

А.В. ТИМОФЕЕВ, Т.М. КОСОВСКАЯ  
**НЕЙРОСЕТЕВЫЕ МЕТОДЫ ЛОГИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ  
И РАСПОЗНАВАНИЯ СЛОЖНЫХ ОБРАЗОВ**

---

*Тимофеев А.В., Косовская Т.М.* **Нейросетевые методы логического описания и распознавания сложных образов.**

**Аннотация.** Рассматриваются нейросетевые модели и логико-предметные методы описания, анализа и распознавания сложных образов. Предложены алгоритмы решения задач идентификации и классификации простых образов (например, изображений объектов) и логического анализа и нейросетевого распознавания сложных образов (например, сложных 3D-сцен по 2D-изображениям частично заслоненных объектов). Дан сравнительный анализ сложности алгоритмов и описаны результаты вычислительных экспериментов.

**Ключевые слова:** нейросетевые методы, логический анализ, распознавание сложных образов.

*Timofeev A.L., Kosovskaya T.M.* **Neural Methods for Complex Images Logic Description and Recognition.**

**Abstract.** Neural methods and logic-object methods for complex images description, analysis and recognition are considered. Algorithms for identification problems and simple pattern classification solution (for example, complex 3D-scenes on 2D-images of partially hidden objects) have been suggested. Comparative analysis for algorithms complexity has been given and computing experiments results have been described.

**Keywords:** neural methods, logic analysis, complex pattern recognition.

---

**1. Введение.** Нейросетевые методы и когнитивные технологии играют важную роль в исследовании проблем искусственного интеллекта и разработке моделей и архитектур нейронных сетей для эффективной (распараллеленной и распределенной) обработки информации и управления. Прежде всего, они направлены на решение задач представления знаний, распознавания образов и логического анализа баз данных. Особенность этих методов и технологий заключается в том, что они основываются на механизмах работы мозга человека и животных и используют современное программно-аппаратное обеспечение.

В настоящей работе предлагаются логико-когнитивные методы и нейросетевые модели распознавания и анализа сложных образов в условиях неопределенности. Основное внимание уделяется анализу и распознаванию сложных 3D-сцен с частично заслоненными объектами по их 2D-изображениям. Предлагаемые методы базируются на нейросетевых технологиях обучения понятиям, распознавания сложных образов и принятия решений с помощью средств поиска логического вывода [1–3].

**2. Логико-когнитивный подход к распознаванию и анализу сложных образов.** Во многих задачах распознавания и анализа изображений требуется анализировать не только свойства сложных образов (например, 2D-изображений сложных 3D-сцен) как единого целого, но и свойства отдельных частей, а также отношения между различными частями одного и того же сложного образа. В связи с этим в качестве исходных признаков удобно рассматривать не пропозициональные (булевы) переменные, описывающие глобальные свойства сложного образа в целом, а предикаты, задающие локальные свойства и глобальные отношения между его частями. В этом случае описания отдельных частей сложного образа естественно задавать формулами исчисления предикатов. В связи с этим подход, использующий формулы исчисления предикатов для описания простых и сложных образов ниже, будет называться логико-предметным, а методы построения этих описаний по обучающим базам данных с помощью моделей нейронных сетей нейросетевыми.

Задачи распознавания и анализа сложных образов рассматриваются в следующей постановке.

Пусть имеется множество  $\Omega$  конечных множеств  $\omega = \{\omega_1, \dots, \omega_l\}$ , которые в дальнейшем будут называться распознаваемыми объектами (образами). Частью  $\tau$  сложного образа (объекта)  $\omega$  называется любое его подмножество (не обязательно собственное).

Пусть также на частях сложного образа  $\tau$  задан набор предикатов  $p_1, \dots, p_n$ , характеризующих свойства и отношения между элементами простого или сложного образа (объекта)  $\omega$ . Предположим, что существует, вообще говоря, неизвестное разбиение множества  $\Omega$  на  $K$  (возможно пересекающихся) классов объектов (образов)  $\Omega = \bigcup_{k=1}^k \Omega_k$ .

Логическим описанием  $S(\omega)$  объекта  $\omega$  называется набор всех истинных постоянных формул вида  $p_i(\tau)$  или  $\neg p_i(\tau)$ , выписанных для всех возможных частей  $\tau$  объекта  $\omega$ .

Здесь и далее посредством  $x$  обозначается список элементов конечного множества  $x$ , соответствующий некоторой перестановке номеров его элементов. Тот факт, что элементами списка  $x$  являются элементы множества (сложного образа)  $y$ , будем записывать в виде  $x \subseteq y$ . Для того, чтобы записать, что значения для переменных списка

$x$ , удовлетворяющие формуле  $A(x)$ , различны, будет использоваться обозначение  $\exists x_{\neq} A(x)$ .

Логическим описанием класса (ОК)  $\Omega$  называется такая формула  $A_k(x)$  со свободными переменными  $x$ , что

1.  $A_k(x)$  содержит в качестве атомарных только формулы вида  $p_i(y)$ , где  $y \subseteq x$ ;
2.  $A_k(x)$  не содержит кванторов;
3.  $A_k(x)$  имеет вид дизъюнкции элементарных конъюнкций;
4. если для некоторого списка (упорядоченного множества)  $\omega$  всех элементов множества  $\omega$  истинна формула  $A_k(\omega)$ , то  $\omega \in \Omega_k$ .

С помощью построенных логических описаний в [1] предложено решать следующие задачи идентификации и классификации простых образов и анализа и распознавания сложных образов.

**Задача идентификации объекта (простого образа).** Проверить, принадлежит ли объект  $\omega$  или его часть классу  $\epsilon \in \Omega$ .

Эта задача соответствует задаче распознавания и локализации изолированного образа из заданного класса на сложном образе.

**Задача классификации всех простых образов.** Найти все такие номера классов  $k$ , что  $\omega \in \Omega_k$ .

Эта задача соответствует определению всех классов (если они пересекаются), которым может принадлежать изолированный (или уже выделенный) простой образ из соответствующего класса.

**Задача анализа и распознавания сложного объекта (образа).** Найти и классифицировать все части  $\tau$  сложного объекта  $\omega$ .

Последняя задача соответствует задаче анализа и распознавания сложного образа.

Решение задач идентификации, классификации и анализа сложного объекта сведено к автоматическому доказательству соответственно следствий

$$S(\omega) \Rightarrow \exists x_{\neq} A_k(x), \quad (1)$$

$$S(\omega) \Rightarrow \bigvee_{k=1}^K A_k(\omega), \quad (2)$$

$$S(\omega) \bigvee_{k=1}^K \exists x_{\neq} A_k(x), \quad (3)$$

**3. Методы построения описаний классов (образов).** Сначала рассмотрим задачу описания образов (классов объектов) по эталонным

объектам из обучающей выборки. Для каждого простого образа  $\omega$  из обучающей выборки в его описании  $S(\omega)$  все различные константы заменяются на различные переменные. В полученном множестве между логическими формулами ставится знак конъюнкции  $\&$ . Полученные таким образом элементарные конъюнкции, соответствующие эталонам из одного класса (простого образа), соединяем знаком дизъюнкции  $\vee$ . В этом случае все объекты из обучающей выборки будут классифицироваться верно.

Важно отметить, что при решении задач идентификации простых образов и анализа сложных образов эталонные объекты на сложном образе будут выделены и локализованы (см., например [1, 8, 12]).

Другим возможным способом описания простых образов является их словесное описание экспертом. Эти словесные описания стандартным образом [2] могут быть формализованы в виде формул исчисления предикатов. При этом сам набор исходных признаков–предикатов формируется в процессе формализации решаемых задач идентификации, классификации и распознавания образов [7–10].

**4. Оценки времени решения задач идентификации, распознавания и анализа сложных образов.** В работах [7, 8] доказано, что все три сформулированные задачи являются NP-полными. Если же в формализованной постановке задач вместо префикса  $\exists x_{\neq}$  написать  $\forall x_{\neq}$  (то есть при каких различных значениях переменных  $x$ ), а вместо  $\vee_{k=1}^K$  написать  $\forall k$  (то есть, требуется указать конкретный номер класса), то эти задачи NP-трудны.

Однако, при различных способах доказательства формул (1), (2) и (3) оценки числа шагов работы алгоритмов существенно различны и имеют в показателе степени различные параметры, зависящие от длины записи описаний классов. Так, например, следствиями теорем, доказанных в [7], будут следующие утверждения.

**Теорема 1.** Если  $m$  — максимальное количество переменных в элементарных конъюнкциях, входящих в описания классов,  $\|A\|$  — длина записи описаний классов,  $\|S\|$  — длина записи описания объекта, то при использовании алгоритма полного перебора число шагов решения любой из сформулированных выше задач не превышает

$$O(t^m \|A\| \|S\|).$$

**Теорема 2.** Если  $a$  — максимальное количество вхождений атомарных формул в элементарные конъюнкции, составляющие описания классов,  $s$  — максимальное количество вхождений одного и того же предиката (только без отрицаний или только с отрицаниями) в описание объекта,  $D$  — количество дизъюнктов в описаниях классов, используемых при решении задачи, то при использовании секвенциального исчисления предикатов или метода резолюций для исчисления предикатов число шагов решения любой из сформулированных выше задач составляет

$$O(Ds^a).$$

Как видно, в зависимости от того, какова особенность выбранных признаков и, как следствие, количество переменных или количество вхождений одного и того же признака в описание класса, предпочтительнее оказывается тот или иной алгоритм. В частности, если признаков достаточно много и каждый из них характеризует небольшое число частей сложного образа, то алгоритм, основанный на поиске вывода в исчислении предикатов, оказывается предпочтительней.

**5. Многоуровневые описания классов.** Если рассматриваются сложные объекты, структура описаний которых позволяет выделить обобщенные свойства их частей, то можно дать описание сложного объекта в терминах таких свойств этих частей и отношений между ними. В частности, это можно сделать, выделяя «часто» встречающиеся подформулы  $P_i^l(y)$  формул  $A_k(x)$  «небольшой сложности». При этом записывается система эквивалентностей вида  $p_i^l(y^l) \Leftrightarrow P_i^l(y)$ , где  $p_i^l$  — новые предикаты, которые будем называть предикатами 1-го уровня, а переменные  $y^l$  — новые переменные для списков исходных переменных, которые назовем переменными 1-го уровня.

Обозначим формулы, полученные из  $A_k(x)$  путем замены всех вхождений формул вида  $P_i^l(y)$  на атомарные формулы  $p_i^l(y_i^l)$  (при  $y \subseteq x$ ) посредством  $A_k^l(x^l)$ . Здесь  $x^l$  — список всех переменных формулы  $A_k^l(x^l)$ , состоящий как из некоторых (быть может, всех) исходных переменных формулы  $A_k(x)$ , так и из переменных 1-го уровня, появившихся в формуле  $A_k^l(x^l)$ .

Процедуру выделения часто встречающихся подформул «небольшой сложности» можно повторить с формулами  $A_k^l(x^l)$ . В результате  $L$ -кратного применения этой процедуры получим  $L$ -уровневое описание классов вида [8]:

$$\begin{aligned}
 & A_k^L(\omega), \\
 & p_1^2(\omega) \Leftrightarrow P_1^2(\omega), \\
 & \quad \vdots \\
 & p_{n_2}^2(\omega) \Leftrightarrow P_{n_2}^2(\omega), \\
 & \quad \vdots \\
 & p_i^1(\omega) \Leftrightarrow P_i^1(\omega), \\
 & \quad \vdots \\
 & p_{n_L}^L(\omega) \Leftrightarrow P_{n_L}^L(\omega).
 \end{aligned}$$

**Теорема 3.** Проверка истинности формул  $A_1(x_1), \dots, A_k(x_k)$  на множестве  $\omega = \{\omega_1, \dots, \omega_l\}$  равносильна проверке истинности формул  $A_1^L(x_1^L), \dots, A_k^L(x_k^L)$  и эквивалентностей  $p_i^1(y_i^1) \leftrightarrow P_i^1(y_i^1)$  (при  $l = 1, \dots, L, i = 1, \dots, n_j$ ) на этом же множестве.

**Теорема 4.** При использовании алгоритма полного перебора оценка числа его шагов для решения задачи идентификации с использованием двухуровневого описания классов составляет

$$O(n_1(t^{m1} + t_1^{(sk+nk)} |S(\omega)|)),$$

где  $m1$  — наибольшее количество переменных, входящих в подформулы вида  $p_i^1(y)$ ,  $nk$  — количество переменных 1-го уровня, входящих в  $A_k^1(x^1)$ ,  $sk$  — количество переменных, входящих в формулу  $A_k(x)$ , но не вошедших в подформулы вида  $P_i^1(y)$ ,  $t_1$  — суммарное количество объектов первого уровня, для которых истинна хотя одна из подформул  $P_i^1(y)$  и тех исходных элементов объекта  $\omega$ , которые не вошли в объекты первого уровня.

Эта теорема показывает, что при использовании алгоритма полного перебора для решения задачи идентификации с многоуровневым описанием классов условие «небольшой сложности» подформул  $P_i^1(y)$  формул  $A_k(x)$  заключается в небольшом количестве аргументов этих подформул и сокращении в формуле  $A_k^1(x^1)$  числа переменных по сравнению с числом переменных в формуле  $A_k(x)$ .

**Теорема 5.** При использовании алгоритма проверки выводимости в исчислении предикатов оценка числа его шагов для решения задачи идентификации с использованием двухуровневого описания классов составляет

$$O(n_1 |S(\omega)|^v + S(\omega)^{a1}),$$

где  $v$  — наибольшее количество атомарных формул, входящих в выделенные подформулы  $p_i^1(y^1), \dots, p_{n1}^1(y^1)$ ,  $a1$  — наибольшее количество атомарных формул с исходными предикатами, входящих в элементарную конъюнкцию двухуровневого описания  $k$ -го класса  $A_k^1(x^1)$ .

Эта теорема показывает, что при использовании алгоритма проверки выводимости в исчислении предикатов для решения задачи идентификации с многоуровневым описанием классов условие «небольшой сложности» подформул  $P_i^1(y)$  формул  $A_k(x)$  заключается в уменьшении количества атомарных формул в элементарных конъюнкциях формулы  $A_k^1(x^1)$  по сравнению с количеством атомарных формул в элементарных конъюнкциях формулы  $A_k(x)$ .

При построении нейронных сетей для распараллеливания представлений логических описаний классов и распознавания сложных образов вычисление значений предикатов того или иного уровня может производиться соответствующим нейронным слоем или ядром многоядерного компьютера. Так, например, при использовании только предикатов первого (исходного) и второго (синтезированного) уровней архитектура многослойной нейронной сети будет выглядеть так, как это представлено на рис. 1.

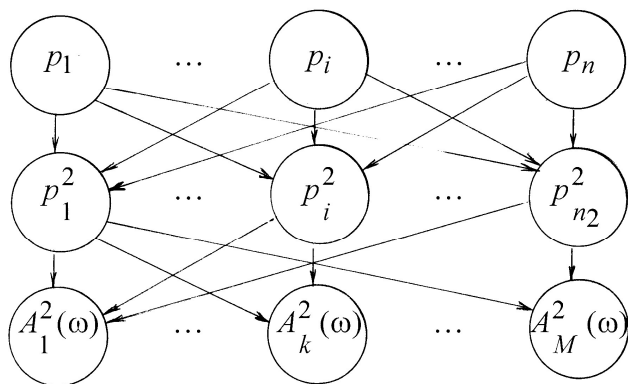


Рис. 1. Архитектура многослойной нейронной сети.

Таким образом, в первом слое (сенсорные нейроны) вычисляются все возможные значения исходных признаков распознаваемого объекта (образа). Во втором слое вычисляются все возможные значения признаков второго уровня. В третьем слое проверяются формулы, задающие логические описания простых образов.

В процессе распознавания образов сложный объект или его фрагмент будут отнесены к тому классу с номером  $k$ , для которого оказалась истинной формула  $A_k^2(x^2)$ .

Следует отметить, что процесс логического распознавания сложных образов на нейронной сети можно организовать таким образом, чтобы запоминать те фрагменты исходного объекта  $\omega$ , для которых оказалась верна хотя бы одна из формул, определяющих принадлежность к классу. Тем самым может быть автоматически решена задача полного логического анализа сложного объекта.

**6. Распознавание частично заслоненных объектов.** При решении задачи идентификации частично заслонённого изображения объекта вместо проверки справедливости секвенции

$$S(\omega) \Rightarrow \exists x_{\neq} A_k(x)$$

имеется возможность проверки лишь того, что

$$S(\omega) \Rightarrow \exists x_{\neq} A_k'(x'), \tag{4}$$

где  $A_k'(x')$  — некоторая подформула формулы  $A_k(x)$ .

В работах [8,9] предложено понятие неполной выводимости,



позволяющее находить наибольшую подформулу  $A_k(x')$  формулы  $A_k(x)$ , для которой выполнено условие (4) и нет информации о том, что формула  $A_k(x)$  невыполнима на множестве  $\omega$ . Более того, если  $q$  — отношение числа атомарных формул в  $A_k(x')$  к числу атомарных формул в  $A_k(x)$ , а  $r$  — отношение числа переменных в  $x'$  к числу переменных в  $x$ , то можно утверждать, что часть  $\tau$  изображения  $\omega$ , элементы которого обеспечили истинность формулы  $A_k(\tau)$ , является  $r$ -той частью изображения из  $k$ -го класса со степенью уверенности  $q$ .

В работе [7] приведены примеры работы программы, распознающей частично заслонённые контурные изображения многогранников.

**7. Заключение.** Предложенный логико-нейросетевой подход позволяет конструктивно решать сложные задачи распознавания 2D-изображений и интеллектуального анализа 3D-сцен. Поэтому он может найти применение при построении интеллектуальных систем технического зрения и распознавания в робототехнике и аэрокосмических системах [10, 11].

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ № 12-08-01167-а.

### Литература

1. Косовская Т.М., Тимофеев А.В. Об одном новом подходе к формированию логических решающих правил // Вестник ЛГУ, 1985, №8. С. 22–27.
2. Клини С. Математическая логика. М.: Мир, 1973. 480 с.
3. Тимофеев А.В., Калыев А.В. Методы обучения и минимизации сложности когнитивных нейромоделей супер-макро-нейрокомпьютеров с программируемой архитектурой. // Доклады Академии наук, 1994, т. 273, № 2, с. 180–183 (на русском и английском языках).
5. Тимофеев А.В. Методы синтеза диофантовых нейросетей минимальной сложности. // Доклады Академии наук, 1995, т. 301, № 3, с. 1106–1109 (на русском и английском языках).
6. Timofeev A.V., Semyonov A.V. Genetic Algorithms of Database Control and Knowledge Base Synthesis and Their Applications. // International Journal of Information Theories & Applications, Sofia, 1996, v.4, N1, pp. 17–22.
7. Тимофеев А.В., Шеожев А. М., Шибзухов З. М. Мульти-агентные диофантовые нейронные сети в задачах распознавания и диагностики. // Нейрокомпьютеры: разработка и применение, 2005, № 10–11, с. 69–74.
8. Косовская Т.М. Доказательства оценок числа шагов решения некоторых задач распознавания образов, имеющих логические описания // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1, Математика, механика, астрономия. 2007. Вып.(4) С. 82–90.
9. Косовская Т.М. Некоторые задачи искусственного интеллекта, допускающие формализацию на языке исчисления предикатов, и оценки числа шагов их

- решения // Труды СПИИРАН, 2010. Вып. 14. С. 58–75.
10. *Косовская Т. М.* Частичная выводимость предикатных формул как средство распознавания объектов с неполной информацией // Вестн. С.-Петерб.ун-та. Сер. 10. 2009. Вып. 1. С. 74–84.
  11. *Тимофеев А.В.* Адаптивные робототехнические комплексы. Л., Машиностроение, 1988, 146 с.
  12. *Тимофеев А.В.* Адаптивное управление и интеллектуальный анализ информационных потоков в компьютерных сетях. СПб.: Анатолия, 2012. 280 с.
  13. *Косовская Т.М., Власова М.А.* Использование языков семейства PROLOG для распознавания изображений. // Труды СПИИРАН, 2013, вып. 2 (25), с. 277–291.

**Тимофеев Адиль Васильевич** — д.т.н., профессор; заведующий лабораторией информационных технологий в управлении и робототехнике СПИИРАН. Область научных интересов: теория оптимального, робастного, адаптивного, интеллектуального и нейронного управления роботами, мехатронными и аэрокосмическими системами; модели виртуальной реальности и оптимизация баз знаний; теория полиномиальных гетерогенных нейронных сетей с самоорганизующейся архитектурой; методы синтеза многозначных решающих правил минимальной сложности для распознавания образов и диагностики состояний; мультиагентные системы и технологии навигации, управления и интеллектуального анализа потоков информации в робототехнических, телекоммуникационных и GRID-сетях. Число научных публикаций — 515, [tav@iias.spb.su](mailto:tav@iias.spb.su); СПИИРАН, 14-я линия, д.39, г. Санкт-Петербург, 199178, РФ, р.т. +7(812)3280421.

**Timofeev Adil V.** — Dr. Sc., Professor; Head of the Laboratory of Information Technologies in Control and Robotics; Research Area: theory of optimal, robust, adaptive, intelligent and neural control of robots, mechatronic and aerospace systems; virtual reality models and database optimisation; theory of polynomial heterogeneous neural networks with self-organizing architecture; method of synthesis of multi-value solution rules of minimal complexity for pattern recognition and state diagnostics; multi-agent systems and technologies for navigation, control and intelligent analysis of information flows in robotic, telecommunication and GRID-networks. Number of publications — 515, [tav@iias.spb.su](mailto:tav@iias.spb.su); SPIIRAS, 14-th Liniya, 39, Saint-Petersburg, 199178, RF, office phone +7(812)3280421

**Косовская Татьяна Матвеевна** — д.ф.-м.н., доцент; ст. научный сотрудник лаборатории информационных технологий в управлении и робототехнике СПИИРАН. Область научных интересов: логический подход к решению задач искусственного интеллекта, теория сложностей алгоритмов. Число научных публикаций — 73. [kosovtm@gmail.com](mailto:kosovtm@gmail.com); СПИИРАН, 14-я линия, д.39, г. Санкт-Петербург, 199178, РФ, р.т. +7(812)3280421.

**Kosovskaya Tatiana M.** — Doctor of Computer Science, Associate Professor; senior researcher of the Laboratory of Information Technologies in Control and Robotics; Research Area: logical approach to the solving of Artificial Intelligence problems, Theory of complexity algorithms Number of publications — 73, [tav@iias.spb.su](mailto:tav@iias.spb.su); SPIIRAS, 14-th Liniya, 39, Saint-Petersburg, 199178, RF, office phone +7(812)3280421.

Рекомендовано лабораторией информационных технологий в управлении и робототехнике СПИИРАН, зав. лаб., д.т.н., проф. А.В. Тимофеев.  
Статья поступила в редакцию 05.03.2013.

## РЕФЕРАТ

*Тимофеев А.В., Косовская Т.В.* **Нейросетевые методы логического описания и распознавания сложных образов.**

Рассматриваются нейросетевые модели и логико-предметные методы описания, анализа и распознавания сложных образов. Предложены алгоритмы решения задач идентификации и классификации простых образов (например, изображений объектов) и логического анализа и нейросетевого распознавания сложных образов (например, сложных 3D-сцен по 2D-изображениям частично заслоненных объектов). Дан сравнительный анализ сложности алгоритмов и описаны результаты вычислительных экспериментов.

Нейросетевые методы и когнитивные технологии играют важную роль в исследовании проблем искусственного интеллекта и разработке моделей и архитектур нейронных сетей для эффективной (распараллеленной и распределенной) обработки информации и управления. Прежде всего, они направлены на решение задач представления знаний, распознавания образов и логического анализа баз данных. Особенность этих методов и технологий заключается в том, что они основываются на механизмах работы мозга человека и животных и используют современное программно-аппаратное обеспечение.

В настоящей работе предлагаются логико-когнитивные методы и нейросетевые модели распознавания и анализа сложных образов в условиях неопределенности. Основное внимание уделяется анализу и распознаванию сложных 3D-сцен с частично заслоненными объектами по их 2D-изображениям. Предлагаемые методы базируются на нейросетевых технологиях обучения понятиям, распознавания сложных образов и принятия решений с помощью средств поиска логического вывода.

## SUMMARY

### *Timofeev A.L., Kosovskaya T.M.* **Neural Methods for Complex Images Logic Description and Recognition.**

Neural methods and logic-object methods for complex images description, analysis and recognition are considered. Algorithms for identification problems and simple pattern classification solution (for example, complex 3D-scenes on 2D-images of partially hidden objects) have been suggested. Comparative analysis for algorithms complexity has been given and computing experiments results have been described.

Neural network techniques and cognitive technologies play an important role in the study of artificial intelligence and the development of models and architectures of neural networks for effective (parallelized and distributed) information processing and management. First of all, they are designed to meet the challenges of knowledge representation, pattern recognition and logical analysis of data bases. Feature of these methods and techniques is that they are based on the mechanisms of the brain of humans and animals, and use of modern software and hardware.

In this paper a logic-cognitive methods and neural network models of recognition and analysis of complex images under conditions of uncertainty. Focuses on the analysis and recognition of complex 3D-scenes with partially occluded objects based on their 2D-images. The proposed methods are based on neural network learning technology concepts, recognition of the difficult-to-time and decision-making with the help of search engines inference.