

А.С. АНТИПОВ, Ю.Г. КОКУНЬКО, Д.А. ВОЛЬФ, А.С. ШИРОКОВ
**СИНТЕЗ КОМБИНИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ
ОРИЕНТАЦИЕЙ И ВЫСОТОЙ КВАДРОКОПТЕРА НА ОСНОВЕ
БЛОЧНОГО ПОДХОДА С СИГМОВИДНЫМИ ОБРАТНЫМИ
СВЯЗЯМИ**

Антипов А.С., Кокунько Ю.Г., Вольф Д.А., Широков А.С. Синтез комбинированного управления ориентацией и высотой квадрокоптера на основе блочного подхода с сигмовидными обратными связями.

Аннотация. В работе рассматривается проблема управления ориентацией и высотой квадрокоптера при наличии неопределенностей в модели объекта. При решении данной проблемы особенно актуально учитывать особенности объекта: сильную подверженность колебаниям крена, тангажа и высоты из-за конструкции квадрокоптера и динамики моторов (при этом рыскание наименее подвержено колебаниям из-за динамики моторов по сравнению с другими регулируемыми переменными). Для достижения высокого качества регулирования при наличии неопределенностей, как правило, применяют комбинированное управление. Оно строится как сумма двух частей: базовой стабилизирующей и части, компенсирующей неопределенности с помощью наблюдателя возмущений. Стандартно обе части содержат линейные обратные связи. Однако при обработке выходными переменными объекта негладких задающих воздействий линейные обратные связи могут приводить к перерегулированию и к увеличению колебательности. Для предотвращения этих проблем в работе предложен закон комбинированного управления с гладкими и ограниченными обратными связями в виде гиперболического тангенса. Данные обратные связи используются и в регуляторе, и в наблюдателе возмущений. При этом синтез управлений осуществляется на основе структурных свойств объекта с помощью блочного подхода. Его применение обеспечило инвариантность выходных переменных по отношению не только к согласованным, но и к несогласованным неопределенностям, а также позволило построить наблюдатель возмущений минимально возможного порядка. Кроме того, дополнительно для уменьшения колебаний в закон управления введена часть с ускорениями объекта. Для реализации предложенного подхода достаточно знать номинальные значения некоторых параметров объекта и допустимые границы изменения неопределенностей. Приведены результаты натурных экспериментов на квадрокоптере с рамой F450 и результаты сравнительного анализа предложенного подхода с тем, где используются линейные управления.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, внешние возмущения, комбинированное управление, блочный подход, гиперболический тангенс.

1. Введение. В настоящее время применение беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), в том числе квадрокоптеров, активно развивается во многих сферах для выполнения разнообразных задач: для картографии и геодезии; для съемки с воздуха; для обеспечения правопорядка и общественной безопасности; для поисковых, спасательных работ и оказания помощи; для лесного и сельского хозяйства; для инспекции линий электропередач; для образовательных и других целей. В связи с этим актуальна разработка автоматических

систем управления квадрокоптерами, позволяющая выполнять все необходимые цели и учитывающая особенности функционирования объекта и его математической модели. Из этих особенностей отметим нелинейность, относительно большой порядок модели, дефицит управлений, наличие перекрестных связей, параметрических неопределенностей и внешних возмущений, неполный комплект датчиков. Из-за комплекса данных особенностей разработка робастной системы слежения для квадрокоптера считается сложной задачей. При этом четыре управления позволяют независимо управлять только четырьмя выходными переменными. Их выбор зависит от функций, которые должен выполнять объект. В процессах автоматического управления квадрокоптером без априорного рабочего сценария, где не может быть задействован оператор БПЛА (например, в поисковых и спасательных работах), целесообразно принять три линейные координаты и угол рыскания в качестве выходных переменных. Для решения задач фото- и видеосъемки могут использоваться углы Эйлера и высота, желаемые значения которых оператор БПЛА задает с помощью пульта управления.

Распространенными методами управления квадрокоптерами являются пропорционально-дифференцирующие (ПД) и пропорционально-интегрально-дифференцирующие (ПИД) регуляторы [1 – 3], методы оптимального [4 – 6], робастного [7 – 9] и адаптивного управления [10 – 13]. ПД и ПИД-регуляторы широко применяются в различных технических системах в силу простой реализации, которую можно осуществить без знания математической модели объекта управления. Однако изменение режимов функционирования объекта и внешних возмущений обычно требует перенастройки коэффициентов регулятора. Чтобы решить эту проблему для настройки коэффициентов применяют механизмы адаптации [14] и нейронные сети [15]. Однако это увеличивает количество вычислений в реальном времени и требует мощных бортовых процессоров, а также приводит к проблеме переобучения нейронных сетей.

Методы оптимального управления обеспечивают максимизацию или минимизацию выбранных критериев. Однако эти методы чувствительны к параметрическим неопределенностям и неизвестным внешним возмущениям, которые всегда имеются на практике. Из-за этого методы становятся квазиоптимальными.

Среди методов робастного управления выделим методы управления на скользящих режимах [8 – 9] и методы компенсации возмущений с помощью построения их наблюдателя [16 – 20]. Стандартные методы управления на скользящих режимах

обеспечивают инвариантность по отношению к согласованным неопределенностям и возмущениям (тем, которые действуют по одним каналам с управлением) за счет их подавления. Существуют также модификации методов при наличии несогласованных возмущений [21]. Недостатком методов управления на скользящих режимах является «чаттеринг» (паразитные колебания в установившемся режиме, которые возникают из-за конечной частоты переключений и инерции исполнительных устройств). Для борьбы с «чаттерингом» исследователи повышают порядок скользящих режимов [22], однако это увеличивает вычислительную сложность и, как правило, не позволяет полностью избавиться от явления «чаттеринга». В настоящее время для улучшения показателей качества регулирования исследователи комбинируют описанные стандартные методы с методами искусственного интеллекта [23] (в том числе с использованием нейросетей) и с методами нечеткой логики [24].

Компенсировать неопределенности и возмущения можно с помощью построения их наблюдателей. При этом переменные наблюдателей предоставляют оценки неопределенностей в режиме реального времени. Таким образом, в отличие от ПИД-регуляторов, применение данного метода может обеспечить работоспособность замкнутой системы при смене режимов работы объекта без изменения коэффициентов регулятора. Для этого достаточно знать допустимые диапазоны изменения неизвестных параметров и возмущений. При этом вычислительная сложность схемы управления с наблюдателем возмущений сопоставима с ПИД-регулированием. Однако настройка схемы с наблюдателем может быть более трудоемкой в силу того, что для ПИД-регулирования разработаны удобные инструменты автоматической настройки в MATLAB с пользовательским интерфейсом (PID Tuner app).

По сравнению с методом компенсации возмущений на основе построения их наблюдателя, для реализации методов адаптивного управления не требуется устойчивости разомкнутой системы, и не нужно знать границы изменения неопределенностей. Коэффициенты регулятора в режиме реального времени адаптируются к изменениям неопределенностей, что обеспечивает примерно одинаковое высокое качество регулирования даже при смене рабочих режимов. Однако использование механизмов адаптации увеличивает вычислительную сложность алгоритмов управления и динамический порядок замкнутой системы, что может привести к запаздыванию при формировании управляющих воздействий.

В данной работе рассматривается проблема синтеза системы управления ориентацией и высотой квадрокоптера при наличии параметрических неопределенностей и при действии на объект внешних возмущений. Эта проблема может быть актуальной при проведении фото- и видеосъемки с оператором БПЛА. Предлагается решать задачу на основе блочного подхода [25] или родственного с ним метода обратного хода [21, 26] и компенсировать неопределенности с помощью построения их наблюдателя. В стандартных подходах как в регуляторе, так и в наблюдателе, используют линейные обратные связи. Однако эти управления могут приводить к перерегулированию и всплескам оценочных сигналов, что критично на практике, когда имеются ограничения на переменные состояния и управления. При этом в рамках метода обратного хода в общем случае можно выполнить заданные ограничения только на выходные переменные с помощью барьерных функций Ляпунова [13]. Для учета ограничений на скорости и ускорения приходится использовать другие методы.

В данной работе для того чтобы комплексно обойти указанные проблемы предлагается использовать гладкие и ограниченные локальные обратные связи в виде гиперболического тангенса, который принадлежит классу сигмовидных функций (сигмоид). Эти обратные связи будут применены при синтезе регулятора и наблюдателя возмущений с учетом особенностей математической модели квадрокоптера. Научная новизна работы состоит в следующем:

1. На основе редуцированной модели, не включающей контуры управления линейными горизонтальными перемещениями, для управления ориентацией и высотой квадрокоптера разработана декомпозиционная процедура синтеза системы слежения. При этом синтез происходит на основе блочного подхода. В результате сформировано комбинированное управление, компенсирующее часть оцениваемых параметрических и внешних возмущений и демпфирующее колебания, возникающие из-за динамики моторов. Стабилизирующая составляющая в виде вложенных сигмовидных функций обеспечивает переходные процессы без большого перерегулирования и подавляет другую часть неопределяемых неопределенностей. Формализована процедура выбора коэффициентов регулятора, обеспечивающих отслеживание выходными переменными эталонных траекторий с заданной точностью и за заданное время. Показано, что компенсация неопределенностей реализуема при параметрически неопределенной входной матрице.

2. Разработан наблюдатель возмущений минимально возможного порядка, позволяющий восстановить внешние возмущения по их воздействию на объект управления без наличия динамической модели возмущений. Оценки неопределенностей предоставляют сигмовидные корректирующие воздействия наблюдателя, что расширяет класс допустимых для оценивания неопределенностей за счет негладких и изменяющихся во времени функций (по сравнению с некоторыми известными техниками компенсации возмущений с помощью наблюдателей или Active Disturbance Rejection Control (ADRC) [16], для реализации которых полагается, что неопределенности являются постоянными). Формализованы неравенства для настройки коэффициентов корректирующих воздействий наблюдателя, обеспечивающих оценивание неопределенностей с заданной точностью и за заданное время без больших всплесков оценочных сигналов, характерных для линейных наблюдателей с большими коэффициентами усиления.

3. Приведены результаты апробации разработанной системы управления на квадрокоптере со стандартной рамой F450 и с полетным контроллером на микросхеме MDR32F9Q2I (производитель «ПКК Миландр»).

4. Приведены результаты сравнительного анализа замкнутых систем с предлагаемыми сигмовидными и классическими линейными стабилизирующими обратными связями при отработке негладких задающих воздействий.

Работа имеет следующую структуру. В разделе 2 представлена математическая модель квадрокоптера, формализована постановка задачи и сформулированы все необходимые предположения для ее решения. В разделе 3 на примере системы второго порядка с согласованными и с несогласованными возмущениями формализована процедура синтеза закона управления в виде вложенных сигмовидных функций. Далее этот подход распространяется для модели квадрокоптера: в разделе 4 разработана модификация блочного подхода с сигмовидными обратными связями для управления ориентацией и высотой квадрокоптера. Для информационного обеспечения сформированного закона управления в разделе 5 описан синтез наблюдателя возмущений. В разделе 6 приведены результаты апробации предложенных алгоритмов управления и наблюдения.

2. Описание математической модели квадрокоптера и постановка задачи. Математическая модель движения симметричного квадрокоптера с четырьмя несущими винтами, рассматриваемого как твердое тело с шестью степенями свободы,

состоит из двух механических подсистем 6-го порядка с четырьмя управлениями: полноприводной подсистемы, описывающей динамику углов Эйлера (подсистема вращательного движения), и связанной с ней подсистемы с дефицитом управлений, описывающей динамику линейных координат (подсистема поступательного движения). В данных моделях учитывается динамика исполнительных устройств, но синтез управления в исполнительных приводах в данной работе не рассматривается.

На рисунке 1 приведены системы координат, в которых измерялись переменные состояния [27]: глобальная неподвижная NED (north – X, east – Y, down – Z) и связанная система координат FRD (front – X, right – Y, down – Z).

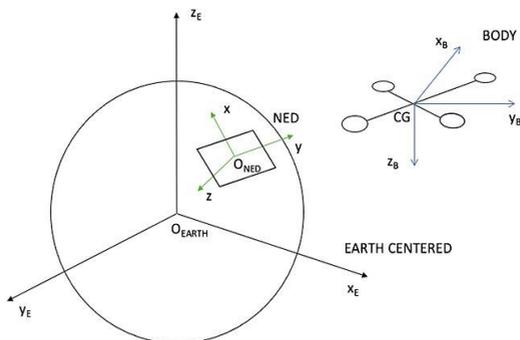


Рис. 1. Используемые системы координат

Уравнения динамики объекта представим на основе [28], но с учетом сил аэродинамического сопротивления [29] и действия на объект внешних возмущений:

$$\ddot{\bar{\eta}} = \bar{F}(\bar{\eta}, \dot{\bar{\eta}}, t) + \bar{B}(\bar{\eta})\bar{u}, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -\frac{r_4}{m} \dot{x} + (c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi) \frac{u_z}{m}, \\ \ddot{y} &= -\frac{r_5}{m} \dot{y} + (c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi) \frac{u_z}{m}, \\ \ddot{z} &= -\frac{r_6}{m} \dot{z} + g + c_\phi c_\theta \frac{u_z}{m}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\bar{\eta} = (\phi, \theta, \psi)^T$ – вектор ориентации, ϕ – крен, $-\pi/2 < \phi(t) < \pi/2$, $t \geq 0$, θ – тангаж, $-\pi/2 < \theta(t) < \pi/2$, $t \geq 0$, ψ – рыскание; $\dot{\bar{\eta}} = (\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})^T$, $\ddot{\bar{\eta}} = (\ddot{\phi}, \ddot{\theta}, \ddot{\psi})^T$ – векторы угловых скоростей и ускорений соответственно, заданных в NED (рисунок 1).

Связь угловых скоростей в FRD и NED определяется уравнением кинематики:

$$\dot{\bar{\eta}} = R(\bar{\eta})\dot{\bar{\eta}}_{\text{FRD}}, \quad (3)$$

где $\dot{\bar{\eta}}_{\text{FRD}} = (p, q, r)^T \in R^{3 \times 1}$ – вектор угловых скоростей в FRD, которые

измеряются с помощью гироскопа, $R(\bar{\eta}) = \begin{bmatrix} 1 & s_\phi t_\theta & c_\phi t_\theta \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & s_\phi / c_\theta & c_\phi / c_\theta \end{bmatrix}$ –

матрица поворота, $s_* = \sin(*)$, $c_* = \cos(*)$, $t_* = \text{tg}(*)$. При этом уравнения динамики в FRD имеют вид:

$$\ddot{\bar{\eta}}_{\text{FRD}} = (\bar{F}_p, \bar{F}_q, \bar{F}_r)^T + \text{diag}(1/I_1, 1/I_2, 1/I_3)\bar{u}, \quad (4)$$

где вектор-функции \bar{F}_p , \bar{F}_q , \bar{F}_r определяют динамику объекта в FRD, I_i – главные моменты инерции, $i = 1, 2, 3$.

Тогда с помощью дифференцирования (3) получаем, что в (1) вектор-функция $\bar{F}(\bar{\eta}, \dot{\bar{\eta}}, t) = (\bar{F}_1, \bar{F}_2, \bar{F}_3)$ составлена с учетом преобразования (4) из FRD в NED, а именно $\bar{F}(\bar{\eta}, \dot{\bar{\eta}}, t) = R(\bar{\eta}) \cdot (\bar{F}_p, \bar{F}_q, \bar{F}_r)^T + \dot{R}(\bar{\eta}, \dot{\bar{\eta}})\dot{\bar{\eta}}_{\text{FRD}}$, где

$$\dot{R}(\bar{\eta}, \dot{\bar{\eta}}) = \begin{bmatrix} 0 & c_\phi t_\theta \dot{\phi} + (s_\phi \dot{\theta}) / (c_\theta^2) & -s_\phi t_\theta \dot{\phi} + (c_\phi \dot{\theta}) / (c_\theta^2) \\ 0 & -s_\phi \dot{\phi} & -c_\phi \dot{\phi} \\ 0 & (c_\phi c_\theta \dot{\phi} + s_\phi s_\theta \dot{\theta}) / (c_\theta^2) & (-s_\phi c_\theta \dot{\phi} + c_\phi s_\theta \dot{\theta}) / (c_\theta^2) \end{bmatrix}.$$

Элементы \bar{F}_p , \bar{F}_q , \bar{F}_r соответствуют системе координат FRD.

Они зависят от неопределенных параметров объекта управления, внешних возмущений и имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \bar{F}_p &= -\frac{r_1}{I_1} p^2 + \frac{I_2 - I_3}{I_1} q r + f_1(t), \quad \bar{F}_q = -\frac{r_2}{I_2} q^2 + \frac{I_3 - I_1}{I_2} p r + f_2(t), \\ \bar{F}_r &= -\frac{r_3}{I_3} r^2 + \frac{I_1 - I_2}{I_3} p q + f_3(t), \end{aligned} \quad (5)$$

где $f_i(t)$ – внешние возмущения, которые также включают неучтенные силы и моменты, $r_i > 0$ – коэффициенты аэродинамического сопротивления, $i = 1, 2, 3$.

Матрица управления $\bar{B}(\bar{\eta})$ определяется произведением матрицы поворота на обратную матрицу к матрице инерции:

$$\bar{B}(\bar{\eta}) = R(\bar{\eta}) \cdot \text{diag}(1/I_1, 1/I_2, 1/I_3). \quad (6)$$

Управлением в полноприводной подсистеме ориентации (1) является вектор моментов $\bar{u} = (\tau_p, \tau_q, \tau_r)^T$.

Переменные состояния подсистемы (2) с дефицитом управлений – это линейные координаты x , y и высота z , измеряемые в неподвижной системе координат NED (рисунок 1); m – масса квадрокоптера, g – ускорение свободного падения; $r_i > 0$ – коэффициенты аэродинамического сопротивления, $i = 4, 5, 6$; u_z – управляющая суммарная тяга.

В данной работе выходными (регулируемыми) переменными являются углы Эйлера $\phi(t)$, $\theta(t)$, $\psi(t)$ и высота $z(t)$, для которых имеются «свои» истинные управления. При управлении углами Эйлера и высотой дифференциальные уравнения для линейных координат x , y (2) рассматриваются как уравнения нулевой динамики. Из (2) следует, что, если начиная с некоторого момента времени t_0 , выполняется $\phi(t) = 0$, $\theta(t) = 0$, то уравнения нулевой динамики принимают вид:

$$\ddot{x} = -\frac{r_4}{m} \dot{x}, \quad \ddot{y} = -\frac{r_5}{m} \dot{y}.$$

Решением этой системы являются следующие функции:

$$x(t) = \frac{r_4 x(t_0) + m \dot{x}(t_0)(1 - \exp(-r_4 t / m))}{r_4},$$

$$y(t) = \frac{r_5 y(t_0) + m \dot{y}(t_0)(1 - \exp(-r_5 t / m))}{r_5}.$$

Следовательно, при $\phi(t) = 0$, $\theta(t) = 0$ квадрокоптер начинает тормозить в горизонтальной плоскости и стабилизируется в положении неустойчивого равновесия $x(t_0) + m[\dot{x}(t_0)/r_4]$, $y(t_0) + m[\dot{y}(t_0)]/r_5$. Решение задачи регулирования линейных координат не является предметом исследования в данной работе. Однако для предотвращения сильного изменения $x(t)$ и $y(t)$ поставим задачу синтеза управлений τ_p , τ_q , τ_r и u_z в форме динамических обратных связей так, чтобы высота и рыскание отслеживали эталонные траектории с заданной точностью при стабилизации нулевых углов крена и тангажа:

$$|\phi(t)| \leq \delta_{11}, |\theta(t)| \leq \delta_{12}, |\psi(t) - \psi_{\text{des}}(t)| \leq \delta_{13}, |z(t) - z_{\text{des}}(t)| \leq \delta_{14}, \quad (7)$$

где $\psi_{\text{des}}(t)$, $z_{\text{des}}(t)$ – эталонные траектории, δ_{1i} – желаемые значения ошибок слежения в установившемся режиме, $i = 1, \dots, 4$.

В этом случае допустимо убрать из рассмотрения уравнения динамики линейных координат $x(t)$, $y(t)$ (2), а управление ориентацией и высотой осуществлять на основе редуцированной системы, которая включает подсистему (1) и третье уравнение подсистемы (2):

$$\dot{\eta}_1 = \eta_2, \quad \dot{\eta}_2 = F_0 + F_1(\eta_1, \eta_2, t) + B_0(\bar{\eta})u, \quad (8)$$

где $\eta_1 = (\phi, \theta, \psi, z)^\top$ – вектор регулируемых переменных, $\eta_2 = (\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}, \dot{z})^\top$ – вектор скоростей объекта в NED. Вектор $F_0 = (0, 0, 0, g)^\top$ содержит известную часть модели (8), которую можно компенсировать с помощью управления $u = (\tau_p, \tau_q, \tau_r, u_z)^\top$. Ненулевая компонента вектора F_0 включает один параметр – ускорение свободного падения g . Вектор-функция $F_1(\eta_1, \eta_2, t)$ состоит из

неопределенностей модели, ее компоненты и выражение для номинальной матрицы управления $B_0(\bar{\eta})$ будут приведены далее.

Матрица управления $B(\bar{\eta})$ зависит от углов Эйлера $\bar{\eta}$ и от параметров объекта, включающих неопределенности (моментов инерции и массы квадрокоптера). Она имеет блочную структуру

$$B(\bar{\eta}) = \begin{pmatrix} B_1(\bar{\eta}) & O_1 \\ O_2 & B_2(\bar{\eta}) \end{pmatrix} \in R^{4 \times 4}, \quad \text{где} \quad B_1(\bar{\eta}) = \bar{B}(\bar{\eta}) \in R^{3 \times 3} \quad (6),$$

$O_1 = (0, 0, 0)^T$, $O_2 = (0, 0, 0)$, $B_2(\bar{\eta}) = \frac{c_\phi c_\theta}{m}$. При этом данную матрицу можно записать в виде суммы двух составляющих [25]:

$$B(\bar{\eta}) = B_0(\bar{\eta}) + \Delta B(\bar{\eta}), \quad \text{rank} B = \text{rank} B_0, \quad \|\Delta B B_0^{-1}\| < 1, \quad (9)$$

где $B_0(\bar{\eta}) = \begin{pmatrix} B_{01}(\bar{\eta}) & O_1 \\ O_2 & B_{02}(\bar{\eta}) \end{pmatrix} \in R^{4 \times 4}$ – известная номинальная часть,

в которой блоки определяются следующими выражениями:

$$B_{01}(\bar{\eta}) = R(\bar{\eta}) \cdot \text{diag} \left(\frac{1}{I_{01}}, \frac{1}{I_{02}}, \frac{1}{I_{03}} \right) \in R^{3 \times 3}, \quad B_{02}(\bar{\eta}) = \frac{c_\phi c_\theta}{m_0} \in R^{1 \times 1}.$$

Здесь моменты инерции $I_i = I_{0i} + \Delta I_i$ и массу квадрокоптера $m = m_0 + \Delta m$ также представили в виде суммы двух составляющих, из которых I_{0i} , m_0 – номинальные, ΔI_i , Δm – неопределенные, $i = 1, 2, 3$.

Неопределенная часть матрицы управления $\Delta B(\bar{\eta}) = \begin{pmatrix} \Delta B_1(\bar{\eta}) & O_1 \\ O_2 & \Delta B_2(\bar{\eta}) \end{pmatrix} \in R^{4 \times 4}$ включает следующие блоки:

$$\begin{aligned} \Delta B_1(\bar{\eta}) &= -R(\bar{\eta}) \cdot \text{diag} \left(\frac{\Delta I_i}{I_{0i}(I_{0i} + \Delta I_i)} \right) \in R^{3 \times 3}, \\ \Delta B_2(\bar{\eta}) &= - \frac{\Delta m c_\phi c_\theta}{m_0(m_0 + \Delta m)} \in R^{1 \times 1}. \end{aligned} \quad (10)$$

Произведение этой неопределенной части $\Delta B(\bar{\eta})$ на управление $u = (\tau_p, \tau_q, \tau_r, u_z)^T$ вошло в вектор функцию $F_1(\eta_1, \eta_2, t) = (F_{11}, F_{12}, F_{13}, F_{14})^T$, которая описывает все неопределенности модели в системе координат NED. В силу (2), (5) ее компоненты имеют вид:

$$(F_{11}, F_{12}, F_{13})^T = \bar{F} + \Delta B_1(\bar{\eta})\bar{u}, \quad F_{14} = -\frac{r'_6}{m}\dot{z} + \Delta B_2(\bar{\eta})u_z. \quad (11)$$

Приведем все предположения, выдвигаемые при решении задачи (7).

1. Элементами вне диагонали матрицы инерции пренебрегаем в силу их существенной малости по отношению к главным моментам инерции.

2. Известны номинальные значения главных моментов инерции I_{0i} , $i = 1, 2, 3$ и значение массы квадрокоптера m_0 .

3. Неопределенности $F_1(\eta_1, \eta_2, t)$ в (8) изменяются в допустимых областях:

$$|F_{1i}(\eta_1, \eta_2, t)| \leq \bar{F}_{1i}, \quad t \geq 0, \quad i = 1, \dots, 4, \quad (12)$$

где \bar{F}_{1i} – известные константы, $i = 1, \dots, 4$.

4. Задающие воздействия $\eta_{1,des}(t) = (0, 0, \psi_{des}(t), z_{des}(t))^T$ могут быть кусочно-непрерывными ограниченными функциями с конечным числом точек разрыва первого рода:

$$|\dot{\eta}_{1i,des}(t)| \leq H_{i,des}, \quad i = 1, \dots, 4, \quad (13)$$

где $H_{i,des}$ – известные константы, $i = 1, \dots, 4$. Для обобщенной производной ограничения вида (13) понимаются как односторонние.

5. Задача управления исполнительными приводами в данной работе не рассматривается. Для управления угловыми скоростями вращения моторов предполагается использовать широтно-импульсную модуляцию (ШИМ) и стандартный регулятор. При этом сформированные в механической подсистеме управляющие силы и моменты будут пересчитаны в ШИМ-сигналы на основе

приближенной нелинейной зависимости, полученной экспериментально (подробнее это будет описано в разделе 6 с результатами апробации алгоритмов).

6. Для синтеза управления в силу измерений и их математических преобразований доступны все переменные состояния η_1, η_2 , а также ускорения $\dot{\eta}_2 = (\ddot{\phi}, \ddot{\theta}, \ddot{\psi}, \ddot{z})^T$ (описание датчиков будет представлено в разделе 6 с результатами апробации алгоритмов). При этом предполагается, что датчики имеют высокое разрешение.

Отметим, что аналитический вид неопределенной матрицы управления $\Delta B(\bar{\eta})$ (10) был приведен лишь для наглядности демонстрации, как можно разделить матрицу управления на сумму известной и неизвестной части (9). Для реализации алгоритмов синтеза управлений, которые будут предложены в следующем разделе, знать аналитический вид этих матриц и составляющих $F_1(\eta_1, \eta_2, t)$ (11) будет непринципиально. Достаточно будет ограниченности неопределенностей, т.е. выполнения условия (12).

3. Предварительные сведения для синтеза системы слежения. Для упрощения дальнейшей демонстрации основных результатов работы рассмотрим синтез предлагаемых алгоритмов управления на примере следующей системы второго порядка, на которую действуют внешние несогласованные и согласованные возмущения:

$$\dot{x}_1 = x_2 + d_1(t), \quad \dot{x}_2 = f(x) + d_2(t) + v, \quad (14)$$

где $x = (x_1, x_2)^T \in X \subset R^2$ – известный вектор состояния (его компоненты измеряются), $x_1 \in R$ – выход, $v \in R$ – управление, $d_1(t)$ – несогласованные внешние возмущения, $d_2(t)$ – согласованные внешние возмущения, $f(x)$ – известная функция, описывающая динамику модели. Полагаем, что неизвестные внешние возмущения $d_1(t), d_2(t)$ могут быть негладкими, но они ограничены известными константами:

$$|d_i(t)| \leq D_i, \quad i = 1, 2, \quad t \geq 0. \quad (15)$$

Отметим, что системой (14) может быть описана динамика ошибки слежения при решении задачи управления квадрокоптером,

где x_1 – это невязка между одной из выходных переменных (углом Эйлера или высотой) и желаемой траекторией ее изменения (ошибка слежения). При этом производная данной траектории аддитивно входит во внешние несогласованные возмущения $d_1(t)$ и может быть негладкой. Переменная x_2 представляет собой вторую производную одной из выходных переменных объекта.

При наличии в модели (14) незатухающих внешних возмущений задача управления переменной x_1 может быть решена только с заданной точностью:

$$|x_1(t)| \leq \delta_1, \quad t \geq t_1. \quad (16)$$

Для удобства синтеза управления v , обеспечивающего (16), воспользуемся блочным принципом управления [25]. Использование виртуального и истинного управления в виде ограниченных сигмовидных функций [25, 30, 31] позволит уменьшить перегулирование и подавить внешние возмущения.

Введем замену переменных:

$$e_1 = x_1, \quad e_2 = x_2 - x_2^* = x_2 + m_1 \tanh(k_1 e_1), \quad (17)$$

где e_2 – невязка между реальным x_2 и сформированным виртуальным управлением $x_2^* = -m_1 \tanh(k_1 e_1)$, $m_1 = \text{const} > 0$, $k_1 = \text{const} > 0$, стабилизирующим ошибку слежения e_1 . В результате приходим к системе в невязках, замкнутой локальными связями:

$$\dot{e}_1 = e_2 + d_1(t) - m_1 \tanh(k_1 e_1), \quad \dot{e}_2 = f(x) + v + \tilde{d}_2(t), \quad (18)$$

где $\tilde{d}_2(t) = d_2(t) + \Lambda(t)$, $\Lambda(t)$ – производная гиперболического тангенса, которая возникает при дифференцировании e_2 :

$$\Lambda(t) = d(m_1 \tanh(k_1 e_1)) / dt = m_1 k_1 (1 - \tanh^2(k_1 e_1)) \dot{e}_1. \quad (19)$$

В силу консервативной оценки $|\dot{e}_1(t)| \leq 2m_1$, $t \geq 0$ эта производная (19) является ограниченной:

$$|\Lambda(t)| \leq m_1 k_1 |\dot{e}_1|, \quad |\dot{e}_1(t)| \leq 2m_1, \quad t \geq 0 \Rightarrow |\Lambda(t)| \leq 2m_1^2 k_1. \quad (20)$$

Тогда функцию $\tilde{d}_2(t)$ в (18) будем считать новым возмущением, которое ограничено в силу (15), (20):

$$|\tilde{d}_2(t)| \leq D_2 + 2m_1^2 k_1, \quad t \geq 0. \quad (21)$$

Закон истинного управления ν примем в виде обратной связи по переменным состояниям:

$$\begin{aligned} \nu &= -(f(x) + m_2 \tanh(k_2 e_2) + k_3 \dot{x}_2) = \\ &= -(f(x) + m_2 \tanh(k_2 (x_2 + m_1 \tanh(k_1 x_1))) + k_3 \dot{x}_2), \end{aligned} \quad (22)$$

где $m_2 > 0$, $k_2 > 0$, $k_3 \geq 0$ – константы. В законе управления (22) часть $-m_2 \tanh(k_2 e_2)$ с гиперболическим тангенсом служит для стабилизации невязки e_2 [25]. По сравнению с [25] в закон управления (22) введена часть $-k_3 \dot{x}_2$, предназначенная для уменьшения колебаний регулируемой переменной x_1 из-за неопределенной динамики объекта (внешних возмущений).

В результате с учетом $\dot{x}_2 = \Lambda(t) - \dot{e}_2$ (14), (18) приходим к замкнутой системе (18), (22):

$$\dot{e}_1 = e_2 + d_1(t) - m_1 \tanh(k_1 e_1), \quad \dot{e}_2 = -\frac{m_2}{1+k_3} \tanh(k_2 e_2) + \frac{k_3 \tilde{d}_2(t)}{1+k_3}. \quad (23)$$

Сформулируем достаточные условия устойчивости замкнутой системы (23), не принимая во внимание время сходимости, которое зависит от начальных условий.

Лемма 1. Если в системе (21) выполняются условия $|d_i(t)| \leq D_i$, $i = 1, 2$, $t \geq 0$ (15), то тогда для любого $\delta_1 > 0$ существуют такие значения $\underline{m}_1 > 0$, $\underline{m}_2 > 0$, $\underline{k}_1 > 0$, $\underline{k}_2 > 0$, что при любых $m_1 > \underline{m}_1$, $k_1 \geq \underline{k}_1$, $m_2 > \underline{m}_2$, $k_2 \geq \underline{k}_2$, $k_3 \geq 0$, начиная с некоторого момента времени $t > t_1$ выполняется $|e_1(t)| \leq \delta_1$ (16).

Доказательство Леммы 1. Для гиперболического тангенса $\tanh(k_i e_i)$ и его первой производной, зависящих от аргумента $k_i e_i$, $k_i > 0$, в силу связи с логистической функцией $\tanh(k_i e_i) = \sigma(k_i e_i / 2)$, $\sigma(k_i e_i) = 2 / (1 + \exp(-k_i e_i)) - 1$ справедливы следующие оценки [25]:

$$\begin{aligned} 0.76 < |\tanh(k_i e_i)| < 1, \quad 0 < \tanh'(k_i e_i) \leq 0.42 k_i, \quad |e_i| > 1 / k_i; \\ 0.76 k_i |e_i| \leq |\tanh(k_i e_i)| \leq 0.76, \quad 0.42 k_i < \tanh'(k_i e_i) \leq k_i, \quad |e_i| \leq 1 / k_i, \end{aligned} \quad (24)$$

где в области $|e_i| \leq 1 / k_i$ функцию $\tanh(k_i e_i)$ можно приблизить линейной функцией, а в области $|e_i| > 1 / k_i$ – приблизить константой.

Согласно идеологии блочного подхода в замкнутой системе (21) нужно обеспечить последовательную сходимость невязок в окрестности нуля $|e_2(t)| \leq \delta_2 (t > t_2 \geq 0) \Rightarrow |e_1(t)| \leq \delta_1 (t > t_1 > t_2)$, где δ_1 – задано, δ_2 назначается произвольно. Учитывая обратную зависимость радиуса сходимости от коэффициента усиления (22), сразу зафиксируем их нижние оценки на основе неравенств

$$k_1 \geq \underline{k}_1 = 1 / \delta_1 > 0, \quad k_2 \geq \underline{k}_2 = 1 / \delta_2 > 0. \quad (25)$$

Сходимость невязок в области $|e_i| \leq 1 / k_i \leq \delta_i$ обеспечивается выбором амплитуд m_i , $i = 1, 2$, нижние оценки для которых найдем с помощью второго метода Ляпунова. Введем следующую функцию в качестве кандидата на функцию Ляпунова замкнутой системы (23):

$$V = V_1 + V_2, \quad V_1 = 0.5 e_1^2, \quad V_2 = 0.5 e_2^2. \quad (26)$$

Используя (21) и (24), при $|e_2| > 1 / k_2$ оценки производных слагаемого V_2 в силу системы (23) имеют вид:

$$\dot{V}_2(t) = e_2 \dot{e}_2 \leq |e_2(t)| (1 + k_3)^{-1} (-0.76 m_2 + k_3 (D_2 + 2 m_1^2 k_1)).$$

Тогда при $m_2 > 1.32 k_3 (D_2 + m_1^2 k_1)$ выполняется $\dot{V}_2 < 0$, и за некоторое время $t > t_2 \geq 0$ ошибка слежения e_2 попадает в

окрестность $|e_2| \leq 1/k_2$ и далее остается в ней. Используя (15) и (24), при $|e_2| \leq 1/k_2 \leq \delta_2$ и $|e_1| > 1/k_1$ находим, что справедливы следующие оценки производных слагаемого V_1 в силу системы (23):

$$\dot{V}_1(t) = e_1 \dot{e}_1 \leq |e_1(t)|(\delta_2 + D_1 - 0.76m_1).$$

Следовательно, при $m_1 > 1.32(1/k_2 + D_1)$ выполняется $\dot{V}_1 < 0$, и за некоторое время $t > t_1 > t_2$ ошибка слежения e_1 попадает в окрестность $|e_1| \leq 1/k_1 \leq \delta_1$.

Таким образом, получены такие нижние оценки для выбора коэффициентов усиления (25) и амплитуд $\underline{m}_1 = 1.32(\delta_2 + D_1) > 0$, $\underline{m}_2 = 1.32k_3(D_2 + m_1^2 k_1)$, что при любых $m_1 > \underline{m}_1$, $m_2 > \underline{m}_2$, $k_1 \geq \underline{k}_1$, $k_2 \geq \underline{k}_2$, $k_3 \geq 0$ функция $V = V_1 + V_2$ (26) является функцией Ляпунова замкнутой системы (23), и начиная с некоторого момента времени $t > t_1$ выполняется $|e_1(t)| \leq \delta_1$ (16). Лемма 1 доказана.

Покажем, что за счет выбора коэффициентов регулятора также можно обеспечить желаемое время t_2 , t_1 сходимости невязок e_2 , e_1 соответственно:

$$|e_2(t)| \leq \delta_2, t > t_2, |e_1(t)| \leq \delta_1, t > t_1 > t_2. \quad (27)$$

Введем обозначения для максимального значения модулей невязок:

$$|e_1(t)| \leq e_{1,\max}, |e_2(t)| \leq e_{2,\max}, t \geq 0.$$

Для этих значений справедливы оценки:

$$e_{1,\max} = |e_1(0)| + (e_{2,\max} - \delta_2)t_2, e_{2,\max} = |x_2(0)| + m_1. \quad (28)$$

С учетом оценок (28), если выполняются условия

$$2(|x_2(0)| - \delta_2) \leq m_1 \leq 0.66(E_1 - |e_1(0)|) / t_2, \quad (29)$$

то невязки будут ограничены

$$e_{1,\max} \leq E_1, e_{2,\max} \leq 1.5m_1 + \delta_2,$$

где $E_1 > 0$ – желаемая граница изменения модуля невязки e_1 .

При заданной ошибке $\delta_1 > 0$ зафиксируем некоторые значения $E_1^* > 0$, $\delta_2^* > 0$, $k_2^* : k_2 > 1/\delta_2^*$ и $k_3^* \geq 0$. Далее формализуем процедуру выбора амплитуд m_1 , m_2 , которая обеспечит желаемое время сходимости невязок (27). Эта процедура будет состоять из двух шагов.

Шаг 1. Определим амплитуду m_1 . Учет времени сходимости ошибки слежения приводит к повышению нижней границы на выбор амплитуды по сравнению с границей $\underline{m}_1 = 1.32(\delta_2 + D_1) > 0$ из Леммы 1, где время не учитывалось. При $|e_2(t)| \leq \delta_2$, $t > t_2$ условия на выбор m_1 примут следующий вид:

$$\begin{aligned} 0.76m_1 &> \frac{|e_1(0)| + 1.5m_1t_2 - \delta_1}{t_1 - t_2} + \delta_2 + D_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow m_1 &> \frac{|e_1(0)| - \delta_1 + (\delta_2 + D_1)(t_1 - t_2)}{0.76t_1 - 2.26t_2}. \end{aligned}$$

Из этих условий также следует ограничение на выбор t_2 :

$$0.76t_1 - 2.26t_2 > 0 \Rightarrow 0 < t_2 < 0.336t_1. \quad (30)$$

Тогда фиксируем t_2^* из (30) и, используя (29), определяем границы допустимого выбора m_1 :

$$\underline{m}_1 < m_1 < \overline{m}_1, \quad (31)$$

где

$$\begin{aligned} \underline{m}_1 &= \max\{\underline{m}_{11}, \underline{m}_{12}\}, \\ \underline{m}_{11} &= 2(|x_2(0)| - \delta_2), \\ \underline{m}_{12} &= \frac{|e_1(0)| - \delta_1 + (\delta_2 + D_1)(t_1 - t_2)}{0.76t_1 - 2.26t_2}, \quad \bar{m}_1 = 0.66(E_1 - |e_1(0)|) / t_2. \end{aligned} \quad (32)$$

Если $\bar{m}_1 > \underline{m}_1$, то фиксируем m_1^* из (31), (32). В противном случае назначаем новое $E_1^* : E_1 > (1.5\underline{m}_1 + |e_1(0)|)t_2^*$, которое обеспечит выполнение $\bar{m}_1 > \underline{m}_1$ и позволит зафиксировать некоторое значение m_1^* из (31), (32). После назначения m_1^* переходим на второй шаг процедуры.

Шаг 2. Фиксируем значение m_2^* из условия:

$$(1 + k_3^*)^{-1} m_2 > 1.32 \left(\frac{|x_2(0)| + m_1^* - \delta_2^*}{t_2^*} + k_3^* \left(D_2 + 2(m_1^*)^2 k_1^* \right) \right).$$

На этом процедура выбора амплитуд заканчивается. Заметим, что сначала фиксируется амплитуда m_1^* , которая призвана стабилизировать невязку e_1 , затем амплитуда m_2^* для обеспечения стабилизации e_2 с заданной точностью и за заданное время. При этом невязки сходятся в обратном порядке: сначала стабилизируется e_2 , затем e_1 согласно (27).

Разработанная процедура выбора амплитуд регулятора основывалась на консервативных оценках, поэтому нижние границы на выбор амплитуд не являются наименьшими, при которых достигается устойчивость замкнутой системы. При этом избыточность оценок может приводить к нарушению ограничений на переменные состояния и управления, которые имеются на практике. Из-за этого разработанная процедура может служить лишь для получения опорных значений коэффициентов регулятора для численного моделирования. Затем значения коэффициентов регулятора корректируются (уменьшаются) относительно опорных посредством численного моделирования для дальнейшей апробации алгоритмов на реальном объекте.

В следующем разделе предложенный алгоритм управления будет распространен на систему большего порядка, описывающую динамику квадрокоптера.

4. Синтез базовых законов управления. Сначала в рамках блочного принципа управления рассмотрим синтез так называемого базового закона управления, который предполагает полную определенность математической модели объекта управления (т.е. будем считать, что помимо F_0 в (8) известны все параметры объекта и известны внешние возмущения $F_1(\eta_1, \eta_2, t)$). Далее для получения оценок $F_1(\eta_1, \eta_2, t)$ будет предложен наблюдатель возмущений [17, 18], который позволит построить комбинированное управление при наличии неопределенностей в модели объекта.

Для реализации блочного принципа управления будем трактовать переменную η_2 в первом уравнении системы (8) как виртуальное управление. Тогда по аналогии с (17), (22) введем следующую замену переменных и базовый закон управления:

$$\begin{aligned} e_1 &= \eta_1 - \eta_{1,\text{des}}(t), \quad e_2 = \eta_2 + M_1 \tanh(K_1 e_1), \\ u &= -B_0^{-1}(\bar{\eta})(F_0 + \tilde{F}_1(\eta_1, \eta_2, t) + M_2 \tanh(K_2 e_2) + K_3 \ddot{\eta}_1), \end{aligned} \quad (33)$$

где $M_i \tanh(K_i e_i) = (m_{i1} \tanh(k_{i1} e_{i1}), \dots, m_{i4} \tanh(k_{i4} e_{i4}))^T$, $m_{ij} > 0$, $k_{ij} > 0$, $i = 1, 2$, $j = 1, \dots, 4$, $K_3 = \text{diag}(k_{3i})$, $k_{3i} \geq 0$, $i = 1, \dots, 4$.

Замкнутая система имеет схожий с (23) вид:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2 - \dot{\eta}_{1,\text{des}}(t) - M_1 \tanh(K_1 e_1), \\ \dot{e}_2 &= -(I + K_3)^{-1} M_2 \tanh(K_2 e_2) + (I + K_3)^{-1} K_3 \Lambda(t), \end{aligned} \quad (34)$$

где I – единичная матрица $\dot{\eta}_{1,\text{des}} = (0, 0, \dot{\psi}_{\text{des}}(t), \dot{z}_{\text{des}}(t))^T$ – вектор-функция производных задающих воздействий, $\tilde{F}_1(\eta_1, \eta_2, t) = F_1(\eta_1, \eta_2, t) + \Lambda(t)$ – новые неопределенности, $\Lambda(t) = (\Lambda_1(t), \dots, \Lambda_4(t))^T$ – вектор-функция из производных гиперболического тангенса в силу системы (34):

$$\Lambda_i(t) = d(m_{li} \tanh(k_{li} e_{li})) / dt = m_{li} k_{li} (1 - \tanh^2(k_{li} e_{li})) \dot{e}_{li}, \quad i = 1, \dots, 4.$$

Эти компоненты ограничены аналогично (20):

$$\begin{aligned} |\Lambda_i(t)| &\leq m_i k_{1i} |\dot{e}_i|, \quad |\dot{e}_i(t)| \leq 2m_i, \quad t \geq 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow |\Lambda_i(t)| &\leq 2m_i^2 k_{1i}, \quad i = 1, \dots, 4. \end{aligned} \quad (35)$$

Из (12) и (35) следует, что компоненты новых неопределенностей $\tilde{F}_1(\eta_1, \eta_2, t)$ также ограничены:

$$|\tilde{F}_{1i}(\eta_1, \eta_2, t)| \leq \bar{F}_{1i} + 2m_i^2 k_{1i}, \quad i = 1, \dots, 4. \quad (36)$$

Тогда вектор-функцию $\tilde{F}_1(\eta_1, \eta_2, t)$ можно трактовать как согласованное возмущение, а производные задающих воздействий $\dot{\eta}_{1,des}$ – как несогласованные возмущения. При этом все возмущения ограничены в силу (13) и (36). Следовательно, для каждой компоненты системы (34) справедлива Лемма 1, и существуют коэффициенты регулятора m_{1i} , k_{1i} , m_{2i} , k_{2i} , k_{3i} , обеспечивающие цель управления – стабилизацию e_{1i} с заданной величиной ошибки в установившемся режиме (7). Кроме того, для достижения сходимости ошибок слежения e_{1i} , $i = 1, \dots, 4$ за заданное время можно использовать процедуру настройки коэффициентов регулятора, представленную в разделе 3.

Предложенный закон управления (33) является модификацией [25], в которую введена часть $-K_3 \ddot{\eta}_1$ с ускорениями объекта для уменьшения колебаний регулируемых переменных η_1 . Проблема их сильных колебаний вызвана условиями функционирования квадрокоптера и его конструктивными особенностями (гибкой рамой, несбалансированностью пропеллеров и двигателей, динамикой моторов). При этом чем больше значение коэффициента k_{3i} при ускорении, тем меньше амплитуда колебаний соответствующей переменной. Однако из (33), (34) следует, что вместе с этим увеличивается амплитуда управления, увеличивается степень зашумленности сигналов и уменьшается коэффициент при стабилизирующей части $\tanh(k_{2i} e_{2i})$ в замкнутой системе (34), что может привести к появлению перерегулирования. Таким образом, для практической реализации алгоритмов должно быть выбрано некоторое компромиссное значение $k_{3i} \geq 0$, $i = 1, \dots, 4$.

Как правило, сигмиды применяют для учета ограничений на управления. Однако в законе (33) помимо ограниченных сигмовидных частей также присутствует линейная часть $-K_3 \ddot{\eta}_1$ от ускорений

объекта $\ddot{\eta}_1$. Следовательно, этот факт не позволяет учесть ограничения на управляющие воздействия на стадии синтеза системы управления. Далее при программной реализации алгоритма управления будет применена функция насыщения, чтобы избежать выхода ШИМ-сигналов за допустимые диапазоны изменения (подробнее это будет описано в разделе 6 с результатами апробации алгоритма управления).

В данном разделе на основе блочного принципа управления с использованием сигмовидных обратных связей были разработаны базовые законы управления углами Эйлера и высотой. По сравнению со стандартным блочным подходом с линейными виртуальными управлениями, ввод ограниченных и гладких сигмовидных обратных связей позволяет избегать большого перерегулирования. Описана возможность настройки коэффициентов регулятора, обеспечивающей отслеживание выходными переменными объекта эталонных траекторий с заданной величиной ошибки в установившемся режиме и с заданным временем переходного процесса.

В следующем разделе будет синтезирован наблюдатель неопределенностей, на основе которого будет осуществлена компенсация неизвестных параметров и внешних возмущений и реализация построенного базового закона управления.

5. Синтез наблюдателя неопределенностей. Для реализации базового закона управления (33) требуется оценить неопределенности $\tilde{F}_1(\eta_1, \eta_2, t)$. Оценки неопределенностей для их последующей компенсации с помощью комбинированного управления [17, 18] получают с помощью наблюдателя неопределенностей (наблюдателя возмущений [19, 20]). Далее для построения наблюдателя неопределенностей снова применим блочный принцип управления с использованием сигмовидных функций [25]. В данном случае ограниченные гладкие обратные связи позволят уменьшить всплески оценочных сигналов по сравнению со стандартными линейными функциями и наблюдателями с линейными корректирующими воздействиями с большими коэффициентами усиления [32]. Кроме того, в отличие от стандартных подходов, оценку неопределенностей предоставят корректирующие воздействия наблюдателя. Данный подход не требует ввода динамических генераторов возмущений, приводит к построению наблюдателя минимально возможного порядка [25] и к появлению возможности оценивать неопределенности не только в виде констант [16], но и в виде изменяющихся во времени негладких функций. Наблюдатель неопределенностей будем строить

на основе замкнутого локальной связью $\eta_2 = e_2 - M_1 \tanh(K_1 e_1)$ второго уравнения (8):

$$\dot{e}_2 = F_0 + \tilde{F}_1(\eta_1, \eta_2, t) + B_0(\bar{\eta})u. \quad (37)$$

Этот наблюдатель имеет вид [25]:

$$\dot{\hat{e}}_2 = F_0 + B_0(\bar{\eta})u + v, \quad (38)$$

где $\hat{e}_2 \in R^{4 \times 1}$ – вектор состояния наблюдателя, $v \in R^{4 \times 1}$ – вектор корректирующих воздействий.

Введем вектор ошибок наблюдения $\varepsilon = e_2 - \hat{e}_2$ и, используя (37), (38), составим уравнения, описывающие динамику ошибок:

$$\dot{\varepsilon} = \tilde{F}_1(\eta_1, \eta_2, t) - v.$$

Для обеспечения стабилизации ошибок наблюдения корректирующие воздействия v выбираем в виде сигмовидных функций, зависящих от ε [25]:

$$v(\varepsilon) = P \tanh(L\varepsilon), \quad (39)$$

где $P \tanh(L\varepsilon) = (p_1 \tanh(l_1 \varepsilon_1), \dots, p_4 \tanh(l_4 \varepsilon_4))^T$, $p_i > 0$, $l_i > 0$ – положительные константы, $i = 1, \dots, 4$.

Устойчивость замкнутой системы наблюдения гарантируется следующей Леммой при наличии связи между гиперболическим тангенсом и логистической функцией $\tanh(k_i e_i) = \sigma(k_i e_i / 2)$, $\sigma(k_i e_i) = 2 / (1 + \exp(-k_i e_i)) - 1$ и при справедливости оценок (24).

Лемма 2. [25] Если $|F_{1i}(\eta_1, \eta_2, t)| \leq \bar{F}_{1i}$, $t \geq 0$, $i = 1, \dots, 4$ (12), то для любых $\Delta_{1i} > 0$, $\Delta_{2i} > 0$, $t_i^* > 0$ существуют такие значения $\underline{p}_i > 0$, $\underline{l}_i > 0$, что при любых $p_i > \underline{p}_i$, $l_i \geq \underline{l}_i$ выполняется $|\varepsilon(t)| \leq \Delta_{1i}$, $|\dot{\varepsilon}(t)| \leq \Delta_{2i}$, $t > t_i^*$, $i = 1, \dots, 4$.

Как следствие из Леммы 2, оценку неопределенностей с заданной точностью и за заданное время предоставляет корректирующее воздействие наблюдателя (38):

$$|v_i(t) - \tilde{F}_{1i}(\eta_1, \eta_2, t)| \leq \Delta_{2i}, \quad t > t_i^*, \quad i = 1, \dots, 4. \quad (40)$$

С информационной поддержкой наблюдателя неопределенностей (38), (39) закон управления углами Эйлера и высотой (33) реализуется как:

$$\begin{aligned} e_1 &= \eta_1 - \eta_{1,\text{des}}(t), \quad e_2 = \eta_2 + M_1 \tanh(K_1 e_1), \\ u &= -B_0^{-1}(\bar{\eta})(F_0 + v + M_2 \tanh(K_2 e_2) + K_3 \ddot{\eta}_1) = -B_0^{-1}(\bar{\eta})(F_0 + v + \\ &+ M_2 \tanh(K_2(\eta_2 + M_1 \tanh(K_1(\eta_1 - \eta_{1,\text{des}}(t)))))) + K_3 \ddot{\eta}_1. \end{aligned} \quad (41)$$

С учетом ошибки оценивания (40), используя (13), (24), из (34) можно получить следующую оценку точности в замкнутой системе с наблюдателем:

$$|e_{1i}(t)| \leq \frac{H_{i,\text{des}} + \Delta_{2i}}{0.76^2 m_{1i} m_{2i} k_{1i} k_{2i}}, \quad t > t_{1i}, \quad i = 1, \dots, 4.$$

В следующем разделе приводятся результаты натурных экспериментов.

6. Апробация алгоритмов управления. Апробация алгоритмов управления проходила на квадрокоптере со стандартной рамой F450 с конфигурацией «X» и с посадочными шасси [33] (рисунок 2).



Рис. 2. Квадрокоптер с рамой F450

Этот квадрокоптер был оснащен комплектом из четырех моторов T-Motor AIR2216 II KV920, четырех регуляторов угловых скоростей вращения моторов Electronic Speed Controller (ESC) T-Motor Air 20A и двух пар самозатягивающихся пропеллеров T-Motor T1045 II. Для питания использовался аккумулятор HRB Lipo 4S 14.8 V.

Для реализации системы управления на квадрокоптер был установлен полетный контроллер на базе микросхемы MDR32F9Q2I [34] (рисунок 3).

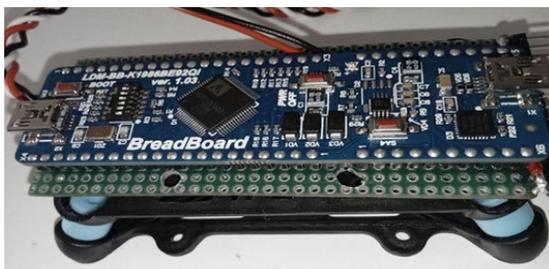


Рис. 3. Экспериментальный образец полетного контроллера на микросхеме MDR32F9Q2I

На борту полетного контроллера находились акселерометр и гироскоп MPU-6050, которые измеряли линейные ускорения и угловые скорости соответственно. Оценки углов Эйлера находились по этим измерениям с помощью фильтра Маджвика. Для измерения высоты использовался Venewake TFMini-Plus LiDAR. При этом оценки углов Эйлера и угловых скоростей поступали в систему управления с частотой 200 Гц, измерения высоты – с частотой 100 Гц.

В таблице 1 приведена информация о параметрах объекта управления.

Таблица 1. Информация о параметрах объекта управления

Описание параметра	Единица измерения	Номинальное значение
Момент инерции I_{01}	кг·м ²	0.0167
Момент инерции I_{02}	кг·м ²	0.0167
Момент инерции I_{03}	кг·м ²	0.0243
Масса m_0	кг	1.5
Длина плеча l (нормированная на $\sqrt{2}$)	м	0.16
Отношение коэффициента сопротивления формы к коэффициенту тяги c	м	0.0085

При этом номинальные значения моментов инерции и массы квадрокоптера были найдены автоматически с помощью построения 3D-модели объекта в Computer-aided design (CAD) системе.

Преобразование управлений в механической подсистеме – суммарной тяги u_z (Н) и моментов τ_p , τ_q , τ_r (Н·м) в ШИМ-сигналы происходило в два этапа. На первом этапе эти управления пересчитывались в силы тяги на каждом моторе T_i (Н) следующим образом:

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & -1/l & 1/l & 1/c \\ -1 & -1/l & -1/l & -1/c \\ -1 & 1/l & -1/l & 1/c \\ -1 & 1/l & 1/l & -1/c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_z \\ \tau_p \\ \tau_q \\ \tau_r \end{pmatrix}. \quad (42)$$

Из (42) и таблицы 1 следует, что при расчете тяг на каждый мотор при управлении τ_p для крена и τ_q для тангажа находятся коэффициенты $1/l = 6.25$, при управлении τ_r для рыскания находится коэффициент $1/c = 117.65$. Таким образом, управление рысканием требует формирования моторами наибольших тяг по сравнению с каналами для других углов. Этот факт далее будет учтен при выборе коэффициентов регулятора (для рыскания они будут меньше, чем для крена и тангажа) так, чтобы не выйти за допустимые диапазоны изменения ШИМ-сигналов от 1150 до 2000 (мкс). При этом управление высотой осуществляется за счет суммарной тяги $u_z = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$ на всех моторах, которая из физических ограничений не может превышать 53.76 (Н) по модулю.

Далее на втором этапе силы тяги (42) преобразовывались в ШИМ-сигналы $u_{\text{pwm}} = (u_{\text{pwm},1}, u_{\text{pwm},2}, u_{\text{pwm},3}, u_{\text{pwm},4})$ (мкс) с помощью следующей нелинейной зависимости, полученной экспериментально:

$$u_{\text{pwm},i} = \begin{cases} 1150, & 1000d_i + q_3 < 1150 \\ 1000d_i + q_3, & 1150 \leq 1000d_i + q_3 \leq 2000, \quad i = 1, \dots, 4, \\ 2000, & 1000d_i + q_3 > 2000 \end{cases} \quad (43)$$

где $d_i(U) = \frac{0.5}{q_1} \left(-q_2 + \sqrt{q_2^2 + \frac{4q_1 T_i}{1 + q_0(U-15)}} \right)$, значения вспомогательных

коэффициентов были следующими: $q_0 = 0.1026$, $q_1 = 13.1025$, $q_2 = 2.4655$, $q_3 = 1076.7019$; U – текущее напряжение. Для измерения этого напряжения на полетный контроллер также был установлен датчик CJMCU-219 на чипе INA219.

Далее ШИМ-сигналы (43) поступали на стандартные регуляторы ESC T-Motor Air 20A, которые осуществляли стабилизацию соответствующих угловых скоростей вращения моторов.

Код алгоритма управления и преобразования сил и моментов в ШИМ-сигналы был написан на C++. Он загружался в полетный контроллер с помощью интерфейсов Universal Serial Bus, Universal Asynchronous Receiver-Transmitter (USB-UART). В ходе полета задающие воздействия для углов Эйлера и высоты подавались на объект с помощью команд на ноутбуке и Raspberry PI. Кроме того, была предусмотрена возможность формировать задающие воздействия и передавать их на объект с помощью пульта управления FLYSKY FS-i6, приемника FSiA6B и системы Intelligent Input Bus (IBUS). Модули низкого уровня UART и Inter-Integrated Circuit (I2C) обеспечивали передачу информации (задающих воздействий для выходных переменных, измерений с датчиков) на микроконтроллер MDR32F9Q2I. Далее, на основе этих данных и кода алгоритма управления на C++ в микроконтроллере на низком уровне происходило формирование ШИМ-сигналов, и осуществлялась их передача на стандартные регуляторы скоростей вращения моторов ESC T-Motor Air 20A. Более подробное описание технических деталей представлено в [34], где также использовался микроконтроллер MDR32F9Q2I, но применительно к другому квадрокоптеру и с ПИД-регуляторами в качестве алгоритмов управления.

Ставилась задача стабилизации рыскания и высоты при их ступенчатом изменении, а также стабилизации нулевых значений крена и тангажа с величиной ошибки в установившемся режиме не более чем 2 (град) для углов Эйлера и не более чем 0.05 (м) для высоты. Допускалось, что неопределенности могут изменяться в следующих диапазонах:

$$|F_{1i}(t)| \leq 1146 \text{ (град/с}^2\text{)}, i = 1, 2, 3, |F_{14}(t)| \leq 8 \text{ (м/с}^2\text{)}, t \geq 0. \quad (44)$$

Из-за наличия перекрестных связей с рысканием (5) и с линейными скоростями [35] по каналам крена и тангажа действуют наибольшие по величине возмущения по сравнению с другими каналами, что далее будет учтено при выборе коэффициентов регулятора и наблюдателя неопределенностей.

На основе методов частотной идентификации [35] динамика моторов приближенно имитировалась подачей виртуальных управлений $u = (\tau_p, \tau_q, \tau_r, u_z)^T$ на фильтры нижних частот (ФНЧ):

$$\begin{aligned} 0.05\dot{\tilde{u}}_p &= -\tilde{u}_p + \tau_p, & 0.05\dot{\tilde{u}}_q &= -\tilde{u}_q + \tau_q, \\ 0.005\dot{\tilde{u}}_r &= -\tilde{u}_r + \tau_r, & 0.1\dot{\tilde{u}}_z &= -\tilde{u}_z + u_z, \end{aligned} \quad (45)$$

где $\tilde{u}_p, \tilde{u}_q, \tilde{u}_r, \tilde{u}_z$ – переменные состояния ФНЧ.

Из (45) следует, что наибольшие искажения виртуальных управлений за счет динамики моторов происходят в канале высоты, наименьшие – в канале рыскания. Чтобы уменьшить амплитуду паразитных низкочастотных гармоник, возникающих из-за искажения виртуальных управлений динамикой моторов (45), и уменьшить зашумленность сигналов, в замкнутую систему дополнительно были введены ФНЧ вида (45), которые применялись к сигналам e_{2i} с постоянными времени 0.0052 (для углов Эйлера), 0.01 (для высоты) и к сигналам корректирующих воздействий наблюдателя $v_i(t)$ с постоянными времени 0.05 (для углов Эйлера) и 0.28 (для высоты). Структурная схема замкнутой системы с учетом наблюдателя возмущений и ФНЧ, которая была апробирована на объекте, приведена на рисунке 4.

Значения коэффициентов регуляторов находились с опорой на достаточные условия устойчивости из Леммы 1 (процедура из раздела 3 не использовалась из-за более консервативных оценок в ней по сравнению с Леммой 1). Однако из-за консервативности нижних оценок на выбор амплитуд из доказательства Леммы 1 и ограничений на переменные состояния и управления, итоговые значения коэффициентов регуляторов были уменьшены относительно границ из Леммы 1 и найдены с помощью численного моделирования в MATLAB. Таким образом, для апробации алгоритмов управления были выбраны следующие значения коэффициентов.

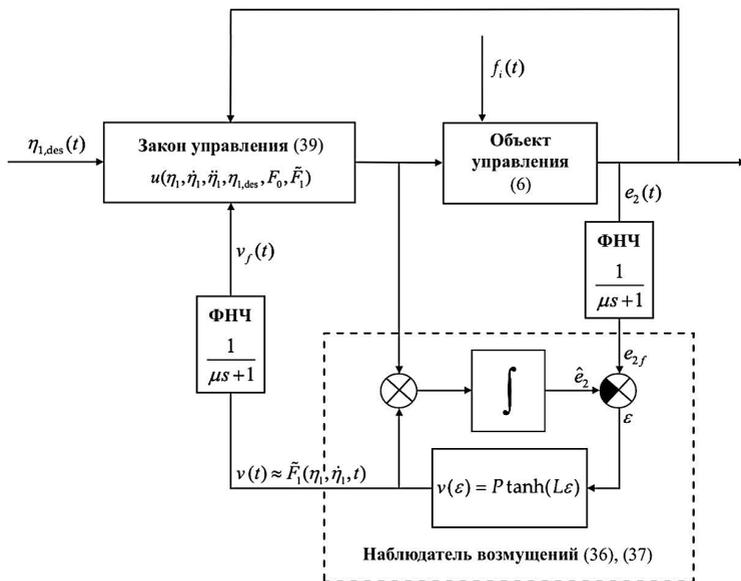


Рис. 4. Структурная схема системы управления с наблюдателем возмущений и с фильтрами нижних частот

Для канала крена и тангажа:

$$m_{1i} = 4.8, k_{1i} = 1, m_{2i} = 10, k_{2i} = 4, k_{3i} = 2.25, i = 1, 2.$$

Для канала рыскания:

$$m_{13} = 0.4, k_{13} = 5, m_{23} = 0.5, k_{23} = 7, k_{33} = 0.$$

Для канала высоты:

$$m_{14} = 1.2, k_{14} = 0.6, m_{24} = 7, k_{24} = 0.75, k_{34} = 0.$$

Для рыскания было принято нулевое значение коэффициента усиления $k_{33} = 0$ при угловом ускорении, поскольку его управляющий момент наименее искажается динамикой моторов (45) по сравнению с другими каналами (напомним, что положительные значения коэффициентов при ускорениях позволяют уменьшить амплитуду колебаний, возникающих из-за динамики моторов). Хотя суммарная

тяга для управления высотой искажается динамикой моторов сильнее всего (45), для высоты также было принято $k_{34} = 0$. В этом случае так было сделано, чтобы не увеличивать зашумленность управления и не превышать допустимые ресурсы. Однако чтобы избежать сильных колебаний высоты из-за динамики моторов пришлось организовать в этом канале наиболее медленные переходные процессы по сравнению с остальными каналами. Таким образом, ненулевые коэффициенты усиления при ускорениях объекта были заданы только для крена и тангажа. Управление этими переменными требует меньше ресурсов, чем управление рысканием и высотой, при этом крен и тангаж также подвержены колебаниям из-за динамики моторов и конструктивных особенностей объекта.

Коэффициенты наблюдателя неопределенностей были приняты исходя из допустимых границ изменения неопределенностей (44) и исходя из обеспечения ошибки оценивания в установившемся режиме по модулю и не более чем 5 (град/с²) для углов Эйлера и не более чем 0.2 (м/с²) для высоты.

Для канала крена, тангажа и рыскания:

$$p_i = 30, l_i = 0.45, i = 1, 2, 3.$$

Для канала высоты:

$$p_4 = 15, l_4 = 0.34.$$

Предложенная модификация блочного подхода с сигмовидными обратными связями (БПС) сравнивалась со стандартным блочным подходом с линейными управлениями (БПЛ):

$$\begin{aligned} e_1 &= \eta_1 - \eta_{1,des}(t), e_2 = \eta_2 + \widehat{K}_1 e_1, \\ u &= -B_0^{-1}(\bar{\eta})(F_0 + z_2 + \widehat{K}_2 e_2 + \widehat{K}_3 \ddot{\eta}_1), \end{aligned} \quad (46)$$

где $z_2 \in R^{4 \times 1}$ – оценки неопределенностей, $\widehat{K}_i = \text{diag}(\widehat{k}_{i1}, \dots, \widehat{k}_{i4})$ – диагональные матрицы, элементы которых являются константами (коэффициентами усиления), $i = 1, \dots, 4$.

При этом, как и для БПС, к сигналам e_{2i} для уменьшения зашумленности и уменьшения колебаний применялся ФНЧ с постоянными 0.0052 (для углов Эйлера) и 0.01 (для высоты).

Оценки z_2 неопределенностей для БПЛ предоставлял стандартный наблюдатель Луенбергера [36] с линейными корректирующими воздействиями:

$$\dot{z}_1 = z_2 + F_0 + B_0(\bar{\eta})u + L_1(e_2 - z_1), \quad \dot{z}_2 = L_2(e_2 - z_1), \quad (47)$$

где $z_1 \in R^{4 \times 1}$, z_2 – переменные состояния наблюдателя, $L_1 = \text{diag}(-2s_\phi, -2s_\theta, -2s_\psi, -2s_z)$, $L_2 = \text{diag}(s_\phi^2, s_\theta^2, s_\psi^2, s_z^2)$, $s_\phi, s_\theta, s_\psi, s_z$ – коэффициенты наблюдателя [36].

В отличие от БПС, к оценкам неопределенностей не применялись ФНЧ, чтобы для БПС и БПЛ использовались наблюдатели неопределенностей одного и того же суммарного порядка 8.

Были выбраны следующие коэффициенты регулятора в системе БПЛ с наблюдателем неопределенностей.

Для канала крена и тангажа:

$$\hat{k}_{1i} = 4.8, \quad \hat{k}_{2i} = 37, \quad \hat{k}_{3i} = 2.25, \quad i = 1, 2. \quad (48)$$

Для канала рыскания:

$$\hat{k}_{13} = 1.54, \quad \hat{k}_{23} = 2.6, \quad \hat{k}_{33} = 0. \quad (49)$$

Для канала высоты:

$$\hat{k}_{14} = 0.7, \quad \hat{k}_{24} = 0.75, \quad \hat{k}_{34} = 0. \quad (50)$$

Для объективности сравнения результатов апробации коэффициенты (48), (49) регулятора углов и наблюдателя для БПЛ были эмпирически подобраны на основе численного моделирования так, чтобы обеспечить примерно такое же время переходных процессов и такую же точность, как и в предложенной модификации блочного подхода с сигмовидными обратными связями БПС. Однако выбрать коэффициенты регулятора высоты для БПЛ, исходя из этой же цели, не удалось. Коэффициенты (50) приблизительно соответствовали предельным коэффициентам, при которых не возникает сильных колебаний по высоте. Было выявлено, что

увеличение коэффициентов относительно (50) приводит к увеличению амплитуды колебаний высоты и к риску возникновения аварийных ситуаций при использовании идентичных ФНЧ и наблюдателя того же порядка, что и в БПС. По этой причине достаточно маленькие коэффициенты (50) обеспечили более низкую точность стабилизации высоты по сравнению с БПС, но при меньших ресурсах управления (что будет продемонстрировано далее на графиках). Для возможности увеличения коэффициентов относительно (50) требовалось бы дополнительное решение по фильтрации в регуляторе БПЛ и/или повышению порядка наблюдателя неопределенностей.

Кроме того, для БПЛ были приняты следующие коэффициенты наблюдателя Луенбергера (47):

$$s_\phi = -17, s_\theta = -17, s_\psi = -20, s_z = -4.5.$$

Таким образом, апробировались следующие алгоритмы управления и соответствующие замкнутые системы:

1. Блочный подход с сигмовидными управлениями (41) (БПС).

2. Блочный подход с линейными управлениями (46) (БПЛ).

В первом эксперименте по апробации алгоритмов управления требовалось, чтобы квадрокоптер поднялся на высоту -0.5 (м), затем отработал ступенчатое задающее воздействие для рыскания из 0 (град) в 10 (град) при стабилизации нулевых значений крена и тангажа.

На рисунке 5 приведены графики изменения рыскания $\psi(t)$ (град) и ступенчатого задающего воздействия $\psi_{\text{des}}(t)$ (град). Момент времени $t = 0$ (с) здесь и далее будет соответствовать времени подачи ступеньки. На рисунке 6 представлены графики управления $\tau_r(t)$ (Н·м). Для наглядности на этом рисунке также приведен график скачка управления при ступенчатом изменении задания, найденного путем вычитания из сигнала $\tau_r(t)$ его среднего значения за 0.5 (с) до подачи ступеньки (в результате этой операции $\tau_r(t)$ до подачи ступеньки становится примерно равным нулю, и далее можно объективно сравнить величины скачков для разных алгоритмов управления при небольших отличиях в начальных условиях, которые неизбежны из-за разной величины шумов и возмущений в разных экспериментах). На рисунках 7-8 приведены графики крена $\phi(t)$ и его управления $\tau_p(t)$ и тангажа $\theta(t)$ и его управления $\tau_q(t)$ соответственно. На рисунке 9

представлен график высоты $z(t)$ и ее управления $u_z(t)$. На рисунке 10 приведены графики линейных координат $x(t)$ и $y(t)$. На рисунке 11 приведены графики оценок неопределенностей с помощью корректирующего воздействия $v_3(t)$ предложенного наблюдателя (для БПС) и с помощью переменной $z_{23}(t)$ наблюдателя Луенбергера (для БПЛ), а также графики скачков оценок.

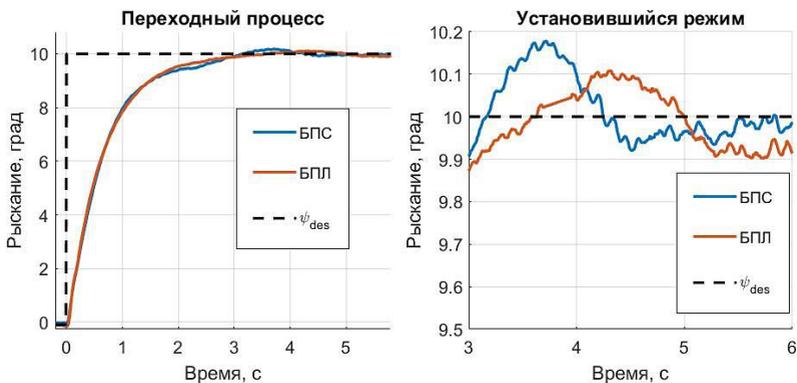


Рис. 5. Графики рыскания $\psi(t)$ и задающего воздействия $\psi_{des}(t)$

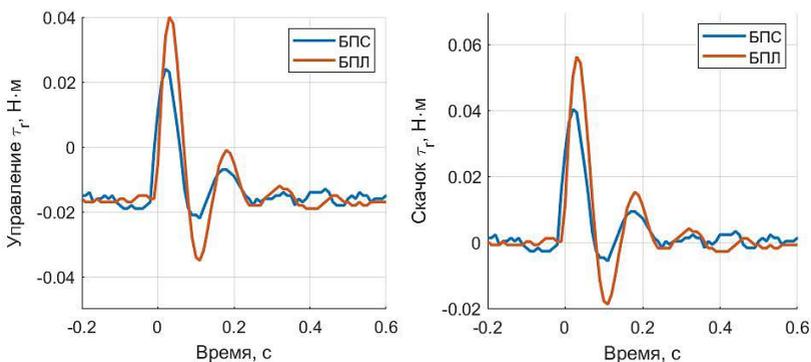


Рис. 6. Графики управления $\tau_r(t)$ и величины его скачка

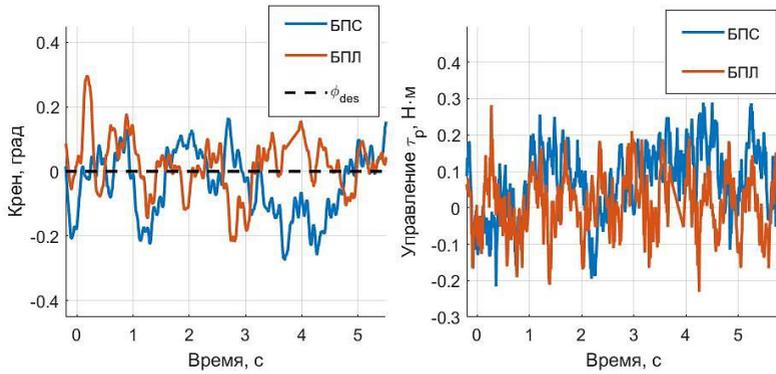


Рис. 7. Графики крена $\phi(t)$ и управления $\tau_r(t)$

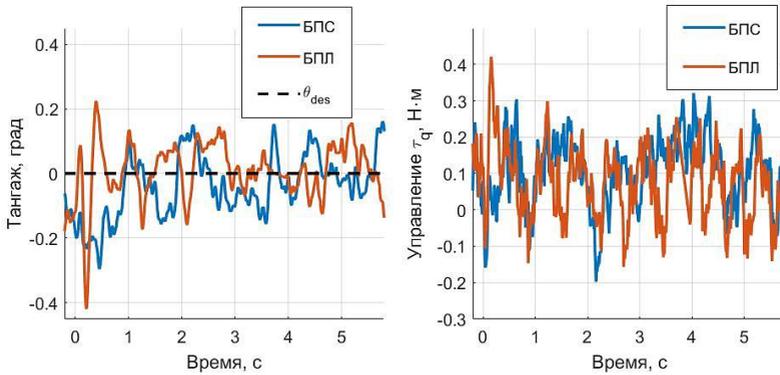


Рис. 8. Графики тангажа $\theta(t)$ и управления $\tau_q(t)$

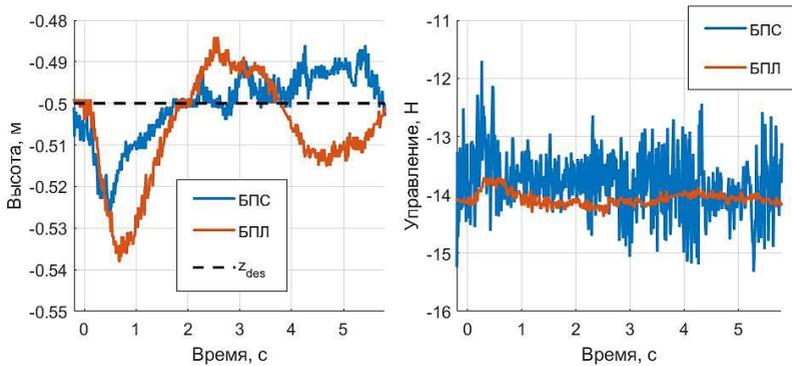


Рис. 9. Графики высоты $z(t)$ и управления $u_z(t)$

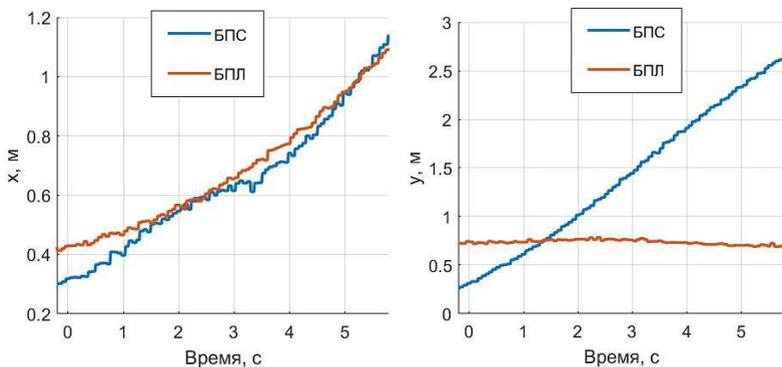


Рис. 10. Графики линейных координат $x(t)$ и $y(t)$

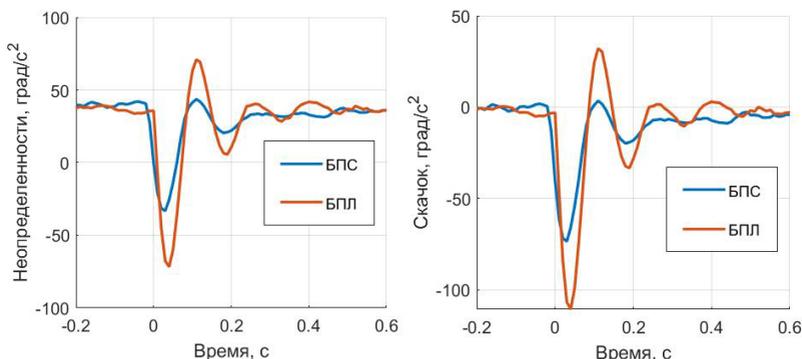


Рис. 11. Графики оценок неопределенности с помощью наблюдателей и величины их скачка

В таблице 2 приведены следующие количественные показатели качества работы наблюдателей неопределенностей: максимальное значение модуля оценки (град/с²).

В таблице 3 приведены следующие количественные показатели качества работы регуляторов: время переходного процесса, а именно: момент времени (с), начиная с которого ошибка слежения попадает в окрестность $|\psi(t) - 10| \leq 0.5$ (град) и более не покидает ее; максимальное значение модуля скачка управления (Н·м); среднее значение модуля ошибки слежения в установившемся режиме (град), средние значения модулей крена и тангажа (град) и максимальная ошибка стабилизации высоты на уровне -0.5 (м).

Таблица 2. Количественные показатели качества работы наблюдателей неопределенностей

Показатель	БПС	БПЛ
Максимальное значение модуля скачка оценки (град/с ²)	73.42	110.6

Таблица 3. Количественные показатели качества работы регуляторов

Показатель	БПС	БПЛ
Время переходного процесса (с)	2.35	1.94
Максимальное значение модуля скачка управления (Н м)	0.04041	0.05629
Среднее значение модуля ошибки слежения (град)	0.0638	0.0649
Среднее значение модуля крена (град)	0.0894	0.0709
Среднее значение модуля тангажа (град)	0.0875	0.0674
Максимальное значение ошибки стабилизации высоты (м)	0.027	0.038

Из рисунка 11 и таблицы 2 следует, что для БПС максимальный скачок оценочных сигналов неопределенностей оказался примерно в 1.51 раз меньше по сравнению с БПЛ за счет ограниченных сигмовидных корректирующих воздействий в предложенном наблюдателе по сравнению с линейными корректирующими воздействиями в наблюдателе Луенбергера [36].

Цель управления рысканием была достигнута для всех алгоритмов: время переходных процессов в этом случае составило примерно 2 (с) при средней величине ошибки в установившемся режиме не более чем 0.0649 (град) (рисунок 5, таблица 3). При этом для БПС максимальный скачок управления оказался в 1.39 раз меньше по сравнению с БПЛ (рисунок 6, таблица 3).

Отметим, что при обработке рысканием ступенчатого задающего воздействия крен и тангаж остаются в малой окрестности нуля (рисунок 7-8, таблица 3), что демонстрирует робастность всех алгоритмов управления к неопределенностям, возникающим из-за перекрестных связей. При этом использование линейных управлений уменьшало ошибки стабилизации крена и тангажа примерно до 1.3 раз по сравнению с использованием сигмовидных предположительно из-за меньшего влияния шумов измерений на линейные управления.

Из таблицы 3 также следует, что при обработке рысканием ступеньки максимальное отклонение высоты от задания -0.5 (м) по модулю составило 2.7 (см) для БПС, 3.8 (см) для БПЛ. Таким образом, для БПС ошибка оказалась в 1.41 раз меньше по сравнению с БПЛ.

Во втором и третьем экспериментах требовалось, чтобы рыскание и высота обрабатывали ступенчатые задающие воздействия с разной величиной скачков: для рыскания из -10 (град) в 0 (град)

(величина скачка 10 (град)) и из -15 (град) в 0 (град) (величина скачка 15 (град)) при стабилизации высоты на уровне -0.5 (м) и нулевых значений крена и тангажа; для высоты из -1 (м) в -0.5 (м) (величина скачка 0.5 (м)) и из -1.5 (м) в -0.5 (м) (величина скачка 1 (м)) при стабилизации нулевых значений углов Эйлера.

На рисунках 12-15 и в таблицах 4-5 приведены качественные и количественные показатели результатов апробации алгоритмов соответственно.

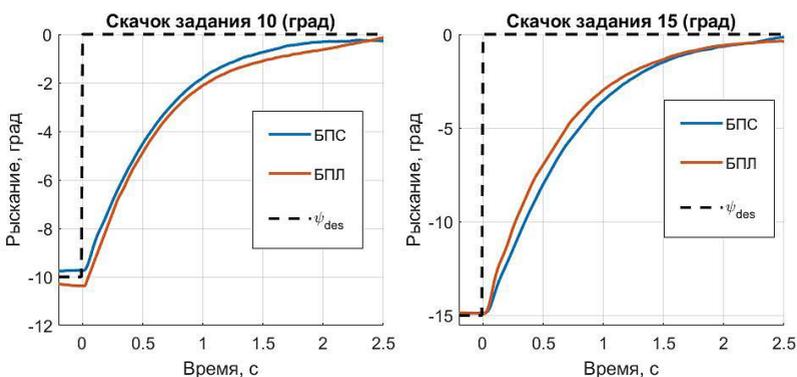


Рис. 12. Графики рыскания $\psi(t)$ и задающего воздействия $\psi_{des}(t)$

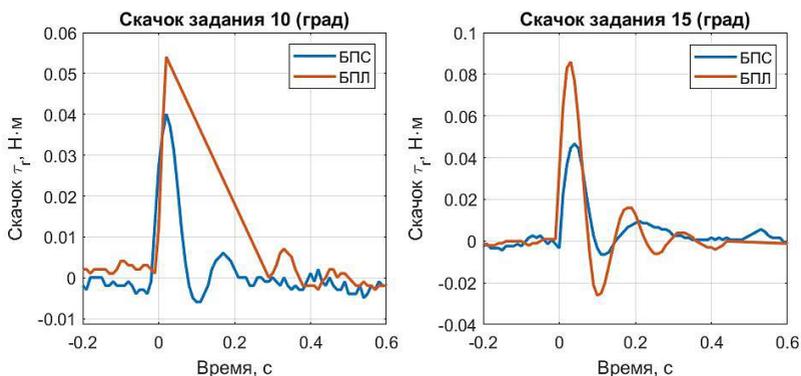


Рис. 13. Графики величины скачка управления $\tau_r(t)$

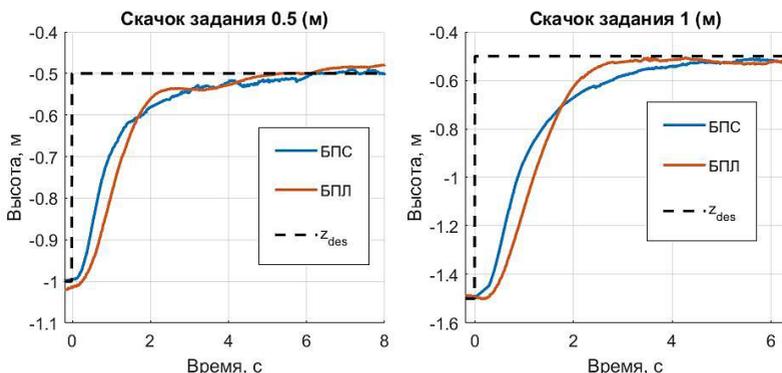
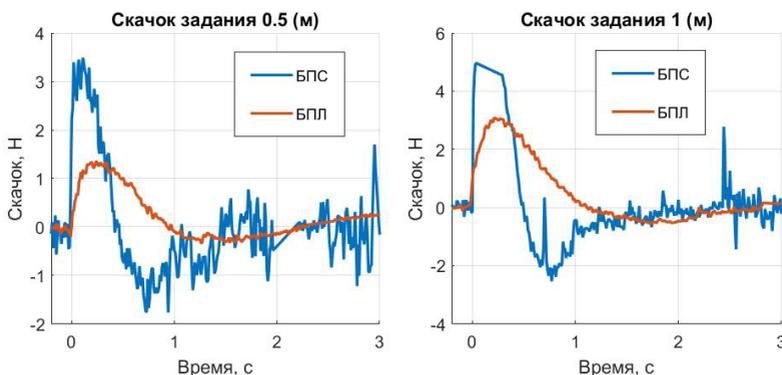

 Рис. 14. Графики высоты $z(t)$ и задающего воздействия $z_{des}(t)$

 Рис. 15. Графики величины скачка управления $u_z(t)$

 Таблица 4. Количественные показатели качества работы регуляторов
рыскания

Показатель	Скачок задания 10 (град)		Скачок задания 15 (град)	
	БПС	БПЛ	БПС	БПЛ
Максимальное значение модуля скачка управления (Нм)	0.0401	0.05408	0.04461	0.08594

Из таблицы 4 следует, что для БПС максимальный скачок управления меньше в 1.35 и 1.93 раза по сравнению с БПЛ при скачке задания по рысканию в 10 и 15 (град) соответственно. Следовательно, с увеличением скачка задающего воздействия для рыскания выигрыш

в уменьшении скачка управления возрастает для БПС относительно БПЛ.

Таблица 5. Количественные показатели качества работы регуляторов высоты

Показатель	Скачок задания 0.5 (м)		Скачок задания 1 (м)	
	БПС	БПЛ	БПС	БПЛ
Максимальное значение модуля скачка управления (Н)	3.488	1.336	4.961	3.08

Из таблицы 5 видно, что для БПЛ максимальный скачок управления меньше в 2.61 и 1.61 раза по сравнению с БПС при скачке задания по высоте в 0.5 и 1 (м) соответственно. В данном случае из-за достаточно малого скачка задания по высоте и из-за того, что коэффициенты в регуляторе высоты с линейными управлениями были меньше единицы, для БПЛ величина скачка управления оказалась меньше по сравнению с БПС. Однако с увеличением скачка задающего воздействия для высоты выигрыш в уменьшении скачка управления уменьшается для БПЛ относительно БПС.

Таким образом, результаты апробации показали эффективность предложенного алгоритма БПС. Исходя из результатов натуральных экспериментов, можно сделать следующие выводы: если предполагается подавать на объект только гладкие задающие воздействия, либо негладкие с относительно небольшими скачками, и быстродействие отработки заданий не критично, то целесообразнее использовать линейные управления и БПЛ в виду простоты их реализации и их меньшей подверженности шумам измерений по сравнению с нелинейными управлениями. В противном случае (при негладких заданиях, когда важно быстродействие их отработки) рекомендуется использовать БПС для уменьшения скачков управления, уменьшения колебаний переменных состояния и увеличения точности в момент скачка задающего воздействия (по сравнению с БПЛ). При этом чем больше величина скачка задающих воздействий, тем выигрышнее будет применение БПС относительно БПЛ в плане качественных и количественных показателей качества регулирования.

7. Заключение. Цель работы состояла в разработке модификации блочного подхода для решения задач управления ориентацией и высотой квадрокоптера при наличии комплексных неопределенностей в модели объекта (внешних возмущений и параметрических неопределенностей, в том числе неучтенной

динамики). Цель была достигнута за счет разработки регулятора и наблюдателя неопределенностей с использованием сигмовидных обратных связей. В регуляторе и наблюдателе гладкие и ограниченные обратные связи позволили избежать большого перерегулирования, характерного для стандартного блочного подхода с линейными управлениями, а также уменьшить амплитуду управлений. Добавление слагаемых с ускорением объекта в регулятор обеспечило уменьшение колебаний переменных состояния, которые возникают из-за динамики моторов. Кроме того, за счет оценки неопределенностей с помощью корректирующих воздействий, предложенный наблюдатель с сигмовидными корректирующими воздействиями имеет меньший порядок по сравнению со стандартными наблюдателями (например, с наблюдателем Луенбергера). Результаты апробации алгоритмов на квадрокоптере со стандартной рамой F450 продемонстрировали их эффективность.

В будущем планируется разработать генератор задающих воздействий для сглаживания эталонных траекторий, которые имеют точки разрыва. Будет проведено исследование по разработке процедуры выбора значений коэффициентов регулятора с использованием менее консервативных оценок по сравнению с оценками из раздела 3 (так, чтобы выполнить заданные ограничения на переменные состояния и управления). Кроме того, планируется синтезировать регулятор линейными координатами x и y при наличии неопределенностей и провести апробацию алгоритмов.

Литература

1. Баранов О.В. Алгоритм настройки стабилизирующего ПИД-регулятора квадрокоптера // Известия высших учебных заведений: Приборостроение. 2021. Т. 64. № 10. С. 829–838.
2. Leal I.S., Abeykoon C., Perera, Y.S. Design, Simulation, Analysis and Optimization of PID and Fuzzy Based Control Systems for a Quadcopter // Electronics. 2021. vol. 10. no. 18. pp. 1–33.
3. Abdulkareem A., Oguntosin V., Popoola O.M., Idowu A.A. Modeling and Nonlinear Control of a Quadcopter for Stabilization and Trajectory Tracking // Journal of Engineering. 2022. vol. 2022. pp. 1–19.
4. Шмалько Е.Ю. Машинно синтезированное управление нелинейным динамическим объектом на основе оптимального расположения точек равновесия // Информатика и автоматизация. 2024. Т. 22. № 1. С. 87–109.
5. Барсегян В.Р., Симонян Т.А., Матевосян А.Г. Об одной задаче оптимального управления квадрокоптером с заданным промежуточным значением части координат фазового вектора // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2024. № 2. С. 59–72.
6. Ferede R., de Croon G., De Wagter C., Izzo D. End-to-end neural network based optimal quadcopter control // Robotics and Autonomous Systems. 2024. vol. 172. pp. 1–11.

7. Борисов О.И., Каканов М.А., Живицкий А.Ю., Пыркин А.А. Робастное траекторное управление квадрокоптером по выходу на основе геометрического подхода // *Приборостроение*. 2021. Т. 64. № 12. С. 982–992.
8. Nguyen N.P., Pitakwachara P. Integral terminal sliding mode fault tolerant control of quadcopter UAV systems // *Sci Rep*. 2024. vol. 14. pp. 1–16.
9. Rahmi E., Karaarslan A. Sliding Mode Control-Based Modeling and Simulation of a Quadcopter // *Journal of Engineering Research and Reports*. 2023. vol. 24. no. 3. pp. 32–41.
10. Яцун С.Ф., Емельянова О.В., Сантьяго Мартинез Леон А., Мигель Москера Морочо Л. Адаптивное управление нелинейным объектом типа конвертоплан в условиях неопределенностей // *Известия Юго-Западного государственного университета*. 2020. Т. 24. № 3. С. 35–50.
11. Глушенко А.И., Ласточкин К.А. Адаптивное управление с гарантией экспоненциальной устойчивости. Часть III. Объекты с переменными параметрами // *Автоматика и телемеханика*. 2023. № 11. С. 147–168.
12. Глушенко А.И., Ласточкин К.А. Адаптивный наблюдатель состояний и возмущений линейных систем с перепараметризацией // *Автоматика и телемеханика*. 2023. Т. 84. № 11. С. 115–146.
13. Xie W., Cabecinhas D., Cunha R., Silvestre C. Adaptive Backstepping Control of a Quadcopter With Uncertain Vehicle Mass, Moment of Inertia, and Disturbances // *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2023. vol. 69. no. 1. pp. 549–559. DOI: 10.1109/TIE.2021.3055181.
14. Noordin A., Mohd Basri M.A., Mohamed Z. Real-Time Implementation of an Adaptive PID Controller for the Quadrotor MAV Embedded Flight Control System // *Aerospace*. 2023. vol. 10. no. 1. DOI: 10.3390/aerospace10010059.
15. Park D., Le T.-L., Quynh N.V., Long N.K., Hong S.K. Online Tuning of PID Controller Using a Multilayer Fuzzy Neural Network Design for Quadcopter Attitude Tracking Control // *Frontiers in Neurorobotics*. 2021. vol. 14. DOI: 10.3389/fnbot.2020.619350.
16. Ramírez-Neria M., Luviano-Juárez A., González-Sierra J., Ramírez-Juárez R., Aguerrebere J., Hernandez-Martinez E.G. Active Disturbance Rejection Control for the Trajectory Tracking of a Quadrotor // *Actuators*. 2024. vol. 13. no. 9. DOI: 10.3390/act13090340.
17. Khadraoui S., Fareh R., Baziyad M., Elbeltagy M., Bettayeb M. A Comprehensive Review and Applications of Active Disturbance Rejection Control for Unmanned Aerial Vehicles // *IEEE Access*. 2024. vol. 12. pp. 185851–185868.
18. Chang X., Jin C., Cheng Y. Dynamics and advanced active disturbance rejection control of tethered UAV // *Applied Mathematical Modelling*. 2024. vol. 135. pp. 640–665.
19. Буй В.Х., Маргун А.А., Бобцов А.А. Синтез наблюдателя переменных состояния и синусоидального возмущения для линейной нестационарной системы с неизвестными параметрами // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2024. Т. 67. № 3. С. 209–219.
20. Андриевский Б.Р. Фуртат И.Б. Наблюдатели возмущений: методы и приложения. Часть 1. Методы // *Автомат. и телемех.* 2020. № 9. С. 3–61.
21. Sun H., Li, J., Wang, R., Yang K. Attitude Control of the Quadrotor UAV with Mismatched Disturbances Based on the Fractional-Order Sliding Mode and Backstepping Control Subject to Actuator Faults // *Fractal Fract*. 2023. vol. 7. no. 3. DOI: 10.3390/fractalfract7030227.
22. Smith S., Pan Y.-J. Adaptive Observer-Based Super-Twisting Sliding Mode Control for Low Altitude Quadcopter Grasping // *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. 2025. vol. 30. no. 1. pp. 587–598.

23. Bingul Z., Gul K. Intelligent-PID with PD Feedforward Trajectory Tracking Control of an Autonomous Underwater Vehicle // *Machines*. 2023. vol. 11. no. 2. DOI: 10.3390/machines11020300.
24. Rao J., Li B., Zhang Z., Chen D., Giernacki W. Position Control of Quadrotor UAV Based on Cascade Fuzzy Neural Network // *Energies*. 2022. vol. 15. no. 5. DOI: 10.3390/en15051763.
25. Antipov A.S., Kokunko J.G., Krasnova S.A., Utkin V.A., Utkin A.V. Direct control of the endpoint of the manipulator under non-smooth uncertainty and reference trajectories // *Journal of the Franklin Institute*. 2023. vol. 360. no. 17. pp. 13430–13458.
26. Golubev A.E., Glazkov T.V. Nonlinear quadrotor control based on Simulink Support Package for Parrot Minidrones // *CEUR Workshop Proceedings*. 2020. vol. 2783. pp. 113–127.
27. Bici A., Minervini A., Godio S., Guglieri G., DAVIS F. Development and Validation of a LQR-Based Quadcopter Control Dynamics Simulation Model // *International Journal of Aerospace Engineering*. 2021. vol. 34. no. 6. DOI: 10.1061/(ASCE)AS.1943-5525.0001336.
28. Okasha M., Kravlev J., Islam M. Design and Experimental Comparison of PID, LQR and MPC Stabilizing Controllers for Parrot Mambo Mini-Drone // *Aerospace*. 2022. vol. 9. no. 6. DOI: 10.3390/aerospace9060298.
29. Ahn H., Hu M., Chung Y., You K. Sliding-Mode Control for Flight Stability of Quadrotor Drone Using Adaptive Super-Twisting Reaching Law // *Drones*. 2023. vol. 7. no. 8. DOI: 10.3390/drones7080522.
30. Krasnova S.A., Kokunko J.G., Kochetkov S.A., Utkin V.A. Generation of Achievable Three-Dimensional Trajectories for Autonomous Wheeled Vehicles via Tracking Differentiators // *Algorithms*. 2023. vol. 16. no. 9. DOI: 10.3390/a16090405.
31. Antipov A., Krasnova S., Utkin V. Methods of Ensuring Invariance with Respect to External Disturbances: Overview and New Advances // *Mathematics*. 2021. vol. 9. no. 23. DOI: 10.3390/math9233140.
32. Izadi M., Faieghi R. High-gain disturbance observer for robust trajectory tracking of quadrotors // *Control Engineering Practice*. 2024. vol. 145. DOI: 10.1016/j.conengprac.2024.105854.
33. Вольф Д.А., Широков А.С. Исследование основных и сопутствующих процессов управления полетом квадрокоптерной системы // *Труды 14-го Всероссийского совещания по проблемам управления (ВСПУ-2024, г. Москва, 17-20 июня 2024 г.)*. М.: ИПУ РАН, 2024. С. 1265–1269.
34. Wolf D., Alexandrov V., Shatov D., Rezkov I., Trefilov P., Meshcheryakov R. Development of a Firmware for Multirotor UAV Flight Controller Implemented on MCU MDR 32 // *Proceeding of the International Conference on Interactive Collaborative Robotics (ICR 2023)*. 2023. vol. 14214. pp. 345–356.
35. Alexandrov V., Rezkov I., Shatov D., Morozov Y. Frequency domain identification of the quadcopter attitude dynamics // *Advances in Systems Science and Applications*. 2023. vol. 23. no. 3. DOI: 10.25728/assa.2023.23.3.1424.
36. Herbst G. A Simulative Study on Active Disturbance Rejection Control (ADRC) as a Control Tool for Practitioners // *Electronics*. 2013. vol. 3(2). pp. 246–279.

Антипов Алексей Семенович — канд. техн. наук, старший научный сотрудник, лаборатория 37 «Систем с разрывными управлениями», ИПУ РАН. Область научных интересов: робастное управление (управление на скользящих режимах, блочный принцип управления), методы синтеза наблюдателей состояния и возмущений с применением алгоритмов к мехатронным системам. Число научных публикаций — 62.

scholess18@mail.ru; улица Профсоюзная, 65, 117997, Москва, Россия; р.т.: +7(495)198-1720,,1577.

Кокунько Юлия Георгиевна — научный сотрудник, лаборатория 37 «Систем с разрывными управлениями», ИПУ РАН. Область научных интересов: нелинейное робастное управление, блочный принцип управления с применением к системам слежения для беспилотных транспортных средств, функционирующих в условиях неопределенности и внешних возмущений, наблюдатели состояния и возмущений, синтез систем управления электромеханическими объектами и мобильными роботами. Число научных публикаций — 48. juliakokunko@gmail.com; улица Профсоюзная, 65, 117997, Москва, Россия; р.т.: +7(495)198-1720,,1577.

Вольф Данияр Александрович — канд. техн. наук, старший научный сотрудник, лаборатория 80 «Киберфизических систем», ИПУ РАН. Область научных интересов: исследование аппаратных и программных архитектур управления беспилотными летательными аппаратами, психоакустика. Число научных публикаций — 32. gunsolar@mail.ru; улица Профсоюзная, 65, 117997, Москва, Россия; р.т.: +7(495)198-1720.

Широков Александр Сергеевич — младший научный сотрудник, лаборатория 80 «Киберфизических систем», ИПУ РАН. Область научных интересов: беспилотные летательные аппараты, мобильные роботы, системы управления роботами, применение групп роботов. Число научных публикаций — 22. shiras@ipu.ru; улица Профсоюзная, 65, 117997, Москва, Россия; р.т.: +7(495)198-1720,,1848.

Поддержка исследований. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 24-21-20009).

A. ANTIPOV, J. KOKUNKO, D. WOLF, A. SHIROKOV
**SYNTHESIS OF COMBINED QUADROPTER ATTITUDE
AND ALTITUDE CONTROL BASED ON BLOCK APPROACH
WITH SIGMOIDAL FEEDBACKS**

Antipov A., Kokunko J., Wolf D., Shirokov A. Synthesis of Combined Quadrocopter Attitude and Altitude Control Based on Block Approach with Sigmoidal Feedbacks.

Abstract. This paper considers the problem of controlling the attitude and altitude of a quadrocopter in the presence of uncertainties in the plant model. When solving this problem, it is especially important to consider the peculiarities of the plant: strong susceptibility to roll, pitch, and altitude oscillations due to the quadrocopter design and motor dynamics (with yaw being the least susceptible to oscillations due to motor dynamics compared with other controllable variables). To achieve high control quality in the presence of uncertainties, combined control is usually applied. It is constructed as a sum of two parts: a basic stabilizing part and a part compensating uncertainties with the help of a disturbance observer. Typically, both parts contain linear feedback. However, when the output variables of the plant track non-smooth reference signals, linear feedback can cause overshooting and increased oscillations. To prevent these problems, we propose a combined control law with smooth and bounded feedback in the form of the hyperbolic tangent. This feedback is used by both the controller and the disturbance observer. In this case, the control synthesis is based on the structural properties of the plant using the block approach. Its application provided invariance of the output variables with respect to not only matched but also unmatched uncertainties, and also allowed to construct a disturbance observer of the minimum possible order. In addition, to reduce the oscillations, a part with plant accelerations was introduced into the control law. To realize the proposed approach, it is sufficient to know the nominal values of some parameters of the plant and the permissible bounds of uncertainty variation. We present the results of experiments on a quadrocopter with an F450 frame and the results of a comparative analysis of the proposed approach with the one using linear control.

Keywords: UAV, external disturbances, combined control, block approach, hyperbolic tangent.

References

1. Baranov O.V. [Algorithm for tuning the stabilizing PID controller of quadrocopter]. *Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij: Priborostroenie*. – Proceedings of Higher Educational Institutions: Instrument engineering. 2021. vol. 64. no. 10. pp. 829–838. (In Russ).
2. Leal I.S., Abeykoon C., Perera, Y.S. Design, Simulation, Analysis and Optimization of PID and Fuzzy Based Control Systems for a Quadrocopter. *Electronics*. 2021. vol. 10. no. 18. pp. 1–33.
3. Abdulkareem A., Oguntosin V., Popoola O.M., Idowu A.A. Modeling and Nonlinear Control of a Quadrocopter for Stabilization and Trajectory Tracking. *Journal of Engineering*. 2022. vol. 2022. pp. 1–19.
4. Shmalko E.Ju. [Machine synthesized control of a nonlinear dynamic plant based on optimal arrangement of equilibrium points]. *Informatika i avtomatizacija – Informatics and automation*. 2024. vol. 22. no. 1. pp. 87–109. (In Russ).
5. Barsegjan V.R., Simonjan T.A., Matevosjan A.G. [On one problem of optimal control of a quadrocopter with a given intermediate value of a part of phase vector

- coordinates]. *Differentsial'nye uravnenija i processy upravlenija – Differential equations and control processes*. 2024. no. 2. pp. 59–72. (In Russ).
6. Ferede R., de Croon G., De Wagter C., Izzo D. End-to-end neural network based optimal quadcopter control. *Robotics and Autonomous Systems*. 2024. vol. 172. pp. 1–11.
 7. Borisov O.I., Kakanov M.A., Zhivickij A.Ju., Pyrkin A.A. [Robust output trajectory control of quadcopter based on geometric approach]. *Priborostroenie. – Instrument engineering*. 2021. vol. 64. no. 12. pp. 982–992. (In Russ).
 8. Nguyen N.P., Pitakwachara P. Integral terminal sliding mode fault tolerant control of quadcopter UAV systems. *Sci Rep*. 2024. vol. 14. pp. 1–16.
 9. Rahmi E., Karaarslan A. Sliding Mode Control-Based Modeling and Simulation of a Quadcopter. *Journal of Engineering Research and Reports*. 2023. vol. 24. no. 3. pp. 32–41.
 10. Jacun S.F., Emel'janova O.V., Santiago Martinez Leon A., Migel Moskera Morocho L. [Adaptive control of a nonlinear plant of the convertoplane type under uncertainties]. *Izvestija Jugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta – Proceedings of South-West State University*. 2020. vol. 24. no. 3. pp. 35–50. (In Russ).
 11. Glushhenko A.I., Lastochkin K.A. Exponentially Stable Adaptive Control. Part III. Time-Varying Plants. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*. 2023. vol. 84. no. 11. pp. 1232–1247. (In Russ).
 12. Glushhenko A.I., Lastochkin K.A. Adaptive Observer of State and Disturbances for Linear Overparameterized Systems. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*. 2023. vol. 84. no. 11. pp. 115–146. (In Russ).
 13. Xie W., Cabecinhas D., Cunha R., Silvestre C. Adaptive Backstepping Control of a Quadcopter With Uncertain Vehicle Mass, Moment of Inertia, and Disturbances. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2023. vol. 69. no. 1. pp. 549–559. DOI: 10.1109/TIE.2021.3055181.
 14. Noordin A., Mohd Basri M.A., Mohamed Z. Real-Time Implementation of an Adaptive PID Controller for the Quadrotor MAV Embedded Flight Control System. *Aerospace*. 2023. vol. 10. no. 1. DOI: 10.3390/aerospace10010059.
 15. Park D., Le T.-L., Quynh N.V., Long N.K., Hong S.K. Online Tuning of PID Controller Using a Multilayer Fuzzy Neural Network Design for Quadcopter Attitude Tracking Control. *Frontiers in Neurobotics*. 2021. vol. 14. DOI: 10.3389/fnbot.2020.619350.
 16. Ramírez-Neria M., Luviano-Juárez A., González-Sierra J., Ramírez-Juárez R., Aguerrebere J., Hernandez-Martinez E.G. Active Disturbance Rejection Control for the Trajectory Tracking of a Quadrotor. *Actuators*. 2024. vol. 13. no. 9. DOI: 10.3390/act13090340.
 17. Khadraoui S., Fareh R., Baziyad M., Elbeltagy M., Bettayeb M. A Comprehensive Review and Applications of Active Disturbance Rejection Control for Unmanned Aerial Vehicles. *IEEE Access*. 2024. vol. 12. pp. 185851–185868.
 18. Chang X., Jin C., Cheng Y. Dynamics and advanced active disturbance rejection control of tethered UAV. *Applied Mathematical Modelling*. 2024. vol. 135. pp. 640–665.
 19. Buj V.H., Margun A.A., Bobcov A.A. [Synthesis of state variable observer and sinusoidal perturbation for linear nonstationary system with unknown parameters]. *Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij: Priborostroenie. – Proceedings of Higher Educational Institutions: Instrument engineering*. 2024. vol. 67. no. 3. pp. 209–219. (In Russ).
 20. Andrievskij B.R., Furtat I.B. Disturbance Observers: Methods and Applications. I. Methods. *Avtomatika i telemekhanika – Automate and remote control*. 2020. no. 9. pp. 3–61. (In Russ).

21. Sun H., Li, J., Wang, R., Yang K. Attitude Control of the Quadrotor UAV with Mismatched Disturbances Based on the Fractional-Order Sliding Mode and Backstepping Control Subject to Actuator Faults. *Fractal Fract.* 2023. vol. 7. no. 3. DOI: 10.3390/fractalfract7030227.
22. Smith S., Pan Y.-J. Adaptive Observer-Based Super-Twisting Sliding Mode Control for Low Altitude Quadcopter Grasping. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics.* 2025. vol. 30. no. 1. pp. 587–598.
23. Bingul Z., Gul K. Intelligent-PID with PD Feedforward Trajectory Tracking Control of an Autonomous Underwater Vehicle. *Machines.* 2023. vol. 11. no. 2. DOI: 10.3390/machines11020300.
24. Rao J., Li B., Zhang Z., Chen D., Giernacki W. Position Control of Quadrotor UAV Based on Cascade Fuzzy Neural Network. *Energies.* 2022. vol. 15. no. 5. DOI: 10.3390/en15051763.
25. Antipov A.S., Kokunko J.G., Krasnova S.A., Utkin V.A., Utkin A.V. Direct control of the endpoint of the manipulator under non-smooth uncertainty and reference trajectories. *Journal of the Franklin Institute.* 2023. vol. 360. no. 17. pp. 13430–13458.
26. Golubev A.E., Glazkov T.V. Nonlinear quadrotor control based on Simulink Support Package for Parrot Minidrones. *CEUR Workshop Proceedings.* 2020. vol. 2783. pp. 113–127.
27. Bici A., Minervini A., Godio S., Guglieri G., Dovis F. Development and Validation of a LQR-Based Quadcopter Control Dynamics Simulation Model. *International Journal of Aerospace Engineering.* 2021. vol. 34. no. 6. DOI: 10.1061/(ASCE)AS.1943-5525.0001336.
28. Okasha M., Kralev J., Islam M. Design and Experimental Comparison of PID, LQR and MPC Stabilizing Controllers for Parrot Mambo Mini-Drone. *Aerospace.* 2022. vol. 9. no. 6. DOI: 10.3390/aerospace9060298.
29. Ahn H., Hu M., Chung Y., You K. Sliding-Mode Control for Flight Stability of Quadrotor Drone Using Adaptive Super-Twisting Reaching Law. *Drones.* 2023. vol. 7. no. 8. DOI: 10.3390/drones7080522.
30. Krasnova S.A., Kokunko J.G., Kochetkov S.A., Utkin V.A. Generation of Achievable Three-Dimensional Trajectories for Autonomous Wheeled Vehicles via Tracking Differentiators. *Algorithms.* 2023. vol. 16. no. 9. DOI: 10.3390/a16090405.
31. Antipov A., Krasnova S., Utkin V. Methods of Ensuring Invariance with Respect to External Disturbances: Overview and New Advances. *Mathematics.* 2021. vol. 9. no. 23. DOI: 10.3390/math9233140.
32. Izadi M., Faieghi R. High-gain disturbance observer for robust trajectory tracking of quadrotors. *Control Engineering Practice.* 2024. vol. 145. DOI: 10.1016/j.conengprac.2024.105854.
33. Volf D.A., Shirokov A.S. [Study of basic and related processes of flight control of quadcopter system]. *Trudy 14-go Vserossijskogo soveshhanija po problemam upravlenija* [Proceedings of the 14th All-Russian Meeting on Control Problems]. Moscow: ICS RAS, 2024. pp. 1265–1269. (In Russ.).
34. Wolf D., Alexandrov V., Shatov D., Rezkov I., Trefilov P., Meshcheryakov R. Development of a Firmware for Multirotor UAV Flight Controller Implemented on MCU MDR 32. *Proceeding of the International Conference on Interactive Collaborative Robotics (ICR 2023).* 2023. vol. 14214. pp. 345–356.
35. Alexandrov V., Rezkov I., Shatov D., Morozov Y. Frequency domain identification of the quadcopter attitude dynamics. *Advances in Systems Science and Applications.* 2023. vol. 23. no. 3. DOI: 10.25728/assa.2023.23.3.1424.
36. Herbst G. A Simulative Study on Active Disturbance Rejection Control (ADRC) as a Control Tool for Practitioners. *Electronics.* 2013. vol. 3(2). pp. 246–279.

Antipov Aleksey — Ph.D., Senior researcher, Laboratory 37 «Systems with discontinuous controls», ICS RAS. Research interests: robust control (sliding mode control, block principle of control), methods of synthesis of state and disturbance observers with the application of algorithms to mechatronic systems. The number of publications — 62. scholess18@mail.ru; 65, Profsoyuznaya St., 117997, Moscow, Russia; office phone: +7(495)198-1720,,1577.

Kokunko Julia — Research associate, Laboratory 37 «Systems with discontinuous controls», ICS RAS. Research interests: nonlinear robust control, block control principle with application to tracking systems for unmanned vehicles operating under uncertainty and external disturbances, state and disturbance observers, synthesis of control systems for electromechanical plants and mobile robots. The number of publications — 48. juliakokunko@gmail.com; 65, Profsoyuznaya St., 117997, Moscow, Russia; office phone: +7(495)198-1720,,1577.

Wolf Daniyar — Ph.D., Senior researcher, Laboratory 80 “Cyberphysical systems”, ICS RAS. Research interests: research of hardware and software architectures for controlling unmanned aerial vehicles, psychoacoustics. The number of publications — 32. runsolar@mail.ru; 65, Profsoyuznaya St., 117997, Moscow, Russia; office phone: +7(495)198-1720.

Shirokov Aleksandr — Junior researcher, Laboratory 80 “Cyberphysical systems”, ICS RAS. Research interests: unmanned aerial vehicles, mobile robots, robot control systems, application of robot groups. The number of publications — 22. shiras@ipu.ru; 65, Profsoyuznaya St., 117997, Moscow, Russia; office phone: +7(495)198-1720,,1848.

Acknowledgements. This research is partially supported by the Russian Science Foundation (grant 24-21-20009).