

С.В. МИКОНИ

## ОЦЕНИВАНИЕ АЛЬТЕРНАТИВ ПО ПОЛЕЗНОСТИ КАК ЗАВЕРШАЮЩИЙ ЭТАП ИХ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

*Микони С.В. Оценивание альтернатив по полезности как завершающий этап их многокритериальной оптимизации.*

**Аннотация.** В англоязычной и отечественной литературе работы, посвящённые проблемам дискретной оптимизации, носят обособленный характер. В основу систем поддержки принятия решений кладутся частные методы оптимизации. Это затрудняет выбор подходящего метода для решения задачи выбора. В работе предлагается рассматривать все методы оптимизации с точки зрения полезности признаков, участвующих в оценивании объектов. На основе систематизации критериев выбора показывается возможность интерпретации функций, применяемых в методах многокритериальной оптимизации, как простейших вариантов функции полезности. Как следствие, констатируется более высокая степень информативности по предпочтениям функций полезности по сравнению с другими функциями, используемыми в задачах оптимизации.

**Ключевые слова:** оптимизация, классификация, целевой критерий, ограничительный критерий, критерий превосходства, критерий соответствия, целевое значение признака, нормирующая функция, функция отклонения от цели, функция полезности.

*Mikoni S.V. Alternatives estimation on utility as the final step of multicriteria optimization.*

**Abstract.** In English and Russian works dedicated to discrete optimization problems, are isolated in nature. The basis of decision support systems are put particular methods of optimization. It is difficult to choose a proper method for the solution of choice task. We propose to consider the optimization methods in terms of utility functions. On the basis of criteria systematization is shown the possibility of interpreting the functions used in the methods of multicriteria optimization as simple versions of the utility function. As a consequence, it is stated a higher degree of information on the preferences of the utility function over other functions used in optimization problems.

**Keywords:** optimization, classification, target criterion, constraint criterion, the criterion of predominance, the criterion of correspondence, a normalizing function, the function of the deviation from the target, the utility function.

**1. Введение.** Теории дискретной оптимизации, классификации и ожидаемой полезности имеют различные идеи в своей основе и развивались параллельно. В основу теории дискретной оптимизации положены предпочтения превосходства, а классификации – предпочтения соответствия. Эти предпочтения оформляются как критерии на множестве показателей (признаков), характеризующих оцениваемый объект. Теория полезности формально не оперирует с критериями, но в её основе также лежат предпочтения, формируемые экспертом на шкале показателя. Таким образом, предпочтения являются тем фактором,

который объединяет названные теории. Это позволяет использовать его для установления качественных и количественных связей между этими теориями, что и является целью настоящей работы.

**2. Модель и разновидности критерия.** Для анализа связей между предпочтениями, критериями и функциями полезности воспользуемся моделью критерия, предложенной в работе [1]. Эта модель представляет критерий как количественную модель цели. Она состоит из трёх компонентов: значения оцениваемого показателя, его целевого значения и отношения предпочтения между ними.

За математическую модель, отражающую свойства критерия, в [1] принята оценочная функция, представленная двухместным предикатом предпочтения (или равноценности)  $P_{\geq}(f_j(x_i), c_j)$ . Первым аргументом предиката является функция  $f_j$ , значение которой характеризует  $j$ -е свойство (признак)  $i$ -го объекта (альтернативы)  $x_i$ , а вторым аргументом – требуемое (целевое) значение  $c_j$   $j$ -го признака, измеряемое в той же шкале, что и  $f_j(x_i)$ . Предикат воспринимает первый аргумент как *оцениваемое* свойство объекта, а вторым аргумент – как *базу сравнения*.

Для получения количественных оценок степени близости к цели предикат измеряется в абсолютной шкале  $[0, 1]$ . В логических задачах он принимает одно из двух крайних значений абсолютной шкалы: 0 (ложь) или 1 (истина).

В зависимости от задания целевого значения  $c_j$  на шкале  $j$ -го признака цели в [1] делятся на *идеальные* и *реальные*. Идеальной цели соответствует экстремальное – максимальное или минимальное значение  $j$ -го признака. Цель  $c_j$  совпадает с одной из границ шкалы  $[y_{j,\min}, y_{j,\max}]$ :  $c_j = y_{j,\max}$  в задаче максимизации признака и  $c_j = y_{j,\min}$  – в задаче минимизации  $j$ -го признака. В оптимизационных задачах этим предикатам соответствует *целевая функция*, обозначаемая  $f_j(x_i) \rightarrow \max$  и  $f_j(x_i) \rightarrow \min$  соответственно. Такие обозначения предпочтения подчёркивают необходимость задания его *направленности* при формировании критерия для  $j$ -го измеренного признака.

*Реальная* цель характеризуется заданием *известного* ЛПП значения  $c_{j,z}$   $j$ -го признака, не совпадающего с границами шкалы:  $y_{j,\min} < c_{j,z} < y_{j,\max}$ . В оптимизационных задачах степень достижения (превышения) реальной цели представляется ограничениями «снизу» или «сверху». Им соответствуют предикаты превосходства  $\geq(f_j(x_i), c_j)$  и  $\leq(f_j(x_i), c_j)$ , задающие направленность предпочтения относительно точки  $c_j$  на шкале признака.

Критерии, отражающие идеальные цели и соответствующие целевым функциям в задачах оптимизации, в [1] названы *целевыми*, а кри-

терии, отражающие реальные цели и соответствующие ограничениям – названы *ограничительными*. Содержательно ограничения играют роль критериев в задаче формирования области допустимых альтернатив, которая относится к задачам выбора.

В задачах классификации используются предпочтения точного (=), либо интервального ( $\in [ , ]$ ) соответствия целевому значению признака. Они представляются критериями соответствия:  $=(f_j(x_i), c_j)$  и  $\in(f_j(x_i), [c_{j,н}, c_{j,в}])$ , где  $c_{j,н}$  и  $c_{j,в}$  обозначают соответственно нижнюю и верхнюю границу цели на шкале признака.

Ограничительные критерии всех типов, как превосходства, так и соответствия, участвуют в формировании множества допустимых альтернатив (допустимого множества). Условием участия любого ограничительного критерия наряду с целевыми критериями в формировании многокритериальных оценок альтернатив является отображение его шкалы в некоторую функцию.

**3. Нормирующая функция как простейшая функции полезности.** Необходимым условием вычисления многокритериальной оценки объекта является измерение всех оцениваемых признаков в одной шкале, а именно – в абсолютной шкале [0, 1]. Перевод значений признака из любой численной шкалы в абсолютную шкалу осуществляется с помощью нормирующей функции. В задаче максимизации признака она имеет вид:

$$u_{\max}(y_j) = \frac{y_j - y_{j,\min}}{y_{j,\max} - y_{j,\min}}, \quad (1)$$

а в задаче максимизации признака:

$$u_{\min}(y_j) = \frac{y_{j,\max} - y_j}{y_{j,\max} - y_{j,\min}}. \quad (2)$$

В соответствии с формулами (1) и (2) значение 1 получает признак со значением  $y_j=y_{j,\max}$  в задаче максимизации и со значением  $y_j=y_{j,\min}$  – в задаче минимизации. В терминологии [1] объект в этих точках достигает идеальной цели, а с позиции теории полезности им соответствует наивысшее значение полезности. Исходя из этого соответствия, можно сделать вывод о том, что линейные нормирующие функции (1) и (2) представляют собой простейшие функции полезности, которые отражают всего лишь одно предпочтение между верхней и нижней границей шкалы признака.

Нормирование ограничительных критериев «снизу» и «сверху» не столь однозначно, как целевых критериев. Оно осуществляется по участкам шкалы. Для критерия  $\geq(f_j(x_i), c_j)$  монотонное возрастание полезности реализуется на участке шкалы  $(c_j, y_{j,\max}]$ , а для критерия  $\leq(f_j(x_i), c_j)$  монотонное убывание полезности реализуется на участке шкалы  $[y_{j,\min}, c_j)$ . Величину полезности в точке достижения цели резонно принять за 0,5 (50%), оставляя возможность увеличивать полезность на участке превышения цели. На участке запрещённых значений существуют 2 варианта задания полезности – задаётся либо нулевая полезность, либо монотонно возрастающая отрицательная полезность. На рис. 1а и б приведены различные варианты нормирующей функции для критерия  $\geq(f_j(x_i), c_j)$ . Сплошными линиями изображены функции на положительной полуоси полезности, а пунктирными линиями – на отрицательной полуоси полезности.

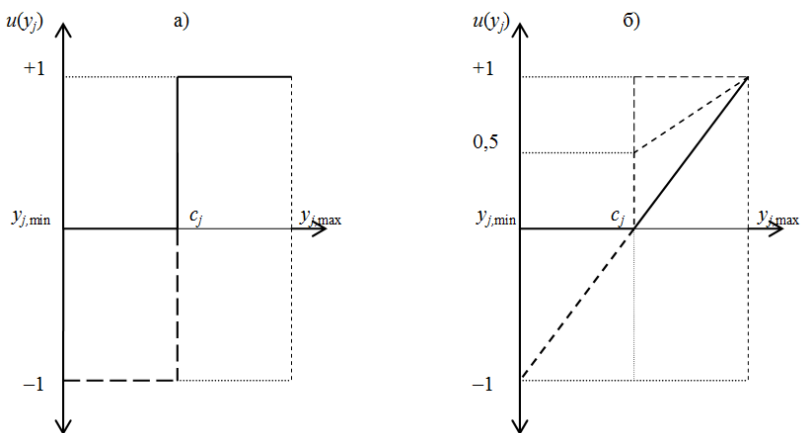


Рис. 1. Варианты нормирующей функции для критерия  $\geq(f_j(x_i), c_j)$ .

Пороговая функция (функция Хэвисайда), изображённая сплошными линиями на рис.1а, представляет собой функцию отбора по  $j$ -му признаку. При реализации метода условной оптимизации (многокритериальной оптимизации с ограничениями) объект  $x_i$  с  $y_j(x_i) < c_j$  не включается в допустимое множество альтернатив. С точки зрения теории полезности пороговая функция отражает стопроцентную полезность любых значений признака, удовлетворяющих ограничению  $y_j \geq c_j$ , независимо от того, в какой точке интервала  $[c_j, y_{j,\max}]$  находится зна-

чение  $y_j(x_i)$ . Альтернативы, значения которых по  $j$ -у признаку не вошли в интервал  $[c_j, y_{j,\max}]$ , считаются недопустимыми и образуют множество  $X \setminus X_{sel}$ .

Теория полезности предоставляет более широкие возможности для оценивания альтернатив, чем отбор при условной оптимизации. При невыполнении требования по  $j$ -му признаку может быть назначена не только нулевая, но и отрицательная полезность  $u(y_j) = -1$ . На рис. 1а этот участок функции изображён пунктирной линией.

На рис. 1б показаны варианты монотонного роста (убывания) полезности относительно целевого значения  $c_j$ . Кусочно-линейная функция, изображённая сплошными линиями, отражает рост полезности от нуля в точке  $c_j$  до 1 на границе шкалы признака. Другой вариант функции предполагает величину  $u(c_j)=0,5$ . Третий вариант отражает возможность монотонного возрастания отрицательной полезности (риска).

Таким образом, задачу отбора допустимых альтернатив можно рассматривать как один из частных случаев оценивания объектов по полезности.

**4. Функции частичного достижения цели.** Эти функции порождаются на основе критериев соответствия – точечного и интервального. В реальных условиях точное достижение целевого значения  $c_j$  осуществимо в редких случаях. Поэтому даётся процент разброса от «попадания в цель», по которому вычисляются допустимые отклонения от цели  $\pm\Delta c_j$ . В целевой точке  $c_j$  значение функции максимально. В абсолютной шкале оно равно единице:  $u(c_j)=1$  и может трактоваться как максимальная полезность признака. По мере отклонения от цели в обе стороны функция полезности монотонно убывает, имея ненулевые значения в диапазоне  $c_j \pm \Delta c_j$ . Если закон убывания полезности неизвестен, то он принимается линейным.

Аналогичным образом строится функция полезности на основе интервального критерия соответствия, только отклонения задаются не от целевого значения  $c_j$ , а от нижней и верхней границ интервала  $[c_{jn}, c_{jв}]$ . На рис. 2а и б приведены функции отклонения от цели, трактуемые как функции полезности для точечного и интервального критериев соответствия.

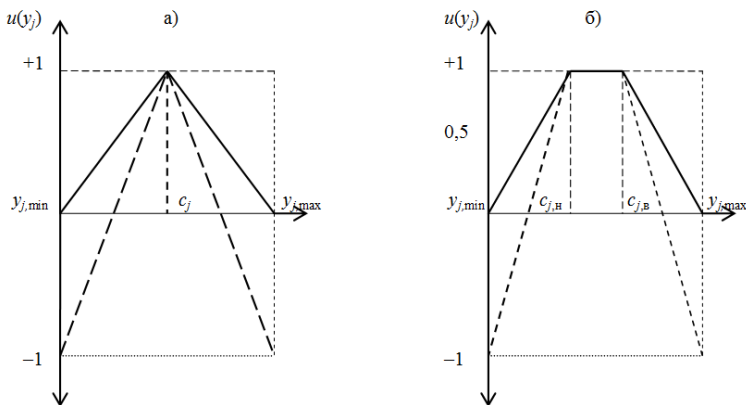


Рис. 2. Варианты функции отклонения от цели.

Пунктирными линиями на рис. 2а и б показана возможность представления отрицательной полезности при удалении от точечной или интервальной цели.

В задачах классификации положительные функции, изображённые на рис. 2, называются функциями принадлежности классу. Под классом понимается носитель функции, т.е. её область определения на шкале признака, а сама функция отражает меру принадлежности классу. В том случае, когда число классов  $k > 1$  а сами классы упорядочены по качеству, фронты треугольной и трапецидальной функций отражают расплывчатость границ между смежными классами, свойственную субъективным оценкам качества. На рис.3 показаны пример функций принадлежности упорядоченным классам: «НК», «СК» и «ВК».

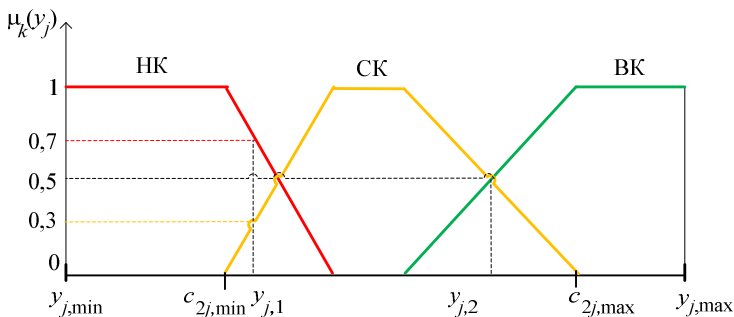


Рис. 3. Трапецидальные функции принадлежности трём классам.

При условии дополненности функций принадлежности смежным классам частичная принадлежность одному из них вычисляется по формуле:

$$\mu_k(x) = 1 - \mu_{k+1}(x).$$

Так, например, на рис. 3 по значению функции  $y_j(x_1)$  определяется частичная принадлежность классам НК и СК:  $\mu_{нк}(x_1) = 0,7$ ,  $\mu_{ск}(x_1) = 0,3$ , а по значению функции  $y_j(x_2)$  определяется частичная принадлежность классам СК и ВК:  $\mu_{ск}(x_2) = 0,5$ ,  $\mu_{вк}(x_2) = 0,5$ .

Упорядочение классов по качеству даёт возможность упорядочивать объекты по их функциям принадлежности классам. Действительно, класс, более высокий по качеству, должен обладать большей полезностью для ЛПР. А, следовательно, можно оценивать полезность объектов по степени принадлежности этому классу. В работе [2] были предложены формулы преобразования функций принадлежности признака в его функцию полезности. Таким образом, если известны функции принадлежности классам, отпадает необходимость создавать для этого признака функцию полезности.

**5. Нелинейные функции полезности.** Функцию полезности предложили фон Нейман и Моргенштерн на примере такой экономической задачи как инвестирование. В качестве модели предпочтений, связанных с риском потерять вложенные средства, использовалась лотерея [3]. На основе уравнения отказа от участия в лотерее они предложили метод опроса ЛПР, по результатам которого строится дискретная функция полезности, аппроксимируемая непрерывной функцией.

На экспериментальном материале было установлено, что функция полезности в общем случае нелинейна и может иметь отрицательные значения, отражающие риск потери капитала. На основе отношения безразличия было сформулировано условие склонности ЛПР к риску. ЛПР не склонен к риску, если он предпочитает получить наверняка ожидаемый выигрыш вместо участия в любой невырожденной лотерее. Математически склонность ЛПР к риску выражается степенной функцией полезности:

$$u(y_j) = \left( \frac{y_j - y_{j,\min}}{y_{j,\max} - y_{j,\min}} \right)^t. \quad (3)$$

Степени  $t > 1$  соответствует выпуклая функция полезности, характеризующая склонность ЛПР к риску, а степени  $t < 1$  – вогнутая функция полезности, характеризующая несклонность ЛПР к риску. Мера

склонности (несклонности) ЛПР к риску зависит от величины  $t$ , влияющей на крутизну функции. На рис. 4 а и б показаны семейства выпуклых и вогнутых функций полезности для различных значений  $t$ .

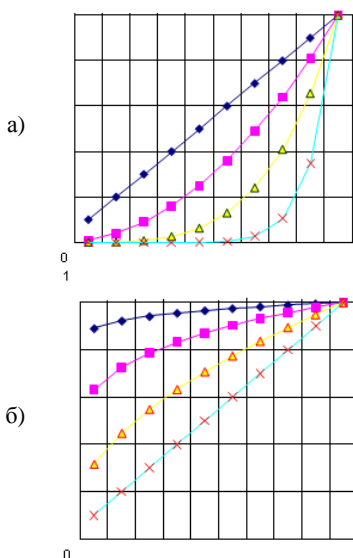


Рис. 4. Выпуклые (а) и вогнутые (б) функции полезности.

Симптоматично, что при  $t=1$  формула (3) сводится к формуле (1), чему на обоих графиках соответствуют прямые линии. Это подтверждает сделанный ранее вывод, что нормирующая функция целевого критерия может рассматриваться как простейшая (элементарная) функция полезности.

Склонность (несклонность) ЛПР к риску может быть использована для усложнения задания предпочтений на основе ограничительных критериев.

Рассмотрим критерий превосходства «ограничение снизу»  $\geq(f_j(x_i), c_j)$ , представленный на рис. 1б положительной кусочно-линейной функцией. Разделение области определения функции полезности (диапазона значений показателя) на допустимую и недопустимую части относительно цели  $c_j$  предполагает возможность построения составной функции полезности, отражающей как несклонность, так и склонность ЛПР к риску. Наиболее логичным выглядит сочетание склонности к риску в области запрещённых значений показателя и



несклонности к риску в области его разрешённых значений. Действительно, рост полезности в области запрещённых значений не может быть большим, в то время как по достижении цели полезность резко возрастает, а затем убывает. Если у ЛПР отсутствуют специальные требования по полезности в диапазонах запрещённых и разрешённых значений показателя, то указанная закономерность отображается единой логистической функцией полезности, изображённой на рис. 5.

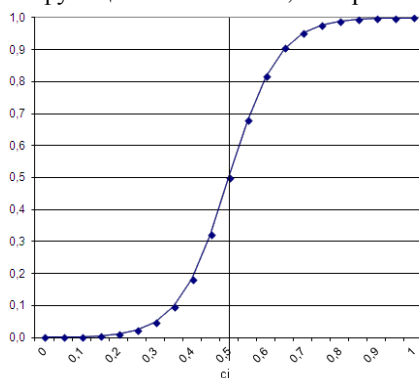


Рис. 5. Логистическая функция полезности.

Рассмотрим критерий точечного соответствия, представленный на рис. 16 положительной треугольной функцией. Согласно этой функции полезность  $u(y_j)$  убывает пропорционально разности  $|c_j - y_j|$ .

Если на начальном этапе убывания полезности ЛПР проявляет склонность к риску, а на следующем этапе – несклонность к риску, то эта закономерность может интерпретироваться нормальным законом плотности распределения вероятностей относительно математического ожидания (цели)  $c_j$ . Эта функция изображена на рис. 6.

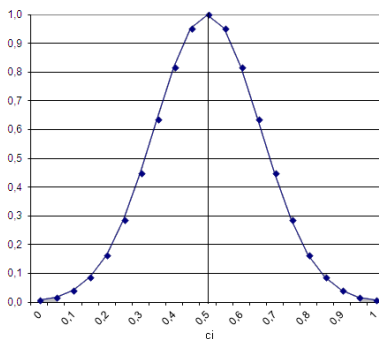


Рис. 6. Колоколообразная функция полезности

Аналогичным образом строится немонотонная функция полезности на основе трапецидальной функции, поставленной в соответствие интервальному ограничительному критерию.

В отличие от общепринятого подхода [3, 4] к построению функций полезности по точкам на основании предпочтений эксперта (или самого ЛПР), в работах [5, 6] был предложен параметрический подход. Он заключается в выборе типовой функции полезности с последующей коррекцией её формы, отражающей более детальные предпочтения эксперта. В качестве типовых функций и предложены рассмотренные выше нелинейные функции полезности. Их линейными прототипами являются функции, получаемые на основе критериев предпочтения и соответствия.

В тех случаях, когда экспертом созданы функции принадлежности упорядоченным по качеству классам, имеется возможность однозначного вычисления на их основе функции полезности признака. В этом случае задача классификации может быть сведена к задаче оптимизации многих альтернатив.

**6. Обобщающая роль функций полезности.** Выше было показано, что функции, применяемые в методах оптимизации и классификации, можно рассматривать с точки зрения теории полезности. Эти функции сводились к функциям полезности в несколько этапов.

На первом этапе обобщения целевые функции и ограничения классической задачи оптимизации были сведены к общему понятию критерия, соответственно целевого и ограничительного. Эти разновидности критерия различаются заданием целевого значения признака на границе, либо внутри его шкалы. В свою очередь, ограничительные критерии разделены на критерии превосходства и соответствия.

На втором этапе нормирующие функции критериев превосходства, применяемые для вычисления многокритериальных оценок, были интерпретированы линейными и кусочно-линейными функциями полезности. Показано, что они являются частными случаями нелинейных функций полезности.

На третьем этапе было показано, что функции отклонения от цели, создаваемые на основе критериев соответствия, в простейшем случае имеют треугольную или трапецидальную форму. Эти немонотонные функции отражают убывание полезности по мере удаления от целевого значения признака.

На четвёртом этапе обобщения было показано, что при наличии нескольких целевых значений на шкале признака функции отклонения

от цели играют роль функций принадлежности классам. Если цели и соответствующие им классы упорядочены по важности, то появляется возможность определять полезность объектов по степени принадлежности классу. Эта возможность реализована формулами преобразования функций принадлежности классам в функцию полезности признака.

И, наконец, было показано, что нелинейные функции, рассматриваемые в теории полезности, фактически обобщают все функции, применяемые в методах многокритериальной оптимизации и классификации.

Таким образом, функции нормирования и отклонения от цели, применяемые в методах многокритериальной оптимизации и функции принадлежности, применяемые в задачах классификации, можно рассматривать как частные случаи функций полезности. Частный характер этих функций определяется их линейностью и ограниченным количеством линейных участков, каждый из которых отражает предпочтение ЛПР. Функция полезности, создаваемая методами теории полезности, как минимум, имеет большее количество линейных участков, а в случае аппроксимации кусочно-линейной функции непрерывной нелинейной функцией отражает бесконечное количество предпочтений ЛПР, т.е. являются более информативными по предпочтениям.

В практическом плане систематизация рассмотренных функций позволила объединить в рамках одной инструментальной системы выбора и ранжирования СВИРЬ-П как традиционные методы дискретной оптимизации и классификации, так и методы теории полезности [7]. При переключении системы в режим полезности критерии и функции принадлежности, сформированные традиционными методами, автоматически преобразуются в функции полезности. Далее они могут видоизменяться по желанию ЛПР.

**7. Заключение.** В работе фактически был использован принцип «общего знаменателя» применительно к терминам смежных областей знания. Известно, что различие в терминологии смежных областей знания создаёт препятствие в нахождении их общности. Взаимосвязь смежных областей знания достигается выражением их терминов через общее для них понятие. Таким понятием в области оптимизации является полезность. Действительно, смысл всех методов оптимизации и заключается в нахождении наиболее полезного для ЛПР варианта. При этом полезность конкретизируется в каждой задаче. Анализ функций, применяемых в методах оптимизации и классификации, с точки зрения

отражения ими полезности признака показал их частный характер по отношению к функциям, применяемым в теории полезности.

### **Литература**

1. *Микони С.В.* Многокритериальный выбор на конечном множестве альтернатив. Учебное пособие. СПб.: Лань, 2009, 272 с.
2. *Гарина М.И., Микони С.В.* Условие одинакового упорядочения объектов по функциям полезности и принадлежности // Труды Конгресса IS&IT'11, Дивноморское, 3-10.09. 2011. М: Физматлит, 2011. Том 1. С.33–37.
3. *Нейман Д., Моргенштерн О.* Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970.
4. *Кини Р.Л., Райфа Х.* Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. – М.: Радио и связь, 1981. 559 с.
5. *Микони С.В.* Типовые функции полезности в многопризнаковом оценивании альтернатив // Сборник научных трудов международной научной конференции ISDMCГ'2013. Херсон: ХНТУ, 2013. С. 366-371.
6. *Микони С.В., Бураков Д.П.* Функции частичного достижения цели // Труды Конгресса IS&IT'13, Дивноморское, 2-9.09. 2013. М: Физматлит, 2013. Том 1. С. 30–38.
7. <http://www.mcd-svir.ru>. (дата обращения 29.10.2013).

**Микони Станислав Витальевич** — д.т.н., проф.; профессор Петербургского государственного университета путей сообщения. Область научных интересов: системный анализ, принятие решений, интеллектуальные технологии. Число научных публикаций — 254. [svm@sm4265/spb.edu](mailto:svm@sm4265/spb.edu), <http://www.mcd-svir.ru>. ПГУПС, Московский пр. 9, г. Санкт-Петербург, 190039, РФ, р.т. +7(812) 436-9735.

**Mikoni Stanislav Vitalyevitch** — Ph.D., Dc.Sci., Prof.; Professor, Mathematics and Modeling Department, St. Petersburg State Transport University. Research interests: system analysis, decision making, intellect technologies. The number of publications — 254. [svm@sm4265/spb.edu](mailto:svm@sm4265/spb.edu), <http://www.mcd-svir.ru>. PGUPS, Moskovsky av. 9, St. Petersburg, 190039, Russia, office phone +7(812) 436-9735.

**Поддержка исследования.** Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 13-01-00912 «Исследование свойств функций полезности и принадлежности и интеллектуализация их использования в системах поддержки принятия решений».

Рекомендовано лабораторией информационных технологий в системном анализе и моделировании, заместитель директора по научной работе Соколов Б.В., д.т.н., проф. Статья поступила в редакцию 05.10.2013.

## РЕФЕРАТ

### *Микони С.В.* **Оценивание альтернатив по полезности как завершающий этап их многокритериальной оптимизации.**

Работа имеет целью показать связь между методами многокритериальной оптимизации и классификации с одной стороны и теории полезности с другой стороны.

На первом этапе исследования предлагается обобщённая модель критерия в виде оценочной функции, выраженной двухместным предикатом предпочтения. Аргументами предиката являются оцениваемое и целевое значения признака. Относительно целевого значения признака критерии делятся на целевые и ограничительные. У первых целевое значение признака совпадает с одной из границ шкалы признака, что соответствует понятию «целевая функция» в классической задаче оптимизации. У ограничительного критерия целевое значение является промежуточным на шкале признака, что соответствует понятию «ограничение» в этой задаче.

При решении задачи многокритериальной оптимизации значения целевых и ограничительных критериев приводятся к единой шкале с помощью нормирующих функций. В соответствии с их ролью в оптимизации предложено интерпретировать эти линейные и кусочно-линейные функции простейшими функциями полезности.

Разграничение ограничительных критериев на критерии превосходства и соответствия позволило ввести функции отклонения от цели, в другой терминологии – функции частичного достижения цели. Эти функции не являются монотонными для критериев соответствия – точечного или интервального. Они имеют треугольную и трапециевидальную форму соответственно и используются также в задачах классификации в качестве функций принадлежности классу.

Показано, что при упорядочении классов по качеству функции принадлежности классам могут рассматриваться как частичные функции полезности на участках шкалы признака. На их основе вычисляется функция полезности на всей шкале признака.

Введённая терминология позволила интерпретировать функции, применяемые в методах многокритериальной оптимизации и классификации, простейшими функциями полезности и установить их связь с критериями.

На основании того, что функции, создаваемые в рамках теории полезности путём опроса эксперта нелинейны, сделан вывод о том, что они содержат большее число предпочтений эксперта и, следовательно, являются более информативными по сравнению с функциями, применяемыми в методах многокритериальной оптимизации и классификации. Это, тем более, касается непрерывных функций полезности, получаемых путём аппроксимации дискретных функций или задаваемых в качестве типовых.

Полученные результаты позволяют охарактеризовать оценивание по полезности как следующую ступень оценивания по критериям.

## SUMMARY

### ***Mikoni S.V. Alternatives estimation on utility as the final step of multicriteria optimization.***

The work aims to show the relationship between the methods of multi-objective optimization and classification on the one hand and the utility theory on the other.

At the first stage of the study proposed a generalized model of the criterion in the form of the evaluation function, double predicate expressed preferences. The arguments of a predicate are evaluated and the target values of the attribute. Relative to the target value of the attribute criteria are divided into target and constraint ones. A target criterion has target value equal to one of the boundaries of the scale attribute. The term corresponds to the notion of "goal/objective function" in the classical optimization problem. At the constraint criterion has the intermediate target value on the scale attribute. The term corresponds to the notion of "constraint" in this task.

In solving the problem of multi-objective optimization of target values and constraint criteria is given to a single scale by normalizing functions. In accordance with their role in optimization task it is proposed to interpret of these linear and piecewise - linear functions by the elementary utility functions.

According to differentiation of constraint criteria on the criteria of predominance and correspondence function of deviations from the target is introduced. In other terms the function is named as a function of partial achievement of the target. These functions are not monotonic for the criteria of correspondence - a equality or interval ones. They are triangular and trapezoidal in shape, respectively, and are also used in classification problems as membership functions to the classes.

It is shown that the ordering of the classes on the quality of the membership function classes can be considered as partial utility functions in the areas of the scale attribute. On the basis of partial utility functions utility function for the entire scale of the attribute is calculated.

The introduced terminology allowed to interpret the function used in the methods of multi-objective optimization and classification as the simplest utility functions and establish their relationship with the criteria.

Based on the fact that the functions are created in the utility theory by asking an expert are not linear, it is concluded that they contain more preference the expert and therefore are more informative than the features used in the methods of labeling and multiobjective optimization. This is especially useful for continuous functions obtained by approximation the discrete functions or defined as a model.

The obtained results allow us to characterize the usefulness of the evaluation on how the next stage of evaluation criteria.