

А.С. РОДИОНОВ, Т.А. МАТКУРБАНОВ
**ПЛАНИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИИ ПОЛЕТА БПЛА
ПРИ МОНИТОРИНГЕ БОЛЬШОЙ ОБЛАСТИ**

Родионов А.С., Маткурбанов Т.А. Планирование траектории полета БПЛА при мониторинге большой области.

Аннотация. Современное сельское хозяйство охватывает огромные территории, и эффективный мониторинг этих территорий играет ключевую роль в точном земледелии. Беспроводные сенсорные сети широко используются для получения оперативной информации о состоянии сельскохозяйственных культур. Однако вручную собирать данные с датчиков затруднительно. В то же время беспилотные летательные аппараты (БПЛА) все чаще используются для обеспечения автоматического высокоточного сбора данных. В данной статье рассматриваются методы построения оптимальной траектории БПЛА, обеспечивающие эффективный сбор данных с распределенных сенсорных узлов. Предложенные методы направлены на минимизацию длины маршрута и полное покрытие зон датчиков за счет учета их пространственного распределения и радиуса действия. Целью исследования заключается оптимизация траектории полета БПЛА минимальной длины, обеспечивающей сбор данных со всех датчиков, полностью покрывая зоны покрытия сенсорных узлов. В рамках исследования были разработаны и сравнены четыре метода построения маршрута: центрированный, трехточечный, тангенциальный и метод оптимального выбора точек внутри границы радиуса. Каждый метод реализован в виде программного алгоритма, включающего этапы построения маршрута, его геометрической оптимизации и охвата зоны покрытия. Все методы были протестированы единообразно на наборе датчиков, размещенных на определенной территории. Оценка проводилась по трем основным показателям: протяженность маршрута, количество точек маневра и время расчета программы. Авторами предложены два ключевых метода оптимизации траектории: метод «центроид», основанный на кластеризационном подходе, и усовершенствованный «трехточечный» метод, реализующий алгоритм Лина–Кернигана. По результатам экспериментов предложенные методы существенно превосходят ранее рассмотренные методы планирования траектории. Таким образом, в статье предложен комплексный метод к построению маршрутов БПЛА для мониторинга сельскохозяйственных полей с учетом геометрических, алгоритмических и вычислительных факторов, а также даны рекомендации по выбору метода в зависимости от пространственной структуры сенсорной сети.

Ключевые слова: БПЛА, задача коммивояжера, алгоритм, кластеризации, Лина–Кернигана, Вельция, программирование.

1. Введение. Сельское хозяйство всегда рассматривалось как одна из важнейших человеческих инициатив в истории. В связи с быстрым распространением и развитием цифровизации сельского хозяйства, ключевые звенья сельскохозяйственного производства и биологического контроля все чаще опираются на передовые технологии. В частности, актуальной является технология сельскохозяйственной авиации, направленная на защиту растений [1].

В последнее время беспилотные летательные аппараты привлекли значительное внимание благодаря своей простоте, мобильности и маневренности. Кроме того, БПЛА могут поддерживать сбор данных в сельскохозяйственных приложениях, обеспечивая сбор информации через распределенные беспроводные устройства с устойчивостью к задержкам передачи данных [2].

Однако следует помнить, что беспилотный летательный аппарат является лишь инструментом для сбора данных. Он не может заменить агронома, но способен значительно повысить его эффективность, предоставляя актуальную информацию о состоянии сельскохозяйственных культур. Точная диагностика состояния почвы и растений позволяет как крупным, так и малым хозяйствам минимизировать потери, оперативно принимать необходимые меры и снижать затраты на рабочую силу. Специализированное программное обеспечение для мониторинга состояния полей собирает соответствующие данные и преобразует их в простые для анализа сведения, что облегчает процесс принятия решений [3].

С помощью беспилотных БПЛА агрономы могут быстро и относительно недорого получать данные о развитии растений на всех этапах – от посева до уборки урожая. Стремительное развитие беспилотных летательных аппаратов за короткий промежуток времени, а также совершенствование их управляемых полетных систем свидетельствует о том, что в будущем БПЛА станут неотъемлемой частью сельскохозяйственной авиации (рисунок 1).

В последнее время БПЛА были предложены в качестве мобильных узлов передачи данных для сбора информации из сети датчиков. По сравнению с традиционными наземными мобильными узлами передачи данных, такими как автомобили и роботы, способность БПЛА к полету позволяет им быстро перемещаться в непосредственную близость к устройствам, обходя препятствия на местности.

Наземные сенсорные устройства – это отдельный датчик (например, датчик температуры, влажности, освещённости и т.д.). Сенсорные сети представляют собой распределённую инфраструктуру, состоящую из автономных узлов, способных в реальном времени собирать, обрабатывать и передавать данные об окружающей среде. Сенсорный узел выполняет функции сбора информации, её первичной обработки и передачи по беспроводному каналу [4]. Основная особенность сенсорных сетей заключается в совмещении в узле приёмопередатчика и измерительного датчика. Однако проектирование траектории полета БПЛА остается сложной задачей, поскольку оно

должно обеспечивать как энергоэффективность, так и минимальное время сбора данных.

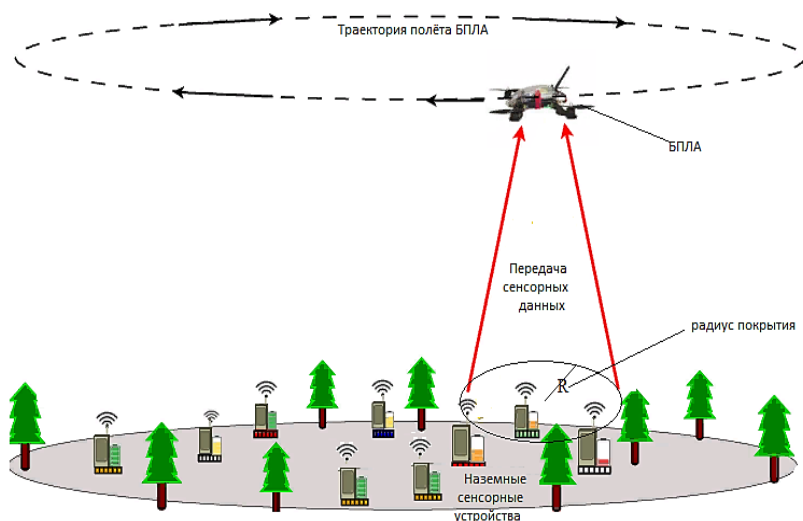


Рис. 1. Иллюстрация движения беспилотного летательного аппарата над большими территориями

В данном исследовании основное внимание уделяется сенсорным сетям. В целом, если на больших сельскохозяйственных угодьях размещены датчики, то такую территорию можно рассматривать как сенсорную сеть [5 – 7].

Так как процесс сбора данных с датчиков, расположенных на больших территориях, тесно связан с траекторией полета БПЛА, для эффективного сбора информации требуется оптимизация траектории. Несмотря на существующие исследования в области управления движением БПЛА, многие из них не учитывают специфические требования к связи и задачам передачи данных. В связи с этим исследователи начали интегрировать управление движением с коммуникационными аспектами в системах БПЛА, что привело к разработке нескольких методов к проектированию траектории с целью оптимизации эффективности сбора данных.

Например, в работе [8] рассматривается не конкретное расположение отдельных сенсоров, а вся сенсорная область в целом. В данном методе интересующая зона разделяется на несколько подзон в соответствии с приоритетностью сбора данных. Оптимизированная

траектория формируется путем определения последовательности посещения этих подзон, при этом БПЛА должен собирать максимально возможное количество приоритетных данных в условиях ограниченной энергии. Однако в этом подходе не задаются конкретные координаты точек маршрута. В исследовании [9] предложен гибридный подход к сбору данных в крупных беспроводных сенсорных сетях (WSN) с использованием мобильных элементов и объединенной маршрутизационной схемы. Авторы сосредоточены на разработке многоэтапного маршрутизационного алгоритма и алгоритма формирования кластеров на основе плотности. В данном методе траектория определяется путем моделирования последовательности движения глав кластеров в рамках классической задачи коммивояжера. Однако для балансировки многозвенной маршрутизации и числа кластеров необходимо тщательно выбирать радиус кластера, причем конкретный метод его определения не был предложен.

В отличие от вышеупомянутого подхода к маршрутизации и кластеризации, в исследовании [10] предложена схема маршрутизации на основе минимального остовного дерева (MST) и алгоритм кластеризации, включающий метод К-средних для формирования кластеров примерно одинакового размера. В качестве решения для проектирования траектории, основанной на TSP, использовался алгоритм ближайшего соседа. Однако этот подход предполагает, что любые два датчика в WSN находятся в пределах радиусного диапазона связи друг с другом, что на практике не всегда осуществимо.

На рисунке 2 представлена начальная схема работы мобильного элемента D, который представляет собой беспилотный летательный аппарат, осуществляющий сбор данных в пределах радиуса покрытия сигнала БПЛА, состоящей из k датчиков, расположенных на большой территории.

Таким образом, разработка эффективного алгоритма для построения оптимальной траектории является одной из ключевых задач в области беспроводных сенсорных сетей и использования беспилотных летательных аппаратов.

Мы формулируем задачу оптимизации, решение которой позволяет определить траекторию БПЛА, максимизирующую количество собранных данных. В данном исследовании предлагаются два метода, которые обеспечивают приближенное решение задачи оптимизации траектории.

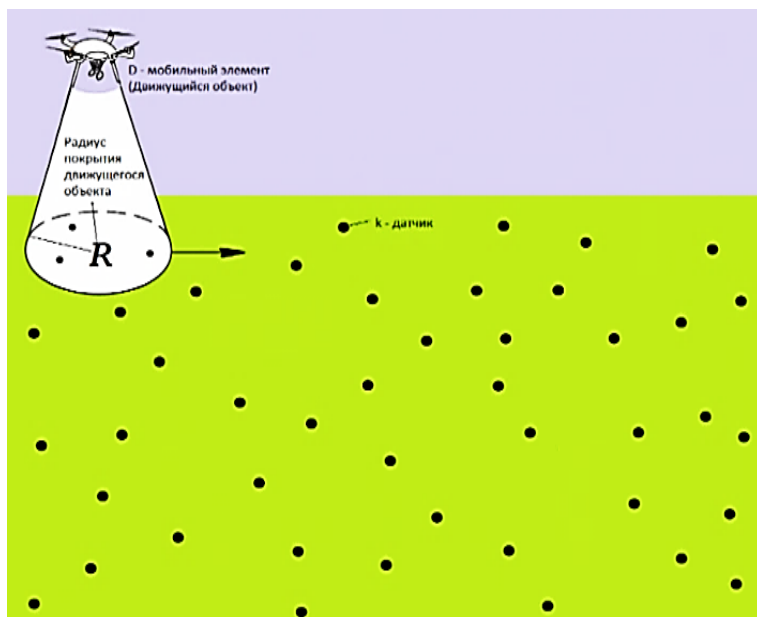


Рис. 2. Иллюстрация начального состояния движения беспилотного летательного аппарата в зоне покрытия

С постоянным развитием информационных технологий традиционные методы и инструменты планирования становятся менее эффективными для решения современных задач крупномасштабного планирования. В результате автономное планирование маршрутов постепенно становится неотъемлемой частью задачи планирования траектории БПЛА. В настоящее время для решения задачи автономного планирования траектории БПЛА предложено множество различных метаэвристических алгоритмов.

В работе [11, 12] предложенная схема формулируется как задача невыпуклой оптимизации, для решения которой применяется метод релаксации. В данной статье рассматривается сценарий, в котором сенсоры в беспроводной сети размещены в двух различных конфигурациях: пользователи, не обслуживаемые БПЛА, могут получать сигнал от базовой станции. Однако это приводит к увеличению затрат сети. Более того, если сенсоры не могут установить соединение с базовой станцией, БПЛА должен подлетать к ним и приближаться для передачи данных, что неизбежно приводит к удлинению траектории.

В исследовании [13] рассматривается задача полета БПЛА в пределах зоны покрытия базовой станции. Данный подход

накладывает ряд ограничений на траекторию полета, что может усложнить мониторинг больших сельскохозяйственных угодий. Более того, размещение базовых станций на обширных территориях требует значительных финансовых затрат, а может привести к проблемам с мониторингом этих устройств.

Несмотря на наличие ряда исследований в области маршрутизации БПЛА для сбора данных с беспроводных сенсорных сетей (БСС), большинство существующих решений ориентированы на упрощённые модели и не учитывают ключевые особенности аграрных сценариев [8 – 13]. Таким образом, существующие методы либо не учитывают важные геометрические и топологические характеристики сенсорных сетей, либо не адаптированы к условиям аграрных территорий. Это обуславливает необходимость разработки новых методов, учитывающих пространственное распределение сенсоров, радиус охвата и возможность геометрической оптимизации маршрута. Именно на решение этой задачи направлены предложенные в настоящем исследовании методы.

Таким образом, развитие технологий беспилотных летательных аппаратов и беспроводных сенсорных сетей требует разработки новых методов планирования траектории для эффективного сбора данных на больших территориях. В настоящем исследовании основное внимание уделяется построению оптимальных маршрутов БПЛА с использованием метаэвристических алгоритмов для решения задачи коммивояжера с окрестностями применительно к сельскохозяйственным сенсорным сетям.

2. Постановка задачи. В настоящей статье рассматривается задача построения оптимальной траектории полёта беспилотного летательного аппарата (БПЛА) с целью сбора данных с распределённых сенсорных узлов. Цель исследования заключается в разработке эффективных алгоритмов планирования маршрута, обеспечивающих полное покрытие сенсорной сети при минимально возможной длине траектории. Для достижения этой цели предложены два метода – кластеризация по центроиду и геометрически обоснованный трёхточечный алгоритм, каждый из которых реализован в виде программной модели и протестирован на одинаковых исходных данных.

Рассматривается поле большой площади, на котором размещены n сенсорных узлов. Каждый сенсор собирает данные об окружающей среде и сохраняет их во внутренней памяти. Однако, из-за ограниченной емкости памяти сенсоров, а также необходимости

оперативного анализа данных, информация должна периодически собираться с помощью беспилотного летательного аппарата.

Допустим, БПЛА предназначен для сбора данных, следуя определенной траектории, проходя через расположенные в поле сенсоры. При этом:

- начальная и конечная точка траектории совпадают, то есть БПЛА должен вернуться в исходное положение после завершения сбора данных;
- сенсорные узлы n расположены на определенных расстояниях друг от друга;
- БПЛА движется в плоскости x и y , и его маршрут должен быть рассчитан с учетом того, сколько точек он имеет на момент запуска.

Таким образом, маршрут БПЛА должен быть спроектирован так, чтобы он последовательно посещал все сенсоры и собирал данные. Приблизительное представление построения траектории можно увидеть на рисунке 3.

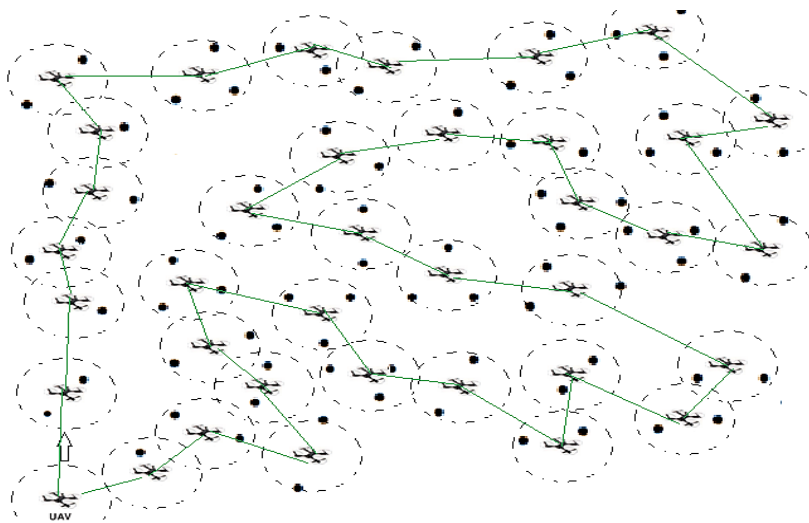


Рис. 3. Изображение траектории полета беспилотного летательного аппарата с определенным радиусом действия

Алгоритм нахождения кратчайшего пути основывается на разбиении сети на графовые компоненты и вычислении общей длины

маршрута на основе задачи коммивояжера. Должно минимизировать общее расстояние полёта и время соединения БПЛА с узлами.

На первом этапе маршрут БПЛА строится таким образом, чтобы минимизировать физическое расстояние между сенсорами. Сеть можно представить в виде графа

$$G = (K, E),$$

где: K – множество сенсоров, E – множество рёбер, соединяющих сенсоры.

Каждому ребру назначается вес, который соответствует расстоянию между двумя соединёнными сенсорами.

Для максимального увеличения времени работы БПЛА, предпочтительнее минимизировать суммарное расстояние между сенсорами в целевой области. Следовательно, задача разбиения графа для минимизации расстояний между сенсорами в сети формулируется следующим образом:

$$\min \sum_{(i,j) \in E} d(i,j),$$

где $d(i,j)$ – расстояние между сенсорами i и j .

Исследование [14] рассматривает оптимизацию траектории нескольких БПЛА с учетом возможных столкновений в сети FSO (Free-Space Optical). В этом исследовании графовая структура применяется для разделения пространства на области с минимальными задержками связи, что обеспечивает более эффективное планирование маршрутов.

Таким образом, использование разбиения сети на графовые компоненты и оптимизация маршрута на основе TSP позволяют значительно повысить эффективность работы БПЛА при мониторинге сельскохозяйственных угодий.

Задача минимизации общего пути беспилотного летательного аппарата формулируется следующим образом:

$$\min \sum_{(k,k') \in N} \|W_k - W_{k'}\|,$$

с учетом следующих условий:

$$K_1 \cup K_2 \cup \dots \cup K_m = K,$$

где: K – множество всех сенсоров, $K_1, K_2, \dots, K_m$ – разбиение множества сенсоров, W_k – координаты сенсора k , $W_{k'}$ – координаты следующего сенсора k' , $\|W_k - W_{k'}\|$ – евклидово расстояние между сенсорами k и k' .

Необходимо минимизировать суммарную длину маршрута, по которому БПЛА проходит через сенсоры, посещая каждый узел ровно один раз и возвращаясь в начальную точку. Данная задача широко известна как задача коммивояжера [15]. TSP является NP-трудной задачей, то есть поиск глобального оптимального решения требует значительных вычислительных ресурсов. Однако существуют эвристические и метаэвристические методы, позволяющие находить приближенные решения.

Решение задачи для БПЛА обладает рядом особенностей:

- БПЛА может лететь по прямой, т.е. расстояние между точками евклидово;
- беспилотный летательный аппарат имеет возможность снимать данные с сенсора, находясь в пределах радиуса радиовидимости.

Следует отметить, что в рамках проведённых моделирований и предложенных алгоритмов зоны, запрещённые для полётов (например, линии электропередач, высокие здания и иные препятствия), не учитывались. Внедрение таких ограничений может стать направлением дальнейших исследований.

Предлагается разбить задачу на ряд этапов:

- определение координат точек маршрута, учитывая первую особенность;
- нахождение приближённого решения задачи TSP одним из известных алгоритмов с учётом допустимой длины маршрута;
- корректировка маршрута с учётом возможности снятия данных с сенсоров «по дороге».

Максимальная зона действия сигнала беспилотного летательного аппарата определяется радиусом покрытия r . В начальном состоянии зона покрытия имеет форму круга, а ее площадь выражается формулой:

$$S_0 = \pi r^2.$$

При перемещении БПЛА на расстояние L его зона покрытия расширяется. Новая зона покрытия включает в себя как начальную область, так и дополнительную площадь, которая зависит от направления движения.

Общая площадь новой зоны покрытия определяется следующим выражением:

$$S = S_0 + S_{\text{доп}}.$$

Дополнительная зона покрытия формируется вследствие перемещения БПЛА. При этом границы охвата сигнала расширяются параллельно направлению движения. Основной компонент дополнительного покрытия определяется как:

$$S_{\text{доп}} = l * 2r.$$

То есть дополнительная площадь представляет собой прямоугольник, где: длина L – это пройденное расстояние БПЛА, ширина $2r$ – удвоенный радиус сигнала.

Таким образом, итоговая зона покрытия после перемещения БПЛА на расстояние L вычисляется как:

$$S = \pi r^2 + l * 2r.$$

Эта зависимость показывает, что дополнительное покрытие напрямую зависит от расстояния перемещения L и радиуса сигнала r .

Для математического описания движения БПЛА необходимо учитывать зависимость его координат от времени. Движение описывается в трехмерном пространстве с координатами (x, y, z) , где траектория выражается параметрическими уравнениями:

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t),$$

где: t – время, $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ – координаты, изменяющиеся во времени.

Если радиус зоны покрытия сигнала БПЛА равен r , то в каждый момент времени зона покрытия представляет собой сферу с центром в точке $(x(t), y(t), z(t))$, что выражается уравнением:

$$(x - x(t))^2 + (y - y(t))^2 + (z - z(t))^2 = r^2.$$

Это уравнение описывает динамическую сферическую область покрытия вокруг БПЛА во время его полета.

Если БПЛА движется на постоянной высоте (то есть $z=h$ неизменно), то его координаты изменяются следующим образом:

$$x = vx(t) + x_0, y = vy(t) + y_0, z = h,$$

где: x_0, y_0 – начальные координаты БПЛА, vx, vy – проекции скорости движения на оси x и y .

В этом случае зона покрытия БПЛА во время движения в плоскости определяется уравнением:

$$(x - vx(t) - x_0)^2 + (y - vy(t) - y_0)^2 + (z - h)^2 = r^2.$$

Это уравнение описывает сферу, центр которой перемещается вдоль прямолинейной траектории в горизонтальной плоскости.

Чем больше мы увеличиваем радиус покрытия r беспилотного летательного аппарата, тем шире становится его зона охвата. Однако при этом возрастает и его энергопотребление. В то же время, длина траектории, сформированная для сбора данных с сенсоров в определенной области, уменьшается, то есть траектория становится короче.

При проектировании траектории полета БПЛА для задач сельскохозяйственного мониторинга необходимо учитывать ряд ключевых факторов. Основная проблема – необходимость построения маршрута, обеспечивающего покрытие всех сенсорных узлов в зоне действия сигнала при кратчайшей траектории.

Целью исследования является оптимизация траектории полета БПЛА минимальной длины, обеспечивающей сбор данных со всех датчиков, с полным покрытием зон покрытия всех сенсорных узлов.

Методы решения проблем. В статье предложены два метода решения проблемы и приведены экспериментальные сравнения.

Метод 1. Он основан на алгоритме кластеризации, называемом «центроид» [16]. Этот метод состоит из следующих этапов:

- цель состоит в том, чтобы сгруппировать точки датчиков, расположенные на определенном расстоянии, определить оптимальные центральные точки между ними и найти оптимальный путь, решив задачу коммивояжера;
- группировка близко расположенных точек выполняется на основе принципа кластеризации К-средних;
- для каждой группы рассчитывается средняя координата. Центральная точка будет средней координатой каждой группы;
- для каждой изолированной точки находится ближайшая центральная точка;
- ближайшая центральная точка определяется на основе евклидова расстояния;

- поиск кратчайшего пути для заданного набора точек;
- каждая точка посещается только 1 раз;
- последняя точка должна возвращаться к первой точке;
- эвристическое решение задачи TSP.

Метод 2. Метод, называемый трехточечным, основан на алгоритмах оптимизации [17, 18]. Этот метод состоит из следующих этапов:

- задача коммивояжера решается для соединения объектов, которые необходимо отслеживать БПЛА, с минимальным путем;
- кратчайший маршрут находится с помощью алгоритма Лина-Кернигана на основе дополнительных условий;
- БПЛА не обязательно должен проходить через центр каждого объекта наблюдения, а скорее входить в его зону покрытия (Зона покрытия – это географическая область, в пределах которой устройство или система способны функционировать, передавать или принимать сигнал);
- зоны мониторинга оптимизируются с использованием геометрических алгоритмов.

3. Системные модели. В исследовании системная модель понимается как совокупность следующих компонентов:

- графическая модель сенсорной сети, в которой сенсорные узлы представлены вершинами, а возможные соединения между ними представлены ребрами, взвешенными по расстоянию, т.е. Модель сенсорной сети в виде графа;
- модель движения БПЛА, учитывающая перемещение беспилотного аппарата в полете и радиус покрытия, описывающая зону сигнала в виде динамической окружности с определенным радиусом, т.е. Модель движения БПЛА с учётом радиуса покрытия;
- модель оптимизации маршрута, основанная на задаче коммивояжера, которая минимизирует общую длину пути БПЛА, охватывая все заданные точки или их зоны покрытия, т.е. Модель оптимизации маршрута на основе задачи коммивояжера.

Модель движения БПЛА с учётом радиуса покрытия.

БПЛА рассматривается как мобильный узел, имеющий динамическую зону покрытия радиусом r .

В каждый момент времени t его положение определяется координатами $(x(t), y(t))$. Зона покрытия описывается уравнением круга:

$$(x - x(t))^2 + (y - y(t))^2 = r^2.$$

При фиксированной высоте $z=h$ движение происходит в двумерной плоскости (х,у). Перемещаясь по траектории, БПЛА может считывать данные с сенсоров, находящихся в пределах зоны покрытия.

Модель оптимизации маршрута на основе задачи коммивояжера.

Построение оптимального маршрута сведено к задаче минимизации длины пути, проходящего через все целевые точки хотя бы один раз.

Целевая функция:

$$\text{Минимизировать } L = \sum_{i=0}^n (d(p_i, p_{i+1})),$$

где: p_i – индекс очередной посещаемой точки, $d(p_i, p_{i+1})$ – евклидово расстояние между двумя последовательными точками маршрута, $p_{i+1} = p_0$ – возвращение к начальной точке.

На основе этих моделей формализуется задача построения эффективной траектории полета БПЛА для сбора данных с распределенных сенсорных узлов. Для решения вышеуказанных проблем и задач мы используем несколько моделей.

Для вычисления центра и радиуса данной окружности применяется алгоритм Вельцля (Welzl's Algorithm), который эффективно решает задачу минимального охватывающего круга [18 – 24].

Для трех заданных точек $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ и $C(x_C, y_C)$, минимальная охватывающая окружность определяется следующим образом:

1. Определение вспомогательной переменной:

$$D = 2(A_x(B_y - C_y) + B_x(C_y - A_y) + C_x(A_y - B_y)).$$

2. Вычисление координат центра окружности:

$$U_x = \frac{(A_x^2 + A_y^2)(B_y - C_y) + (B_x^2 + B_y^2)(C_y - A_y) + (C_x^2 + C_y^2)(A_y - B_y)}{D},$$

$$U_y = \frac{(A_x^2 + A_y^2)(C_x - B_x) + (B_x^2 + B_y^2)(A_x - C_x) + (C_x^2 + C_y^2)(B_x - A_x)}{D}.$$

3. Определение радиуса окружности:

$$r = \sqrt{(U_x - A_x)^2 + (U_y - A_y)^2}.$$

Для оптимизации маршрута наблюдения беспилотного летательного аппарата используется классическая коммивояжерская задача. БПЛА должен облететь заданные объекты наблюдения, преодолев минимальное расстояние.

В задаче TSP коммивояжер должен посетить n городов, побывать в каждом только один раз и вернуться в исходную точку, минимизируя общую длину маршрута.

- n – количество точек для посещения.
- d_{ij} – расстояние между точками i и j .

$$\min \sum_{i=0}^n d(p_i, p_{i+1}) + d(p_n, p_1),$$

где: p_i – последовательность посещаемых точек.

Ограничение: каждая точка должна быть посещена только один раз, после чего необходимо вернуться в начальную точку.

Для расчета расстояний между точками применяется Евклидова метрика:

$$d(i, j) = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}.$$

Для предварительного разбиения точек наблюдения используется алгоритм кластеризация К-средних, который разбивает множество данных на K кластеров. Этот метод позволяет минимизировать внутрикластерное расстояние и оптимизировать маршруты БПЛА.

- $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ – множество данных из n точек.
- K – количество кластеров.
- $C = \{c_1, c_2, \dots, c_K\}$ – центры кластеров.

Каждая точка x_i относится к ближайшему центру кластера:

$$S_j = \{x_i \in X | d(x_i, c_i) \leq d(x_i, c_k) \forall k \neq j\},$$

где: S_j – множество точек, принадлежащих кластеру j , $d(x_i, c_i)$ – расстояние от точки x_i до центра кластера c_i .

Обновление центров кластеров:

$$c_i = \frac{1}{|S_j|} \sum_{x_i \in S_j} x_i,$$

где: c_i – новый центр кластера, S_j – количество точек в кластере j .

Функция оптимизации K-средних:

$$J = \sum_{j=1}^K \sum_{x_i \in S_j} d(x_i, c_i)^2.$$

Эта функция минимизирует внутри кластерное расстояние между точками и их центром.

Для привязки изолированных точек к ближайшим кластерам используется модель ближайшего соседа.

$$\arg \min d(i, j),$$

где: $j \in$ центральные точки кластеров.

Этот метод аналогичен алгоритму KNN (K-Nearest Neighbors) и использует Евклидово расстояние:

$$d(x_i, x_j) = \sqrt{\sum_{k=1}^d (x_{ik} - x_{jk})^2}.$$

При выборе ближайшего кластера применяется правило голосования среди K ближайших соседей:

$$y' = \arg \max_c \sum_{i \in K} I(y_i = c),$$

где: y' – предполагаемый класс новой точки, $I(y_i = c)$ – индикаторная функция (1, если точка принадлежит классу c , 0 – иначе).

Таким образом, предложенные математические модели позволяют оптимизировать наблюдательный процесс БПЛА, обеспечивая минимальные энергозатраты, сокращение времени полета и улучшенное покрытие территории.

4. Рекомендуемое оптимизированное решение.

Рассматривается возможность создания беспилотного летательного аппарата, способного летать над несколькими географическими регионами и собирать данные из соответствующих точек. Каждая точка $i \in I$ представляет собой барицентр (центр массы) данного региона или определённую центральную «горячую точку». Координаты данной

точки на плоскости обозначим как x_i . БПЛА формирует траекторию, посещая определённые точки в заданной последовательности.

Учитывая радиационную диаграмму антенны, можно сделать вывод, что, когда БПЛА летит, область покрытия сигнала на поверхности Земли имеет форму окружности. Первая стратегия заключается в использовании метода, называемого «Центроид». Алгоритм, основанный на этом методе, приведен в листинге 1.

Входные данные: $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ — множество точек.

Выходные данные: оптимальный маршрут M .

Шаг 1: Вычисление матрицы расстояний

for каждая пара $(p_i, p_j) \in P$:

$$D(i,j) = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

Шаг 2: Кластеризация и определение центральных точек

for каждая точка $p_i \in P$:

if p_i не принадлежит ни одной группе:

$G_i \leftarrow \{p_i\}$ // Создание новой группы

for каждая точка $p_j \in P$:

if p_j не используется и $D(i,j) \leq T$:

$G_i \leftarrow G_i \cup \{p_j\}$

Найти минимальную охватывающую окружность C_i для G_i

Шаг 3: Присоединение изолированных точек к ближайшему кластеру

for каждая изолированная точка $p_k \in P$:

$C_{\text{ближайший}} = \operatorname{argmin}_{\{C_i\}} D(p_k, C_i)$

p_k присоединяется к $C_{\text{ближайший}}$

Определить новую точку на расстоянии $T/2$ от p_k к $C_{\text{ближайший}}$

Шаг 4: Решение задачи коммивояжера

$M \leftarrow \{C_1, C_2, \dots, C_k\}$ — центры кластеров

$M \leftarrow$ Нахождение кратчайшего пути(M)

Шаг 5: Визуализация маршрута

Нарисовать найденный маршрут M

Добавить параллельные линии к маршруту на расстоянии g

Вывод: M — оптимальный маршрут.

Листинг 1. Алгоритм поиска оптимального маршрута на основе метода центроида

Вторая стратегия минимизации длины траектории БПЛА рассматривается с использованием метода названия «Трёх точек». Этот метод разработан для оптимизации маршрута с учётом радиуса покрытия связи и применением различных математических моделей и алгоритмов. Метод основывается на анализе точек покрытия, их геометрических характеристик и построении оптимального маршрута. В этом методе после первоначального построения маршрута применяется эвристика Лина-Кернигана. Этот метод позволяет

дополнительно сократить длину пути путём перестановки точек в маршруте. Сравниваются альтернативные пути, и выбирается наиболее короткий из возможных. Алгоритм, основанный на этом методе, приведен в листинге 2.

Входные данные:

$P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ – множество точек

r – радиус ограничения

Выход:

M – оптимальный маршрут

1. Вычисление матрицы расстояний:

for каждая пара $(p_i, p_j) \in P$:

$$D(i,j) = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

2. Решение задачи коммивояжёра:

$M \leftarrow \emptyset$

for каждая точка $p_i \in P$:

Найти оптимальное место вставки в маршрут

$M \leftarrow M \cup p_i$

$M \leftarrow M \cup p_0$

3. Геометрический анализ:

for каждый сегмент $(A, B, C) \in M$:

Вычислить прямую $y = mx + b$

Найти перпендикуляр

Вычислить расстояние от B до AC

if расстояние $< r$:

Переместить B в допустимую область

4. Удаление лишних точек:

for каждая точка $p_k \in P$:

if p_k находится в радиусе r от предыдущих E -точек:

Исключить p_k

5. Визуализация маршрута:

Отобразить точки и соединить их маршрутом

Нарисовать круги радиуса r вокруг каждой точки

Добавить параллельные линии к маршруту

Выход:

M – оптимальный маршрут

Листинг 2. Алгоритм поиска оптимального маршрута на основе трехточечного метода

5. Результаты. В этой статье представлены результаты моделирования для оценки эффективности алгоритмов поиска траектории полёта БПЛА при сборе данных от территориально распределённых источников (сенсоров). В частности, была построена оптимальная траектория для покрытия 100 точек, случайным образом размещённых в области размером 300×200 условных единиц, с

использованием четырёх различных алгоритмов. Следует отметить, что в четырёх методах координаты x и y выражены в абстрактных единицах. Для проведения симуляций использовалась облачная среда Google Colab с процессором Intel Xeon (на базе Google Compute Engine) и 12,67 ГБ оперативной памяти, что обеспечивало равные вычислительные условия при сравнении алгоритмов.

Представленная на рисунках 4, 5 и 6 демонстрирует результат работы алгоритма по 1-му методу, примененного к 100 случайно размещенным точкам. В ходе движения БПЛА он покрывает все точки, ориентируясь на заранее определенные контрольные точки и имея радиус покрытия r .

Согласно методу центроида, при заданном радиусе покрытия 10 условных единиц длина оптимального пути составляет 1611 условных единиц, а количество основных точек доступа для покрытия точек равно 60.

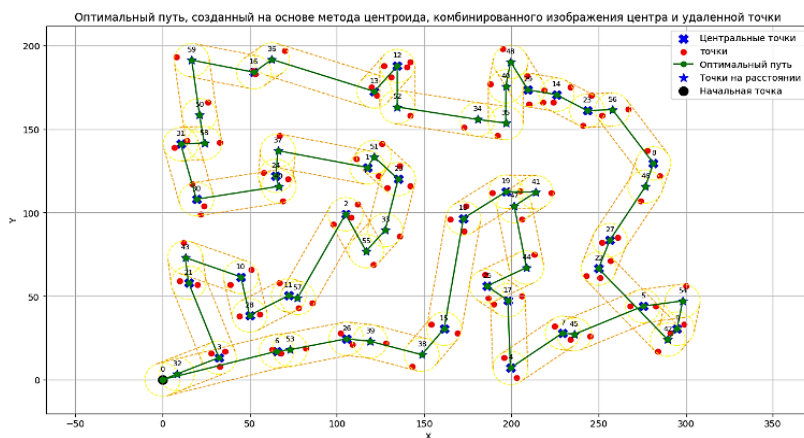


Рис. 4. Оптимальный вид покрытия всех точек при заданном радиусе покрытия 10 единиц по методу центроида

Согласно методу центроида, при радиусе покрытия 20 условных единиц оптимальная длина маршрута составляет 1398 единиц, а количество основных точек доступа для покрытия всех сенсорных точек – 33.

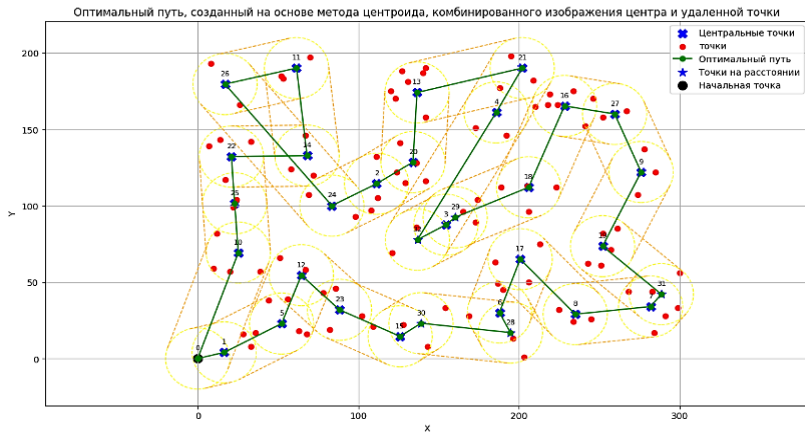


Рис. 5. Оптимальный вид покрытия всех точек при заданном радиусе покрытия 20 единиц по методу центроида

Согласно методу центроида, при радиусе покрытия 30 условных единиц оптимальная длина маршрута составляет 1089 единиц, а количество основных точек доступа для покрытия всех сенсорных точек – 20.

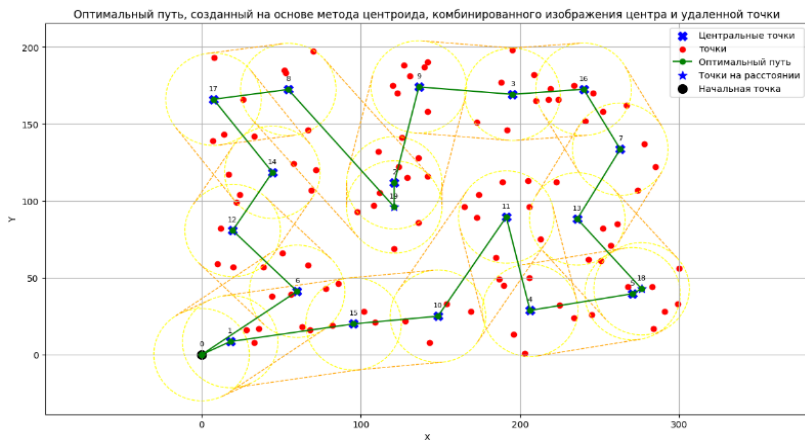


Рис. 6. Оптимальный вид покрытия всех точек при заданном радиусе покрытия 30 единиц по методу центроида

Рисунки 7-9 иллюстрируют результат работы алгоритма по 2-му методу. Аналогично, БПЛА движется в соответствии с радиусом покрытия r , охватывая все заданные контрольные точки.

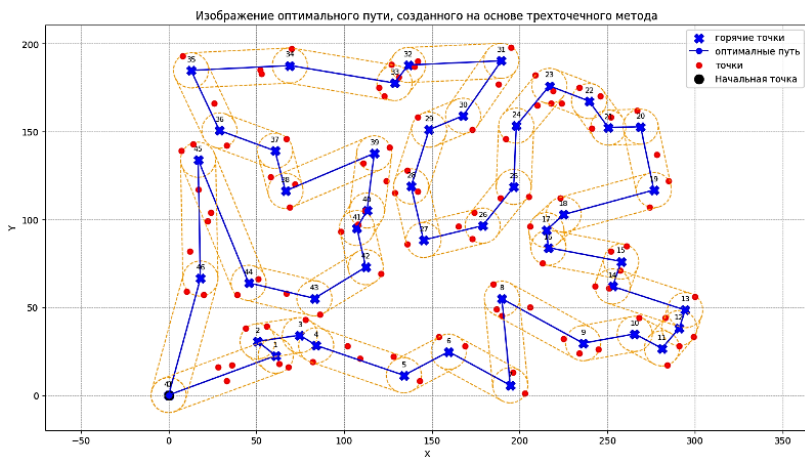


Рис. 7. Оптимальное покрытие всех точек при заданном радиусе покрытия 10 условных единиц с использованием трехточечного метода

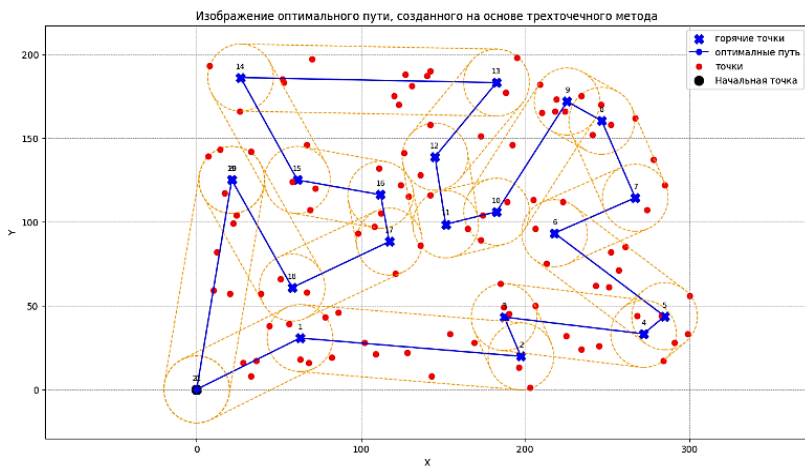


Рис. 8. Оптимальное покрытие всех точек при заданном радиусе покрытия 20 условных единиц с использованием трехточечного метода

Согласно трёхточечному методу, при радиусе покрытия 10 условных единиц оптимальная длина маршрута составляет 1622 единицы, а количество основных точек доступа для полного покрытия составляет 47.

Согласно трёхточечному методу, при радиусе покрытия 20 условных единиц оптимальная длина маршрута составляет 1324 единицы, а количество основных точек доступа, обеспечивающих полное покрытие, равно 21.

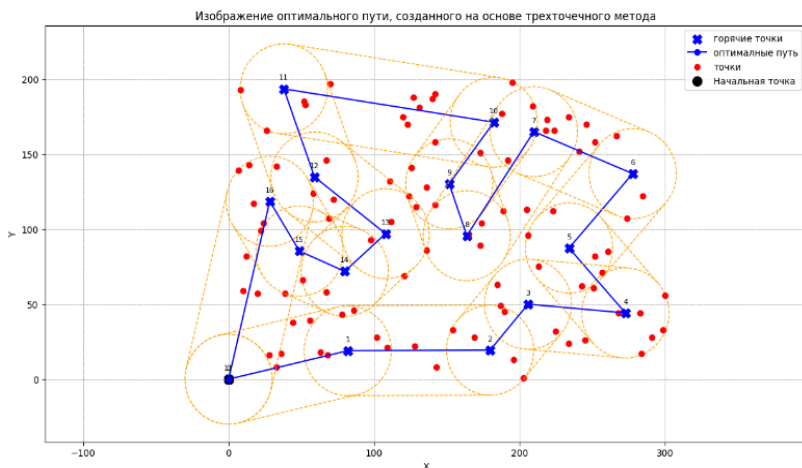


Рис. 9. Оптимальное покрытие всех точек при заданном радиусе покрытия 30 условных единиц, реализованное с использованием трёхточечного метода

Согласно трёхточечному методу, при радиусе покрытия 30 условных единиц оптимальная длина маршрута составляет 1161 единицу, а для полного покрытия всех точек требуется 17 ключевых точек доступа.

Предлагаемые методы были сопоставлены с рядом других методов. В частности, на основе тангенциальной стратегии, описанной в работе [25], был разработан усовершенствованный алгоритм с дополнительными этапами оптимизации, представленный в листинге 3. Для данного алгоритма была создана программная реализация, и проведено тестирование на тех же входных данных, которые использовались в экспериментах для двух ранее предложенных методов. Результаты тестирования представлены на рисунках 10-12.

Входные данные:

$P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ – множество точек

r – радиус ограничения

Выход:

M – минимальный маршрут UAV, охватывающий все зоны

1. Вычисление матрицы расстояний:

for каждая пара $(p_i, p_j) \in P$:

$$D(i, j) = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

2. Построение предварительного маршрута (жадный алгоритм):

$M \leftarrow \{start\}$

while P не пусто:

 выбрать ближайшую точку

 добавить в маршрут

 удалить из непосещённых

Функция: `'greedy_order(points, start)'`.

3. Построение касательных точек:

for каждая пара $(p_i, p_{i+1}) \in M$:

 рассчитать угол между ними

 построить точку на границе радиуса r

Функция: `'tangent_point(center, target, r)'`.

4. Удаление лишних точек:

for каждый отрезок (a, b) маршрута:

 for каждая точка $c \in P$:

 if расстояние до $(a, b) \leq r$:

 считать покрытой

 удалить лишнюю точку из маршрута

Функция: `'distance_to_segment(p, a, b)'`.

5. Добавление недостающих касательных:

for каждая точка $c \in P$:

 if c не покрыта:

 построить касательную

 вставить перед концом маршрута

6. Расчёт длины маршрута

длина $\leftarrow$ сумма расстояний между последовательными точками маршрута

Листинг 3. Алгоритм поиска оптимального маршрута на основе тангенциального метода

Согласно тангенциальному методу, при радиусе покрытия 10 условных единиц оптимальная длина маршрута составляет 3342 единицы, а для полного покрытия всех точек требуется 55 ключевых точек доступа.

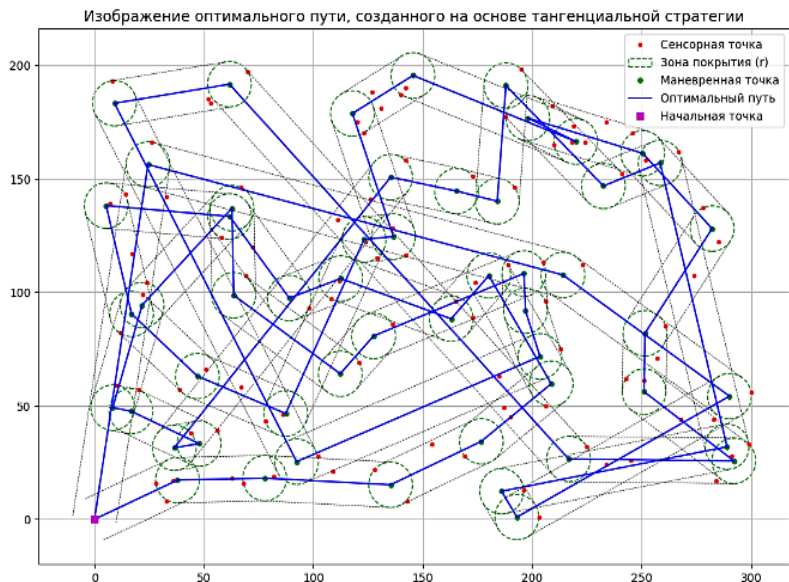


Рис. 10. Оптимальное покрытие всех сенсорных точек при радиусе охвата 10 условных единиц, реализованное с использованием тангенциального метода

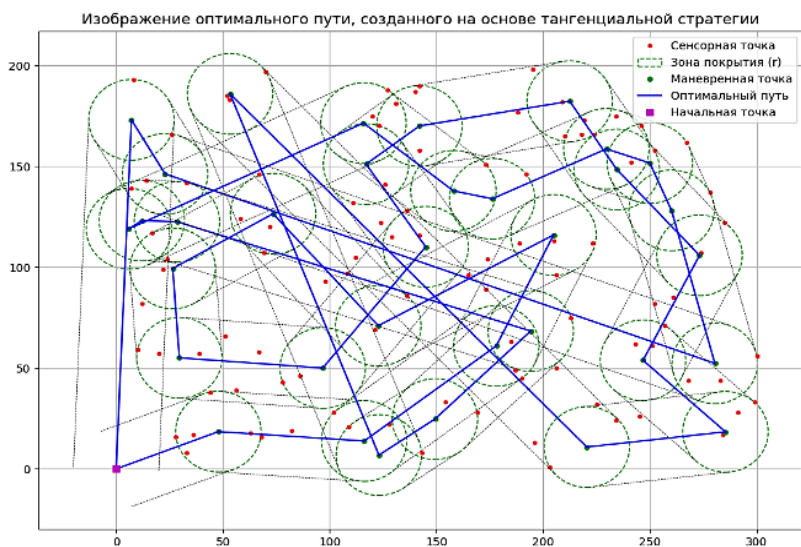


Рис. 11. Оптимальное покрытие всех сенсорных точек при радиусе охвата 20 условных единиц, реализованное с использованием тангенциального метода

Согласно тангенциальному методу, при радиусе покрытия 10 условных единиц оптимальная длина маршрута составляет 2679 единиц, а для полного покрытия всех точек требуется 36 ключевых точек доступа.

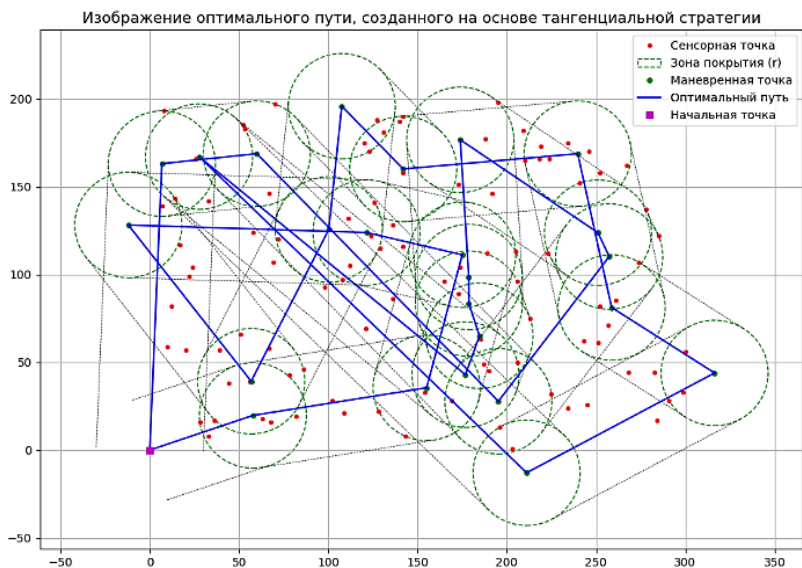


Рис. 12. Оптимальное покрытие всех сенсорных точек при радиусе охвата 30 условных единиц, реализованное с использованием тангенциального метода

Согласно тангенциальному методу, при радиусе покрытия 30 условных единиц оптимальная длина маршрута составляет 2342 единицы, а для полного покрытия всех точек требуется 26 ключевых точек доступа.

Дополнительно был рассмотрен ещё один метод, описанный в работах [26 – 28], основанный на выборе оптимальной точки из множества точек, расположенных на расстоянии r от центра сенсорной зоны. На основе данного метода была реализована программная система с элементами оптимизации, алгоритм работы которой показан в листинге 4, и проведено тестирование аналогично предыдущим случаям. Результаты приведены на рисунках 13-15.

Процесс тестирования осуществлялся на том же процессоре и с теми же параметрами, что и в случае с вышеупомянутыми методами. Это позволило обеспечить сопоставимость условий и объективность сравнительного анализа.

Входные данные:

$P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ – множество центров сенсорных зон;

r – радиус зоны покрытия;

$start_point$ – начальная точка маршрута (обычно $(0, 0)$);

$samples_per_circle$ – количество пробных точек на границе каждой зоны.

1. Вычисление матрицы расстояний:

for каждая пара $(p_i, p_j) \in P$:

$$D(i, j) = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

2. Масштабирование координат:

Для каждого центра $p_i = (x_i, y_i) \in P$:

$$p_i' = ((x_i - \min_x)/(\max_x - \min_x) * \text{ширина}, (y_i - \min_y)/(\max_y - \min_y) * \text{высота})$$

3. Генерация точек по окружности:

Для каждого центра $p_i \in P$:

Создать $samples_per_circle$ точек на окружности радиуса r вокруг p_i

4. Жадная вставка (optimal insertion):

Маршрут $\leftarrow [start_point]$

Пока остались незадействованные зоны:

Найти точку p среди всех зон, дающую минимальное увеличение длины маршрута

Вставить p в оптимальную позицию маршрута

Добавить $start_point$ в конец маршрута

5. Оптимизация маршрута с помощью 2-opt:

Повторять:

Находить пары сегментов маршрута, для которых инверсия уменьшает общую длину

Применять инверсию

Пока маршрут улучшается

6. Геометрическая фильтрация маршрута:

Для каждой тройки точек (A, B, C) в маршруте:

Если расстояние от центра зоны до отрезка $AB \leq r$ и B – точка из этой зоны:

Удалить B как лишнюю

7. Финальная 2-opt оптимизация:

Применить two_opt ко всему отфильтрованному маршруту

8. Проверка покрытия

Для каждой зоны p_i :

Если существует сегмент маршрута, расстояние от p_i до которого $\leq r$:

p_i считается покрытой

Листинг 4. Алгоритм поиска оптимального маршрута на основе выбора оптимальной точки

Согласно методу оптимального выбора, при радиусе покрытия 10 условных единиц оптимальная длина маршрута составляет 1885 единиц, а для полного покрытия всех точек требуется 82 ключевых точки доступа.

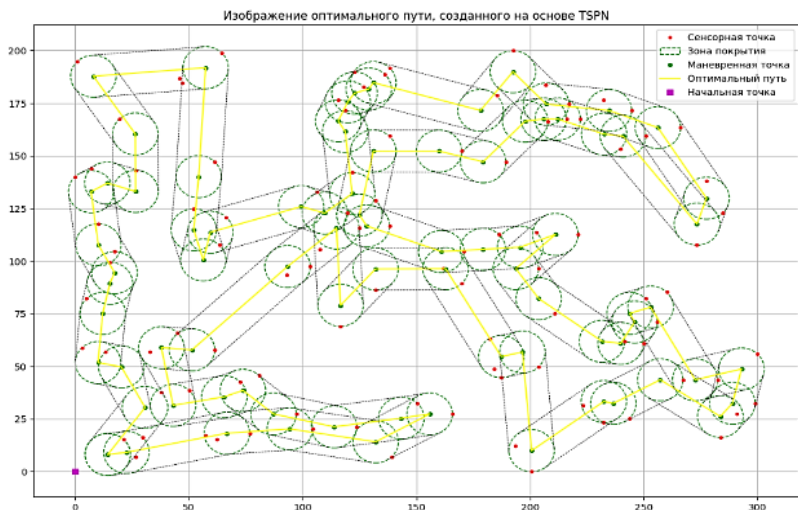


Рис. 13. Оптимальное покрытие всех точек датчика при условном радиусе покрытия 10 единиц, иллюстрация реализации с использованием метода оптимального выбора

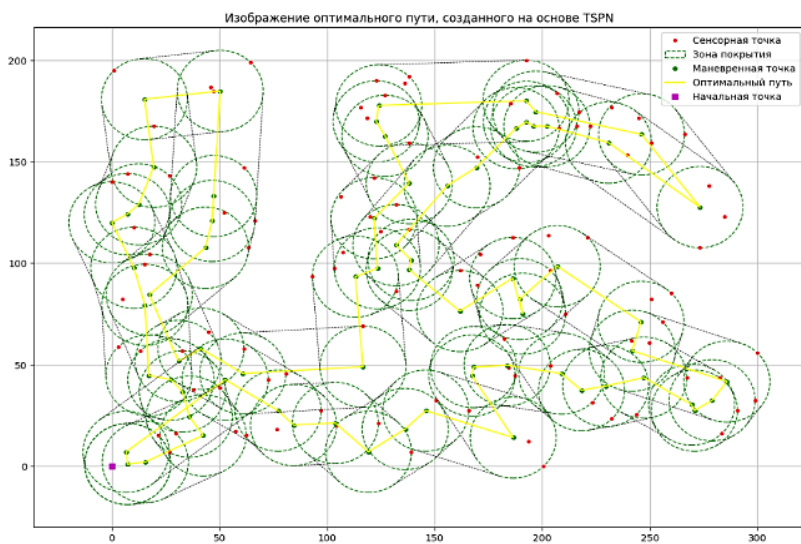


Рис. 14. Оптимальное покрытие всех сенсорных точек при радиусе охвата 20 условных единиц, полученное с использованием метода оптимального выбора точек на границе зоны покрытия

Согласно методу оптимального выбора, при радиусе покрытия 20 условных единиц оптимальная длина маршрута составляет 1626 единиц, а для полного покрытия всех точек требуется 70 ключевых точки доступа.

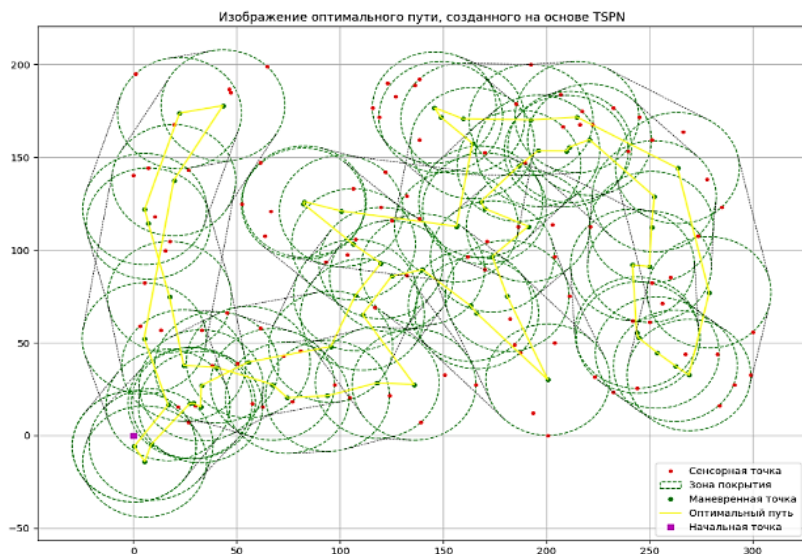


Рис. 15. Оптимальное покрытие всех сенсорных точек при радиусе охвата 30 условных единиц, полученное с использованием метода оптимального выбора точек на границе зоны покрытия

Согласно методу оптимального выбора, при радиусе покрытия 30 условных единиц оптимальная длина маршрута составляет 1621 единиц, а для полного покрытия всех точек требуется 63 ключевых точки доступа.

При увеличении дальности радиопокрытия БПЛА расширяется зона охвата, что приводит к включению в сеть большего количества датчиков. Это изменение влияет на ключевые параметры системы: длину маршрута, количество точек маневрирования и время вычислений. Для количественного анализа данных зависимостей был проведен эксперимент с вариацией радиуса покрытия (рисунки 16-18).

Таким образом, пошаговое увеличение радиуса от минимального к максимальному значению позволяет получить полную картину влияния этого параметра на общую эффективность системы и служит основой для выбора оптимального радиуса в прикладных задачах мониторинга.

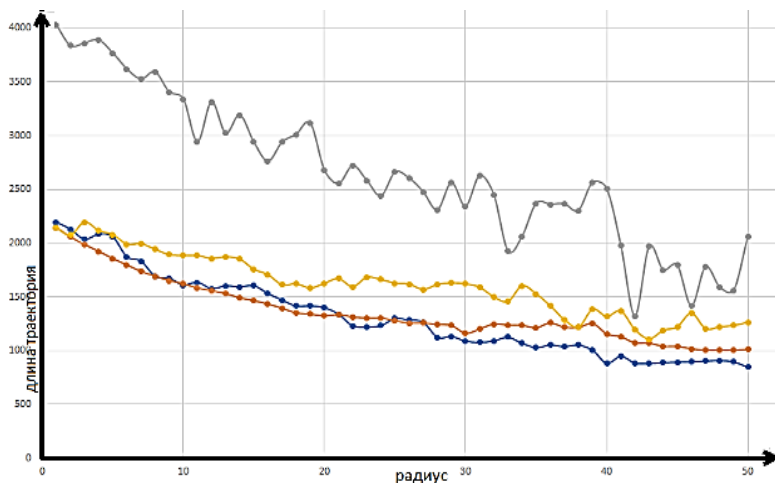


Рис. 16. График зависимости оптимального пути от радиуса покрытия, построенный на основе результатов моделирования алгоритмов, разработанных на основе каждого из четырех методов (центроидный метод показан синим цветом, трехточечный метод – оранжевым, тангенциальный метод – темным, а метод выборки – желтым)

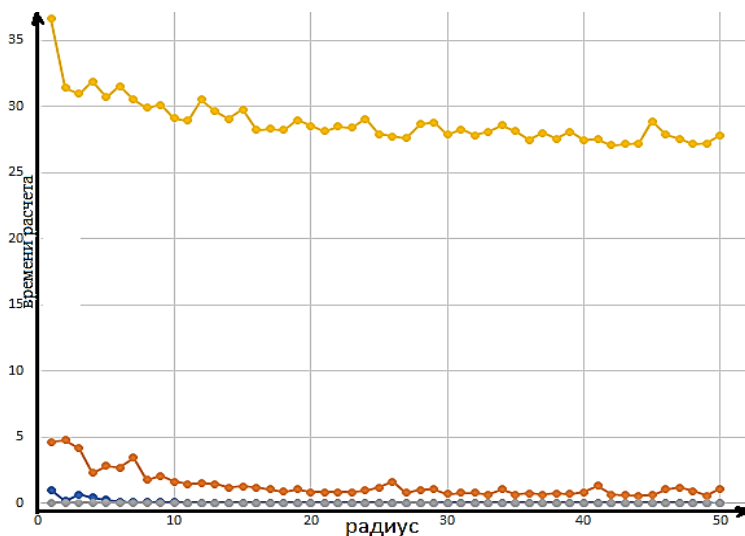


Рис. 17. График зависимости времени расчета от радиуса покрытия программ, разработанных на основе четырех методов (центроидный метод показан синим цветом, трехточечный метод – оранжевым, тангенциальный метод – темным, а метод выборки – желтым)

На рисунке 16 представлена аналитическая зависимость оптимальной длины пути от радиуса, значения которого варьируются от 1 до 50 единиц для каждой реализации программного обеспечения, основанного на данном методе. Как видно из графика, увеличение радиуса приводит к уменьшению длины траектории.

На рисунке 17 представлен график зависимости величины радиуса от времени расчета программы в диапазоне от одной единицы до 50 единиц при тестировании программного обеспечения, созданного на основе каждого метода. Очевидно, что метод оптимального выбора дает плохие результаты по сравнению с другими методами.

На рисунке 18 показана зависимость количества горячих точек (зон интенсивного маневрирования), возникающих в заданной области, от радиуса покрытия, изменяющегося в диапазоне от 1 до 50 условных единиц. Данные получены в ходе тестирования программного обеспечения для каждого из рассматриваемых методов.

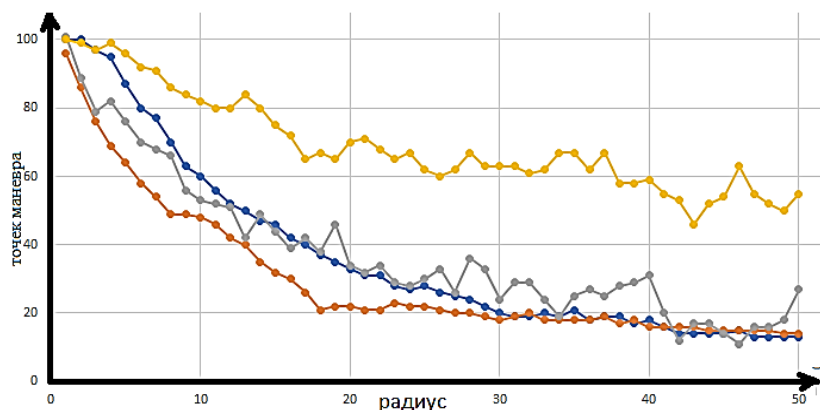


Рис. 18. График зависимости точек маневра от радиуса покрытия по результатам программ, разработанных на основе четырех методов (центроидный метод показан синим цветом, трехточечный метод – оранжевым, тангенциальный метод – темным, а метод выборки – желтым)

Сформирована таблица 1 усредненных аналитических результатов экспериментов, проведенных с использованием вышеуказанных методов.

Таблица 1. Сравнение методов друг с другом

Метод	Среднее время (с)	Средние манёвренные точки	Длина траектории (средняя)
Центроидный	0,05	~30	~1,300
Трёх точек	1,5	~25	~1,400
Тангенциальный	0.005	~35	~2,700
Оптимальный выбор	28,5	~65	~1,600

На основании приведенных выше графиков и таблицы 1 можно сделать вывод, что метод центроида является наиболее надежным и эффективным решением для повторяющихся вычислительных процессов, обеспечивая оптимальное сочетание скорости и стабильности. Этот метод показывает свои преимущества, особенно в системах реального времени или при обработке больших объемов данных.

Трёхточечный метод является оптимальным выбором, так как его среднее время выполнения составляет 1,5 секунды – это в 20 раз быстрее метода Оптимального выбора, при этом среднее количество финальных точек (25) на 17% точнее, чем у центроида, а средняя длина траектории (~1400) обеспечивает сбалансированную эффективность.

Из приведенных выше сравнительных графиков видно, что оптимальная длина траектории и покрытие точек доступа четырёх методов зависят от ширины сети в местах расположения указанных выше точек. Два предлагаемых нами метода имеют преимущества друг перед другом в некоторых аспектах. То есть, если рассматривать значение радиуса для 100 точек в указанной выше области, то трёхточечный метод неэффективен для значения радиуса до 21, но эффективен для радиуса покрытия больше 21. Если сравнивать по времени, то можно увидеть, что эффективен центроидный метод. Если сравнивать по горячим точкам, то можно считать эффективным трёхточечный метод.

В отличие от ранее применявшихся методов, основанных на методе выбора или тангенциальных точках, предложенные алгоритмы демонстрируют существенные преимущества. Центроидный метод обеспечивает минимальное время расчёта и сокращает длину маршрута за счёт кластеризации, а трёхточечный метод позволяет более точно учитывать геометрию покрытия и эффективно работать при больших радиусах. В целом, предложенные методы обеспечивают до 15-25% сокращения длины маршрута и до 30% уменьшения числа манёвровых точек при сопоставимом уровне охвата, что подтверждается результатами моделирования (рисунки 16-18).

Следует отметить, что радиус покрытия сигнала БПЛА является важным, но не единственным параметром при выборе оптимального метода планирования маршрута. При проектировании траектории следует учитывать такие факторы, как среднее расстояние между узлами датчиков, их пространственная плотность, а также возможные особенности размещения (кластеризация, изолированные узлы и т.д.). Без анализа конкретной пространственной структуры сенсорной сети выбор наиболее эффективного алгоритма может оказаться затруднительным или неверным. Поэтому для практического применения разработанных методов рекомендуется предварительно провести оценку распределения узлов и адаптировать выбор алгоритма в зависимости от особенностей исследуемой территории. Например, для густонаселенной сенсорной зоны метод центроида может оказаться эффективным.

6. Заключение. В данной статье рассматривается проблема оптимизации траектории беспилотного летательного аппарата (БПЛА) с учётом радиопокрытия для сбора данных с сенсорных узлов, распределенных по крупным сельскохозяйственным территориям. Были рассмотрены и реализованы четыре различных метода построения маршрута: центрированный, трехточечный, тангенциальный и метод оптимального выбора точек на окружности. Проведенное моделирование позволило оценить эффективность каждого метода по критериям длины маршрута, количества точек маневра и времени расчета для различных значений радиуса покрытия.

Эксперименты показали, что предложенные алгоритмы позволяют сократить длину маршрута на 15-25% и уменьшить количество манёвровых точек до 30% по сравнению с существующими подходами. Это подтверждается численными результатами (таблица 1) и графическим анализом (рисунки 16-18).

Полученные результаты показали, что разработанный авторами метод центроида отличается минимальным временем вычислений и высокой устойчивостью к изменению радиуса покрытия, в то время как метод трёх точек демонстрирует наибольшую эффективность при больших значениях радиуса. Тангенциальный метод, основанный на предыдущих разработках, показывает сбалансированную производительность при средних значениях радиуса, тогда как метод выбора оптимальной точки обеспечивает наибольшую гибкость и точность покрытия, особенно в условиях неоднородного распределения датчиков.

Таким образом, выбор подходящего алгоритма должен определяться конкретными условиями задач мониторинга: плотностью

размещения датчиков, энергетическими ограничениями, приемлемым временем полета, топологией исследуемой территории. Разработанные авторами на основе моделирования методы показали свое превосходство над ранее рассмотренными методами. Это поможет оптимизировать процесс сбора данных при использовании БПЛА на больших территориях.

В исследовании рассматривалась упрощенная плоская модель движения БПЛА без учета высоты полета. Влияние высоты на радиус покрытия, качество связи и энергопотребление пока не учитывалось и планируется для дальнейшего анализа. Также в рамках работы не рассматривались возможные сбои навигационной системы и необходимость динамической корректировки маршрута при отклонениях от траектории или потере связи. В будущем планируется разработать расширенные модели оптимизации 3D-траектории БПЛА с учетом энергетических затрат, качества сигнала, а также создание механизмов автоматического восстановления маршрута при возникновении непредвиденных ситуаций.

Литература

1. Tang Y., Fu Y., Guo Q., Huang H., Tan Z., Luo S. Numerical simulation of the spatial and temporal distributions of the downwash airflow and spray field of a co-axial eight-rotor plant protection UAV in hover. *Computers and Electronics in Agriculture*. 2023. vol. 206.
2. Raj M., Harshini N.B., Gupta S., Atiquzzaman M., Rawley O., Goel L. Leveraging precision agriculture techniques using UAVs and emerging disruptive technologies // *Energy Nexus*. 2024.
3. Han Y. Application of Unmanned Aerial Vehicle Remote Sensing for Agricultural Monitoring // *E3S Web of Conferences*. EDP Sciences, 2024. vol. 553. DOI: 10.1051/e3sconf/202455302022.
4. Ногин А.А. Основные элементы структурной архитектуры сенсорных узлов // *Научный журнал*. 2018. № 5(28). С. 37–39.
5. Ghahramani M., Zhou M., Wang G. Urban sensing based on mobile phone data: Approaches, applications, and challenges. *IEEE/CAA J. Automat. Sinica*. 2020. vol. 7. no. 3. pp. 627–637.
6. Van Phan C., Park Y., Choi H.H., Cho J., Kim J.G. An energyefficient transmission strategy for wireless sensor networks. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*. 2010. vol. 56. no. 2. pp. 597–605.
7. Han S., Zhu K., Zhou M., Liu X. Joint deployment optimization and flight trajectory planning for UAV assisted IoT data collection: A bilevel optimization approach. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*. 2022. vol. 23(11). pp. 21492–21504.
8. Zhang B., Liu C.H., Tang J., Xu Z., Ma J., Wang W. Learning-Based Energy-Efficient Data Collection by Unmanned Vehicles in Smart Cities. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*. 2018. vol. 14. no. 4. pp. 1666–1676.
9. Zhang R., Pan J., Xie D., Wang F. NDCMC: A Hybrid Data Collection Approach for Large-Scale WSNs Using Mobile Element and Hierarchical Clustering. *IEEE Internet of Things Journal*. 2015. vol. 3. no. 4. pp. 533–543.

10. Ebrahimi D., Sharafeddine S., Ho P.-H., Assi C. UAV-Aided Projection-Based Compressive Data Gathering in Wireless Sensor Networks. *IEEE Internet of Things Journal*. 2019. vol. 6. no. 2. pp. 1893–1905.
11. Li J., Zhao H., Wang H., Gu F., Wei J., Yin H., Ren, B. Joint optimization on trajectory, altitude, velocity, and link scheduling for minimum mission time in UAV-aided data collection. *IEEE Internet of Things Journal*. 2019. vol. 7(2). pp. 1464–1475.
12. Li G., Zhuang C., Wang Q., Li Y., Xu X., Zhou W. A UAV real-time trajectory optimized strategy for moving users. In *2019 11th International Conference on Wireless Communications and Signal Processing (WCSP)*. IEEE, 2019. pp. 1–6.
13. Bulut E., Guevenc I. Trajectory optimization for cellular-connected UAVs with disconnectivity constraint. *IEEE International Conference on Communications Workshops (ICC Workshops)*. IEEE. 2018. pp. 1–6.
14. Song S., Choi M., Ko D.E., Chung J.M. Multi-UAV trajectory optimization considering collisions in FSO communication networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*. 2021. vol. 39(11). pp. 3378–3394.
15. Davendra D. Traveling salesman problem: Theory and applications. *IntechOpen*, 2010. 338 p. DOI: 10.5772/547.
16. Гадасин Д.В., Золотарева П.Ю., Тремасова Л.А. Влияние кластеризации при обработке сырых данных // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. 2024. № 3. С. 10–19.
17. Dasdan A. The Kernighan-Lin Search Algorithm // *arXiv preprint arXiv:2502.00316*. 2025. DOI: 10.48550/arXiv.2502.00316.
18. Марков А.В., Симаньков В.И. Методика расчета траекторий полета беспилотных летательных аппаратов для наблюдения за местностью // Доклады Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники. 2019. № 4(122). С. 57–63.
19. Patra B., Bandyopadhyay S. Determination of the Minimum Enclosing Cone of a Finite Collection of Cones Sharing the Same Vertex // Available at SSRN 4801268. 2024. DOI: 10.2139/ssrn.4801268.
20. Flemming J. A simple linear time algorithm for smallest enclosing circles on the (hemi)sphere // *arXiv preprint arXiv:2407.19840*. 2024. DOI: 10.48550/arXiv.2407.19840.
21. Ци Ч. Исследование планирования траектории роторного БПЛА для распыления пестицидов // *StudNet*. 2021. Т. 4. № 7. С. 654–669.
22. Манакова В.А. Сравнительный анализ методов маршрутизации беспилотных авиационных систем для доставки груза // Системный анализ и логистика. 2023. № 4.
23. Rodionov A.S., Matkurbanov T.A., Yagibayeva M.R. Application of a Genetic Algorithm in Planning the Optimal Route of Unmanned Aerial Vehicles Used for Large Area Monitoring // *IEEE XVI International Scientific and Technical Conference Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE)*. IEEE, 2023. pp. 1560–1564.
24. Родионов А.С., Маткурбанов Т.А., Хайруллаев У.Б. Оптимизация траектории полета БПЛА для мониторинга сельскохозяйственных земель // Проблемы информатики. 2025. № 1(66). С. 5–17. DOI: 10.24412/2073-0667-2025-1-5-17.
25. Stefan N., Plonski P.A., Isler V. Approximation algorithms for tours of orientation-varying view cones // *The International Journal of Robotics Research*. 2020. vol. 39. no. 4. pp. 389–401.
26. Jang D.-S., Chae H.-J., Choi H.-L. Optimal control-based UAV path planning with dynamically-constrained TSP with neighborhoods. *17th International Conference on*

- Control, Automation and Systems (ICCAS). IEEE, 2017. pp. 373–378. DOI: 10.23919/ICCAS.2017.8204468.
27. Boutselis G.I., Wang Z., Theodorou E.A. Constrained Sampling-based Trajectory Optimization using Stochastic Approximation. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2020. pp. 2522–2528. DOI: 10.1109/ICRA40945.2020.9197284.
 28. Krishnan S., Nemati M., Loke S.W., Park J., Choi J. Energy-Efficient UAV-Assisted IoT Data Collection via TSP-Based Solution Space Reduction. GLOBECOM 2023 – 2023 IEEE Global Communications Conference. IEEE, 2023. pp. 6189–6194. DOI: 10.1109/GLOBECOM54140.2023.10437381.

Родионов Алексей Сергеевич — д-р техн. наук, доцент, заведующий лабораторией, лаборатория системного моделирования и оптимизации, Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук (ИВМиМГ СО РАН); профессор кафедры, кафедра компьютерных систем, Новосибирский государственный университет (НГУ). Область научных интересов: математическое и имитационное моделирование систем сетевой структуры, анализ надёжности и живучести сложных систем. Число научных публикаций — 180. alrod@sscc.ru; проспект им. академика Лаврентьева, 6, 630090, Новосибирск, Россия; р.т.: +7(383)332-6949.

Маткурбанов Тулкин Алимбоевич — аспирант, кафедра компьютерных систем, Новосибирский государственный университет (НГУ). Область научных интересов: телекоммуникационные системы, системы слежения и управления движущимися объектами, сенсорные сети, управление проектами, программирование. t.matkurbanov@g.nsu.ru; улица Ляпунова, 4, 630090, Новосибирск, Россия; р.т.: +7(961)848-3662.

Поддержка исследований. Научное исследование выполнено при поддержке лаборатории системного моделирования и оптимизации Института вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук (ИВМиМГ СО РАН).

A. RODIONOV, T. MATKURBANOV
**PLANNING UAV FLIGHT TRAJECTORIES FOR MONITORING
LARGE AREAS**

Rodionov A., Matkurbanov T. Planning UAV Flight Trajectories for Monitoring Large Areas.

Abstract. Modern agriculture covers vast areas, and effective monitoring of these territories plays a key role in precision farming. Wireless sensor networks are widely used to obtain real-time information on the condition of agricultural crops. However, manually collecting data from such sensors (deployed across a sensor network) is challenging. At the same time, unmanned aerial vehicles (UAVs) are increasingly used to provide automated and highly accurate data collection. This article addresses the problem of constructing an optimal UAV trajectory to efficiently collect data from distributed sensor nodes. The goal is to minimize the total route length while fully covering the sensing zones of all devices. Within the study, four route planning methods were developed and compared: the centroid-based method, the three-point method, the tangential method, and the optimal point selection method within the coverage radius boundary. Each method was implemented as a programmatic algorithm, including route construction, geometric optimization, and coverage evaluation. All methods were tested under the same conditions using a set of sensors distributed over a defined area. Evaluation criteria included total path length, number of maneuver points, and computation time, across coverage radii from 1 to 50 meters. The authors propose two approaches for trajectory optimization: a clustering-based centroid algorithm and an enhanced three-point algorithm based on the Lin-Kernighan heuristic. Experimental results showed that the proposed dual-algorithm method significantly outperforms previously studied route planning methods. Thus, this paper presents a comprehensive approach to UAV route planning for agricultural field monitoring, considering geometric, algorithmic, and computational factors. It also provides practical recommendations for selecting the most suitable method based on the spatial structure of the sensor network.

Keywords: UAVs, traveling salesman problem (TSP), algorithm, clustering, Lin-Kernighan, Welzl's algorithm, programming.

References

1. Tang Y., Fu Y., Guo Q., Huang H., Tan Z., Luo S. Numerical simulation of the spatial and temporal distributions of the downwash airflow and spray field of a co-axial eight-rotor plant protection UAV in hover. *Computers and Electronics in Agriculture*. 2023. vol. 206.
2. Raj M., Harshini N.B., Gupta S., Atiquzzaman M., Rawley O., Goel L. Leveraging precision agriculture techniques using UAVs and emerging disruptive technologies. *Energy Nexus*. 2024.
3. Han Y. Application of Unmanned Aerial Vehicle Remote Sensing for Agricultural Monitoring. *E3S Web of Conferences*. EDP Sciences, 2024. vol. 553. DOI: 10.1051/e3sconf/202455302022.
4. Nogin A.A. [Basic elements of the structural architecture of sensor nodes]. *Nauchnyy zhurnal – Scientific Journal*. 2018. no. 5(28). pp. 37–39. (In Russ.).
5. Ghahramani M., Zhou M., Wang G. Urban sensing based on mobile phone data: Approaches, applications, and challenges. *IEEE/CAA J. Automat. Sinica*. 2020. vol. 7. no. 3. pp. 627–637.

6. Van Phan C., Park Y., Choi H.H., Cho J., Kim J.G. An energyefficient transmission strategy for wireless sensor networks. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*. 2010. vol. 56. no. 2. pp. 597–605.
7. Han S., Zhu K., Zhou M., Liu X. Joint deployment optimization and flight trajectory planning for UAV assisted IoT data collection: A bilevel optimization approach. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*. 2022. vol. 23(11). pp. 21492–21504.
8. Zhang B., Liu C.H., Tang J., Xu Z., Ma J., Wang W. Learning-Based Energy-Efficient Data Collection by Unmanned Vehicles in Smart Cities. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*. 2018. vol. 14. no. 4. pp. 1666–1676.
9. Zhang R., Pan J., Xie D., Wang F. NDCMC: A Hybrid Data Collection Approach for Large-Scale WSNs Using Mobile Element and Hierarchical Clustering. *IEEE Internet of Things Journal*. 2015. vol. 3. no. 4. pp. 533–543.
10. Ebrahimi D., Sharafeddine S., Ho P.-H., Assi C. UAV-Aided Projection-Based Compressive Data Gathering in Wireless Sensor Networks. *IEEE Internet of Things Journal*. 2019. vol. 6. no. 2. pp. 1893–1905.
11. Li J., Zhao H., Wang H., Gu F., Wei J., Yin H., Ren, B. Joint optimization on trajectory, altitude, velocity, and link scheduling for minimum mission time in UAV-aided data collection. *IEEE Internet of Things Journal*. 2019. vol. 7(2). pp. 1464–1475.
12. Li G., Zhuang C., Wang Q., Li Y., Xu X., Zhou W. A UAV real-time trajectory optimized strategy for moving users. In *2019 11th International Conference on Wireless Communications and Signal Processing (WCSP)*. IEEE, 2019. pp. 1–6.
13. Bulut E., Guevenc I. Trajectory optimization for cellular-connected UAVs with disconnectivity constraint. *IEEE International Conference on Communications Workshops (ICC Workshops)*. IEEE. 2018. pp. 1–6.
14. Song S., Choi M., Ko D.E., Chung J.M. Multi-UAV trajectory optimization considering collisions in FSO communication networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*. 2021. vol. 39(11). pp. 3378–3394.
15. Davendra D. Traveling salesman problem: Theory and applications. *IntechOpen*, 2010. 338 p. DOI: 10.5772/547.
16. Gadasin D.V., Zolotareva P.Yu., Tremasova L.A. [The effect of clustering in raw data processing]. *Sistemy sinhronizatsii, formirovaniya i obrabotki signalov – Systems of Synchronization, Signal Formation and Processing*. 2024. no. 3. pp. 10–19. (In Russ.).
17. Dasdan A. The Kernighan-Lin Search Algorithm. *arXiv preprint arXiv:2502.00316*. 2025. DOI: 10.48550/arXiv.2502.00316.
18. Markov A.V., Simankov V.I. [A methodology for calculating UAV flight trajectories for area observation]. *Doklady Belorusskogo gosudarstvennogo universiteta informatiki i radioelektroniki – Reports of the Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics*. 2019. no. 4(122). pp. 57–63. (In Russ.).
19. Patra B., Bandyopadhyay S. Determination of the Minimum Enclosing Cone of a Finite Collection of Cones Sharing the Same Vertex. Available at SSRN 4801268. 2024. DOI: 10.2139/ssrn.4801268.
20. Flemming J. A simple linear time algorithm for smallest enclosing circles on the (hemi)sphere. *arXiv preprint arXiv:2407.19840*. 2024. DOI: 10.48550/arXiv.2407.19840.
21. Qi, Ch. [Research on rotor UAV trajectory planning for pesticide spraying]. *StudNet*. 2021. vol. 4. no. 7. pp. 654–669. (In Russ.).
22. Manakova V.A. [Comparative analysis of routing methods for unmanned aerial systems used for cargo delivery]. *Sistemnyj analiz i logistika – Systems Analysis and Logistics*. 2023. no. 4. (In Russ.).

23. Rodionov A.S., Matkurbanov T.A., Yagibayeva M.R. Application of a Genetic Algorithm in Planning the Optimal Route of Unmanned Aerial Vehicles Used for Large Area Monitoring. IEEE XVI International Scientific and Technical Conference Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE). IEEE, 2023. pp. 1560–1564.
24. Rodionov A.S., Matkurbanov T.A., Khairullaev U.B. [UAV flight trajectory optimization for agricultural land monitoring]. Problemy informatiki – Informatics Issues. 2025. no. 1(66). pp. 5–17. DOI: 10.24412/2073-0667-2025-1-5-17. (In Russ.).
25. Stefas N., Plonski P.A., Isler V. Approximation algorithms for tours of orientation-varying view cones. The International Journal of Robotics Research. 2020. vol. 39. no. 4. pp. 389–401.
26. Jang D.-S., Chae H.-J., Choi H.-L. Optimal control-based UAV path planning with dynamically-constrained TSP with neighborhoods. 17th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS). IEEE, 2017. pp. 373–378. DOI: 10.23919/ICCAS.2017.8204468.
27. Boutselis G.I., Wang Z., Theodorou E.A. Constrained Sampling-based Trajectory Optimization using Stochastic Approximation. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2020. pp. 2522–2528. DOI: 10.1109/ICRA40945.2020.9197284.
28. Krishnan S., Nemati M., Loke S.W., Park J., Choi J. Energy-Efficient UAV-Assisted IoT Data Collection via TSP-Based Solution Space Reduction. GLOBECOM 2023 – 2023 IEEE Global Communications Conference. IEEE, 2023. pp. 6189–6194. DOI: 10.1109/GLOBECOM54140.2023.10437381.

Rodionov Alexey — Ph.D., Dr.Sci., Associate Professor, Head of the laboratory, Laboratory of system modeling and optimization, Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (ICM&MG SB RAS); Professor of the department, Computer systems department, Novosibirsk State University (NSU). Research interests: mathematical and simulation modeling of network structure systems, analysis of reliability and survivability of complex systems. The number of publications — 180. alrod@sscc.ru; 6, Lavrentyev Av., 630090, Novosibirsk, Russia; office phone: +7(383)332-6949.

Matkurbanov Tulkın — Ph.d. student, Computer systems department, Novosibirsk State University (NSU). Research interests: telecommunication systems, tracking and control of moving objects, sensor networks, project management, programming. t.matkurbanov@g.nsu.ru; 4, Lyapunova St., 630090, Novosibirsk, Russia; office phone: +7(961)848-3662.

Acknowledgements. The scientific research was supported by the Laboratory of System Modeling and Optimization of the Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences.