

А.А. Шилин, Х. ФАМ ЧОНГ, В. НГУЕН ВОНГ
**СИНТЕЗ FUZZY-РЕГУЛЯТОРА ОБЪЕКТОМ ВТОРОГО
ПОРЯДКА С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ**

Шилин А.А., Фам Чонг Х., Нгуен Вонг В. Синтез Fuzzy-регулятора объектом второго порядка с запаздыванием.

Аннотация. В работе предлагается метод реализации синтеза оптимального управления динамическим объектом второго порядка с запаздыванием на базе Fuzzy-контроллера. Применена идея построения фазовой поверхности, совмещающей оптимальное релейное управление в удалении от области равновесного состояния и линейное управление в самой области. Такой подход позволяет избежать автоколебаний в установившемся режиме, при этом сохранив свойства оптимального управления по быстродействию. Траектория переключения в фазовом пространстве, соответствующая решению задачи оптимального управления согласно принципу Максимума, определяется методом обратного по времени вычисления разностного уравнения объекта второго порядка. Для определения области вокруг точки равновесного состояния, где применяется линейный регулятор, предложено использовать результаты моделирования движения точки в фазовом пространстве при оптимальном управлении для объекта с запаздыванием в режиме автоколебаний. Данная область представлена эллипсом, описывающим движение в фазовом пространстве при автоколебательном режиме. Для дальнейшего исключения автоколебаний согласно известным методам субоптимального управления в этой области применён линейный регулятор, настроенный средствами решения вариационной задачи оптимального управления. Предложено использовать инструментарий для синтеза Fuzzy-регулятора, где поверхность переключения и вычисления значения управления может задаваться произвольно. В результате получена переменная структура регулятора для совмещения этих двух подходов. Сформированная модель Fuzzy-регулятора представлена стандартной FLS-структурой, которая была реализована на языке Python во встраиваемом компьютере Orange Pi. Для подключения к действующему объекту управления использован промышленный контроллер FX3U-24MR, связанный с компьютером по сети ModBus. Приведены испытания на эксплуатируемом объекте управления температурой горячего водоснабжения, который максимально близко соответствует исследуемой модели объекта. Метод, идея и результаты, полученные в работе, можно применять и исследовать в синтезе управления динамическими объектами в скользящем режиме для решения актуальных задач, связанных с исключением нежелательного chattering-эффекта.

Ключевые слова: оптимальное управление, Fuzzy-регулятор, фазовая траектория, поверхность переключения, ПД-регулятор.

1. Введение. В течение последних двух десятилетий теория нечёткого управления приобрела отдельное научное направление, которому посвящены целые научные издания, имеющие большую популярность в научной среде [1 – 3]. Одним из важных преимуществ направления является возможность использования экспертных оценок на лингвистическом уровне, понятных специалистам-технологам. При этом технологам необязательно глубоко знать теорию автоматического управления, математическое моделирование и другие наукоемкие

направления. В результате сам подход к созданию систем управления [4, 5] позволяет использовать интуитивные знания эксперта, представленные на достаточно простом и понятном языке.

Процедура фазификации и дефазификации также может быть реализована несколькими потоками с использованием конвейерных вычислений в Fuzzy-контроллерах. Поэтому, несмотря на большое количество вычислений, сохраняется возможность использования полученных методов в быстродействующих системах с временем принятия решения меньшим миллисекунды. Примером может послужить система управления летательным аппаратом, где время дискретизации в контурах управления скоростью двигателей вращения составляет единицы миллисекунд. Данное преимущество чаще отмечается в задачах распознавания [6, 7 – 9] изображений, где требуется большое количество вычислений.

Спектр задач, где используется теория нечёткого управления, постоянно расширяется благодаря простоте использования методов нечёткой логики. Этому способствует ряд причин:

- простое и понятное представление решений в виде доступных восприятию специалистом признаков и выводов;
- единый и типовой подход к синтезу системы управления;
- полученное решение реализуется в рамках единого стандарта реализации систем нечёткого вывода [10];
- имеются библиотеки с открытым исходным кодом для использования метода в программируемых логических контроллерах (ПЛК) [11];
- результат синтеза нечёткой модели имеет строго формализованную структуру для реализации на различных платформах, включая ПЛК и математические пакеты программного обеспечения MatLab или SciLab.

Для задач, выполняемых аналитическими методами, теория нечёткого управления может рассматриваться как один из очень эффективных инструментов аппроксимации нелинейных динамических моделей в управлении и принятии решений. Возможность построения аппроксимаций методами теории нечётких множеств уместно, поскольку имеются работы, в которых доказана возможность [12] и пригодность к практическому применению [13]. Также в качестве способов оценки модели, построенной на нечёткой логике, в математических пакетах предлагается графическое представление в двух и трёх мерных пространствах нечёткого вывода по входным параметрам.

Для управления динамическими объектами также имеются примеры модернизации классических ПИД регуляторов путём придания необходимых нелинейных свойств [14] для достижения лучших показателей качества работы замкнутых систем. В роли выходных переменных нечёткого вывода могут быть как переменные состояния ПИД регулятора [15, 16], так и его параметры [17]. Выявленные преимущества, как правило, определены для заданных объектов в определённых режимах. Так например, в работе [18] в качестве преимущества приведён показатель для системы управления объектом поддержания температуры с элементом Пельте. Сложность практического использования для других систем ограничивается объектом, к которому имеются качественные экспертные оценки, что затрудняет распространение метода на другие объекты.

Касательно методов управления динамическими объектами второго порядка сложилась практика формирования нелинейной поверхности, определяющей сигнал управления в фазовом пространстве [19]. Для этих целей в программном обеспечении MatLab и SciLab имеются инструменты для оценки соответствия поверхностей выбранных множеств входных переменных состояния выходным [20]. Следует отметить, что подобными средствами оценки пользуются в работах, связанных с развитием оптимального управления по быстродействию [21], а также робастного управления в скользящем режиме [22]. Исследование в этом направлении позволяет получить методы, обладающие полезными свойствами относительно быстродействия и робастности [23]. Эти методы, в отличие от построения экспертных оценок для Fuzzy-регулятора, основаны на аналитических методах управления использующих принцип Максимума [24] и теории скользящего управления [25].

Вопросам синтеза управления, где результатом являются семейства фазовых траекторий, посвящено достаточно много работ. В частности в работе [26] используется хорошо изученный подход анализа поведения замкнутого контура на фазовых портретах движения динамической системы. Проанализировав траектории переключения в скользящих режимах на фазовой плоскости, можно достаточно наглядно представить семейства траекторий переключения с лучшим быстродействием или с широкими областями изменения параметров объекта робастных режимов. У авторов данной работы имеются исследования по синтезу оптимальных регуляторов, где на основании анализа фазовых поверхностей синтезируется регулятор, формирующий программное движение [27].

Стандартная процедура синтеза оптимального управления по быстродействию согласно принципа Максимиума включает в себя вычисления функций Гамильтона, где результатом синтеза является переходный процесс с заданными моментами переключения управляющего воздействия [28]. Однако это решение является частным, поскольку рассматриваются начальные условия не в общем виде. Для формирования алгоритма управления для произвольных начальных условий требуется исследование нескольких фазовых траекторий с целью создания обобщённого алгоритма [29]. Сам алгоритм вычисления управления может включать как нелинейные функции, так и условия, меняющие структуру регулятора.

С развитием теории оптимального управления, использующий принцип максимиума [30], возникают нестандартные численные решения оптимального управления, где эффективность и показатели быстродействия также анализируются на фазовых траекториях.

Принцип Максимиума и методы синтеза управления в скользящем режиме имеют общий инструмент анализа фазовых траекторий, где можно показать, как подбор траектории переключения [31] позволяет получить несколько режимов управления, включая оптимальный по быстродействию с конечным числом переключений.

Однако большинство удачных с точки зрения реализации решений связаны с динамическими объектами второго порядка. Применение этих решений для объектов более высокого порядка связано с проблемой возникновения нежелательного chattering-эффекта. Этой проблеме посвящено много исследований, о которой можно прочесть в работе [32].

В прикладных задачах часто результатом является семейство выбранных фазовых траекторий [33] с целью их дальнейшего применения в алгоритме, программном коде или математической модели. Для реализации эксперимента требуется обеспечить работу ПЛК согласно полученным траекториям на штатном языке программирования выбранного контроллера.

Если воспользоваться способностью Fuzzy-регулятора реализовывать аппроксимацию произвольных многомерных поверхностей, то можно применить результаты нескольких исследований, где алгоритм вычисления содержит обобщённую поверхность переключения в фазовой плоскости. Такая реализация управления будет представлена стандартной FLS-структурой, которую можно использовать в промышленных ПЛК.

Данная работа посвящена исследованию метода построения экспертных оценок Fuzzy-регулятора, построенных на известных и хорошо зарекомендовавших себя решениях в области оптимального

управления по быстродействию для стационарного динамического объекта второго порядка с астатизмом и запаздыванием. Линейная или линеаризованная математическая модель такого объекта может быть представлена выражением

$$W_o(s) = \frac{1}{T_a s} \cdot \frac{1}{(1 + T_{ob} s)} e^{-\tau s}, \quad (1)$$

где: T_a – время интегрирования части объекта, обладающей астатизмом; T_{ob} – время инерции объекта; τ – обобщённое время запаздывания, включающая в себя инерционные свойства датчиков, преобразователей и фильтров. На сигнал управление наложено ограничение

$$|u| \leq 1, 0. \quad (2)$$

Поскольку интегральная часть контура ПИД-регулятора включена в состав объекта управления и определена временем T_a , синтезу подлежит изменяемая часть регулятора, представленная пропорциональной и дифференциальной составляющей (ПД) регулятора.

2. Синтез. Поскольку объект (1) не является объектом второго порядка, для которых задача оптимального управления по быстродействию с ограничением на значение управления решена, то это несоответствие, как правило, приводит к автоколебаниям в области равновесного состояния [34]. Для систем управления в скользящем режиме наличие обобщённого запаздывания приводит к нежелательному chattering-эффекту [35], который также возникает в области равновесного состояния замкнутой системы управления. При этом линейный ПД-регулятор возможно настроить известными методами так, чтобы в области равновесного состояния обеспечивалась асимптотическая устойчивость в цепи управления (1). Так как свойства линейного регулятора обеспечивают асимптотическую устойчивость в области равновесного состояния, можно применить известный метод использования переменной структуры регулятора [36, 37], где вне области равновесного состояния можно исследовать работу быстродействующего регулятора на основе кривой переключений в фазовом пространстве рассогласования и его производной. В упомянутых работах подробно представлены хорошо зарекомендовавшие себя методы совмещения нескольких принципов управления для достижения быстродействия и асимптотической устойчивости в области равновесного состояния.

Прикладная часть, обеспечивающая реализацию метода управления, ориентирована на доступные 30 лет назад способы, ограниченные технологическими возможностями того времени. Учитывая современные возможности реализации сложных методов управления, можно выделить актуальное направление исследований и разработки более эффективных и простых в реализации методов. Анализ возможностей инструментов в синтезе Fuzzy-управления в рамках математического пакета SciLab для решения подобных задач позволяет получить эффективные методы и алгоритмы реализации управления. В работе предлагается процедура синтеза метода управления, построенная на основе двух поверхностей в фазовом пространстве, где граничная область определяется из результата моделирования автоколебательного режима.

Процедура синтеза заключается в следующих этапах:

- решение задачи оптимального управления объектом (1) с учётом ограничений (2) LQR-методом минимизации функционала;
- построение кривой переключения для области, не входящей в окрестность равновесного состояния, численным методом обратного движения по времени, предложенным А.А. Фельдбаумом;
- определение области равновесного состояния, где обеспечивается (2);
- обобщение полученных решений для формирования совмещенной поверхности средствами аппроксимации в среде Fuzzy-tools;
- формирование экспертных оценок фазификации и дефазификации Fuzzy-регулятора;
- реализация полученной FLS-структуры на базе ПЛК.

3. Оптимальный LQR. Для решения задачи поиска оптимальных параметров воспользуемся численными методами доступными в математических пакетах SciLab или MatLab. Перечислим основные используемые функции на примере среды SciLab.

– Функция $[f, x_{opt}] = optim(cst, p_0)$ выполняет вариационную задачу поиска минимума функционала f , подбирая вектор параметров p . Начальные значения этого вектора представлены переменной p_0 . Функция возвращает оптимальный вектор параметров x_{opt} и значение соответствующего ему функционала. Описание объекта включено в функцию cst .

– Функция $[f, g, ind] = cst(p, ind)$ с заданной структурой определяется пользователем и включает процедуру вычисления функционала f для текущего вектора параметров p . Кроме функционала,

необходимо возвращать градиент от текущего изменения параметров, который вычисляется средствами математического пакета с помощью встроеной функции $g = \text{numderivative}(fkn, p)$.

– Функция $J = fkn(p)$ вычисления значения функционала для текущего вектора параметров p определяется пользователем. В данном случае значение функционала формируется в виде суммы среднеквадратических отклонений переменных состояния со своими весовыми коэффициентами согласно LQR-метода оптимизации. Сумма определяется по всему переходному процессу в решении однородного дифференциального уравнения. По этой причине начальный вектор параметров должен соответствовать устойчивой замкнутой системе.

– Функция $y = \text{ode}(\text{"rk"}, x_0, t_0, t, \text{systr})$ решения однородного дифференциального уравнения для которой следует указать метод численного решения уравнения ("rk" – Рунге-Кутта), исходные вектор переменных состояния и время, вектор значений времени переходного процесса, функция systr , описывающая замкнутую динамическую систему в матричной форме. Функция возвращает набор векторов переменных состояния в виде матрицы.

Для обеспечения вычислений математическую модель замкнутой системы управления для объекта (1) и ПД-регулятора представим в матричной форме. Для этого объект представим в виде

$$W_o(s) = \frac{1}{T_a s} \frac{1}{(1 + s(\tau/3))^3} \frac{1}{(1 + T_{obs})}, \quad (3)$$

где звено запаздывания представим в виде аппроксимации тремя аperiодическими звеньями. Выражение (3) разделим на переменные состояния

$$X_5 = \frac{U}{(1 + \frac{\tau}{3}s)}, \underbrace{X_{3+i}}_{(i \in 0,1)} = \frac{X_{4+i}}{(1 + \frac{\tau}{3}s)}, X_2 = \frac{X_3}{T_a(1 + T_{obs})}, X_1 = \frac{X_2}{s}, \quad (4)$$

где изображения переменных состояния X_1 и X_2 соответствуют значению рассогласования и его производной в точке равновесного состояния. В этом случае значение выхода линейного регулятора представлено выражением

$$U = -(K_p X_1 + T_d X_2). \quad (5)$$

В результате после обратного преобразования Лапласа (4) и (5) замкнутая система управления будет представлена в матричной форме

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & 0 & 0 & a_{55} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где ненулевые значения матрицы A вычисляются выражениями

$$\begin{aligned} a_{12} = 1; a_{33} = a_{44} = a_{55} = -3\tau^{-1}; a_{34} = a_{45} = 3\tau^{-1}; \\ a_{51} = -3K_p\tau^{-1}; a_{52} = -3T_d\tau^{-1}; a_{22} = -T_{ob}^{-1}; a_{23} = (T_{ob}T_a)^{-1}. \end{aligned} \quad (7)$$

Для нахождения оптимальных параметров регулятора K_p и T_d определим вариационную задачу минимизации квадратичного функционала J_q и функционала J_{qt} , соответствующего оптимальному управлению по быстродействию, которые представлены выражениями

$$\begin{aligned} J_q(K_p, T_d) &= \int_{t=0}^{t_{max}} (x_1^2(t) + K_u x_5^2(t)) dt, \\ J_{qt}(K_p, T_d) &= \int_{t=0}^{t_{max}} (x_1^2(t) + K_u x_5^2(t)) \cdot t dt, \end{aligned} \quad (8)$$

где выбраны для минимизации значения выхода объекта x_1 и сигнала управления x_5 с весовым коэффициентом K_u . Этот коэффициент подбирается для выполнения условия (2). Максимальное время интегрирования t_{max} должно быть на столько большим, чтобы все динамические процессы в замкнутой системе закончились. Чрезмерное увеличение этого времени увеличивает время вычисления. Следует отметить, что x_5 соответствует управлению (5) по амплитуде и форме, поскольку между ними имеется незначительная задержка равная значению $(\tau / 3)$. Однако на решение вариационной задачи это практически не влияет. Скрипт реализации вариационной задачи опубликован в [38, 39]. Результаты вычисления для объекта с двумя наборами параметров

$$\begin{aligned} n_\tau = 3, \quad T_a = 0,3713 \text{ с}, T_{ob} = 43,10 \text{ с}, \tau = 7,880 \text{ с}; \\ n_\tau = 1, \quad T_a = 0,3729 \text{ с}, T_{ob} = 41,24 \text{ с}, \tau = 8,706 \text{ с}; \end{aligned} \quad (9)$$

приведены в таблице 1. Параметры объекта взяты из результатов эксперимента, описанного в разделе – Реализация, на действующем объекте управления температурой воды горячего водоснабжения, где звено запаздывание аппроксимировано тремя звеньями ($n_\tau = 3$) и одним звеном ($n_\tau = 1$). В результате, рассматривая варианты с двумя функционалами $J_q()$ и $J_{qt}()$, с порядком аппроксимации $n_\tau \in (1; 3)$ и начальными условиями ($x_1 = -10$) и ($x_2 = 0, 5$) получены результаты вычислений для восьми случаев. На рисунке 1 приведены переходные процессы для этих случаев.

Таблица 1. Оптимальные параметры линейного регулятора

N	Располагание	n_τ	$J(8)$	K_p	T_d, c	K_u	t_{calc}, c
1	$x_1 = -10; x_2 = 0$	3	$J_q = 2686$	0.0610	1.35	120	30.7
2	$x_1 = -10; x_2 = 0$	1	$J_q = 2989$	0.0486	1.15	200	37.3
3	$x_1 = 0; x_2 = 0.5$	3	$J_q = 635$	0.0604	1.84	30	12.3
4	$x_1 = 0; x_2 = 0.5$	1	$J_q = 770$	0.0593	1.68	50	20.0
5	$x_1 = -10; x_2 = 0$	3	$J_{qt} = 34656$	0.0664	1.47	150	26.9
6	$x_1 = -10; x_2 = 0$	1	$J_{qt} = 42222$	0.0538	1.27	250	36.1
7	$x_1 = 0; x_2 = 0.5$	3	$J_{qt} = 12877$	0.0633	1.77	70	40.2
8	$x_1 = 0; x_2 = 0.5$	1	$J_{qt} = 14234$	0.0565	1.65	70	32.9

Начальные условия представлены двумя вариантами:

- изменение задающего значения когда целевая переменная не равна нулю $x_1 = -10$;
- изменение объёма потребляемой воды приводит к смещению производной от целевой переменной $x_2 = 0.5$.

Весовой коэффициент K_u переменной состояния, соответствующая сигналу управления, подбирается итерационным способом для обеспечения условия (2). В таблице также приведено время вычисления вариационной задачи t_{calc} для одного ядра процессора с частотой 1,7 ГГц.

Как видно из таблицы, решение вариационной задачи поиска оптимальных параметров незначительно зависит от начальных условий в решении однородного дифференциального уравнения. Во всех случаях значение функционала меньше при использовании аппроксимации звена запаздывания тремя звеньями, а время вычисления меньше при аппроксимации одним инерционным звеном. Разницу в быстродействии по значению функционалов $J_q()$ и $J_{qt}()$ оценивать некорректно, поэтому на рисунке 1 приведены переходные процессы. Можно отметить, что они не симметричны на втором и третьем колебании для случаев, когда начальные условия соответствуют $x_2 = 0.5$, но при этом амплитуда

отклонения рассогласования меньше чем для настройки при начальных условиях $x_1 = -10$.

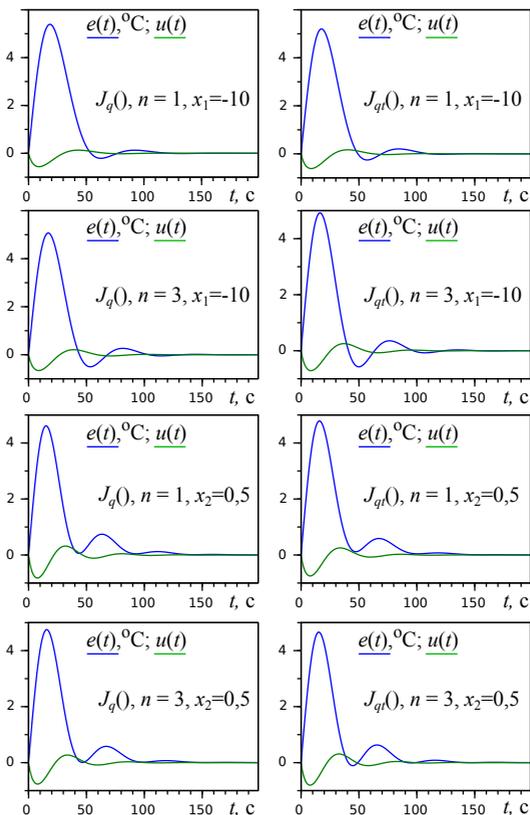


Рис. 1. Переходные процессы настроенной системы при изменении $x_2 = 0.5$

Колебательность соответствующих процессов для функционала $J_q()$ незначительно меньше, чем при использовании функционала $J_{qt}()$. В дальнейшем при моделировании работы замкнутой системы и при реализации экспериментов на объекте для различных наборов параметров ПД-регулятора в рамках таблицы 1 существенную разницу определить достаточно сложно из-за схожести процессов. Поскольку все наборы параметров обеспечивают приемлемое качество регулирования в области точки равновесного состояния и можно выбрать любой. Для дальнейшей настройки выбран случай, где переходный процесс наиболее симметричен

с минимальной калембательностью. При таком выборе используется обычный квадратичный функционал для объекта, где звено запаздывания аппроксимирована одним инерционным звеном для вариационной задачи с начальными условиями, соответствующими $x_1 = -10$.

4. Траектория. Процедура применения принципа Максимиума для объектов с заданным конечным порядком дифференциального уравнения объекта решена и обобщена. Поэтому в данном случае достаточно воспользоваться теоремой и числе переключений в оптимальном процессе по быстройдействию, которая доказана Фельдбаумом А.А. в работе [40].

Сама теорема утверждает следующее. Если объект управление представлен дифференциальным уравнением в форме Коши или в матричной форме, которое имеет n порядок, то при ограничении (2) управление представлена кусочно-постоянной функций в заданном интервале времени ($0 < t < t_1$) с точками переключения, число которых не превышает $(n - 1)$. Для частного случая, когда объект представлен дифференциальным уравнением второго порядка, для произвольно заданного состояния объекта момент переключения будет один и оптимальное управление в интервале ($0 < t < t_1$) будет соответствовать двум максимально возможным значениям из условия (2).

Момент времени переключения сигнала управления определяется начальными значениями переменных состояния объекта управления. Для объекта второго порядка эти переменные состояния соответствуют значению выхода объекта и его производной. Если обобщить результаты решения для разных начальных условий, то точки переключения можно представить в виде траектории в фазовом пространстве. Как отмечает в своей работе Фельдбаум А.А., для объектов второго порядка данную траекторию можно получить методом вычисления дифференциального уравнения в обратном по времени направлении. Для этого можно применить дискретное преобразования, где, в отличие от стандартного разностного уравнения, за знак равенства выносятся предыдущее значение выхода, а не последующее.

Таким образом, траекторию переключения в фазовом пространстве построим для объекта второго порядка с переменными состояния x_1 и x_2 , где $u = x_3$. Предыдущее значение переменной состояния на основании (4) можно получить из разностных уравнений

$$\begin{aligned} x_2(t - \Delta t) &= x_2(t) - (u(t) \frac{1}{T_a} - x_2(t)) \cdot \frac{\Delta t}{T_{obz}}, \\ x_1(t - \Delta t) &= x_1(t) - x_2(t) \Delta t, \end{aligned} \quad (10)$$

где Δt – время дискретизации. Для учёта времени запаздывания обобщённое время объекта второго порядка рассчитывается с помощью функции

$$T_{obz} = T_{ob} \cdot \left(1 + \frac{k_z T}{T_{ob}}\right). \quad (11)$$

Происхождение коэффициента k_z рассмотрим в процессе анализа фазового портрета. Программа вычисления траектории (рисунок 2(а)) написана на языке Си [38, 41].

После того как получена траектория переключения оптимальное управление по быстродействию для рассматриваемого объекта можно представить в виде поверхности в координатах x_1 и x_2 (рисунок 2(б)). Далее достаточно написать программу вычисления этой поверхности для ПЛК на встроенных языках программирования. Другим, не требующим программирования ПЛК, способом может стать использование Fuzzy-регулятора.

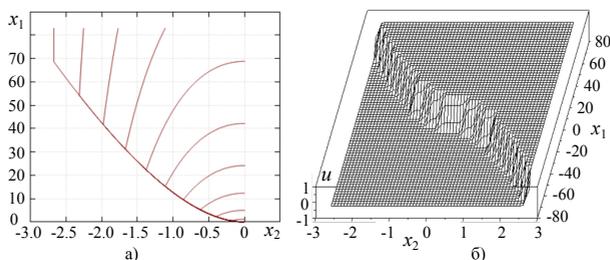


Рис. 2. Траектория переключения и поверхность Fuzzy управления

Настройки Fuzzy-регулятора получим встроенными в SciLab-средствами аппроксимации поверхности управления (рисунок 2(б)) используя скрипт [38, 42]. Для этого в пакете Fuzzy-Tools имеется функция

$$fls = fuzzapp([x_{min} \ x_{max}; y_{min} \ y_{max}], [-11], [n_{part}; n_{part}], F),$$

где указываются диапазон изменения: значений переменных состояния объекта x_1 и x_2 в матрице $[x_{min} \ x_{max}; y_{min} \ y_{max}]$, значений управления и в векторе $[-11]$. В векторе $[n_{part}; n_{part}]$ указывается количество частей в сетке изменения x_1 и x_2 . Функция возвращает готовую FLS-структуру,

которую можно применить в любом контроллере, имеющим поддержку Fuzzy-регулятора. Функции принадлежности по переменным x_1 и x_2 представлены треугольными, количество которых соответствует числу $(n_{part} - 1)$ и по краям z и s функции. Все они согласно функции *fuzzapp* равномерно распределены и не несут в себе особой информации, поэтому в статье не приводятся. Также и правила дефазификации не имеет смысла подробно описывать, поскольку они сформированы автоматически для задач аппроксимации. На данном этапе важно, что получена FLS-структура, по которой можно получить трёхмерное изображение (рисунок 1(б)) средствами Fuzzy-Tools.

Работа Fuzzy-регулятора с полученной FLS-структурой исследована на математической модели, построенной в среде X-Cos SciLab. Функциональная схема показана на рисунке 3. Как уже отмечалось, что в модели (1) звено запаздывания может быть заменено как на апериодическое первого порядка ($n = 1$), так и представлена тремя звеньями ($n = 3$). В цепь оценки производной в условиях шумов канала АЦП и ошибок дискретизации включён фильтр с постоянной времени T_f .

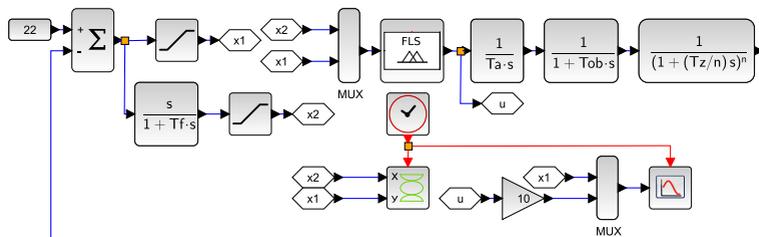


Рис. 3. Функциональная схема математической модели

Диапазон входных переменных Fuzzy-регулятора ограничен соответствующими блоками областью, где определена траектория (рисунок 2). Настройка Fuzzy-регулятора (FLS) производится выбором файла, который сформирован и сохранен встроенными в пакет «Fuzzy Toolbox» функцией $fsl = fuzzapp(\dots, F)$ и функцией $savefsl(fsl, "Tr")$.

Результаты моделирования представлены в виде фазового портрета (рисунок 4(а)) и переходного процесса (рисунок 4(б)). Коэффициент ($k_z = 6,6$) подобран таким образом, чтобы траектория движения переменных x_1 и x_2 при первом приближении к эллипсу входила в него, стремясь к точке равновесного состояния, как показано на рисунке 4(а). Далее наблюдается автоколебательный процесс (рисунок 4(б)) по

траектории эллипса. В процессе исследования фазовый портрет получен для обоих случаев ($n = 1$) и ($n = 3$), при этом результаты (форма, размер эллипса, точка входа в него) полностью совпадали. По этой причине приведён только один набор фазового портрета и переходного процесса.

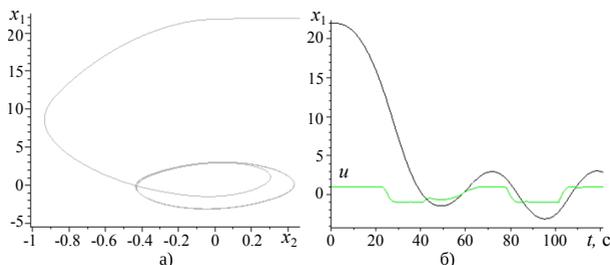


Рис. 4. Фазовый портрет и переходный процесс

В области фазового пространства, представленной эллипсом, невозможно обеспечить используя полученную траекторию переключения как оптимальное управление по быстродействию, так и асимптотическое приближение к точке равновесного состояния объекта. При этом настроенный ПД-регулятор способен обеспечить асимптотическое приближение.

Так как поверхность Fuzzy-регулятора можно строить произвольно, то в окрестности эллипса можно организовать работу ПД-регулятора, который обеспечивает асимптотическое приближение к точке равновесного состояния. Поверхность переключения, обладающая быстродействием от траектории переключения и асимптотической устойчивостью ПД-регулятора представлена на листинге 1. Со всем кодом программы можно ознакомиться в [38, 43].

```

Kp = 0.0486; Td = 1.15;
x2l = 4; x1l = 0.5;
function y = F(x)
    if ( ( x(:,2) .* x(:,2) ) / ( x2l * x2l ) +
        ( x(:,1) .* x(:,1) ) / ( x1l * x1l ) ) < 1.4
    then
        y = Kp * x(:,2) + Td * x(:,1);
        if y > 1 then y = 1; end
        if y < -1 then y = -1; end
    else
        y = sign( x(:,2) - interp ( x(:,1), Xt, Yt, dk ) );
    end
endfunction
    
```

Листинг 1. Функция совмещения поверхностей

Поверхность ПД-регулятора при условии (2) представлена на рисунке 5(а), а совмещённая с траекторией переключения ее поверхность показана на рисунке 5(б).

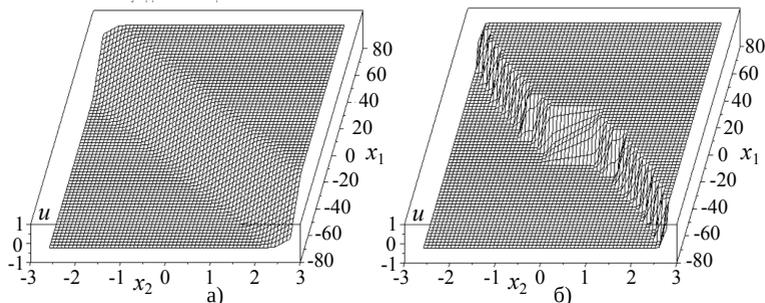


Рис. 5. Поверхности ПД регулятора и Fuzzy-регулятора

Чтобы определить преимущества Fuzzy-регулятора рассмотрим исходное состояние рассогласования ($x_2 = 22; x_1 = 0$) на рисунке 6 соответствует точке А. Траектория движения (A, B_f) и (C_f, D_f) соответствуют оптимальному по быстродействию управлению в условиях ограничения на управление (2). Траектория движения (A, B_{pd}, E_{pd}) проходит в линейной области значений управления, где предполагается более длительный переходный процесс замкнутой системы. В этом можно убедиться, выполнив моделирование замкнутой системы (рисунок 3), используя поверхности управления на рисунке 5 в Fuzzy-регуляторе.

5. Реализация. Для экспериментального подтверждения результатов использования метода выбран объект управления температурой горячего водоснабжения [44, 45], который имеет астатизм 1-го порядка, инерционные свойства и запаздывание. Линеаризованная модель объекта [46] соответствует (1), поэтому для получения переходного процесса используем максимально возможное воздействие на привод клапана в течение 5 секунд. В результате получим переходный процесс для части объекта, где астатизм отсутствует. На рисунке 7 он представлен красной линией.

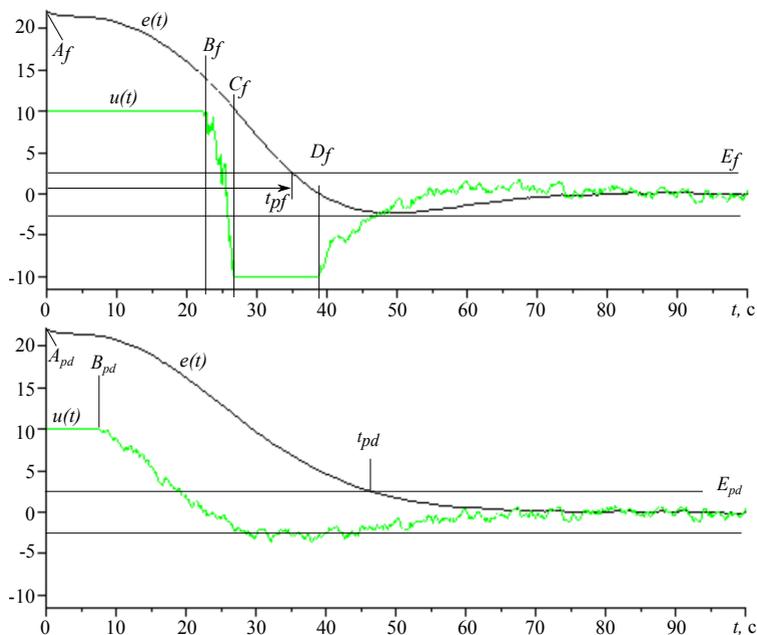


Рис. 6. Переходные процессы ПД-регулятора и Fuzzy-регулятора

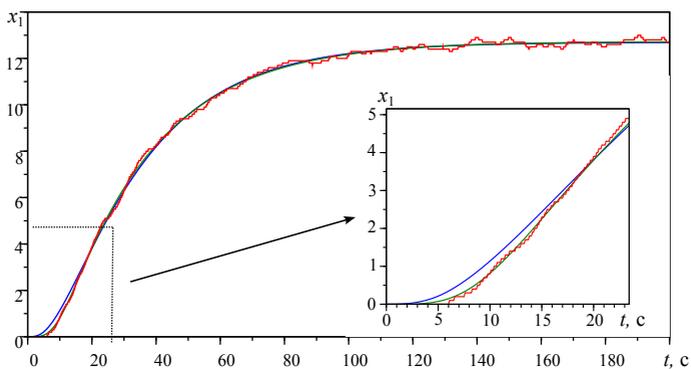


Рис. 7. Переходные процессы ПД-регулятора и Fuzzy-контроллера

Аппроксимацию математической модели будем выполнять для передаточной функции

$$W_m(s) = \frac{1}{T_{am}s} \frac{1}{(1 + T_{ob}s)} \frac{1}{(1 + (\tau/n)s)^n}, \quad (12)$$

используя алгоритм поиска минимума функционала по параметрам (T_{am} , T_{om} , T_{zm}), построенного на разности значений переходных процессов. Чтобы избежать появления нескольких локальных экстремумов, звено запаздывания заменено обычным апериодическим или тремя одинаковыми апериодическими звеньями. Скрипт на языке SciLab доступен в [38, 47], результаты вычисления параметров объекта приведены в выражении (9), на примере которых выполнен синтез Fuzzy-регулятора и уже получены поверхности на рисунок 2 и 5 вместе с его настройками. Синяя линия соответствует аппроксимации одним звеном, а зеленая – аппроксимации тремя звеньями. Поскольку переходный процесс, представленный зеленой линией, лучшим образом повторяет результат эксперимента, то можно сделать вывод, что объект имеет запаздывание. Однако, как показано выше, можно использовать любой из этих вариантов для вычисления оптимальных параметров ПД-регулятора.

Для реализации Fuzzy-регулятора использован одноплатный компьютер Orange Pi 3 с операционной системой Debian, где реализован интерпретатор языка Python библиотеками PyIT2FLS и MinimalModbus. Структурная схема экспериментальной установки показана на рисунке 8.

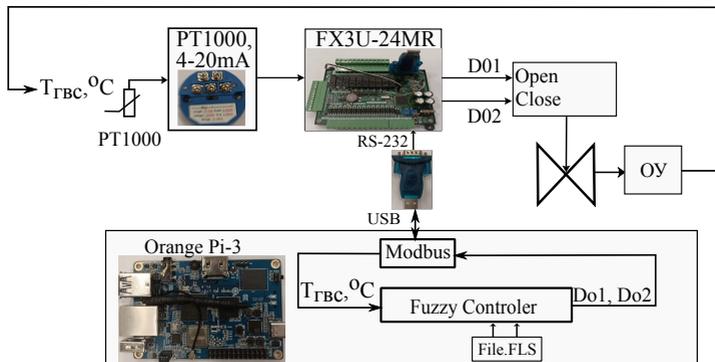


Рис. 8. Структурная схема экспериментальной установки

Для сопряжения с датчиком температуры применён преобразователь сопротивления в ток (pt1000 – 4-20 mA), который подключён к контроллеру FX3U-24MR, где имеется аналоговый вход (4-20 mA) и реализован ModBus-протокол. Результаты эксперимента представлены на рисунке 6, где моменты времени, соответствующие фазовой траектории движения (A , B_f , C_f , D_f) с экстремальными значениями управления отмечены соответствующими символами на оси

времени. Также на рисунке отмечено время переходного процесса из значений которых очевидно преимущества предложенного метода по быстродействию на классическим ПД-регулятором и асимптотическая устойчивость в окрестности точки равновесного состояния.

6. Обсуждение. Свойства Fuzzy-регулятора с использованием оптимальной по быстродействию траектории переключения позволяет несколько улучшить показатели переходного процесса перед Fuzzy-регулятором, где не учитываются ограничения на сигнал управления, поскольку отношение времени ПП по сравнению с ПД-регулятором меньше чем достигнутая в работе [48]. Однако у авторов статьи есть исследования для объекта второго порядка без астатизма, где учитываются ограничения на управляющий сигнал [49] при создании Fuzzy-поверхности. Достаточно полно и адекватно оценить полученные результаты и сравнить с их результатами оказалось достаточно сложно, поскольку там не приведены переходные процессы сигнала управления. Тем не менее, важно отметить, что в отличие от работы, где в области оптимальной траектории используется линейная экстраполяция с более быстродействующими параметрами ПД (Fig. 11 в статье [48]), в нашей работе эта часть представлена траекторией переключения. В результате, в областях, отмеченных на рисунке 5 используется максимально возможный сигнал управления (рисунок 6, $t = 0-23$ с. и $27-40$ с.), что соответствует более быстрому управлению.

Полученный Fuzzy-контроллер включает в себя 32 правила фазификаций по двум переменным состояниям и более тысячи логических выводов, полученных в автоматическом режиме, что ограничивает применение метода для недорогих ПЛК и микроконтроллеров. В таблице 2 приведены результаты практического использования некоторых известных подходов, где указаны следующие показатели:

- N_{calc} – количество пар вычислений (умножение, сложение);
- t_{calc} – время вычисления в секундах на один шаг дискретизации;
- σ_d – относительная дисперсия шума и ошибок дискретизации по отношению к ширине допустимого диапазона отклонения целевой величины в установившемся режиме;
- название применённого принципа оптимальности.

Следует заметить, что большое количество вычислений может выполнено за столь малое время при условии использования специализированных Fuzzy – контроллеров с возможностью параллельных вычислений. И если предложенная Fuzzy-поверхность будет создана путём выбора оптимальных правил фазификации и логических выводов, используя различные методы и подходы построения логики нечёткого

вывода, то время вычисления может быть уменьшено до нескольких микросекунд. Оптимизация нечёткого вывода, также может позволить исключить нежелательный сглаженный переход в области переключения исключив плавный переход сигнала управления (рисунок 6, $t = 23-27$ с.). Однако описание этих методов выходит за рамки статьи, и должны рассматриваться в отдельной работе.

Таблица 2. Сравнительные характеристики

Регулятор	N_{calc}	t_{calc}, c	σ_d	Принцип оптимальности
PID	10 - 20	< 0.001	< 0.2	LQR
Slide	10 - 20	< 0.001	< 0.05	Робастные свойства
λ – Slide	20 - 40	< 0.001	< 0.5	Быстродействие
Fuzzy	> 4000	< 0.001	< 0.05	Быстродействие
Optimal Fuzzy	> 40	< 0.00001	< 0.05	Быстродействие

Согласно таблицы более предпочтительным кажется λ – Slide – регулятор, однако при своей устойчивости к шумам в канале измерения [50] обеспечивает оптимальный процесс по быстродействию только для заданных начальных условий переходного процесса.

Реализовать предложенный метод управления можно не используя инструменты нечёткой логики. Более того, возможно написать программу управления, которая достаточно лаконично будет использовать ресурсы микроконтроллера. Однако для такой реализации требуются навыки программирования и знания теории оптимального управления, что может стать препятствием для использования метода в инженерной деятельности. Использование инструментальных средств Fuzzy Toolbox SciLab совместно с разработанными в рамках этой работы скриптами позволяет автоматизировать процесс формирования Fuzzy-контроллера вместе с его структурой и параметрами. Это даёт возможность использования метода в технологических процессах для объектов с линеаризованной математической моделью (1).

7. Заключение. Предложен новый подход для реализации методов построения оптимальных или робастных регуляторов, использующих принцип Максимума или скользящих режимов. В таких методах управление формируется в виде фазовых траекторий. Показано, что реализация управления может быть выполнена Fuzzy-инструментами и средствами теории нечёткой логики. Возможность построения произвольной поверхности в фазовом пространстве сигнала управления, позволила реализовать преимущества линейного регулятора в области равновесного состояния системы управления с преимуществами

быстродействующих или робастных регуляторов с релейным управлением в удалённых от области равновесного состояния точках. Таким образом, подход позволяет реализовать более гибкий метод формирования фазовой траектории управления объединяющий ПД-регулятор и оптимальный с релейным управлением. Для объективного и качественного сравнения работы линейного регулятора и оптимального по быстродействию использован метод минимизации квадратичного функционала. При этом показано, что метод оптимальной настройки ПД-регулятора несущественно влияет на качество управления в области равновесного состояния. Поэтому в предложенном методе реализации оптимального управления допустимо использовать некурсивные процедуры вычисления параметров настройки, что позволит сократить время вычислений.

В работе не рассматривался режим скользящего управления, но сам подход может применён и для исследования регуляторов в скользящем режиме. Для этого достаточно сформировать фазовую траекторию согласно известным методам построения и представить её средствами фазификации и дефазификации в средах SciLab или MatLab.

Предложенный метод реализации управления также может быть полезен для исследователей методов, связанных с управлением динамическими объектами, где результатом является семейство фазовых траекторий управления, составляющее сложную поверхность. Реализация натурального эксперимента с использованием предложенного подхода не составит особого труда при наличии навыков построения модели Fuzzy-поверхностей для встраиваемых компьютеров серии Raspberry, Orange или других аналогов. На практике данный подход целесообразно использовать после оптимизации FLS-модели Fuzzy-контроллера.

Литература

1. Pu Q., Zhu X., Liu J., Cai D., Fu G., Wei D., Sun J., Zhang R. Integrated optimal design of speed profile and fuzzy PID controller for train with multifactor consideration // *IEEE Access*. 2020. vol. 8. pp. 152146–152160.
2. Aruna R., Christa S.T.J. Modeling, system identification and design of fuzzy PID controller for discharge dynamics of metal hydride hydrogen storage bed // *International Journal of Hydrogen Energy*. 2020. vol. 45. no. 7. pp. 4703–4719.
3. Kandiban R., Arulmozhiyal R. Speed control of BLDC motor using adaptive fuzzy PID controller // *Procedia Engineering*. 2012. vol. 38. pp. 306–313.
4. Shi J.Z. A fractional order general type-2 fuzzy PID controller design algorithm // *IEEE Access*. 2020. vol. 8. pp. 52151–52172.
5. Osinski C., Leandro G.V., da Costa Oliveira G.H. Fuzzy PID controller design for LFC in electric power systems // *IEEE Latin America Transactions*. 2019. vol. 17. no. 01. pp. 147–154.

6. Daradkeh Y.I. et al. Development of effective methods for structural image recognition using the principles of data granulation and apparatus of fuzzy logic // *IEEE Access*. 2021. vol. 9. pp. 13417–13428.
7. Bobyr M.V., Yakushev A.S., Kulabukhov S.A., Arkhipov A.E. System of stereovision based on fuzzy-logical method of constructing depth map // 2018 International Russian Automation Conference (RusAutoCon). IEEE, 2018. pp. 1–5.
8. Osinski C., Leandro G.V., da Costa Oliveira G.H. Fuzzy PID controller design for LFC in electric power systems // *IEEE Latin America Transactions*. 2019. vol. 17. no. 01. pp. 147–154.
9. Wang Y., Jin Q., Zhang R. Improved fuzzy PID controller design using predictive functional control structure // *ISA transactions*. 2017. vol. 71. pp. 354–363.
10. Oudah M.K., Sulttan M.Q., Shneen S.W. Fuzzy type 1 PID controllers design for TCP/AQM wireless networks // *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*. 2021. vol. 21. no. 1. pp. 118–127.
11. Hao Z., Li C., Zhang H., Ren W. Control and realization of intelligent fishing system based on PLC and fuzzy PID algorithm // *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing, 2022. vol. 2246. no. 1. DOI: 10.1088/1742-6596/2246/1/012042.
12. Zhou J., Pedrycz W., Gao C., Lai Z., Yue X. Principles for constructing three-way approximations of fuzzy sets: A comparative evaluation based on unsupervised learning // *Fuzzy Sets and Systems*. 2021. vol. 413. pp. 74–98.
13. Lv H., Wang G. Approximations of Fuzzy Numbers by Using r -s Piecewise Linear Fuzzy Numbers Based on Weighted Metric // *Mathematics*. 2022. vol. 10. no. 1.
14. Tang K., Man K.F., Chen G., Kwong S. An optimal fuzzy PID controller // *IEEE transactions on industrial electronics*. 2001. vol. 48. no. 4. pp. 757–765.
15. Bobyr M.V., Emelyanov S.G. A nonlinear method of learning neuro-fuzzy models for dynamic control systems // *Applied soft computing*. 2020. vol. 88. DOI: 10.1016/j.asoc.2019.106030.
16. Hu Y., Yang Y., Li S., Zhou Y. Fuzzy controller design of micro-unmanned helicopter relying on improved genetic optimization algorithm // *Aerospace Science and Technology*. 2020. vol. 98. DOI: 10.1016/j.ast.2020.105685.
17. Mehedi I.M., Shah H.S., Al-Saggaf U.M., Mansouri R., Bettayeb M. Fuzzy PID control for respiratory systems // *Journal of Healthcare Engineering*. 2021. vol. 2021. no. 1. DOI: 10.1155/2021/7118711.
18. Perevoshchikov F.P., Vuong N.V., Shabo A.K., Shilin A.A. Identification of Mathematical Model of Drying Unit // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. IOP Publishing, 2020. vol. 795. no. 1. DOI: 10.1088/1757-899X/795/1/012021.
19. Zhao F., May J.A., Loh S.C. Controller Synthesis and Verification for Nonlinear Systems: A computational approach using phase-space geometric models // *IEEE Control Systems Magazine*, 1998. pp. 198–224.
20. Shakin V.N., Semyonova T.I., Kudryashova A.Y., Frisk V.V. Comparison of computer modeling of rc filter in matlab and scilab environments // 2020 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF). IEEE, 2020. pp. 1–5.
21. Phu N.D., Hung N.N. Minimum stability control problem and time-optimal control problem for fuzzy linear control systems // *Fuzzy Sets and Systems*. 2019. vol. 371. pp. 1–24.
22. Zhang J., Shi P., Xia Y. Robust adaptive sliding-mode control for fuzzy systems with mismatched uncertainties // *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. 2010. vol. 18. no. 4. pp. 700–711.

23. Somwanshi D. et al. Comparison of fuzzy-PID and PID controller for speed control of DC motor using LabVIEW // *Procedia Computer Science*. 2019. vol. 152. pp. 252–260.
24. Pesch H.J., Plail M. The maximum principle of optimal control: a history of ingenious ideas and missed opportunities // *Control and Cybernetics*. 2009. vol. 38. no. 4A. pp. 973–995.
25. Utkin V. et al. Conventional and high order sliding mode control // *Journal of the Franklin Institute*. 2020. vol. 357. no. 15. pp. 10244–10261.
26. Хорошавин В.С., Грудинин В.С. Примеры построения квазиоптимальной по быстродействию и энергозатратам замкнутой системы управления электроустановкой // *Известия Тульского государственного университета. Технические науки*. 2023. № 2. С. 449–453.
27. Хорошавин В.С., Грудинин В.С. Оптимальное программное движение с изменяемым временем регулирования // *Радиопромышленность*. 2020. Т. 30. № 3. С. 40–49.
28. Долятовский В.А., Рауль Б. Оптимальное управление динамическим объектом на основе принципа максимума // *Системный анализ в проектировании и управлении*. 2020. Т. 24. № 2. С. 37–45.
29. Костоготов А.А., Костоготов А.И., Лазаренко С.В., Шевцова Л.А. Синтез оптимального управления на основе объединенного принципа максимума // *Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки*. 2010. № 2. С. 31–37.
30. Bourdin L., Dhar G. Optimal sampled-data controls with running inequality state constraints: Pontryagin maximum principle and bouncing trajectory phenomenon // *Mathematical Programming*. 2022. vol. 191. no. 2. pp. 907–951.
31. Рустамов Г.А., Намазов М.Б., Гасымов А.Ю., Рустамов Р.Г. Управление динамическими объектами в условиях неопределенности в точечном скользящем режиме // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2019. Т. 20. № 12. С. 714–722.
32. Utkin V., Poznyak A., Orlov Y.V., Polyakov A. Chattering Problem. Road Map for Sliding Mode Control Design. *SpringerBriefs in Mathematics*. 2020. pp. 73–82.
33. Балабанов А. О синтезе желаемых фазовых траекторий скользящего режима в релейных системах управления // 8-я конференция «Микроэлектроника и информатика» (Кишинев, Молдова, 22-25 октября 2014 г.). 2014. С. 396–403.
34. Píkina G.A., Pashchenko F.F., Pashchenko A.F. Some Problems of Implementing Optimal Control Theory in Automated Control Systems // *Automation and Remote Control*. 2022. vol. 83. no. 10. pp. 1630–1638.
35. Utkin V., Lee H. Chattering problem in sliding mode control systems // *International Workshop on Variable Structure Systems, VSS'06. IEEE*, 2006. pp. 346–350.
36. Нейдорф Р.А., Чан Н.Н. Композиционный синтез квазиоптимальных по быстродействию систем управления высокого порядка // *Вестник Донского государственного технического университета*. 2007. Т. 7. № 4(35). С. 353–359.
37. Клюев А.С. Оптимизация автоматических систем управления по быстродействию / А.С. Клюев, А.А. Колесников. Москва: Энергоиздат, 1982. 240 с.
38. Shilin A.A., Pham H.T., Nguen V.V. Research data for this article. URL: <https://cloud.mail.ru/public/vS3k/sLULhtwKk> (дата обращения: 03.01.2024).
39. Verma M., Chen C.Y., Kılıcman A., Mat Hasim R.A. Systematic Review on the Advancement in the Study of Fuzzy Variational Problems // *Journal of Function Spaces*. 2022. vol. 2022. no. 1. DOI: 10.1155/2022/8037562.
40. Фельдбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем. 2-е изд., испр. и доп. Москва: Наука, 1966. 623 с.
41. Ritchie D., Johnson S., Lesk M., Kernighan B. UNIX Time-Sharing System: The C programming language // *Bell Sys. Tech. J*. 1978. vol. 57. no. 6. pp. 1991–2019.

42. Campbell S., Chancelier J., Nikoukhah R. Modeling and Simulation in SCILAB // Modeling and Simulation in Scilab/Scicos with ScicosLab 4.4. Springer, New York, 2010. pp. 73–106.
43. Mikac M., Horvatic M., Mikac V. Using vectorized calculations in Scilab to improve performances of interpreted environment // INTED2020 Proceedings. IATED, 2020. pp. 2127–2136.
44. Prokhorov S., Krivoshein Y., Shilin A. Automatic Control of Hot Water Supply System on Solar Collectors. 2019 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon). IEEE, 2019. pp. 1–6.
45. Tsvetkov N., Boldyryev S., Shilin A., Krivoshein Y., Tolstykh A. Hardware and Software Implementation for Solar Hot Water System in Northern Regions of Russia. *Energies* 2022. vol. 15. no. 4. DOI: 10.3390/en15041446.
46. Shilin A., Bukreev V. The reduction of the multidimensional model of the nonlinear heat exchange system with delay // Proceedings of the Information Technologies and Mathematical Modelling: 13th International Scientific Conference, ITMM 2014, named after A.F. Terpigov. Springer International Publishing, 2014. pp. 387–396.
47. Godlewski M., Rogowski K. Data Acquisition and Control System Based on Scilab Software Environment // *Pomiary Automatyka Robotyka*. 2022. vol. 26. no. 3. pp. 49–55.
48. Chao C.T., Sutarna N., Chiou J.S., Wang C.J. Equivalence between fuzzy PID controllers and conventional PID controllers // *Applied Sciences*. 2017. vol. 7. no. 6. DOI: 10.3390/app7060513.
49. on conventional PID control and nonlinear factors // *Applied Sciences*. 2019. vol. 9. no. 6. DOI: 10.3390/app9061224.
50. Shilin A., Bukreev V., Perevoshchikov F. Synthesis and implementation of -approach of slide control in heat-consumption system // *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*. 2022. no. 3. pp. 501–508.

Шилин Александр Анатольевич — д-р техн. наук, доцент, профессор отделения, отделение электроэнергетики инженерной школы энергетики, Национальный исследовательский Томский политехнический университет (ТПУ). Область научных интересов: системы управления технологическими процессами, оптимальное управление. Число научных публикаций — 200. shilin@trn.ru; улица Усова, Учебный корпус № 8, 7, 634050, Томск, Россия; р.т.: +7(3822)70-1777,,3425.

Фам Чонг Хай — аспирант, отделение электроэнергетики инженерной школы энергетики, Национальный исследовательский Томский политехнический университет (ТПУ). Область научных интересов: системы управления технологическими процессами, оптимальное управление. Число научных публикаций — 2. tronghai180598@gmail.com; улица Усова, Учебный корпус № 8, 7, 634050, Томск, Россия; р.т.: +7(923)430-3989.

Нгуен Ван Вьюнг — канд. техн. наук, исследователь информации, Военно-морской технический институт. Область научных интересов: элементы и устройства вычислительной техники и систем управления. Число научных публикаций — 14. vuongoicolen@gmail.com; Деревня Нгокбинг, община Куангфук, округ Куангсьонг, 1, 42624, Тханьхоа, Вьетнам; р.т.: +84(934)221-092.

A.SHILIN, H. PHAM TRONG, V. NGUEN VUONG
**SYNTHESIS OF A FUZZY CONTROLLER BY A SECOND-ORDER
OBJECT WITH DELAY**

Shilin A., Pham Trong H., Nguen Vuong V. Synthesis of a Fuzzy Controller by a Second-Order Object with Delay.

Abstract. The paper proposes a method for using Fuzzy controller tools to synthesize optimal control of a second-order dynamic object with a delay. The idea is to construct a phase surface that combines optimal relay control away from the equilibrium state region and linear control in the region itself. This approach made it possible to avoid self-oscillations in a steady state, while maintaining the properties of optimal control in terms of speed. The switching trajectory in phase space, corresponding to the solution of the optimal control problem according to the Maximum principle, is determined by the method of inverse time calculation of the second-order difference equation of the plant. The region near the equilibrium state, where the linear controller is used, is determined from the results of modeling the motion of a point in phase space with optimal control for an object with a delay. This region is represented by an ellipse that describes motion in phase space in a self-oscillatory mode. To further eliminate self-oscillations in this area, a linear controller is used, tuned by means of solving the variational optimal control problem. It is proposed to use a tool for the synthesis of Fuzzy controllers, where the switching surface and calculation of the control value can be set arbitrarily. As a result, a variable controller structure is proposed to combine these two approaches. The resulting Fuzzy controller model is represented by a standard FLS structure, which was implemented in Python on the Orange Pi embedded computer. To connect to the current control object, an industrial controller FX3U-24MR is used, connected to a computer via a Modbus network. Full-scale tests are presented on a hot water supply temperature control object, which corresponds as closely as possible to the object model under study. The method, idea and results obtained in the work can be applied and investigated in the synthesis of control of dynamic objects in sliding mode to solve current problems related to eliminating the unwanted Chattering effect.

Keywords: optimal control, Fuzzy controller, phase trajectory, PID controller.

References

1. Pu Q., Zhu X., Liu J., Cai D., Fu G., Wei D., Sun J., Zhang R. Integrated optimal design of speed profile and fuzzy PID controller for train with multifactor consideration. *IEEE Access*. 2020. vol. 8. pp. 152146–152160.
2. Aruna R., Christa S. Modeling, system identification and design of fuzzy PID controller for discharge dynamics of metal hydride hydrogen storage bed. *International Journal of Hydrogen Energy*. 2020. vol. 45. no. 7. pp. 4703–4719.
3. Kandiban R., Arulmozhiyal R. Speed control of BLDC motor using adaptive fuzzy PID controller. *Procedia Engineering*. 2012. vol. 38. pp. 306–313.
4. Shi J. A fractional order general type-2 fuzzy PID controller design algorithm. *IEEE Access*. 2020. vol. 8. pp. 52151–52172.
5. Osinski C., Leandro G., da Costa Oliveira G. Fuzzy PID controller design for LFC in electric power systems. *IEEE Latin America Transactions*. 2019. vol. 17. no. 01. pp. 147–154.

6. Daradkeh Y. et al. Development of effective methods for structural image recognition using the principles of data granulation and apparatus of fuzzy logic. *IEEE Access*. 2021. vol. 9. pp. 13417–13428.
7. Bobyr M., Yakushev A., Kulabukhov S., Arkhipov A. System of stereovision based on fuzzy-logical method of constructing depth map. 2018 International Russian Automation Conference (RusAutoCon). IEEE, 2018. pp. 1–5.
8. Osinski C., Leandro G., da Costa Oliveira G. Fuzzy PID controller design for LFC in electric power systems. *IEEE Latin America Transactions*. 2019. vol. 17. no. 01. pp. 147–154.
9. Wang Y., Jin Q., Zhang R. Improved fuzzy PID controller design using predictive functional control structure. *ISA transactions*. 2017. vol. 71. pp. 354–363.
10. Oudah M., Sulttan M., Shneen S. Fuzzy type 1 PID controllers design for TCP/AQM wireless networks. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*. 2021. vol. 21. no. 1. pp. 118–127.
11. Hao Z., Li C., Zhang H., Ren W. Control and realization of intelligent fishing system based on PLC and fuzzy PID algorithm. *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing, 2022. vol. 2246. no. 1. DOI: 10.1088/1742-6596/2246/1/012042.
12. Zhou J., Pedrycz W., Gao C., Lai Z., Yue X. Principles for constructing three-way approximations of fuzzy sets: A comparative evaluation based on unsupervised learning. *Fuzzy Sets and Systems*. 2021. vol. 413. pp. 74–98.
13. Lv H., Wang G. Approximations of Fuzzy Numbers by Using r-s Piecewise Linear Fuzzy Numbers Based on Weighted Metric. *Mathematics*. 2022. vol. 10. no. 1.
14. Tang K., Man K., Chen G., Kwong S. An optimal fuzzy PID controller. *IEEE transactions on industrial electronics*. 2001. vol. 48. no. 4. pp. 757–765.
15. Bobyr M., Emelyanov S. A nonlinear method of learning neuro-fuzzy models for dynamic control systems. *Applied soft computing*. 2020. vol. 88. DOI: 10.1016/j.asoc.2019.106030.
16. Hu Y., Yang Y., Li S., Zhou Y. Fuzzy controller design of micro-unmanned helicopter relying on improved genetic optimization algorithm. *Aerospace Science and Technology*. 2020. vol. 98. DOI: 10.1016/j.ast.2020.105685.
17. Mehedi I., Shah H., Al-Saggaf U., Mansouri R., Bettayeb M. Fuzzy PID control for respiratory systems. *Journal of Healthcare Engineering*. 2021. vol. 2021. no. 1. DOI: 10.1155/2021/7118711.
18. Perevoshchikov F., Vuong N., Shabo A., Shilin A. Identification of Mathematical Model of Drying Unit. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. IOP Publishing, 2020. vol. 795. no. 1. DOI: 10.1088/1757-899X/795/1/012021.
19. Zhao F., May J., Loh S. Controller Synthesis and Verification for Nonlinear Systems: A computational approach using phase-space geometric models. *IEEE Control Systems Magazine*, 1998. pp. 198–224.
20. Shakin V., Semyonova T., Kudryashova A., Frisk V. Comparison of computer modeling of rc filter in matlab and scilab environments. 2020 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF). IEEE, 2020. pp. 1–5.
21. Phu N.D., Hung N.N. Minimum stability control problem and time-optimal control problem for fuzzy linear control systems. *Fuzzy Sets and Systems*. 2019. vol. 371. pp. 1–24.
22. Zhang J., Shi P., Xia Y. Robust adaptive sliding-mode control for fuzzy systems with mismatched uncertainties. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. 2010. vol. 18. no. 4. pp. 700–711.
23. Somwanshi D. et al. Comparison of fuzzy-PID and PID controller for speed control of DC motor using LabVIEW. *Procedia Computer Science*. 2019. vol. 152. pp. 252–260.

24. Pesch H.J., Plail M. The maximum principle of optimal control: a history of ingenious ideas and missed opportunities. *Control and Cybernetics*. 2009. vol. 38. no. 4A. pp. 973–995.
25. Utkin V. et al. Conventional and high order sliding mode control. *Journal of the Franklin Institute*. 2020. vol. 357. no. 15. pp. 10244–10261.
26. Horoshavin V., Grudin V. [Examples of constructing a closed-loop control system for an electrical installation that is quasi-optimal in terms of speed and energy consumption]. *Izvestija Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tehnicheskie nauki – Proceedings of Tula State University. Technical sciences*. 2023. no. 2. pp. 449–453. (In Russ.).
27. Horoshavin V., Grudin V. [Optimal program motion with variable control time]. *Radiopromyshlennost' – Radio industry*. 2020. vol. 30. no. 3. pp. 40–49. (In Russ.).
28. Doljatovskij V., Raul B. [Optimal control of a dynamic object based on the maximum principle]. *Sistemnyj analiz v proektirovanii i upravlenii – System analysis in design and management*. 2020. vol. 24. no. 2. pp. 37–45. (In Russ.).
29. Kostoglotov A., Kostoglotov A.I., Lazarenko S., Shevcova L. [Synthesis of optimal control based on the combined maximum principle]. *Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij. Severo-Kavkazskij region. Tehnicheskie nauki – News of higher educational institutions. The North Caucasus region. Technical sciences*. 2010. no. 2. pp. 31–37. (In Russ.).
30. Bourdin L., Dhar G. Optimal sampled-data controls with running inequality state constraints: Pontryagin maximum principle and bouncing trajectory phenomenon. *Mathematical Programming*. 2022. vol. 191. no. 2. pp. 907–951.
31. Rustamov G., Namazov M., Gasymov A., Rustamov R. [Control of dynamic objects under conditions of uncertainty in point sliding mode]. *Mehatronika, avtomatizacija, upravlenie – Mechatronics, automation, control*. 2019. vol. 20. no. 12. pp. 714–722. (In Russ.).
32. Utkin V., Poznyak A., Orlov Y.V., Polyakov A. Chattering Problem. *Road Map for Sliding Mode Control Design. SpringerBriefs in Mathematics*. 2020. pp. 73–82.
33. Balabanov A. [On the synthesis of desired phase trajectories of the sliding mode in relay control systems]. 8-ya konferenciya «Mikroelektronika i informatika» [8th Conference "Microelectronics and Informatics"]. 2014. pp. 396–403. (In Russ.).
34. Pikina G.A., Pashchenko F.F., Pashchenko A.F. Some Problems of Implementing Optimal Control Theory in Automated Control Systems. *Automation and Remote Control*. 2022. vol. 83. no. 10. pp. 1630–1638.
35. Utkin V., Lee H. Chattering problem in sliding mode control systems. *International Workshop on Variable Structure Systems, VSS'06. IEEE*, 2006. pp. 346–350.
36. Nejdorf R., Chan N. [Kompozicionnyj sintez kvaziopimal'nyh po bystrodejstviju sistem upravlenija vysokogo porjadka]. *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta – Bulletin of the Don State Technical University*. 2007. vol. 7. no. 4(35). pp. 353–359. (In Russ.).
37. Kljuev A. Optimization of automatic control systems for performance [Optimizacija avtomaticheskijh sistem upravlenija po bystrodejstviju] A.S. Kljuev, A.A. Kolesnikov (eds.). Moscow: Jenergoizdat, 1982. 240 p. (In Russ.).
38. Shilin A.A., Pham H.T., Nguen V.V. Reasearh data for this article. Available at: <https://cloud.mail.ru/public/vS3k/sLULhtwkK> (accessed: 03.01.2024).
39. Verma M., Chen C.Y., Kilicman A., Mat Hasim R.A. Systematic Review on the Advancement in the Study of Fuzzy Variational Problems. *Journal of Function Spaces*. 2022. vol. 2022. no. 1. DOI: 10.1155/2022/8037562.
40. Fel'dbaum A. *Osnovy teorii optimalnyh avtomaticheskijh sistem* [Fundamentals of the theory of optimal automatic systems]. Izd. 2-oe, izd-vo Nauki, 1966. 623 p. (In Russ.).
41. Ritchie D., Johnson S., Lesk M., Kernighan B. *UNIX Time-Sharing System: The C programming language*. Bell Sys. Tech. J. 1978. vol. 57. no. 6. pp. 1991–2019.

42. Campbell S., Chancelier J., Nikoukhah R. Modeling and Simulation in SCILAB. Modeling and Simulation in Scilab/Scicos with ScicosLab 4.4. Springer, New York, 2010. pp. 73–106.
43. Mikac M., Horvatic M., Mikac V. Using vectorized calculations in Scilab to improve performances of interpreted environment. INTED2020 Proceedings. IATED, 2020. pp. 2127–2136.
44. Prokhorov S., Krivoshein Y., Shilin A. Automatic Control of Hot Water Supply System on Solar Collectors. 2019 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon). IEEE, 2019. pp. 1–6.
45. Tsvetkov N., Boldyryev S., Shilin A., Krivoshein Y., Tolstykh A. Hardware and Software Implementation for Solar Hot Water System in Northern Regions of Russia. Energies 2022. vol. 15. no. 4. DOI: 10.3390/en15041446.
46. Shilin A., Bukreev V. The reduction of the multidimensional model of the nonlinear heat exchange system with delay. Proceedings of the Information Technologies and Mathematical Modelling: 13th International Scientific Conference, ITMM 2014, named after A.F. Terpugov. Springer International Publishing, 2014. pp. 387–396.
47. Godlewski M., Rogowski K. Data Acquisition and Control System Based on Scilab Software Environment. Pomiary Automatyka Robotyka. 2022. vol. 26. no. 3. pp. 49–55.
48. Chao C., Sutarna N., Chiou J., Wang C. Equivalence between fuzzy PID controllers and conventional PID controllers. Applied Sciences. 2017. vol. 7. no. 6. DOI: 10.3390/app7060513.
49. Chao C., Sutarna N., Chiou J., Wang C. An optimal fuzzy PID controller design based on conventional PID control and nonlinear factors. Applied Sciences. 2019. vol. 9. no. 6. DOI: 10.3390/app9061224.
50. Shilin A., Bukreev V., Perevoshchikov F. Synthesis and implementation of -approach of slide control in heat-consumption system. Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics. 2022. no. 3. pp. 501–508.

Shilin Alexander — Ph.D., Dr.Sci., Associate Professor, Professor of the department, Electrical power engineering department of the school of energy engineering, Tomsk Polytechnic University. Research interests: process control systems, optimal control. The number of publications — 200. shilin@tpu.ru; 7, Usova St., Educational building no. 8, 634050, Tomsk, Russia; office phone: +7(3822)70-1777,,3425.

Pham Trong Hai — Ph.D. student, Electrical power engineering department of the school of energy engineering, Tomsk Polytechnic University. Research interests: process control systems, optimal control. The number of publications — 2. tronghai180598@gmail.com; 7, Usova St., Educational building no. 8, 634050, Tomsk, Russia; office phone: +7(923)430-3989.

Nguyen Van Vuong — Ph.D., information researcher, Naval Technical Institute. Research interests: elements and devices of computer technology and control systems. The number of publications — 14. vuongoicolen@gmail.com; 1, Ngoc Bing Village, Quang Phuc Commune, Quang Suong District, 42624, Thanh Hoa City, Viet Nam; office phone: +84(934)221-092.