УДК 004.62 **DOI** 10.15622/ia.24.2.11

А.В. Чуваков, Р.О. Боряев

СИСТЕМА ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ ФАКТОРИНГОВЫХ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ ОПТИМИЗИРОВАННЫХ КВАНТОВЫХ АЛГОРИТМОВ QMC

Чуваков А.В., Боряев Р.О. **Система поддержки принятия факторинговых решений на основе оптимизированных квантовых алгоритмов QMC.**

Аннотация. Непрерывный рост финансовых рынков диктует необходимость для его участников искать новые подходы к финансовому анализу для получения конкурентных преимуществ, в том числе за счет использования новых подходов в области вычислений. Квантовые вычисления могут быть использованы в качестве инструмента по получению данных преимуществ перед конкурентами. В частности моделирование Монте-Карло применяется широко в управлении финансовыми рисками, в то же время, требует значительных вычислительных ресурсов из-за использования большого количества сценариев, необходимых для получения более точного результата. Для оптимизации данного подхода применяются алгоритмы квантовой оценки амплитуды, которые ускоряют данный процесс, если использовать предварительно вычисленные распределения вероятностей для инициализации входных квантовых состояний. Но при отсутствии данных распределений в имеющихся подходах по данной тематике они генерируются численно с использованием классических вычислений, что полностью нивелирует преимущество квантового подхода. В данной статье предлагается решение указанной проблемы путём использования квантовых вычислений, в том числе для генерации распределений вероятностей. Была рассмотрена реализация квантовых схем для моделирования эволюции факторов риска во времени для движения капитала, процентных ставок и кредитных рисков, а также представлено объединение этих моделей с алгоритмами квантовой оценки амплитуды в качестве примера использования полученных алгоритмов для управления кредитными рисками. В завершении статьи проанализирована возможность использования полученных схем в финансовом анализе.

Ключевые слова: квантовые вычисления, квантовый метод Монте-Карло, квантовая оценка амплитуды, оценка финансовых рисков.

1. Введение. Проблематика ускорения решений численных задач в финансах неоднократно поднималась в современных исследованиях на тему практического применения квантовых вычислений [1 – 7]. В сфере управления рисками возможно применение квантовых алгоритмов для расчёта стоимости-риска и ожидаемого дефолта, ценообразования опционов и обеспеченных долговых обязательств, корректировки оценки кредита. В настоящее время квантовые вычисления не используются в производстве, но теоретические достижения в этой области необходимы финансовым институтам для подготовки к переходу на новый метод. В управлении финансовыми рисками, которое требует значительного количества вычислительных ресурсов из-за большого количества сценариев, необходимых для получения точного результата, часто используют моделирование Монте-Карло. Алгоритмы квантовой оценки

амплитуды (QAE) могут значительно ускорить этот процесс, но в то же время существует возможность оптимизировать и эти алгоритмы, если использовать предварительно вычисленные распределения вероятностей для инициализации входных квантовых состояний, так как если таких распределений нет, их нужно генерировать численно, а это нивелирует преимущество квантового подхода. В данной статье предлагается решение обозначенной проблемы оптимизации алгоритмов QAE путём использования квантовых вычислений так же и для генерации распределений вероятностей. В ходе статьи предлагается рассмотреть создание квантовых схем для моделирования эволюции факторов риска во времени для движения капитала, процентных ставок и кредитных рисков (QMC). Далее, путем объединения моделей с алгоритмами квантовой оценки амплитуды, рассматривается возможность их использования для управления кредитными рисками.

1.1. Моделирование на основе метода Монте-Карло. Финансовые риски связаны с возможными потерями из-за будущих событий, таких как изменение цен на акции, процентных ставок или валютных курсов. Также к ним относится дефолт долгового инструмента или контрагента. Риск можно оценить статистически, опираясь на свойства факторов риска. Для этого генерируется распределение вероятности $P(X_t)$ для вектора факторов риска X_t в будущем времени t, затем определить меру риска $F(X_t)$, которая будет зависеть от X_t, и оценить значение меры риска с помощью статистических методов.

Например, рассмотрим значение V_t портфеля, состоящего из q акций одного типа, с его ценой S_0 при t=0. Здесь X_t является одномерной величиной, и единственным элементом является S_t. Цена и волатильность акции могут использоваться в качестве входных данных для моделирования эволюции S_t и генерации распределения $P(S_t)$. Предположим, мера риска определяется как ожидаемое значение портфеля во время t, $E(V_t) = qE(S_t)$ (оценка Value-at-Risk [8]). Тогда можно оценить $E(V_t)$ либо аналитическими, либо численными методами. Вероятностная природа эволюции фактора риска требует повторной случайной выборки с последующей статистической оценкой – этот тип численного подхода называется моделированием Монте-Карло (МК). Он заключается в многократной случайной выборке с последующей статистической оценкой. Расчёты управления финансовыми рисками с помощью МК требуют от 10 000 до 1 000 000 экспериментов для достижения необходимой точности. Предположим, что величина X принимает значения 1 и 0 с вероятностями p и 1-p

соответственно. В моделировании МК эксперимент повторяется N раз, получая N_1 наблюдений результата X=1 и N_0 результата X=0, при $N_1+N_0=N$. Это биномиальное распределение с ожидаемым значением числа появлений X=1, равным $\overline{N}_1 = pN$, а стандартное отклонение равно $\delta N_1 = \left[p(1-p)N\right]^{1/2}$. Поскольку N_1 известно, но не p, можно инвертировать выражения для оценки p на основе наблюдаемых результатов:

$$p \simeq \overline{p} = \frac{N_1}{N}, \tag{1}$$

$$\delta p \simeq \frac{\delta N_1}{N} = \left[\frac{\overline{p}\left(1-\overline{p}\right)}{N}\right]^{\frac{1}{2}} \propto \left(\frac{1}{N}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{2}$$

Из второго уравнения следует, что шум выборки обратно пропорционален квадратному корню из N.

1.2. Алгоритмы оценки квантовой амплитуды. Уравнение (2) подразумевает, что для увеличения точности на десятичную цифру классические алгоритмы требуют в 100 раз больше экспериментов, поэтому типичные значения N находятся в диапазоне 10000–1000000. В то же время QAE могут достигать квадратичного ускорения по сравнению с классическими алгоритмами [9]. Для примера из раздела 1.1 можно оценить вероятность p с помощью квантового компьютера, кодируя распределение вероятностей случайной величины в квантовом состоянии кубита:

$$\left|\psi\right\rangle = \sqrt{1-p}\left|0\right\rangle + \sqrt{p}\left|1\right\rangle = \cos(\theta/2)\left|0\right\rangle + \sin(\theta/2)\left|1\right\rangle \tag{3}$$

так, что состояние $|1\rangle$ измеряется с вероятностью p. Повторение квантового эксперимента и измерение значения каждый раз не обходят классическое ограничение точности, которая пропорциональна квадратному корню из числа измерений. Вместо этого алгоритмы QAE используют квантовую интерференцию для ускорения вычислений. Входной кубит инициализируется в суперпозиции состояний, а затем применяется алгоритм QAE, основанный на фазовой отдаче и квантовой оценке амплитуды. Вероятность p (угол θ) запечатлеется как фаза $\phi = \pm k\theta$ на выходных кубитах. Далее следует обратное квантовое преобразование Фурье, которое преобразует фазы

в двоичное число. Это позволяет считывать угол θ и значение p напрямую. При таком подходе оценка p и его шум равны:

$$p \simeq \overline{p} = \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right), \tag{4}$$

$$\delta p \simeq \sin\theta \frac{\pi}{2N} \propto \frac{1}{N}, \tag{5}$$

где $N=2^n$ – число возможных результатов, и δp обратно пропорционален N. Для квантовой оценки амплитуды, в области финансового риска, рассматривают схемы с заранее известными распределениями вероятностей случайных величин $P(X_t)$ [10]. Однако, если эти распределения нельзя точно закодировать в квантовом состоянии, то алгоритмы, включающие интеграцию классического варианта МК для подготовки состояния, не обеспечивают квадратичного ускорения. Если распределение $P(X_t)$ доступно, то существуют методы эффективной загрузки его в квантовый регистр и оптимизации схем. Такой подход помогает упростить подготовку состояния и уменьшить сложность схемы [11, 12]. Включение генерации сценариев в квантовую схему позволяет обойти проблему медленной сходимости классических алгоритмов при вычислении $P(X_t)$. В этом случае точное распределение случайной величины можно представить как суперпозицию квантовых состояний. Таким образом, уменьшается зависимость от передачи данных между классическими и квантовыми системами. В данной статье рассматривается квантовая реализация стохастических моделей риска для генерации сценариев факторов риска – симуляция QMC. Далее полученные распределения объединяются с вентилями QAE. В зависимости от сложности стохастических дифференциальных уравнений, описывающих эволюцию факторов риска, симуляции МК дополнительно оптимизируются с помощью квантово-ускоренных многоуровневых методов МК.

1.3. Обзор схем QAE. Для оценки статистической меры $F(X_t) \in [F_{min}, F_{max}]$ фактора риска X_t схема QAE обычно состоит из m кубитов «фактора риска» (rf) для моделирования распределения X_t (начальное состояние обозначается как $|0\rangle_{rf}^{\otimes m}$), одного кубита «меры риска» (rm) для кодирования нормализованного значения меры риска $f(X_t) \in [0,1]$ в угле $\theta \in [0,\pi]$ (начальное состояние обозначается как $|0\rangle_{rm}$,

n выходных кубитов для впечатывания кратных θ в их фазы (начальное состояние обозначается как $|0\rangle_{out}^{\otimes n}$). Без потери общности, в следующем примере выбирается $f(X_t)=p$, т.е. мера риска будет вероятностью результата, зависящего от X_t. Общая структура квантовой схемы QMC/QAE на рисунке 1.

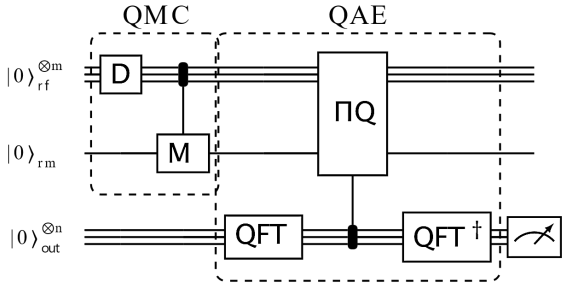


Рис. 1. Общая структура квантовой схемы QMC/QAE

D – вентиль, который генерирует входное распределение с использованием m кубитов «фактора риска», *M* – управляемый вентиль, который кодирует меру риска в угол θ кубита меры риска, *ПQ* – повторное применение управляемого вентиля *Q* для запечатления θ в фазах *n* выходных кубитов, а *QFT/QFT*† квантовое преобразование Фурье и его обратная величина для измерения фазы выходных кубитов с помехами. Эти компоненты схемы описаны ниже более подробно (таблица 1).

1.3.1. Вентиль *D*: подготовка распределения $P(X_t)$. С помощью m кубитов, $|0\rangle_{rf}^{\otimes m}$, можно смоделировать дискретное распределение вероятностей 2^m возможных результатов, каждый с вероятностью $|a_j|^2$, с $j \in \{0,1,...,2^m-1\}$. Вентиль *D* используется для загрузки распределения X_t в кубиты «фактора риска» (рисунок 2) и выражается математически как:

$$|\psi\rangle_{rf} = D|0\rangle_{rf}^{\otimes m} = \sum_{j=0}^{2^m-1} a_j \left| b_{jm-1}...b_{j1}b_{j0} \right\rangle_{rf} = \sum_{j=0}^{2^m-1} a_j |j\rangle_{rf}, \quad (6)$$

где j – целое число в десятичной системе счисления, представляющее двоичное число $b_{jm-1}\ldots b_{j1}b_{j0}$, а $b_{jl} \in \{0,1\}$ – l-я цифра j-го состояния.



Рис. 2. Вентиль *D*

Если распределение предварительно вычислено, его можно загрузить, используя шаблонную схему квантового преобразования [12], квантовые генеративные состязательные сети [13], разложение Фурье [14] или квантовую обработку сигналов QSP [15]. В данной работе предлагается генерировать распределения с помощью квантовых вентилей, которые реализуют стохастические модели для эволюции фактора риска.

Таблица 1. Обозначение состояний

Состояние	**Описание**
$\|b_{m-1}...b_1b_0\rangle$	*m* кубитов в двоичном виде, например $\|101\rangle$
$\|j\rangle,\|x\rangle,\|z\rangle$	кубиты как целое число, например $\|5\rangle$
$\|\psi\rangle$	суперпозиция состояний
$\|\psi\rangle_{in}$	входной кубит(ы)
$\|\psi\rangle_{out}$	выходной кубит(ы)
$\|\psi\rangle_{rf}$	кубит(ы) «фактора риска» (вход)
$\|\psi\rangle_{rm}$	кубит «меры риска» (вход)
$\|\psi\rangle_{st}$	кубит(ы) «состояния»
$\|\psi\rangle_{c}$	кубит(ы) «количества»
$\|\psi\rangle_{anc}$	кубит(ы) «вспомогательный»

1.3.2. Вентиль *M*: расчет меры риска $f(X_t)=p$. С распределением $P(X_t)$, закодированным в состоянии кубитов «фактора риска», $|\psi\rangle_{rf}$, кодируются меры риска $f(X_t)$ – например, вероятность, $p=P(X_t<K)$, где $K\in[X_{min},X_{max}]$ – в состояние кубита «меры риска», $|0\rangle_{rm}$. Значение p может быть зафиксировано в угле θ кубита с помощью управляемого вентиля *M*, который считывает распределение $|\psi\rangle_{rf}$ и кодирует $p\in[0,1] \rightarrow \theta \in [0, \pi]$ в $|0\rangle_{rm}$ (рисунок 3).

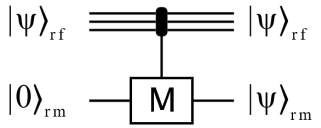


Рис. 3. Вентиль *M*

$$\left|\psi\right\rangle_{in} = M\left|\psi\right\rangle_{rf}\left|0\right\rangle_{rm} = \sqrt{1-p}\left|\psi_0\right\rangle_{rf}\left|0\right\rangle_{rm} + \sqrt{p}\left|\psi_1\right\rangle_{rf}\left|1\right\rangle_{rm} = \sqrt{1-p}\left|\psi_0\right\rangle_{in} + \sqrt{p}\left|\psi_1\right\rangle_{in}, \quad (7)$$

где $\sqrt{1-p} = \cos\theta/2$, $\sqrt{p} = \sin\theta/2$, и, упростив обозначения, $\left|\psi_0\right\rangle_{in} = \left|\psi_0\right\rangle_{rf}\left|0\right\rangle_{rm}$ и $\left|\psi_1\right\rangle_{in} = \left|\psi_1\right\rangle_{rf}\left|1\right\rangle_{rm}$

1.3.3. Вентили *PQ* и *QFT*: оценка *p*

1.3.3.1. Усиление амплитуды. Следующая часть схемы – это управляемый *Q*-вентиль, оператор, основанный на алгоритме поиска Гровера [16]. *Q* состоит из двух отражений, $\left|\psi_0\right\rangle_{in} \to -\left|\psi_0\right\rangle_{in}$ и $\left|\psi\right\rangle_{in} \to -\left|\psi\right\rangle_{in}$:

$$Q = Q_{\psi}Q_{\psi 0} = (1-2\left|\psi\right\rangle_{in}\left\langle\psi\right|_{in})(1-2\left|\psi_0\right\rangle_{in}\left\langle\psi_0\right|_{in}), \quad (8)$$

которые усиливают/уменьшают амплитуды $\left|\psi_0\right\rangle_{in}$ и $\left|\psi_1\right\rangle_{in}$ в зависимости от значения *p*:

$$Q\left|\psi\right\rangle_{in} = (1-4p)\sqrt{1-p}\left|\psi_0\right\rangle_{in} + (3-4p)\sqrt{1-p}\left|\psi_1\right\rangle_{in}. \quad (9)$$

На рисунке 4 показаны множители $(1-4p)^2$ и $(3-4p)^2$, которые увеличивают/уменьшают вероятности измерения $\left|0\right\rangle_{rm}$ и $\left|1\right\rangle_{rm}$ соответственно.

Ключевым свойством вентиля *Q* является то, что сохраняет состояние

$$\left|\psi\pm\right\rangle_{in} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left|\psi_1\right\rangle_{in} \pm i\left|\psi_0\right\rangle_{in} \quad (10)$$

не измененным после применении k раз, но вводит глобальную фазу:

$$Q^k \left|\psi \pm\right\rangle_{in} = e^{\pm ik\theta} \left|\psi \pm\right\rangle_{in}. \quad (11)$$

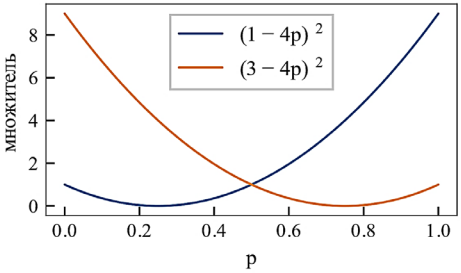


Рис. 4. Увеличение вероятностей состояний $\left|\psi_0\right\rangle_{in}$ (синий) и $\left|\psi_1\right\rangle_{in}$ (оранжевый), когда Q действует на ψ (9)

1.3.3.2. Фазовый откат. Фазовый откат может использоваться при реализации управляемого вентиля Q, действующего на $\left|\psi\right\rangle_{in}$, который выражается как:

$$\left|\psi\right\rangle_{in} = -i\frac{1}{\sqrt{2}}\left(e^{i\theta/2}\left|\psi_+\right\rangle_{in} - e^{-i\theta/2}\left|\psi_-\right\rangle_{in}\right). \quad (12)$$

Целью этого управляющего вентиля являются выходные кубиты, после первого вращения их начального состояния, $|0...00\rangle_{out}$, оператором «H» таким образом, что оно становится $|+...++\rangle_{out}$. Это эквивалентно квантовому преобразованию Фурье (рисунок 5) и математически выражается как:

$$QFT\left|0\right\rangle_{out}^{\otimes n} = \bigotimes_{l=0}^{n-1} H\left|0\right\rangle_{out}^{l} = \left|+\right\rangle_{out}^{\otimes n}. \quad (13)$$



Рис. 5 Квантовое преобразование Фурье

Далее используется фазовый откат для отпечатывания кратных углов θ на их фазы. На основе уравнения 11 фаза выходного кубита $|+\rangle_{out}^{l} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + |1\rangle\right)$ станет $\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + e^{ik\theta}\right)$ для $|\psi_{+}\rangle_{in}$, и $\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + e^{-ik\theta}\right)$ для $|\psi_{-}\rangle_{in}$, где устанавливается $k=2^{l}$. А именно, $k=2^{0}$ для первого выходного кубита, $k=2^{1}$ для второго, ..., и $k=2^{n-1}$ для последнего (n-го). Повторное применение управляемого вентиля Q на рисунке 6.

Состояние выходных кубитов можно записать как:

$$\prod_{l=0}^{n-1} Q^{2^{l}} |\psi_{+}\rangle_{in} |+\rangle_{out}^{\otimes n} = |\psi\rangle_{in} \left\{ \bigotimes_{l=0}^{n-1} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \left(|0\rangle + e^{\pm i 2^{l}\theta} |1\rangle \right) \right] \right\} = |\psi\rangle_{in} \left\{ \frac{1}{2^{n/2}} \sum_{x=0}^{2^{n}-1} e^{\pm ix\theta} |x\rangle \right\}, \quad (14)$$

где $x = \sum_{l=0}^{n-1} 2^{l} b^{l}$ – двоичное число $b_{n-1}...b_{1}b_{0}$, выраженное в десятичной системе счисления.

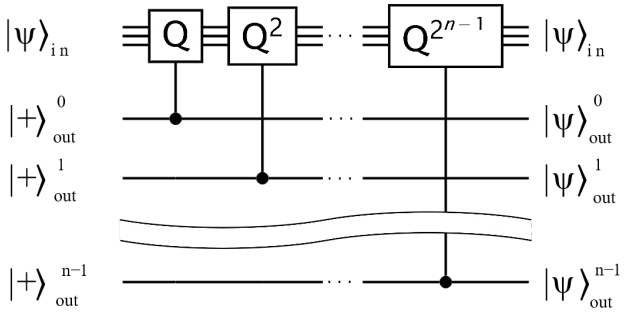


Рис. 6. Повторное применение управляемого вентиля Q

1.3.3.3. Интерференция. Состояние $\sum_{x=0}^{2^{n}-1} a_{x} |x\rangle$, где $a_{x} = \left(1/2^{n/2}\right) e^{\pm ix\theta}$ может быть преобразовано в стандартный базис

$\sum_{z=0}^{2^n-1} a_z |z\rangle$ с помощью обратного квантового преобразования Фурье, которое изображается вентилем $QFT^{\dagger}$ (рисунок 7) и математически выражается:

$$|\psi\rangle_{out} = QFT^{\dagger} \frac{1}{2^{n/2}} \sum_{x=0}^{2^n-1} e^{\pm ix\theta} |x\rangle = \frac{1}{2^n} \sum_{z=0}^{2^n-1} \sum_{x=0}^{2^n-1} e^{ix(\pm\theta - 2\pi z/2^n)} |z\rangle, \qquad (15)$$

включая суперпозиции состояний $|z\rangle$, где z – целое число в десятичной системе счисления.

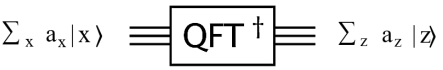


Рис. 7. Обратное квантовое преобразование Фурье

1.3.3.4. Измерение. Измерение состояния $\sum_z a_z |z\rangle$ приведет к коллапсу суперпозиции и даст одно из возможных значений z, z_0, (рисунок 8).

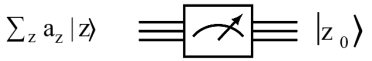


Рис. 8. Измерение состояния $\sum_z a_z |z\rangle$

Если θ имеет такое значение, что существует целое число $z_0 \in [0, 2^{n-1}]$, которое делает $\pm\theta - 2\pi z/2^n$ кратным 2π, а именно, $z_0 = 2^n\theta/2\pi$ или $z_0 = 2^n(2\pi-\theta)/2\pi$, то уравнение (15) подразумевает, что измеренное состояние является одним из:

$$|z_0\rangle = |2^n \theta / 2\pi\rangle, \qquad (16)$$

$$|z_0\rangle = |2^n (2\pi - \theta) / 2\pi\rangle. \qquad (17)$$

Затем вычисляется вероятность p, заменив θ в уравнении (3) на измеренное значение z_0:

$$p = \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sin^2\left(\frac{z_0}{2^n}\pi\right). \quad (18)$$

Если нет такого z_0, что $\pm\theta - 2\pi z_0/2^n$ кратного 2π, ближайшее целое число z_0 измеряется с вероятностью $\left|a_{z_0}\right|^2 \sim 20\%$ для θ или 2π-θ, что дает общую вероятность приблизительно 40% для получения ближайшего значения p.

Точность, с которой оценивается θ, составляет $\delta\theta \simeq 2\pi/2^n$, и, p равна:

$$\delta p \simeq \sin\theta \frac{\pi}{N} \propto \frac{1}{N}, \quad (19)$$

где $N=2^n$ – общее количество возможных исходов.

Важно, что шум в QAE уменьшается пропорционально $1/N$ (19), намного быстрее, чем $1/N^{1/2}$ классических алгоритмов (2).

2. Квантовые вентили и схемы для генерации сценариев

2.1. Факторы риска процентной ставки. Эволюцию процентных ставок можно смоделировать с помощью краткосрочных моделей возврата к среднему значению, основная из которых – модель Васичека [17]:

$$dr_t = a\left(b - r_t\right)dt + \sigma dW_t, \quad (20)$$

где r_t – мгновенная процентная ставка в момент времени t, b – долгосрочное среднее значение, a – скорость возврата, σ – волатильность, а W_t – винеровский процесс. Ожидаемое значение и дисперсия асимптотически постоянны при $\delta t \to \infty$, тогда как при конечном δt ожидаемое значение зависит от r_t:

$$E(r_{t+\delta t}) = r_t e^{-a\delta t} + b(1 - e^{-a\delta t}), \quad (21)$$

$$Var(r_{t+\delta t}) = \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2a\delta t}). \quad (22)$$

Такие модели часто дискретизируются с помощью триномиальных деревьев (рисунок 9).

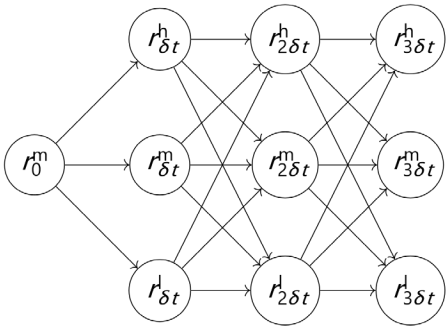


Рис. 9. Триномиальное дерево

Например, рассмотрим простое дерево, которое ограничено как низкими, так и высокими процентными ставками, и на каждом временном шаге rt может принимать одно из трех возможных значений: $r_r^h = b + \delta r$ (высокое), $r_r^m = b$ (среднее) и $r_r^l = b - \delta r$ (низкое), где δr является константой.

Вероятности перехода $q_{t \to t+\delta t}$ из узла r_t в узел $r_{t+\delta t}$ зависят от узлов t и $t+\delta t$, и, таким образом, $q_{t \to t+\delta t}$ представляет собой массив из 3×3 = 9 значений. Эти вероятности можно вывести, приравняв ожидаемое значение и дисперсию непрерывной и дискретной моделей соответственно.

2.1.1. Вентиль D_{ir}: распределение $P(r_t)$. Учитывая, что на каждом временном шаге t существует 3 возможных результата, нам нужны два кубита, $|0\rangle_{rf_1}^t |0\rangle_{rf_0}^t$, для кодирования вероятностей q; следовательно, m временных шагов требуют $2m$ кубитов «фактора риска». На каждом временном шаге используется первый кубит (rf_0) из пары для представления перехода процентной ставки на средний уровень: $r_t \to t_{t+\delta t}^m$. В частности, состояние $|0\rangle_{rf_0}^t$ описывает переход на средний узел, а состояние $|1\rangle_{rf_0}^t$ – переход на другой узел. В последнем случае второй кубит (rf_1) используется для моделирования перехода r_t на высокий ($r_t \to r_{t+\delta t}^h$, описанный как $|1\rangle_{rf_1}^t$) или низкий ($r_t \to r_{t+\delta t}^l$, описанный как $|0\rangle_{rf_1}^t$) уровни соответственно. Поскольку вероятности перехода зависят от уровня процентной ставки, состояние кубита «фактора риска» необходимо считывать на каждом временном шаге перед кодированием

вероятностей следующего перехода. Это можно облегчить, включив 3 дополнительных кубита «состояния» – наряду с *2m* кубитами «фактора риска» – для хранения значения r_t на каждом временном шаге; т.е. $|001\rangle_{st}^{t}$, $|010\rangle_{st}^{t}$ и $|100\rangle_{st}^{t}$, которые представляют высокий, средний и низкий уровни процентной ставки соответственно. Квантовое состояние на первом временном шаге:

$$|\psi\rangle_{rf}^{\delta t}|\psi\rangle_{st}^{\delta t} = \sqrt{q_{mh}}|11\rangle_{rf}^{\delta t}|001\rangle_{st}^{\delta t} + \sqrt{q_{mm}}|00\rangle_{rf}^{\delta t}|010\rangle_{st}^{\delta t} + \sqrt{q_{ml}}|01\rangle_{rf}^{\delta t}|100\rangle_{st}^{\delta t}, \quad (23)$$

где первый и второй индексы вероятностей перехода обозначают начальный и конечный узлы. Чтобы собрать вентиль D_{ir}, собирается оператор «чтения» $R_t = R_t^l R_t^m R_t^h$, который считывает состояние $|\psi\rangle_{st}^{t}$ и кодирует вероятности перехода в $|\psi\rangle_{rf}^{t}$ (рисунок 10), где

$$\theta_0^{mm} = 2\arcsin\sqrt{q_{mm}}, \quad (24)$$

$$\theta_1^{mh} = 2\arcsin\sqrt{q_{mh}/(1-q_{mm})}. \quad (25)$$

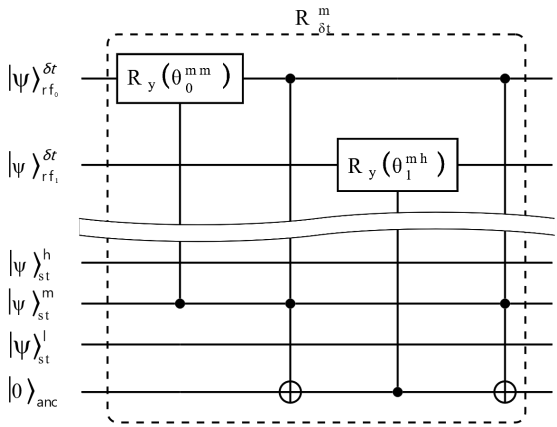


Рис. 10. Оператор $R_{\delta t}^m$

Здесь управляемый вентиль $R_y\left(\theta_0^{hm}\right)$ кодирует вероятность q_{mm} – а именно вероятность того, что ставка останется на среднем уровне $r_{\delta t}=r_0=b$ – в $\left|\psi\right\rangle_{rf_0}^{\delta t}$. Второй вентиль, «И», проверяет, являются ли оба $r_0=b$ и $r_{\delta t}\neq b$ истинными – а именно, изменилась ли процентная ставка – и записывает результат во «вспомогательный» кубит.

Третий вентиль, управляемый $R_y\left(\theta_1^{hm}\right)$, проверяет результат, хранящийся во «вспомогательном» кубите, и если он равен $|1\rangle$, кодирует условную вероятность перехода $r_{\delta t}$ к высокому значению процентной ставки, учитывая, что он не остался на среднем уровне: $P\left(r_{\delta t}=b+\delta r\middle|r_{\delta t}\neq b\right)=P\left(r_{\delta t}=b+\delta r\right)/P\left(r_{\delta t}\neq b\right)=q_{mh}/(1-q_{mm})$.

Четвертый вентиль, «И», гарантирует, что «вспомогательный» кубит находится в исходном состоянии. Логика для вентилей $R_{\delta t}^h$ и $R_{\delta t}^l$ аналогична (их разложение на рисунке 11), где показан пример всего вентиля «Чтение» на первом временном шаге, $R_{\delta t}$.

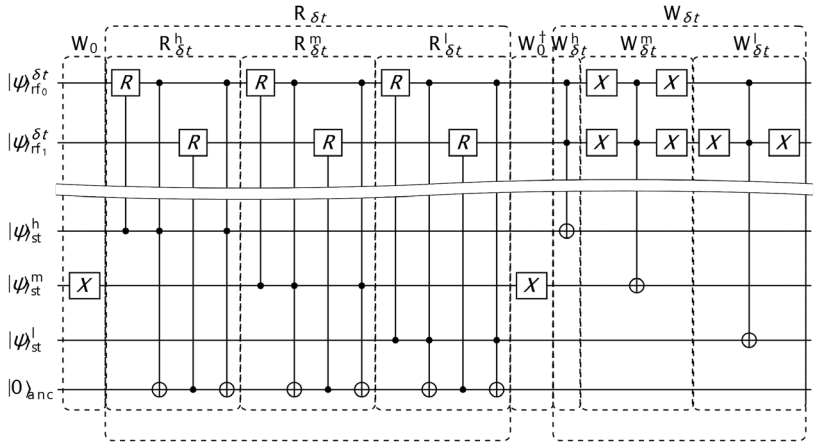


Рис. 11. Разложение операторов «чтения» R_t и «записи» W_t для первого временного шага, предполагая, что r_0=b (т.е. $W_0\left|000\right\rangle_{st}=\left|100\right\rangle_{st}^0$). Слева направо вентили R: $R_y\left(\theta_0^{hm}\right), R_y\left(\theta_1^{hh}\right), R_y\left(\theta_0^{mm}\right), R_y\left(\theta_1^{mh}\right), R_y\left(\theta_0^{lm}\right), R_y\left(\theta_1^{lh}\right)$

Вентили «Записи» W_t считывают пару кубитов «фактора риска» $\left|\psi\right\rangle_{rf}^{t}$ и записывают результат в кубиты «состояния», $\left|\psi\right\rangle_{st}^{t}$:

$$W_t \left|11\right\rangle_{rf}^{t} \left|000\right\rangle_{st} = \left|11\right\rangle_{rf}^{t} \left|001\right\rangle_{rf}^{t}, \tag{26}$$

$$W_t \left|00\right\rangle_{rf}^{t} \left|000\right\rangle_{st} = \left|00\right\rangle_{rf}^{t} \left|010\right\rangle_{rf}^{t}, \tag{27}$$

$$W_t \left|01\right\rangle_{rf}^{t} \left|000\right\rangle_{st} = \left|01\right\rangle_{rf}^{t} \left|100\right\rangle_{rf}^{t}, \tag{28}$$

Предыдущее состояние должно быть стерто; поэтому применению W_t всегда предшествует вентиль $W_{t-\delta t}^{\dagger}$, который сбрасывает кубиты «состояния» обратно в $|000\rangle_{\text{st}}$. Обратные вентили «чтения» и «записи», $R_t^{\dagger}$ и $W_t^{\dagger}$, состоят из компонентов R_t и W_t, расположенных в обратном порядке. Наконец, оператор D_{ir} может быть собран последовательностью операторов «чтения» и «записи» для каждого временного шага, как показано на рисунке 12.

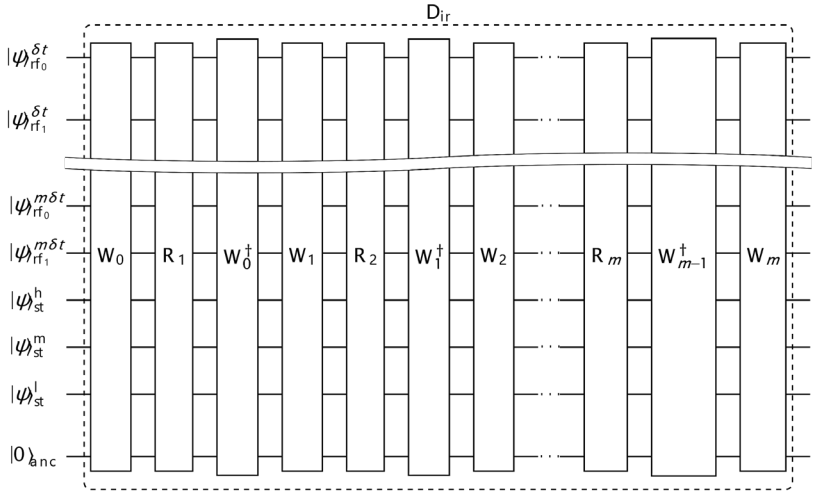


Рис. 12. Вентиль D_{ir} состоит из последовательности вентилей «чтения» и «записи»

2.1.2. Вентиль M_{ir}: меры риска $F(r_t)$. Для реализации триномиального дерева мы рассматриваем в качестве меры риска вероятность того, что процентная ставка будет равна своему долгосрочному среднему уровню после m временных шагов. В этом случае вентиль M_m будет выглядеть как на рисунке 13 с $M_m^\dagger = M_m$.

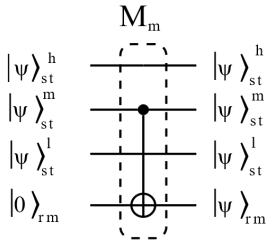


Рис. 13 Вентиль M_m

2.1.3. Результаты. В таблице 2 перечислены параметры квантовой схемы, реализующей триномиальные деревья для эволюции процентной ставки (из-за использования параметризации не выбираются значения для a и b). Для каждого из m = 3 временных шагов нужно 2 кубита «фактора риска», всего 6: $|\psi\rangle_{rf}$. Так же нужно еще 3 кубита для хранения состояния процентной ставки $|\psi\rangle_{st}$, 1 кубит для меры риска $|\psi\rangle_{rm}$, и 9 «вспомогательных» кубитов $|\psi\rangle_{anc}$ для вентилей A. Свободно выбирается δr, который устанавливается кратно стандартному отклонению. В тоже время определение $0 \le q_{t \to t+\delta t} \le 1$ ограничивает выбор δt. Определив δr и δt, вычисляются вероятности перехода (таблица 2).

Таблица 2. Список параметров триномиального дерева для эволюции фактора риска процентной ставки

Параметр	Значение
m	3
n	1-9
δr	$\sqrt{3Var}$
δt	3a/12

Если выбрать $r_0=b$, вероятность измерения значения $r_{3\delta t}=b$ после 3 временных шагов вычисляется, сложив вероятности всех возможных путей:

$$P\left(r_{3\delta t}=b\right)=\sum_{s_1}\left[q_{ms_1}\left(\sum_{s_2}q_{s_1s_2}q_{s_2m}\right)\right], \tag{29}$$

где $s_1,s_2\in\{h,m,l\}$ – узлы первого и второго временных шагов соответственно.

На рисунке 14 показано распределение вероятностей кубитов «состояния» (левая панель) и распределение кубита «меры риска» (правая панель) при $t=3\delta t$ при измерении этих кубитов напрямую с 10000 запусками.

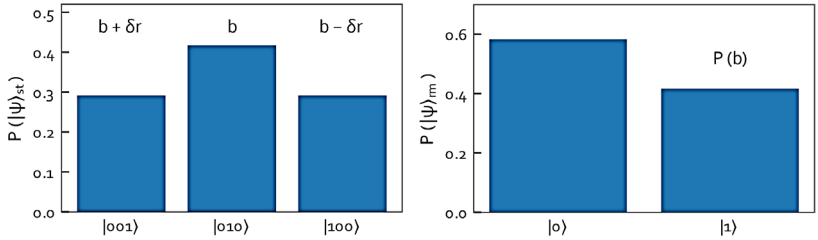


Рис. 14. Распределение $P(r_{3\delta t})$ (левая панель) и суперпозиция кубита «фактора риска», который кодирует $P(r_{3\delta t}=b)$ (правая панель)

2.2. Факторы кредитного риска

2.2.1. Модели кредитного риска в сокращенной форме. Один из подходов к оценке вероятности дефолта – это модели кредитного риска в сокращенной форме, в которых дефолт моделируется как статистический процесс. Вероятность выживания от времени t_0 до времени t определяется по формуле:

$$P\left(t_0+t\right)=e^{-t/T_{def}}, \tag{30}$$

где T_{def} – характерная временная шкала, обратная мере опасности, $\lambda=1/T_{def}$. Чтобы вычислить вероятность «выживания» в момент времени T, можно дискретизировать временной интервал $t\in[0,T]$ с m временными шагами, $\delta t=T/m$, так что вероятность «выживания» равна:

$$P(T) = e^{-\sum \delta t/T} = \prod_{j=1}^{m} P(\delta t). \quad (31)$$

2.2.1.1. Вентиль D_{surv}: распределение P(T). На каждом из m временных шагов можно представить «выживание» одним кубитом «фактора риска», таким образом, что $|0\rangle$ представляет «выживание», а $|1\rangle$ дефолт. Таким образом, если компания выжила до момента времени $t=(l-1)\delta t$, то $|\psi\rangle_{rf}^{l\delta t} = \sqrt{1-q_{def}}\,|0\rangle + \sqrt{q_{def}}\,|1\rangle$, где $q_{def}=1-P(\delta t)$. Если компания допустила дефолт в предыдущий временной шаг, то: $|\psi\rangle_{rf}^{l\delta t} = |1\rangle$.

Вентиль D_{surv} можно собрать с помощью вентилей вращения $R_y^{\theta_{def}}$ (θ_d для краткости), полученных из $q_{def}=sin(\theta_{def}/2)$. Кроме того, чтобы гарантировать, что в случае дефолта в момент времени t, компания также будет в дефолте в момент $t+\delta t$, включается управляемый вентиль $R_y^{\theta_{def}^c}$, где $\theta_{def}^c + \theta_{def} = \pi$: это нарушает суперпозицию кубита, представляющего $t+\delta t$, и устанавливает его в $|1\rangle$. Таким образом, вентиль D_{surv} имеет вид как на рисунке 15.

Обратный вентиль, $D_{surv}^{\dagger}$, содержит вентили вращения в обратном порядке и знаки углов вращения перевернуты.

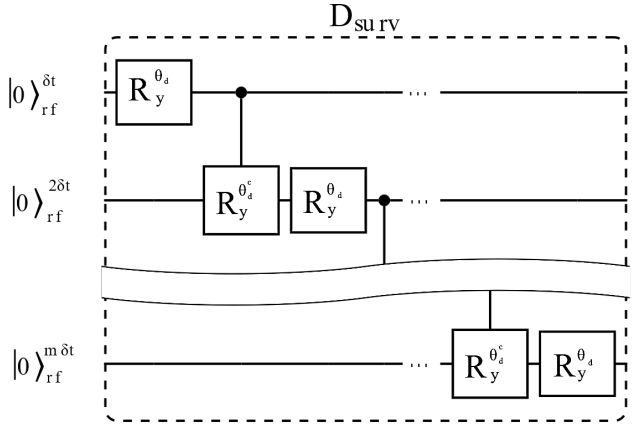


Рис. 15. Вентиль D_{surv}

2.2.1.2. Вентиль M_{surv}: вероятность выживания. Вероятность выживания при $t=T$ представлена состоянием $\left|0...00\right\rangle_{rf}^{T}$. Поэтому можно использовать вентиль $M_{surv}=M_{min}$, который переворачивает кубит «меры риска», если все кубиты «фактора риска» находятся в состоянии $|0\rangle$. Ожидаемое значение вероятности выживания в момент времени T равно $(1-q_{def})^m$.

2.2.1.3. Результаты. Таблица 3 содержит параметры квантовой схемы, а рисунок 16 – выживание ($|1\rangle_{rm}$) и вероятности по умолчанию ($|0\rangle_{rm}$), закодированные в кубите «меры риска». На рисунке 17 показано измерение выходного состояния и его сходимость аналогично предыдущим вариантам использования.

Таблица 3. Список параметров для модели кредитного риска в сокращенной форме

Параметр	Значение
m	6
n	1-9
T	1
q_{def}	2%
$\theta_{def}\,180^{\circ}/\pi$	$\sim 16.3^{\circ}$

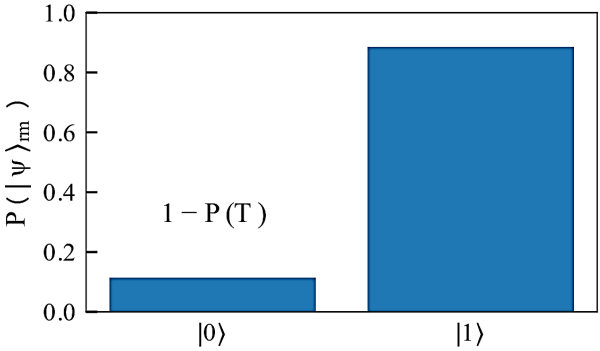


Рис. 16. Вероятности состояний кубита «меры риска»: $|1\rangle$ обозначает выживание до $t = T$, а $|0\rangle$ обозначает дефолт на любом временном шаге до достижения T

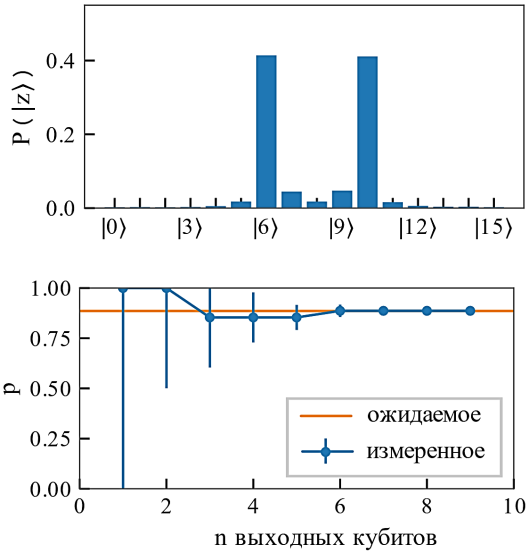


Рис. 17. Верхняя панель: распределение вероятностей выходных кубитов для m=4 и 10000 запусков. Нижняя панель: расчетная вероятность (один запуск) и ее сходимость при увеличении числа выходных кубитов

2.3. Миграция кредитного рейтинга. Более сложный подход к моделированию вероятностей дефолта – это матрицы миграции кредитного рейтинга. Например, рассмотрим следующие три рейтинга: A (инвестиционный уровень), B (высокая доходность) и D (дефолт), и предположим, что при $t=0$ эмитент имеет рейтинг A_0.

Изменение кредитного рейтинга и вероятность дефолта в момент времени t можно смоделировать с помощью вентиля $D_{migr}=D_{ir}$ (с небольшой корректировкой для установки начального рейтинга на A, что будет соответствовать высокому уровню процентной ставки), а вероятность дефолта может быть закодирована с помощью $M_{def} = M_l$ (соответствующей измерению низкого уровня процентной ставки).

3. Оценка результатов. Рассмотрим, сколько кубитов и какой глубины схема потребуется для типичных случаев использования в управлении финансовыми рисками. Предлагается проанализировать только генерацию сценариев и не учитывать дополнительные кубиты и вентили, которые могут потребоваться для других задач. Количество кубитов «фактора риска» (m_{rf}) определяет количество временных шагов, а значит, и точность модели риска. Количество выходных кубитов (n) определяет погрешность оценки, то есть точность

измерения. Чем больше входных и выходных кубитов, тем выше достоверность и точность результатов.

Модели финансового риска не учитывают внутридневные изменения, поэтому минимальный временной шаг – один рабочий день. Для долгосрочных сценариев, например охватывающих десятилетия, может использовать временные шаги вплоть до одного месяца. Модели кредитного риска могут использоваться для оценки вероятности выживания организации в течение нескольких лет. Такой подход может быть полезен при свопах по кредитному дефолту или анализе кредитного риска контрагента. Таким образом мы можем ограничить количество кубитов «фактора риска» вентиля D_{surv} несколькими сотнями (например, 600 для 50 лет). Поскольку M_{surv} требуется ряд «вспомогательных» кубитов, общее число входных кубитов для этого типа схем не будет превышать ∼1200.

Для сценариев процентных ставок количество кубитов «фактора риска» зависит от числа временных шагов. Поскольку процентные ставки меняются не так сильно, как акции, временного шага в один месяц часто достаточно для моделирования их эволюции. Каждый новый дополнительный кубит может удвоить количество моделируемых значений процентной ставки. Однако масштабирование является сублинейным. Кроме того, для вентиля M_m требуется только один дополнительный кубит – «мера риска» и моделирование 50-летнего периода потребует не более тысячи входных кубитов.

Тот же анализ применим и к многочленным деревьям для моделирования миграции кредитного рейтинга. Для достижения точности в 1 базисный пункт (0,01%) потребуется около 14 выходных кубитов. Таким образом, для высокоточных результатов в целом потребуется чуть больше тысячи кубитов с учётом как входных, так и выходных.

Оценим глубину схемы: чем больше число вентилей используется, тем больше ошибок из-за шума. Глубина определяется численно, разложением вентилей на их составляющие. Этот процесс повторяется до тех пор, пока дальнейшее разложение невозможно. Левые панели рис. 18 показывают глубину вентилей D и M как функцию количества входных кубитов m (точность модели). Можно сделать вывод, что глубина линейно масштабируется с количеством входных кубитов. Для m≈10 глубина составляет ≤500, а для m≈1000 – порядка ≤50000.

Правые панели рис. 18 показывают общую глубину схемы (она включает в себя вентили D, M, $ПQ$, QFT и $QFT^{\dagger}$) в логарифмическом

масштабе как функцию количества выходных кубитов n (точность модели).

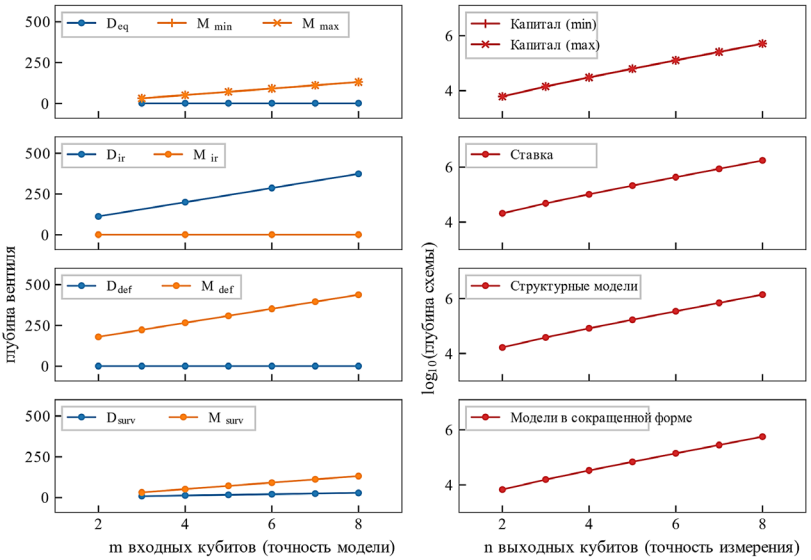


Рис. 18. Левые панели: глубина вентилей D и M как функция числа входных кубитов, m, что представляет точность модели. Правые панели: глубина (в логарифмической шкале) всей квантовой схемы как функция числа выходных кубитов, n, что представляет точность измерения

Глубина увеличивается экспоненциально по отношению к n, поскольку каждый дополнительный выходной кубит удваивает количество раз, когда применяется вентиль Q (14). Для n=14 общая глубина будет порядка $\lesssim 10^8$. Оценки ценообразования различных деривативов говорят о числе кубитов и глубин схем, которые находятся на том же порядке величины, $\sim 10^3$-10^4 и $\sim 10^8$ соответственно [18, 15].

В ближайшие несколько лет [19, 20] появятся квантовые компьютеры с тысячей кубитов, для таких вариантов использования потребуется значительный прогресс в отказоустойчивости. Для портфеля, который зависит от нескольких факторов риска, понадобится кратное количество входных кубитов при параллельной обработке или обработка будет происходить последовательно. Из-за ограничений оборудования более вероятен последовательный запуск генерации сценариев.

4. Заключение. Алгоритмы QAE обеспечивают квадратичное ускорение по сравнению с их классическими аналогами.

В работах [21, 22] предварительно вычисляют распределение факторов риска (с помощью классических вычислений) и фокусируются на расчете общих мер риска с нагрузкой распределения и оптимизации QAE. В результате проведенного исследования за счет последовательной интеграции генерации сценариев в квантовые вычисления QAE устраняются ограничения классических алгоритмов, нивелировавшие квадратичное ускорение, получаемое за счет применения квантовых алгоритмов. В частности, были собраны квантовые вентили, которые реализуют стохастические модели риска для процентной ставки и факторов кредитного риска. Для процентных ставок сценарии генерируются путем дискретизации стохастических дифференциальных уравнений возврата к среднему с помощью ограниченных триномиальных деревьев. Для факторов кредитного риска вычисляется вероятность выживания из моделей в сокращенной форме на основе процесса Пуассона. Также описывается, как мультиномиальные деревья могут быть использованы для реализации матриц миграции кредитных рейтингов. Для каждого варианта использования построена сквозная схема QMC/QAE, которая включает: генерацию сценариев факторов риска (QMC), кодирование меры риска и оценку значения меры риска (QAE). Данные схемы были проверены с использованием эмулятора квантового компьютера [23] и продемонстрировано, что измеренное значение сходится к ожидаемому значению, а ошибка стремится к нулю по мере увеличения числа выходных кубитов. Таким образом, показана возможность практического применения QAE с целью оценки рисков в финансовых операциях при сохранении преимуществ квантового подхода над классическими вычислениями.

Для типичной точности модели и точности измерения реалистичных финансовых ситуаций оценивается, что эволюция фактора риска требует $\lesssim 1200$ кубитов, что находится в пределах возможностей квантовых компьютеров, ожидаемых в ближайшие несколько лет. Однако так же стоит уточнить, что типичная глубина схемы составляет порядка $\lesssim 10^8$, что представляет самую большую проблему, пока не появятся более отказоустойчивые квантовые устройства.

Квантовые вентили моделируют выходные состояния случайной величины, а суперпозиция позволяет квантовой схеме одновременно моделировать все возможные значения зависимой от времени случайной величины, что устраняет ограничения классических вычислений при итерации между наборами данных. Квантовые приложения финансового риска выигрывают от последовательного

включения генерации сценариев в моделирование QMC/QAE, что снижает их зависимость от классических компьютеров.

Литература

1. Orús R., Mugel S., Lizaso E. Quantum computing for finance: Overview and prospects // Reviews in Physics. 2019. vol. 4. DOI: 10.1016/j.revip.2019.100028.
2. Egger D.J., Gambella C., Marecek J., McFaddin S., Mevissen M., Raymond R., Simonetto A., Woerner S., Yndurain E. Quantum computing for finance: State-of-the-art and future prospects // IEEE Transactions on Quantum Engineering. 2020. vol. 1. pp. 1–24. DOI: 10.1109/TQE.2020.3030314.
3. Gómez A., Rodriguez A.L., Manzano A., Nogueiras M., Ordóñez G., Vázquez C. A Survey on quantum computational finance for derivatives pricing and VaR // Archives of Computational Methods in Engineering. 2022. vol. 29. pp. 4137–4163. DOI: 10.1007/s11831-022-09732-9.
4. Herman D., Googin C., Liu X., Galda A., Safro I., Sun Y., Pistoia M., Alexeev Y.A. Survey of Quantum Computing for Finance // 2022. arxiv preprint arxiv: 2201.02773.
5. Wilkens S., Moorhouse J. Quantum computing for financial risk measurement // Quantum Information Processing. 2023. vol. 22. DOI: 10.1007/s11128-022-03777-2.
6. Intallura P., Korpas G., Chakraborty S., Kungurtsev V., Marecek J. A Survey of Quantum Alternatives to Randomized Algorithms: Monte Carlo Integration and Beyond // 2023. arxiv preprint arxiv: 2303.04945.
7. Dalzell A.M., McArdle S., Berta M., Bienias P., Chen C., Gilyén A., Hann C.T., Kastoryano M.J., Khabiboulline E.T., Kubica A., Salton G., Wang S., Brandão F.G.S.L. Quantum algorithms: A survey of applications and end-to-end complexities // 2023. arxiv preprint arxiv:2310.03011.
8. Romano C., Di Climemnte A. Measuring Portfolio Value-at-Risk by a Copula-EVT Based Approach // Studi economici. 2005. vol. 2005(85). pp. 29–65.
9. Brassard G., Høyer P., Mosca M., Tapp A. Quantum amplitude amplification and estimation // Quantum Computation and Information. 2002. vol. 305. pp. 53–74. DOI: 10.1090/conm/305/05215.
10. Herbert S. No quantum speedup with grover-rudolph state preparation for quantum monte carlo integration // Physical Review E. 2021. vol. 103(6-1). DOI: 10.1103/PhysRevE.103.063302.
11. Vazquez A.C., Woerner S. Efficient state preparation for quantum amplitude estimation // Physical Review Applied. 2021. vol. 15(3). DOI: 10.1103/PhysRevApplied.15.034027.
12. McArdle S., Gilyén A., Berta M. Quantum state preparation without coherent arithmetic // 2022. arxiv preprint arxiv:2210.14892.
13. Zoufal C., Lucchi A., Woerner S. Quantum generative adversarial networks for learning and loading random distributions // Quantum Information. 2019. vol. 5(103). DOI: 10.1038/s41534-019-0223-2.
14. Li J., Kais S. A universal quantum circuit design for periodical functions // New Journal of Physics. 2021. vol. 23. DOI: 10.1088/1367-2630/ac2cb4.
15. Stamatopoulos N., Zeng W.J. Derivative Pricing using Quantum Signal Processing // 2023. arxiv preprint arxiv:2307.14310.
16. Grover L.K. A fast quantum mechanical algorithm for database search // Proceedings of the Twenty Eighth Annual ACM Symposium on the Theory of Computing. 1996. pp. 212–219. DOI: 10.1145/237814.237866.
17. Vasicek O. An equilibrium characterization of the term structure // Journal of Financial Economics. 1977. vol. 5(2). pp. 177–188.

18. Chakrabarti S., Krishnakumar R., Mazzola G., Stamatopoulos N., Woerner S., Zeng W.J. A Threshold for Quantum Advantage in Derivative Pricing // 2021. Quantum 5. vol. 463. DOI: 10.22331/q-2021-06-01-463.
19. Castelvecchi D. IBM releases first-ever 1,000-qubit quantum chip, 2023. URL: https://www.nature.com/articles/d41586-023-03854-1 (accessed 18.09.2024).
20. IBM. Charting the course to 100,000 qubits. 2023. URL: https://research.ibm.com/blog/100k-qubit-supercomputer. (accessed 18.09.2024).
21. Боряев Р.О., Чуваков А.В. Квантовые вычисления в автоматизированных системах управления факторинговыми операциями // Вестник СамГТУ, Технические науки. 2023. № 2(78). С. 6–19.
22. Боряев Р.О., Чуваков А.В. Необходимость использования квантовых вычислений в автоматизированных системах управления факторинговыми операциями // Сборник материалов IX Международной научно-практической конференции (школы-семинара) молодых ученых (г. Тольятти, 18-20 апреля). 2023. С. 407–412.
23. AWS Cloud Quantum Computing Service. IQM, 2024. URL: https://aws.amazon.com/ru/braket/quantum-computers/iqm/. (accessed 18.09.2024).

Чуваков Александр Владимирович — канд. хим. наук, доцент, заведующий кафедрой, кафедра «информатика и вычислительная техника», Самарский Государственный Технический Университет. Область научных интересов: искусственный интеллект, методы проектирования мультиагентных систем контроля и управления, квантовые вычисления. Число научных публикаций — 120. avch2105@gmail.com; улица Молодогвардейская, 244, 443100, Самара, Россия; р.т.: +7(846)337-1286.

Боряев Родион Олегович — аспирант, кафедра «информатика и вычислительная техника», Самарский Государственный Технический Университет. Область научных интересов: экспертная поддержка принятия решений, квантовые вычисления, анализ кредитных рисков. Число научных публикаций — 5. r.boryaev@gmail.com; улица Молодогвардейская, 244, 443100, Самара, Россия; р.т.: +7(846)337-1286.

DOI 10.15622/ia.24.2.11

A. CHUVAKOV, R. BORYAEV

FACTORING DECISION SUPPORT SYSTEM BASED ON OPTIMIZED QUANTUM ALGORITHMS QMC

Chuvakov A., Boryaev R. **Factoring Decision Support System Based on Optimized Quantum Algorithms QMC.**

Abstract. The continuous growth of financial markets dictates the need for its participants to seek new approaches to financial analysis to gain competitive advantages, including through the use of new approaches in the field of computing. Quantum computing can be used as a tool for obtaining these advantages over competitors. In particular, Monte Carlo modeling, although widely used in financial risk management, requires significant computing resources due to the large number of scenarios required to obtain an accurate result. To optimize this approach, quantum amplitude estimation algorithms are used, which accelerate this process if pre-calculated probability distributions are used to initialize input quantum states. However, in the absence of these distributions in existing approaches to this topic, they are generated numerically using classical computing, which completely negates the advantage of the quantum approach. This article proposes a solution to this problem by using quantum computing, including for the generation of probability distributions. The article discusses the creation of quantum circuits for modeling the evolution of risk factors over time for capital flows, interest rates, and credit risks, and presents the combination of these models with quantum amplitude estimation algorithms as an example of using the obtained algorithms for credit risk management. In conclusion, the article analyzes the possibility of using the obtained circuits in financial analysis.

Keywords: quantum computing, quantum Monte Carlo method, quantum amplitude estimation, financial risk assessment.

References

1. Orús R., Mugel S., Lizaso E. Quantum computing for finance: Overview and prospects. Reviews in Physics. 2019. vol. 4. DOI: 10.1016/j.revip.2019.100028.
2. Egger D.J., Gambella C., Marecek J., McFaddin S., Mevissen M., Raymond R., Simonetto A., Woerner S., Yndurain E. Quantum computing for finance: State-of-the-art and future prospects. IEEE Transactions on Quantum Engineering. 2020. vol. 1. pp. 1–24. DOI: 10.1109/TQE.2020.3030314.
3. Gómez A., Rodriguez A.L., Manzano A., Nogueiras M., Ordóñez G., Vázquez C. A Survey on quantum computational finance for derivatives pricing and VaR. Archives of Computational Methods in Engineering. 2022. vol. 29. pp. 4137–4163. DOI: 10.1007/s11831-022-09732-9.
4. Herman D., Googin C., Liu X., Galda A., Safro I., Sun Y., Pistoia M., Alexeev Y.A. Survey of Quantum Computing for Finance. 2022. arxiv preprint arxiv: 2201.02773.
5. Wilkens S., Moorhouse J. Quantum computing for financial risk measurement. Quantum Information Processing. 2023. vol. 22. DOI: 10.1007/s11128-022-03777-2.
6. Intallura P., Korpas G., Chakraborty S., Kungurtsev V., Marecek J. A Survey of Quantum Alternatives to Randomized Algorithms: Monte Carlo Integration and Beyond. 2023. arxiv preprint arxiv: 2303.04945.
7. Dalzell A.M., McArdle S., Berta M., Bienias P., Chen C., Gilyén A., Hann C.T., Kastoryano M.J., Khabiboulline E.T., Kubica A., Salton G., Wang S., Brandão F.G.S.L. Quantum algorithms: A survey of applications and end-to-end complexities. 2023. arxiv preprint arxiv:2310.03011.

8. Romano C., Di Climemnte A. Measuring Portfolio Value-at-Risk by a Copula-EVT Based Approach. Studi economici. 2005. vol. 2005(85). pp. 29–65.
9. Brassard G., Høyer P., Mosca M., Tapp A. Quantum amplitude amplification and estimation. Quantum Computation and Information. 2002. vol. 305. pp. 53–74. DOI: 10.1090/conm/305/05215.
10. Herbert S. No quantum speedup with grover-rudolph state preparation for quantum monte carlo integration. Physical Review E. 2021. vol. 103(6-1). DOI: 10.1103/PhysRevE.103.063302.
11. Vazquez A.C., Woerner S. Efficient state preparation for quantum amplitude estimation. Physical Review Applied. 2021. vol. 15(3). DOI: 10.1103/PhysRevApplied.15.034027.
12. McArdle S., Gilyén A., Berta M. Quantum state preparation without coherent arithmetic. 2022. arxiv preprint arxiv:2210.14892.
13. Zoufal C., Lucchi A., Woerner S. Quantum generative adversarial networks for learning and loading random distributions. Quantum Information. 2019. vol. 5(103). DOI: 10.1038/s41534-019-0223-2.
14. Li J., Kais S. A universal quantum circuit design for periodical functions. New Journal of Physics. 2021. vol. 23. DOI: 10.1088/1367-2630/ac2cb4.
15. Stamatopoulos N., Zeng W.J. Derivative Pricing using Quantum Signal Processing. 2023. arxiv preprint arxiv:2307.14310.
16. Grover L.K. A fast quantum mechanical algorithm for database search. Proceedings of the Twenty Eighth Annual ACM Symposium on the Theory of Computing. 1996. pp. 212–219. DOI: 10.1145/237814.237866.
17. Vasicek O. An equilibrium characterization of the term structure. Journal of Financial Economics. 1977. vol. 5(2). pp. 177–188.
18. Chakrabarti S., Krishnakumar R., Mazzola G., Stamatopoulos N., Woerner S., Zeng W.J. A Threshold for Quantum Advantage in Derivative Pricing. 2021. Quantum 5. vol. 463. DOI: 10.22331/q-2021-06-01-463.
19. Castelvecchi D. IBM releases first-ever 1,000-qubit quantum chip, 2023. Available at: https://www.nature.com/articles/d41586-023-03854-1 (accessed 18.09.2024).
20. IBM. Charting the course to 100,000 qubits., 2023. Available at: https://research.ibm.com/blog/100k-qubit-supercomputer. (accessed 18.09.2024).
21. Боряев Р.О., Чуваков А.В. Квантовые вычисления в автоматизированных системах управления факторинговыми операциями. Вестник СамГТУ, Технические науки. 2023. № 2(78). С. 6–19.
22. Boryaev R.O., Chuvakov A.V. [The need to use quantum computing in automated factoring management systems] Sbornik materialov IX Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii [Proc. 9th Int. scientific and practical conference] (г. Тольятти, 18-20 апреля). 2023. pp. 407–412. (In Russ.).
23. AWS Cloud Quantum Computing Service. IQM, 2024. Available at: https://aws.amazon.com/ru/braket/quantum-computers/iqm/. (accessed 18.09.2024).

Chuvakov Aleksandr — Ph.D., Associate Professor, Head of the department, Department of computer engineering, Samara State Technical University. Research interests: artificial intelligence, methods for designing multi-agent control and management systems, quantum computing. The number of publications — 120. avch2105@gmail.com; 244, Molodogvardeyskaya St., 443100, Samara, Russia; office phone: +7(846)337-1286.

Boryaev Rodion — Postgraduate student, Department of computer engineering, Samara State Technical University. Research interests: expert support for decision-making, quantum computing, credit risk analysis. The number of publications — 5. r.boryaev@gmail.com; 244, Molodogvardeyskaya St., 443100, Samara, Russia; office phone: +7(846)337-1286.