет интересовать распределение, задаваемое АБС в условиях теоремы о композиции [25].

Рассмотрим вероятность некоторого означивания векторов, состоящего из всех элементов СММ и всех атомов АБС, при этом для АБС под $\tilde{x}_i$ будем понимать $\tilde{x}_{i0}\tilde{x}_{i1} \dots \tilde{x}_{in-1}$, причём означивания соответствуют бинарной записи $\tilde{x}_i$ из СММ, так же и для $\tilde{o}_i$. Вероятности означиваний для обоих векторов раскладываются следующим образом:

$$p(\tilde{o}_{n-1}\tilde{x}_{n-1} \dots \tilde{o}_1\tilde{x}_1\tilde{o}_0\tilde{x}_0) = p(\tilde{o}_{n-1}|\tilde{x}_{n-1} \dots \tilde{o}_1\tilde{x}_1\tilde{o}_0\tilde{x}_0) \times$$
$$\times\ p(\tilde{x}_{n-1} \dots \tilde{o}_1\tilde{x}_1\tilde{o}_0\tilde{x}_0) = \cdots = p(\tilde{o}_{n-1}|\tilde{x}_{n-1} \dots \tilde{o}_1\tilde{x}_1\tilde{o}_0\tilde{x}_0) \times$$
$$\times\, p(\tilde{x}_{n-1}|\tilde{o}_{n-2}\tilde{x}_{n-2} \dots \tilde{o}_1\tilde{x}_1\tilde{o}_0\tilde{x}_0) \cdot \dots \cdot p(\tilde{o}_0|\tilde{x}_0) \cdot p(\tilde{x}_0).$$

Теперь рассмотрим отдельные множители.

Для СММ:

$$p(\tilde{x}_i|\tilde{x}_{i-1} \dots) = p(\tilde{x}_i|\tilde{x}_{i-1})$$
$$p(\tilde{o}_i|\tilde{x}_{i-1} \dots) = p(\tilde{o}_i|\tilde{x}_{i-1}).$$

Для АБС:

$$p(\tilde{x}_i|\tilde{o}_{i-1}\tilde{x}_{i-1} \dots \tilde{o}_1\tilde{x}_1\tilde{o}_0\tilde{x}_0) = \frac{p(\tilde{x}_i \dots \tilde{o}_1\tilde{x}_1\tilde{o}_0\tilde{x}_0)}{p(\tilde{o}_{i-1} \dots \tilde{o}_1\tilde{x}_1\tilde{o}_0\tilde{x}_0)} =$$
$$= \frac{p(\tilde{x}_i\tilde{o}_{i-1}\tilde{o}_{i-2}\tilde{x}_{i-2} \dots \tilde{o}_1\tilde{x}_1\tilde{o}_0\tilde{x}_0|\tilde{x}_{i-1}) \cdot p(\tilde{x}_{i-1})}{p(\tilde{o}_{i-1} \dots \tilde{o}_1\tilde{x}_1\tilde{o}_0\tilde{x}_0)} =$$
$$= \frac{p(\tilde{x}_i|\tilde{x}_{i-1}) \cdot p(\tilde{o}_{i-1}\tilde{o}_{i-2}\tilde{x}_{i-2} \dots \tilde{o}_0\tilde{x}_0|\tilde{x}_{i-1}) \cdot p(\tilde{x}_{i-1})}{p(\tilde{o}_{i-1} \dots \tilde{o}_1\tilde{x}_1\tilde{o}_0\tilde{x}_0)} =$$
$$= p(\tilde{x}_i|\tilde{x}_{i-1}).$$

Аналогично для $p(\tilde{o}_i| \dots)$.

Таким образом, все множители в разложении совпадают, то есть мы доказали эквивалентность вероятностных семантик исходной СММ и построенной АБС.

5 Заключение. В данной работе рассмотрена задача моделирования при помощи АБС более широкого класса СММ, чем рассмотренный в [17–19], а именно линейных СММ с многозначными случайными элементами. Был предложен алгоритм преобразования и показана его корректность с точки зрения эквивалентности вероятностных семантик.

Данное моделирование может стать основой для обработки интервальных оценок вероятностей в задачах, для решения которых в настоящее время применяются СММ. Кроме того, используемые в СММ аппарат и методы могут быть использованы соответствующим образом в теории АБС.

Для практического использования результатов данной работы необходимо проведение дальнейших исследований, а именно построение алгоритмов, разрешающих в построенной АБС классические задачи теории СММ. Ещё одним из возможных направлений исследований в данной тематике может быть дальнейшее расширение рассматриваемого класса СММ (например, на случай СММ с древовидной структурой).

Литература

1. *Bunke H., Caelli T.* Hidden Markov Models Applications in Computer Vision. Series in Machine Perception and Artificial Intelligence. – World Scientific, 2001. – V. 45. 244 p.
2. *Cowell R.G., Dawid A.P., Lauritzen S.L., Spiegelhalter D.J.* Probabilistic Networks and Expert Systems. NY.: Springer-Verlag, 1997. 370 p.
3. *da-Silva C.Q.* Hidden Markov models applied to a subsequence of the Xylella fastidiosa genome. Genet. Mol. Biol. São Paulo, Dec. 2003. V. 26. № 4. P. 529–535.
4. *Gorodetsky V.I., Drozdgin V.V., Jusupov R.M.* Application of Attributed Grammar and Algorithmic Sensitivity Model for Knowledge Representation and Estimation // Artificial Intelligence and Information, Control Systems of ROBOTSA. Amsterdam: Elsevier Science Publishers B. V., 1984, P. 232–237.
5. *Forney D.G.* The Viterbi Algorithm // Proceedings of the IEEE. 1973. V. 61. № 3. P. 268–278.
6. *Huang X., Acero A., Hsiao-Wuen Hon.* Spoken Language Processing. Prentice Hall, 2001. 1008 p.
7. *Huang X., Jack M. and Y. Ariki*. Hidden Markov Models for Speech Recognition. Edinburgh University Press, 1990. 276 p.
8. *Jensen F.* Bayesian Networks and Decision Graphs. NY.: Springer. 2001. 268 p.
9. *Jurafsky D., Martin J.H.* Speech and Language Processing: An Introduction to Natural Language Processing, Speech Recognition, and Computational Linguistics. 2nd edition. Prentice-Hall, 2009. – 944 p.
10. *Korb K., Nicholson A.* Bayesian Artificial Intelligence. NY.: Chapman and Hall/CRC. 2004. 364 p.
11. *Li J., Gray R.M.* Image Segmentation and Compression Using Hidden Markov Models. 1st edition. Springer, 2000. 141 p.
12. *Pearl J.* Distributed Revision of Composite Beliefs. // Artificial Intelligence, vol. 33. 1987. P. 173–215.
13. *Pearl J.* Fusion, propagation, and structuring in belief networks. // Artificial Intelligence, vol. 29, 1986. P. 241–288.
14. *Pearl J.* Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems. Morgan Kaufmann, 1988. 552 p.
15. *Stengel M.* Introduction to Graphical Models, Hidden Markov Models and Bayesian Networks. Department of Information and Computer Sciences Toyohashi University of Technology Toyohashi, 441-8580. – Japan, 2003. – 46 p.
16. *Welch L.R.* Hidden Markov Models and the Baum-Welch Algorithm // IEEE Information Theory Society Newsletter. – 2003. –V. 53. – № 4. – P. 10–13.
17. *Момзикова М.П., Великодная О.И., Пинский М.Я., Сироткин А.В., Тулупьев А.Л., Фильченков А.А.* Оценка вероятности наблюдаемой последовательности в бинарных линейных по структуре скрытых марковских моделях с помощью апостериорного вывода в алгебраических байесовских сетях // Труды СПИИРАН. СПб: Наука, 2010. Вып. 2. С. 122–142.
18. *Момзикова М.П., Великодная О.И., Пинский М.Я., Сироткин А.В., Тулупьев А.Л., Фильченков А.А.* Представление бинарных линейных по структуре скрытых мар-

ковских моделей в виде алгебраических байесовских сетей // Труды СПИИРАН. СПб: Наука, 2010. Вып. 1. С. 134–150.
19. *Пинский М.Я., Сироткин А.В., Тулупьев А.Л., Фильченков А.А.* Повышение быстродействия алгоритма оценки наблюдаемой последовательности в скрытых марковских моделях на основе алгебраических байесовских сетей // Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики. 2011. Вып. 5. С. 69–73.
20. *Опарин В.В., Тулупьев А.Л.* Синтез графа смежности с минимальным числом ребер: формализация алгоритма и анализ его корректности // Труды СПИИРАН. 2009. Вып. 11. С. 142–157.
21. *Опарин В.В., Фильченков А.А., Тулупьев А.Л., Сироткин А.В.* Матроидное представление семейства графов смежности над набором фрагментов знаний // Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики. 2010. Вып. 4. С. 73–76.
22. *Сироткин А.В.* Модели, алгоритмы и вычислительная сложность синтеза согласованных оценок истинности в алгебраических байесовских сетях // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2009. №11. С. 32–37.
23. *Сироткин А.В., Тулупьев А.Л.* Моделирование знаний и рассуждений в условиях неопределенности: матрично-векторная формализация локального синтеза согласованных оценок истинности // Труды СПИИРАН. 2011. Вып. 18. С. 108–136.
24. *Тулупьев А.Л.* Алгебраические байесовские сети: глобальный логико-вероятностный вывод в деревьях смежности: Учеб. пособие. СПб.: СПбГУ; ООО Издательство «Анатолия», 2007. 40 с. (Сер. Элементы мягких вычислений).
25. *Тулупьев А.Л.* Алгебраические байесовские сети: логико-вероятностные графические модели баз фрагментов знаний с неопределенностью: Диссертация на соискание ученой степени д-ра физ.-мат. наук. СПб. 2009. 670 с. (Санкт-Петербургский государственный университет).
26. *Тулупьев А.Л.* Алгебраические байесовские сети: локальный логико-вероятностный вывод: Учеб. пособие. СПб.: СПбГУ; ООО Издательство «Анатолия», 2007. 80 с. (Сер. Элементы мягких вычислений).
27. *Тулупьев А.Л.* Ациклические алгебраические байесовские сети: логико-вероятностный вывод // Нечеткие системы и мягкие вычисления: Научный журнал Российской ассоциации нечетких систем и мягких вычислений. 2006. Том 1, № 1. С. 57–93.
28. *Тулупьев А.Л.* Байесовские сети доверия и алгебраические байесовские сети: сравнительный анализ выразительной мощности // Информационные технологии и интеллектуальные методы. 1997. Вып. № 2. С. 121–147.
29. *Тулупьев А.Л.* Байесовские сети: логико-вероятностный вывод в циклах. СПб.: Изд-во С.-Петербургского ун-та, 2008. 140 с. (Элементы мягких вычислений).
30. *Тулупьев А.Л.* Непротиворечивость оценок вероятностей в алгебраических байесовских сетях. Вестник СПбГУ. Сер. 10. 2009. Вып. 3. С. 144–151.
31. *Тулупьев А.Л.* Основы теории алгебраических байесовских сетей: программа спецкурса для студентов старших курсов и аспирантов. СПб.: СПбГУ, 2007. 7 с.
32. *Тулупьев А.Л.* Преобразование ациклических байесовских сетей доверия в алгебраические байесовские сети // Известия высших учебных заведений: Приборостроение. 2009. № 3. С. 21–23.
33. *Тулупьев А.Л.* Согласованность данных и оценка вероятности альтернатив в цикле стохастических предпочтений // Известия высших учебных заведений: Приборостроение. 2009. № 7. С. 3–8.

34. *Тулупьев А.Л., Николенко С.И., Сироткин А.В.* Байесовские сети: логико-вероятностный подход. СПб.: Наука, 2006. 607 с.
35. *Тулупьев А.Л., Сироткин А.В.* Алгебраические байесовские сети: принцип декомпозиции и логико-вероятностный вывод в условиях неопределенности // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2008. № 10. т. 6. С. 85–87.
36. *Тулупьев А.Л., Сироткин А.В., Николенко С.И.* Байесовские сети доверия: логико-вероятностный вывод в ациклических направленных графах. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2009, 400 с.
37. *Тулупьев А.Л., Столяров Д.М., Ментюков М.В.* Представление локальной и глобальной структуры алгебраической байесовской сети в Java-приложениях // Труды СПИИРАН. 2007. Вып. 5. СПб.: Наука, 2007. С. 71–99.
38. *Тулупьев А.Л., Фильченков А.А., Вальтман Н.А.* Алгебраические байесовские сети: задачи автоматического обучения // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2011. № 11, т. 9. С. 57-61.
39. *Фильченков А.А.* Алгоритм построения множества минимальных графов смежности при помощи самоуправляемых клик // Труды СПИИРАН. 2010. Вып. 1 (12). С. 119–133.
40. *Фильченков А.А.* Алгоритм построения множества минимальных графов смежности при помощи самоуправляемых клик-собственников // Труды СПИИРАН. 2010. Вып. 3 (14) С. 150–169.
41. *Фильченков А.А.* Алгоритм построения множества минимальных графов смежности при помощи клик владений // Труды СПИИРАН. 2010. Вып. 2 (13). С. 119–133.
42. *Фильченков А.А.* Алгоритм построения множества минимальных графов смежности при помощи клик-собственников владений // Труды СПИИРАН. 2010. Вып. 4 (15). С. 193–212.
43. *Фильченков А.А.* Алгоритмы построения третичной структуры алгебраической байесовской сети // Труды СПИИРАН. 2011. Вып. 17. С. 197–218.
44. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л.* Алгоритм выявления ацикличности первичной структуры алгебраической байесовской сети по ее четвертичной структуре // Труды СПИИРАН. 2011. Вып. 4(19). С. 128–145.
45. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л.* Анализ циклов в минимальных графах смежности алгебраических байесовских сетей // Труды СПИИРАН. 2011. Вып. 17. С. 151–173.
46. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л.* Понятие торакса в применении к исследованию графов смежности алгебраических байесовских сетей // Труды СПИИРАН. 2011. Вып. 16. С. 186–205.
47. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л.* Структурный анализ систем минимальных графов смежности Труды СПИИРАН. 2009. Вып. 11. С. 104–127.
48. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л.* Третичная структура алгебраической байесовской сети // Труды СПИИРАН. 2011. Вып. 3 (18). С. 164–187.
49. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л., Сироткин А.В.* Компаративный анализ клик минимальных графов смежности алгебраических байесовских сетей // Труды СПИИРАН. 2010. Вып. 2 (13). С. 87–105.
50. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л., Сироткин А.В.* Мощность множества минимальных графов смежности // Труды СПИИРАН. 2010. Вып. 4 (15). С. 136–161.
51. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л., Сироткин А.В.* Особенности анализа вторичной структуры алгебраической байесовской сети // Труды СПИИРАН. 2010. Вып. 1 (12). С. 97–118.
52. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л., Сироткин А.В.* Ребра графов смежности в контексте компаративного анализа клик минимальных графов смежности алгебраических байесовских сетей // Труды СПИИРАН. 2010. Вып. 3 (14). С. 132–149.

53. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л., Сироткин А.В.* Структурный анализ клик минимальных графов смежности // Вестник Тверского государственного университета. Сер. Прикладная математика. 2011. №20. С. 139–151.
54. *Ширяев А.Н.* Вероятность. М.: Наука, 1989. 640 с.

Ревзин Леонид Маркович — студент кафедры информатики математико-механического факультета С.-Петербургского государственного университета (СПбГУ). Область научных интересов: вероятностные графические модели. revzin@list.ru, СПИИРАН, 14-я линия В.О., д. 39, г. Санкт-Петербург, 199178, РФ; р.т. +7(812)328-3337, факс +7(812)328-4450. Научный руководитель — А.Л. Тулупьев.

Revzin Leonid Markovich — student of Computer Science Department, SPbSU. Research area: probabilistic graphical models. revzin@list.ru, SPIIRAS, 14-th line V.O., 39, St. Petersburg, 199178, Russia; office phone +7(812)328-3337, fax +7(812)328-4450. Scientific advisor — A.L. Tulupyev.

Фильченков Андрей Александрович — аспирант кафедры информатики математико-механического факультета С.-Петербургского государственного университета (СПбГУ), младший научный сотрудник лаборатории теоретических и междисциплинарных проблем информатики СПИИРАН. Область научных интересов: автоматическое обучение вероятностных графических моделей. Число научных публикаций — 42. aaafil@mail.ru, СПИИРАН, 14-я линия В.О., д. 39, г. Санкт-Петербург, 199178, РФ; р.т. +7(812)328-3337, факс +7(812)328-4450. Научный руководитель — А.Л. Тулупьев.

Filchenkov Andrey Alexandrovich — PhD student of Computer Science Department, SPbGU, junior researcher, Theoretical and Interdisciplinary Computer Science Laboratory, SPIIRAS. Research area: machine learning of probabilistic graphical models. The number of publications — 42. aaafil@mail.ru, SPIIRAS, 14-th line V.O., 39, St. Petersburg, 199178, Russia; office phone +7(812)328-3337, fax +7(812)328-4450. Scientific advisor — A.L. Tulupyev.

Тулупьев Александр Львович — д.ф.-м.н., доцент; заведующий лабораторией теоретических и междисциплинарных проблем информатики СПИИРАН, доцент кафедры информатики математико-механического факультета С.-Петербургского государственного университета (СПбГУ). Область научных интересов: представление и обработка данных и знаний с неопределенностью, применение методов математики и информатики в социокультурных исследованиях, применение методов биостатистики и математического моделирования в эпидемиологии, технология разработки программных комплексов с СУБД. Число научных публикаций — более 250. ALT@iias.spb.su, www.tulupyev.spb.ru; СПИИРАН, 14-я линия В.О., д. 39, г. Санкт-Петербург, 199178, РФ; р.т. +7(812)328-3337, факс +7(812)328-4450.

Tulupyev Alexander Lvovich — PhD in Computer Science, Dr. of Sc..Associate Professor; Head of Theoretical and Interdisciplinary Computer Science Laboratory, SPIIRAS, Associate Professor of Computer Science Department, SPbSU. Research area: uncertain data and knowledge representation and processing, mathematics and computer science applications in socio-cultural studies, biostatistics, simulation, and mathematical modeling applications in epidemiology, data intensive software systems development technology. Number of publications — more than 250. ALT@iias.spb.su, www.tulupyev.spb.ru; SPIIRAS, 14-th line V.O., 39, St. Petersburg, 199178, Russia; office phone +7(812)328-3337, fax +7(812)328-4450.

Поддержка исследования. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проекты № **09-01-00861**-а «Методология построения интеллектуальных систем поддержки принятия решений на основе баз фрагментов знаний с вероятностной неопределенностью» и № **12-01-00945**-а «Развитие теории алгебраических байесовских сетей и родственных им логико-вероятностных графических моделей систем знаний с неопределенностью».

Рекомендовано ТиМПИ СПИИРАН, зав. лаб. А.Л. Тулупьев, д.ф.-м.н., проф.

Работа поступила в редакцию 18.03.2012.

РЕФЕРАТ

Ревзин Л.М., Фильченков А.А., Тулупьев А.Л. **Представление многозначных линейных по структуре скрытых марковских моделей в виде алгебраических байесовских сетей.**

Для моделирования различных процессов в таких областях знаний как биоинформатика, распознавание речи и машинный перевод активно используются скрытые марковские модели (СММ). Алгебраические байесовские сети (АБС) могут быть использованы для представления СММ, что следует из возможности представления СММ через байесовские сети доверия, а последних — через АБС,. Цель данной работы — представить в виде АБС СММ более широкого класса, чем рассмотренные ранее бинарные линейные, а именно: линейные СММ с многозначными случайными элементами.

В работе представлено обоснование целесообразности описанного расширения рассматриваемого класса СММ, приведен пример преобразования, предложен и подробно разобран алгоритм, выполняющий данное преобразование, и доказана его корректность с точки зрения эквивалентности вероятностных семантик.

Пример преобразования построен для СММ, имеющей по четыре возможных внутренних состояния и значения наблюдений. Полученная АБС состоит из 5 фрагментов знаний, построенных над 4 атомами каждый.

Основная идея алгоритма состоит в сопоставлении каждому элементу СММ набора атомов достаточной величины для бинарной записи его возможных значений, а каждому – ребру графической записи СММ — фрагмента знаний АБС, представляющего эквивалентное распределение.

Доказательство корректности предложенного алгоритма опирается на непосредственное вычисление вероятности означивания векторов содержащих все элементы СММ и все атомы АБС соответственно.

Результатом данной работы является корректный метод представления линейных СММ с многозначными элементами при помощи АБС. Однако отмечено, что для практического использования результата данной работы требуется проведение дальнейших исследований, в первую очередь необходимо исследовать возможности построения для АБС, моделирующей СММ, алгоритмов, решающих классические задачи теории СММ.

SUMMARY

Revzin L.M., Filchenkov A.A., Tulupyev A.L. **Representation of multinomial linear hidden Markov models in the form of algebraic Bayesian networks.**

Hidden Markov models (HMM) are widespread in simulating of various processes in such fields as bioinformatics, speech recognition and automated translation. Algebraic Bayesian networks (ABN) can be used to represent HMM since belief Bayesian networks can represent HMM and ABN can represent belief Bayesian networks. Representation of a HMM binary linear structure in the form of ABN is known. Goal of this work is to represent a wider class of HMM as ABN, namely the linear HMM with multiple-valued elements.

The substantiation of expediency of represented HMM class is presented. An example of the representation is given. Algorithm for the representation is proposed and described in detail; its correctness form the point of view of probabilistic semantics equality is proven.

The representation example is given for the HMM which has four possible inner states and four possible observation values. Obtained ABN consists of five knowledge patterns; each is synthesized over four atoms.

The main idea of the algorithm consists in matching of each HMM element to the set of atoms which is enough to represent its possible values in its binary notation, and each HMM edge to ABN knowledge pattern representing the equivalent distribution.

Correctness proof is based on direct probability calculation of valuation of vectors comprising all HMM elements and all ABN atoms respectively.

The correct method of representation a linear HMM with multi-valued elements as ABN is the result of this work. However, it should be noticed that for practical usage of the results some more researches are needed. First it is needed to research possibility of constructing algorithms for an ABN representing a HMM, which would solve classical HMM problems.