УДК 004.8+519.2

А.А. Фильченков

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПЕРВИЧНОЙ СТРУКТУРЫ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ БАЙЕСОВСКОЙ СЕТИ К АЦИКЛИЧЕСКОЙ С СОХРАНЕНИЕМ ВЕРОЯТНОСТНОЙ СЕМАНТИКИ

Фильченков А.А. **Преобразование первичной структуры алгебраической байесовской сети к ациклической с сохранением вероятностной семантики.**
Аннотация. В работе рассмотрена проблема преобразования первичной структуры алгебраической байесовской сети с интервальными оценками вероятности к первичной структуре такой сети, стохастически эквивалентной исходной в задаче преобразования первичной структуры такой сети к ацикличной. Показано, что такое преобразование допустимо лишь в том случае, когда гиперграф, соответствующий результирующий первичной структуре, пореберно содержит гиперграф, соответствующий исходной первичной структуре. Предложен способ построения вероятностных оценок результирующей первичной структуры, делающий ее стохастически эквивалентной исходной.
Ключевые слова: алгебраическая байесовская сеть, первичная структура алгебраической байесовской сети, графовая декомпозиция, вероятностная семантика

Filchenkov A.A. **Algebraic Bayesian network primary structure transformation to an acyclic one that preserves its probabilistic semantics.**
Abstract. . The paper considers the given algebraic Bayesian network with interval probability estimates primary structure transformation to the primary structure of the network that is acyclic and stochastically equivalent to the given one. It is shown that this transformation only possible when hypergraph corresponding to the resulting primary structure comprises the hypergraph corresponding to the given one. We propose a method constructing probability estimates of the resulting primary structure, which makes it to be stochastically equivalent to the given one.
Keywords: Algebraic Bayesian network, algebraic Bayesian network primary structure, graph decomposition, probability semantics.

1. Введение. Алгебраическая байесовская сеть (АБС) является представителем класса логико-вероятностных графических моделей [16, 19]. Для таких сетей выделяют комплексную проблему глобального обучения, которая, в свою очередь, последовательно распадается на две проблемы: построение первичной структуры такой сети, представляющей набор математических моделей фрагментов знаний (далее — фрагментов знаний) и построение вторичной структуры такой сети — графа над первичной структурой [18]. При этом следует указать, что первичная структура может быть построена как при помощи эксперта, так и по статистическим данным. Для обоих случаев построение вторичной структуры не будет различаться.

В рамках задачи построения вторичной структуры вместо синтеза графа над набором фрагментов знаний достаточно рассмотреть лишь подалфавиты, над которыми построены такие фрагменты знаний [17, 20, 23]. В таком случае задача построения вторичной структуры сведется к построению дерева смежности — известной задаче, стоящей также в теории реляционных баз данных [5], теории задач удовлетворения ограничений [1] и теории байесовских сетей доверия [6]. Для ее решения используются методы графовой декомпозиции, согласно которым семейство таких подалфавитов рассматривается как гиперграф, который затем преобразуется к ациклическому, а затем над ним строится дерево смежности [2].

Применение такого подхода в теории алгебраических байесовских сетей требует решения вопросов, связанных с сохранением вероятностной семантики первичной структуры АБС — семейства распределений, задаваемых такой сетью. Преобразование первичной структуры должно сохранять ее вероятностную семантику. Другими словами, вероятностная семантика первичной структуры должна быть инвариантна по отношению к преобразованию.

Цель данной работы — исследовать возможность преобразования первичной структуры АБС с интервальными оценками к ациклической первичной структуре (т.е. структуре, допускающей построение дерева смежности) и, в случае возможности, предложить такое преобразование.

2. Вероятностная семантика первичной структуры с интервальными оценками. Многоплановое описание аппарата байесовских сетей доверия предложено в работах [10–16]. Аспекты, связанные с построением вторичной структуры такой сети, многократно описывались в предыдущих статьях [21–24], поэтому в текущей работе мы ограничимся необходимым минимумом понятий. Будем следовать [8, 16, 21].

Алфавитом называется множество атомарных пропозициональных формул (атомов): $A=\{x_1,x_2,...\}$. *Подалфавитом* называется подмножество алфавита: $A_i \subseteq A$. *Конъюнктом* будем называть цепочку конъюнкций положительно означенных атомов. *Идеалом конъюнктов* C_{A_i} над некоторым подалфавитом A_i будем называть всевозможные конъюнкты, в которые входит хотя бы один атом из подалфавита A_i.

Фрагментом знаний АБС с интервальными оценками, построенным над подалфавитом A_i выступает пара $\langle C_{A_i},\mathbf{p}_{A_i}\rangle$, где $\mathbf{p}_{A_i}$ — интервальные оценки истинности, заданные для каждого конъюнкта из идеала C_{A_i}. *Первичной структурой* АБС называется набор таких фрагментов знаний, взаимно не содержащих друг друга.

Зафиксируем алфавит A. Через I обозначим некоторое конечное множество индексов, $\{A_i\}_{i\in I}$ — покрывающее семейство подалфавитов алфавита A, $\left\{\langle C_{A_i}, \mathbf{p}_{A_i}\rangle\right\}_{i\in I}$ — семейство фрагментов знаний с интервальными оценками $\mathbf{p}_{A_i}$, построенными над подалфавитами из $\{A_i\}_{i\in I}$. Пусть фрагменты знаний максимальны (т. е. ни один элемент из $\{A_i\}_{i\in I}$ не содержит никакой другой элемент). Тогда $\left\{\langle C_{A_i}, \mathbf{p}_{A_i}\rangle\right\}_{i\in I}$ задают первичную структуру АБС с интервальными оценками вероятности (будем обозначать ее PS_I), а $\langle A, \{A_i\}_{i\in I}\rangle$ является минимальными гиперграфом.

Будем обозначать множество конъюнктов, входящих в первичную структуру $\mathrm{PS}_I = \left\{\langle C_{A_i}, \mathbf{p}_{A_i}\rangle\right\}_{i\in I}$, как $\mathrm{Conj}(\mathrm{PS}_I)$:

$$\mathrm{Conj}(\mathrm{PS}_I) = \{c \mid \exists i \in I : c \in C_{A_i}\},$$

а множество всех конъюнктов, которые могут быть построены над данным алфавитом A, как $\mathcal{C}(A)$.

Вероятностной семантикой $\mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I)$ первичной структуры $\mathrm{PS}_I = \left\{\langle C_{A_i}, \mathbf{p}_{A_i}\rangle\right\}_{i\in I}$ с интервальными оценками называется семейство таких вероятностных распределений p_A, $p_A : \mathcal{C} \to [0;1]$, значения которых для каждого фрагмента знаний на его элементах попадают в интервал оценки истинности:

$$\mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I) = \{p_A \mid \forall c \in \mathrm{Conj}(\mathrm{PS}_I) \;\; p_A \in \mathbf{p}_{A_i}(c)\}.$$

Две первичные структуры называются *стохастически эквивалентными*, если их вероятностные семантики совпадают.

Вероятностная семантика первичной структуры с интервальными оценками позволяет задать *объемлющий фрагмент знаний* для данной первичной структуры, т.е. фрагмент знаний, построенный над всем алфавитом, вероятностная семантика которого как первичной структуры совпадает с вероятностной семантикой исходной первичной структуры. Объемлющий фрагмент знаний для первичной структуры $\mathrm{PS}_I = \{\langle C_{A_i}, \mathbf{p}_{A_i}\rangle\}_{i\in I}$ строится следующим образом:

$$\mathrm{EquitKP}(\mathrm{PS}_I) := \langle C_A, \mathbf{p}_A\rangle,$$

где $\forall c \in C_A \;\; \mathbf{p}_A(c) := \left[\min_{p\in \mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I)} p(c); \max_{p\in \mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I)} p(c)\right].$

Первичная структура называется *согласуемой*, если ее вероятностная семантика непуста. В частности, первичная структура, состоящая из одного фрагмента знаний, согласуема тогда и только тогда, когда согласуем этот фрагмент знаний. Если же первичная структура не была согласуема, то она *противоречива*. Первичная структура, состоящая из объемлющего фрагмента знаний, по построению стохастически эквивалентна исходной:

$$\mathrm{Sem}\big(\mathrm{EquitKP}(\mathrm{PS}_I)\big) = \mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I).$$

Первичная структура PS_I называется *согласованной*, если вероятностные оценки каждого конъюнкта, входящего в любой из фрагментов знаний, совпадают с вероятностными оценками этого конъюнкта в объемлющем фрагменте знаний:

$$\forall c \in \mathrm{Conj}(\mathrm{PS}_I) \;\; \mathbf{p}_{A_i}(c) = \mathbf{p}_A(c).$$

В частности, первичная структура, состоящая из фрагмента знаний, согласуема тогда и только тогда, когда непротиворечив этот фрагмент знаний.

Из согласованности первичной структуры, следует, в частности

$$\forall c \in \mathrm{Conj}(\mathrm{PS}_I) \;\; \forall x \in \mathbf{p}_{A_i}(c) \;\; \exists p_A \in \mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I): \;\; p_A(c) = x.$$

Теорема 1 (о единственности согласованной первичной структуры). Для заданной над семейством подалфавитов $\{A_i\}_{i\in I}$ согласованной первичной структуры PS_I не существует отличной согласованной первичной структуры над тем же набором подалфавитов, стохастически эквивалентной исходной.

Доказательство. Пусть существует такая согласованная первичная структура $\mathrm{PS}_I' = \{C_{A_i}, \mathbf{p}_{A_i}'\}_{i\in I}$, что $\mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I) = \mathrm{Sem}(\mathrm{PSI}_I')$, причем вероятностные оценки хотя бы на одном из конъюнктов (скажем, c), различаются: $\mathbf{p}_{A_i}(c) \neq \mathbf{p}_{A_i}'(c)$. Рассмотрим два случая.

1. $\exists x \in \mathbf{p}_{A_i}(c), x \notin \mathbf{p}_{A_i}'(c)$. Так как PS_I согласованна, то $\exists p \in \mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I): p(c) = x.$ Но $x \notin \mathbf{p}_{A_i}'(c) \Rightarrow p(c) \notin \mathbf{p}_{A_i}'(c) \Rightarrow$ $\Rightarrow p \notin \mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I') \Rightarrow \mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I) \neq \mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I')$.

2. $\exists x \in \mathbf{p}_{A_i}'(c), x \notin \mathbf{p}_{A_i}(c)$. Аналогично находится p, которое лежит в $\mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I')$, но не в $\mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I)$.

3. Графовая декомпозиция. Задачи, связанные с преобразованием графа к ациклическому, возникают в теории реляционных баз данных, теории задач удовлетворения ограничений и в теории байесовских сетей доверия.

Мы не станем вводить понятие ациклического гиперграфа так, как это было в работе [3], вместо этого, опираясь на доказанную эквивалентность этих понятий [5], будем называть ациклическим такой гиперграф, над которым можно построить дерево смежности.

Будем следовать обозначениям из [4, 7, 9].

Гиперграфом называется пара $H = \langle V, E \rangle$, где $V = \{v_1, ..., v_n\}$ — множество вершин, а $E = \{e_1, ..., e_m\}, e_i \subseteq V$ — множество ребер такого гиперграфа.

Минимальным гиперграфом называется гиперграф $H = \langle V, E \rangle$, не содержащий *голых элементов* — т. е. вершин, не входящих ни в какое ребро, и ребер, не содержащих никаких вершин, — а также ребер, полностью содержащихся в других ребрах:

$$\forall v \in V \exists e \in E : v \in e;$$
$$\forall e \in E \exists v \in V : v \in e;$$
$$\forall e, e' \in E e \nsubseteq e'.$$

Первичным графом $L_2(H)$ гиперграфа $H = V, E$ называется граф $V, D,$ такой, что $\{v_1, v_2\} \in D \Leftrightarrow \exists e \in E : v_1, v_2 \in e.$

Хордой в цикле называется ребро, соединяющее две вершины, не смежные в этом цикле. Граф называется *триангулярным* (*хордальным*), если в нем каждый цикл более чем из трех вершин имеет хорду. Триангуляцией графа $G = \langle V, D \rangle$ называется такой граф $G' = V, D'$, что $D \subseteq D'$ и G' является хордальным. Известно множество походов к решению задачи триангуляции графа [8], будем через $\mathrm{Triang}(G)$ обозначать какую-либо триангуляцию графа G. *Максимальной кликой* графа называется максимальный по включению полный подграф такого графа.

Пусть задан минимальный гиперграф $H = A, E$. Тогда построить ациклический гиперграф можно при помощи следующих шагов [2]:

1. Построить первичный граф $L = L_2(H)$.

2. Построить триангуляцию $L^{'} = \mathrm{Triang}(L)$.

3. Построить минимальный гиперграф $H^{'} = A, E^{'}$, в котором множество ребер совпадает с множеством максимальных клик графа $L^{'}$.

4. Построение первичных структур, семантически эквивалентных исходным. Как следует из предыдущего раздела, первичная структура может быть преобразована к ациклической за счет ряда шагов, предполагающих триангуляцию первичного графа соответствующего гиперграфа. Заметим, что так как при триангуляции к исходному графу добавляются ребра, то максимальные клики исходного графа будут либо совпадать, либо являться подграфами максимальных клик результирующего подграфа.

Введем частичный порядок на минимальных гиперграфах, соответствующих первичным структурам. Для двух минимальных гиперграфов $H = \langle A, E \rangle$ и $H' = \langle A, E' \rangle$ будем говорить, что H *меньше* H', если для любого ребра из H можно указать ребро из E', которое совпадает с ним или содержит его:

$$H \le H' \Leftrightarrow \forall e \in E \;\; \exists\, e' \in E' : e \subseteq e'.$$

Утверждение. Введенное отношение является отношением частичного порядка.

Доказательство. Последовательно докажем, что введенное отношение является рефлексивным, транзитивным и антисимметричным. Рассмотрим различные минимальные гиперграфы $H = \langle A, E \rangle$, $H' = \langle A, E' \rangle$, $H'' = \langle A, E'' \rangle$.

Рефлексивность: $\forall e \in E \;\; e \subseteq e \Rightarrow H \le H$.

Транзитивность: пусть $H \le H'$. Выберем произвольный e из E, тогда для какого-то e' из E' верно $e \subseteq e'$. Далее, пусть $H' \le H'' \Rightarrow \exists e'' \in E'' : e' \subseteq e'' \Rightarrow e \subseteq e''$. Поскольку e выбрано произвольно, то для любого e из E можно указать накрывающий элемент e'' из E'', поэтому $H \le H''$.

Антисимметричность: пусть $H \leq H'$ и $\exists e \in E : e \notin E'$. $\exists\, e' \in E' : e \subset e'$. Пусть $H' \leq H$. Тогда $\exists f \in E : e' \subseteq f$. Но тогда $e \subset e' \subseteq f \Rightarrow e \subset f$, что противоречит минимальности H.

Лемма. $\langle A, \{A_i\}_{i\in I} \rangle \leq \langle A, \{A_j\}_{j\in J} \rangle \Rightarrow \mathrm{Conj}\left(\mathrm{PS}_I\right) \subseteq \mathrm{Conj}\left(\mathrm{PS}_J\right)$.

Доказательство. Фактически, мы хотим доказать, что каждый конъюнкт, входящий в объединение идеалов, построенных над $\{A_i\}_{i\in I}$, входит также в объединение идеалов, построенных над большим его семейством подалфавитов $\{A_j\}_{j\in J}$. Рассмотрим произвольный конъюнкт c из первого множества.

$$\exists i \in I : c \in C_{A_i}.$$

$$\langle A, \{A_i\}_{i\in I} \rangle \leq \langle A, \{A_j\}_{j\in J} \rangle \Rightarrow \exists j \in J : A_i \subseteq A_j \Rightarrow C_{A_i} \subseteq C_{A_j} \Rightarrow c \in C_{A_j}.$$

Теорема 2 (о построении семантически эквивалентных первичных структур с интервальными оценками). Пусть задана согласованная первичная структура PS_I с интервальными оценками, построенная над семейством подалфавитов $\{A_i\}_{i\in I}$. Тогда для любого множества индексов J, такого, что

$$\langle A, \{A_i\}_{i\in I} \rangle \leq \langle A, \{A_j\}_{j\in J} \rangle,$$

можно построить согласованную первичную структуру PS_J над $\{A_j\}_{j\in J}$, стохастически эквивалентную исходной, причем единственным способом.

Доказательство. Приведем конструктивное доказательство этого утверждения. Рассмотрим объемлющий фрагмент знаний исходной первичной структуры $\mathrm{EquitKP}\left(\mathrm{PS}_I\right) = \langle C_A, p_A \rangle$. Построим фрагменты знаний:

$$\mathrm{PS}_J := \{C_{A_j}, p_{A_j}\}_{j\in J},$$

где $\forall j \in J$. $\forall c \in C_{A_j} \quad p_{A_j}(c) := p_A(c)$.

Фактически, присвоим конъюнктам, входящим во вновь построенные идеалы, оценки из объемлющего фрагмента знаний.

Теперь докажем, что вероятностная семантика PS_J совпадает с вероятностной семантикой PS_I. По определению согласованной первичной структуры, в $\mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I)$ входят все распределения p, удовлетворяющие ограничениям

$$\forall c \in \mathrm{Conj}(\mathrm{PS}_I) \quad p(c) \in \left[\min_{p\in \mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I)} p(c); \max_{p\in \mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I)} p(c)\right].$$

По построению PS_J все распределения p, входящие в $\mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_J)$, удовлетворяют следующим ограничениям

$$\forall c \in \mathrm{Conj}(\mathrm{PS}_J) \quad p(c) \in \left[\min_{p\in \mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I)} p(c); \max_{p\in \mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I)} p(c)\right].$$

Поскольку по лемме $\mathrm{Conj}(\mathrm{PS}_I) \subseteq \mathrm{Conj}(\mathrm{PS}_J)$, то множество первых ограничений является подмножеством вторых ограничений, поэтому $\mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_J) \subseteq \mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I)$. С другой стороны, любое распределение p, удовлетворяющее первым ограничениям, входит в вероятностную семантику объемлющего фрагмента знаний:

$$\forall c \in \mathcal{C}(A) \quad p(c) \in \left[\min_{p\in \mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I)} p(c); \max_{p\in \mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I)} p(c)\right].$$

Поскольку $\mathrm{Conj}(\mathrm{PS}_J) \subseteq \mathcal{C}(A)$, то вторые ограничения являются подмножеством третьих, следовательно, рассматриваемое p удовлетворяет также и вторым ограничениям, поэтому $\mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I) \subseteq \mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_J)$. Таким образом, $\mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_I) = \mathrm{Sem}(\mathrm{PS}_J)$.

Единственность построения следует из теоремы о единственности согласованной первичной структуры.

5. Заключение. В работе рассмотрен вопрос о преобразовании первичной структуры АБС с интервальными оценками к первичной структуре той же сети, семантически эквивалентной исходной. Явно описаны все возможные преобразования подобного рода, для которых вероятностная семантика инвариантна. Приведенный в работе результат является теоретической основой для применения методов преобразования первичной структуры АБС (с интервальными оценками) для приведения ее к такой первичной структуре, над которой возможно построение дерева смежности, т. е. ациклической вторичной структуры.

В работе описан случай интервальных оценок вероятности, который является обобщением скалярных оценок вероятности, поэтому все результаты работы применимы к обоим случаям, рассматриваемым в теории АБС. Следует, однако, отметить, что для первичной структуры со скалярными оценками выделяют еще один вариант вероятностной семантики, которая позволяет сохранять скалярные оценки за счет применения теоремы о композиции распределений. Другими словами, вероятностной семантикой первичной структуры объявляется конкретное распределение, специфицируемое для дерева смежности однозначно, (т.н. «узкая» вероятностная семантика), и сохранение этой семантики при преобразовании первичной структуры со скалярными оценками является самостоятельной задачей, отличной от решенной в этой работе.

Анализируя показанный в работе результат, можно сделать вывод, что сохранение вероятностной семантики первичной структуры с интервальными оценками осуществляется за счет «укрупнения» фрагментов знаний, что очевидным образом ослабляет преимущества принципа декомпозиции, который является ключевым для всего класса вероятностных графических моделей. Так, очевидным примером первичной структуры, над которой возможно построение дерева смежности, является объемлющий фрагмент знаний (единственный граф смежности над такой первичной структурой будет вырожденным, зато без циклов). Однако использование такой первичной структуры ведет к экспоненциальной сложности работы алгоритмов логико-вероятностного вывода и требуемой для хранения памяти. Обобщая, отображения, сохраняющие вероятностную семантику, не позволяют контролировать размеры фрагментов знаний. Описанная проблема создает предпосылки для исследований и разработки алгоритмов логико-вероятностного вывода для произвольных графов смежности, либо замещающих их структур иной природы.

Литература

1. *Dechter R.* Constraint processing. San Francisco: Morgan Kaufmann, 2003. 481 p.
2. *Dechter R., Pearl J.* Tree clustering for constraint networks // Artificial Intelligence. 1989. Vol. 38(3). P. 353–366.
3. *Fagin R.* Degrees of acyclicity for hypergraphs and relational database schemes // Journal of the ACM (JACM). 1983. Vol. 30, no. 3. P. 514–550.
4. *Golumbic M.C.* Algorithmic Graph Theory and Perfect Graphs. NY: Academic Press. 1980. 286~p.
5. *Maier D.* Theory of Relational Databases. Rockville, MD: Computer Science Press, 1983. 637 p.
6. *Pearl J.* Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems. NY: Morgan Kaufmann, 1988. 552 p.
7. *Быкова В.В.* Рекуррентные методы вычисления древовидной ширины гиперграфа // Известия ТПУ. 2011. Вып. 5. С. 5–10.
8. *Вяткин А.В., Фильченков А.А., Тулупьев А.Л., Мусина В.Ф., Фроленков К.В.* Подходы к устранению цикличности первичной структуры алгебраической байесовской сети // Труды СПИИРАН. 2013. Вып. 3(26). С. 216--233.
9. *Зыков А.А.* Основы теории графов. М.: Наука. 1987. 384 с.

10. *Тулупьев А.Л.* Алгебраические байесовские сети. Логико-вероятностный подход к моделированию баз знаний с неопределенностью, СПИИРАН, СПб, 2000, 292 с.
11. *Тулупьев А.Л.* Алгебраические байесовские сети: глобальный логико-вероятностный вывод в деревьях смежности: Учеб. пособие, Элементы мягких вычислений, СПбГУ, СПб; ООО Издательство «Анатолия», 2007, 40 с.
12. *Тулупьев А.Л.* Алгебраические байесовские сети: локальный логико-вероятностный вывод: Учеб. пособие, Элементы мягких вычислений, СПбГУ, СПб; ООО Издательство «Анатолия», 2007, 80 с.
13. *Тулупьев А.Л.*, Алгебраические байесовские сети: теоретические основы и непротиворечивость, СПИИРАН, СПб, 1995, 76 с.
14. *Тулупьев А.Л.* Байесовские сети: логико-вероятностный вывод в циклах, Элементы мягких вычислений, Изд-во С.-Петербургского ун-та, СПб, 2008, 140 с.
15. *Тулупьев А.Л., Николенко С.И., Сироткин А.В.* Байесовские сети: логико-вероятностный подход. СПб.: Наука, 2006. 607 с.
16. *Тулупьев А.Л., Сироткин А.В., Николенко С.И.* Байесовские сети доверия: логико-вероятностный вывод в ациклических направленных графах. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2009, 400 с.
17. *Тулупьев А.Л., Столяров Д.М., Ментюков М.В.* Представление локальной и глобальной структуры алгебраической байесовской сети в Java-приложениях. // Труды СПИИРАН. СПб: Наука, 2007. Вып. 5. С. 71–99.
18. *Тулупьев А.Л., Фильченков А.А., Вальтман Н.А.* Алгебраические байесовские сети: задачи автоматического обучения. // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2011. Вып. 11. С. 57–61.
19. *Фильченков А.А.* Меры истинности и вероятностные графические модели для представления знаний с неопределенностью // Труды СПИИРАН. 2012. Вып. 4(23). С. 254–295.
20. *Фильченков А.А.* Протоструктура алгебраической байесовской сети в контексте логико-вероятностного вывода: поддержание связности и ацикличности // Научная сессия НИЯУ МИФИ-2013. (1–6 февраля 2013 г., Москва). Аннотации докладов. В 3 т. Т.2 Проблемы фундаментальной науки. Стратегические информационные технологии. М.: НИЯУ МИФИ, 2013. С. 327.
21. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л.* Связность и ацикличность первичной структуры алгебраической байесовской сети // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета. Серия 1. Математика. Механика. Астрономия. 2013. Вып. 1. С. 110–119.
22. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л.* Совпадение множеств минимальных и нередуцируемых графов смежности над первичной структурой алгебраической байесовской сети // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета. Серия 1. Математика. Механика. Астрономия. 2012. Вып. 2. С. 69–78.
23. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л.* Структурный анализ систем минимальных графов смежности. // Труды СПИИРАН. СПб: Наука, 2009. Вып. 11. С. 104–127.
24. *Фильченков А.А., Фроленков К.В., Сироткин А.В., Тулупьев А.Л.* Система алгоритмов синтеза подмножеств минимальных графов смежности // Труды СПИИРАН. 2013. Вып. 4(27). С. 200–244.

Фильченков Андрей Александрович — научный сотрудник лаборатории теоретических и междисциплинарных проблем информатики СПИИРАН. Область научных интересов: автоматическое обучение вероятностных графических моделей. Число научных публикаций — 100. aaafil@mail.ru, СПИИРАН, 14-я линия В.О., д. 39, г. Санкт-

Петербург, 199178, РФ; р.т. +7(812)328-3337, факс +7(812)328-4450. Научный руководитель — А.Л. Тулупьев.

Filchenkov Andrey Alexandrovich — researcher, Theoretical and Interdisciplinary Computer Science Laboratory, SPIIRAS Research interests: machine learning of probabilistic graphical models. The number of publications — 100. aaafil@mail.ru, SPIIRAS, 14-th line V.O., 39, St. Petersburg, 199178, Russia; office phone +7(812)328-3337, fax +7(812)328-4450. Scientific advisor — A.L. Tulupyev.

Поддержка исследования. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранты №№ 12-01-00945-а и 12-01-31202-мол_а.

Рекомендовано лабораторией теоретических и междисциплинарных проблем информатики СПИИРАН, заведующий лабораторией Тулупьев А.Л., д.ф.-м.н., доц.
Статья поступила в редакцию 23.08.2013.

РЕФЕРАТ

Фильченков А.А. **Преобразование первичной структуры алгебраической байесовской сети к ациклической с сохранением вероятностной семантики.**

Алгебраическая байесовская сеть (АБС) является представителем класса логико-вероятностных графических моделей. Первичной структурой АБС называется набор максимальных фрагментов знаний, а вторичной — граф, построенный ими. Цель работы — исследовать возможность преобразования первичной структуры АБС с интервальными оценками к ациклической первичной структуре (т.е. структуре, допускающей построение ациклической вторичной структуры) и, в случае возможности, предложить такое преобразование.

Две первичные структуры называются стохастически эквивалентными, если их вероятностные семантики совпадают. Вероятностная семантика первичной структуры с интервальными оценками позволяет задать объемлющий фрагмент знаний для данной первичной структуры, т.е. фрагмент знаний, построенный над всем алфавитом, вероятностная семантика которого как первичной структуры совпадает с вероятностной семантикой исходной первичной структуры.

Доказана теорема о единственности согласованной первичной структуры, утверждающая, что для заданной согласованной первичной структуры не существует отличной согласованной первичной структуры над тем же набором подалфавитов, стохастически эквивалентной исходной.

Доказана теорема о построении семантически эквивалентных первичных структур с интервальными оценками, утверждающая, что для согласованной первичной структуры с интервальными оценками, построенными над семейством подалфавитов. Тогда для любого гиперграфа, большего, чем гиперграф, над которым построена исходная первичная структура, можно построить согласованную первичную структуру, стохастически эквивалентную исходной, причем единственным способом; в явном виде предложен способ построения таких оценок.

Сохранение вероятностной семантики первичной структуры с интервальными оценками осуществляется за счет «укрупнения» фрагментов знаний, что очевидным образом ослабляет преимущества принципа декомпозиции, который является ключевым для всего класса вероятностных графических моделей. Отображения, сохраняющие вероятностную семантику, не позволяют контролировать размеры фрагментов знаний. Описанная проблема создает предпосылки для исследований и разработки алгоритмов логико-вероятностного вывода для произвольных (а не только ациклических) графов смежности, либо замещающих их структур иной природы.

SUMMARY

Filchenkov A.A. **Algebraic Bayesian network primary structure transformation to an acyclic one that preserves its probabilistic semantics.**

Algebraic Bayesian network (ABN) is one of logical and probabilistic graphical models. The ABN primary structure is set of maximal knowledge patterns, ABN secondary structure is a graph constructed over the primary structure. The goal of the work is to examine the possibility to transform a primary structure with interval probability estimates into a acyclic primary structure (i.e. the structure that permits the construction of an acyclic secondary structure over it) and, if possible, to offer such a transformation.

Two primary structures are called stochastically equivalent if their probabilistic semantics are the same. The probabilistic semantics of the primary structure with the interval probability estimates allows to specify comprehensive knowledge pattern for this primary structure, i.e. knowledge pattern built over the whole alphabet, the probabilistic semantics as the primary structure of which coincides with the probabilistic semantics of the original primary structure.

We prove a theorem on the uniqueness of the consistent primary structure. The theorem states that for a given consistent primary structure does not exist a consistent primary structure on the same set of subalphabets which is stochastically equivalent to the given one.

We prove a theorem on the construction of semantically equivalent to the primary structures with interval probability estimates, which states that for given consistent primary structure with interval probability estimates for any hypergraph greater than hypergraph corresponding to the given one, it is possible to construct a consistent primary structure stochastically equivalent to the given one in a unique way. Also we explicitly provide a method for constructing estimates for such the primary structure.

The equivalence of probabilistic semantics of the given primary structure with interval probability estimates and the resulting one is maintained via knowledge pattern uniting that obviously weakens the benefits of the decomposition principle, which is the key to the entire class of probabilistic graphical models. Maps preserving probabilistic semantics do not allow you to control the size of knowledge pattern. This problem gives motivation for research and development of algorithms for logical and probabilistic inference for arbitrary (not only acyclic) join graphs or other structures of a different nature that can replace them in the inference process.