

И.А. РЯБИНИН, А.В. СТРУКОВ
**АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
НАДЕЖНОСТИ СТРУКТУРНО-СЛОЖНЫХ СИСТЕМ ИЗ
ЭЛЕМЕНТОВ С ТРЕМЯ НЕСОВМЕСТНЫМИ СОСТОЯНИЯМИ**

Рябинин И.А., Струков А.В. Автоматизированное моделирование надежности структурно-сложных систем из элементов с тремя несовместными состояниями.

Аннотация. Анализируется методика оценки надежности сложных структур, не сводящихся к последовательно-параллельному соединению элементов. В случае, когда элементы системы могут находиться в трех несовместных состояниях – работоспособном, отказ типа «Обрыв» и «Замыкание», существует необходимость и возможность раздельного вычисления вероятностей отказа системы по «Обрыву» и по «Замыканию». Показано, что описанная методика оценки надежности может быть использована для структур любой сложности при весьма слабых ограничениях. Приведены примеры ортогонализации логических функций с учетом несовместности отдельных переменных. Корректность методики подтверждается результатами решения прикладных задач заданного класса методом полного перебора. Автоматизированное моделирование надежности мостиковой структуры и структуры двух «звезд», включенных на «треугольник», выполнено с использованием программного комплекса АРБИТР, в котором программно реализована алгебра несовместных событий.

Ключевые слова: отказ типа «Обрыв», отказ типа «Замыкание», группа несовместных событий, ортогонализация дизъюнктивной нормальной формы, полный перебор состояний, эквивалентированные схемы, программный комплекс (ПК) АРБИТР.

Ryabinin I.A., Strukov A.V. Automated modeling of reliability of Structurally Complex Systems consisting of Elements with three disjoint states.

Abstract: This paper presents a technique assessing the reliability of the complex structures, which can not be reduced to a series-parallel connection of elements. In the case where the system elements can have three mutually exclusive (disjoint) states – up state, “fail-closed” mode, “fail-open” mode there is a need and an opportunity to separate the system failure probability calculations for the “break” and “closure”. It is shown that the developed method of estimating the reliability can be used for structures of any complexity with very weak restrictions. Orthogonalization examples of logic functions based on the incompatibility of individual variables are shown. Correctness of the proposed methods was confirmed by the decision of problems by full exhaustive search. Examples of automated modeling of bridge structure and the structure of the two “stars” connected to a “delta” solved using software ARBITR in which software is implemented algebra of mutually exclusive (disjoint) events.

Keywords: “Fail-closed” mode, “fail-open” mode, a group of mutually exclusive (disjoint) events, orthogonalization disjunctive normal form, the full search of states, equivalent schemes, logic and probabilistic function transformation, ARBITR software.

1. Введение. При оценке надежности структурно-сложных систем, состоящих из элементов с тремя несовместными состояниями - работоспособным, отказами типа «Обрыв» и типа «Замыкание», следует в первую очередь уточнить постановку задач, стоящих перед системой.

В частности, это может быть не только передача (пропуск) воды, электроэнергии и информации из пункта А в пункт В, но и возможность ее прекращения в заданный момент времени.

Необходимость такого уточнения следует из-за разного понимания последствий отказов типа «Замыкание», например, среди электриков [1]. В нашем случае мы понимаем под «Замыканием» невозможность остановки потока воды, сваривание контактов выключателя, перекрытие изоляторов выключателя или невозможность прерывания передачи информации.

В четырех разделах статьи проводится анализ надежности как простых, так и структурно-сложных структур. Во втором разделе приведен анализ абстрактной параллельной структуры с моделью отказов Диллона-Сингха [2], в третьем – анализ надежности последовательно-параллельной структуры (системы водоснабжения [3]). В четвертом разделе на примере анализа надежности мостиковой структуры показана особенность применения алгебры групп несовместных событий при реализации алгоритма ортогонализации. Пятый раздел включает материал, посвященный сравнительному анализу возможностей использования двухзначной и трехзначной логик в задаче оценки надежности сложной структуры из 9 элементов. Задачей анализа является сравнение различных методов решения поставленных задач – полного перебора, аналитического с ортогонализацией логической функции и автоматизированного моделирования с использованием программного комплекса АРБИТР. Анализ надежности сложных структур – мостиковой структуры и структуры двух «звезд», включенных на «треугольник», выполнен с целью демонстрации методики автоматизированного моделирования надежности [4], корректность которой подтверждена применением метода полного перебора, который позволяет наглядно учитывать влияние режимов отказов элементов на состояние системы. Методика основана на технологии программной реализации логико-вероятностных методов, которые являются «интеллектуальным ядром» общей методики анализа надежности структурно-сложных систем [5].

2. Параллельная структура. В работе [4] приведена таблица состояний только для последовательной системы и отмечалось, что полученные формулы для оценки надежности могут быть применены и для параллельных систем.

В таблице 1 представлены описания состояний параллельной системы, состоящей из двух элементов с тремя несовместными состояниями.

Таблица 1. Таблица состояний параллельной системы

N сост.	Элемент X1	Элемент X2	Состояние системы Yс	Вероятность состояния (разные элем.)	Вероятность состояния (одинак. элем.)
1	N	N	1	$p_1 p_2$	p^2
2	S	N	0	$q_{s1} p_2$	$q_s p$
3	N	S	0	$p_1 q_{s2}$	$p q_s$
4	N	O	1	$p_1 q_{o2}$	$p q_o$
5	O	N	1	$q_{o1} p_2$	$q_o p$
6	O	O	0	$q_{o1} q_{o2}$	q_o^2
7	S	O	0	$q_{s1} q_{o2}$	$q_s q_o$
8	O	S	0	$q_{o1} q_{s2}$	$q_o q_s$
9	S	S	0	$q_{s1} q_{s2}$	q_s^2

В таблице 1 использованы следующие сокращения и обозначения:

N, S, O – состояния работоспособности, отказа типа «Замыкание» или типа «Обрыв» - соответственно;

1 или 0 – работоспособное состояние или состояние отказа системы;

p_1 или p_2 – вероятность работоспособного состояния элемента (N);

q_{o1} или q_{o2} – вероятность отказа элемента 1 или 2 типа «Обрыв» (O);

q_{s1} или q_{s2} – вероятность отказа элемента 1 или 2 типа «Замыкание» (S).

В таблице 1 состояния 1,4 и 5 системы относятся к работоспособным, следовательно, вероятность безотказной работы системы:

$$R_c = p_1 p_2 + p_1 q_{o2} + p_2 q_{o1}, \quad (1)$$

а для случая равнонадежных элементов при $p_1 = p_2 = p$ и $q_{o1} = q_{o2} = q_o$,

$$R_c = p^2 + 2pq_o. \quad (2)$$

Поскольку для одного элемента:

$$p = 1 - q_s - q_o, \quad (3)$$

аналитическая часть выражения (2) может быть преобразована следующим образом:

$$\begin{aligned}
 R_c &= p^2 + 2pq_0 = (1 - q_s - q_0)^2 + 2(1 - q_s - q_0)q_0 = \\
 &= 1 + q_s^2 + q_0^2 - 2q_s - 2q_0 + 2q_s q_0 + 2q_0 - 2q_s q_0 - 2q_0^2 = \\
 &= 1 - 2q_s + q_s^2 - q_0^2 = (1 - q_s)^2 - q_0^2.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Для параллельной системы из m -элементов выражение (4) для вероятности безотказной работы системы имеет вид:

$$R_c = \prod_{i=1}^m (1 - q_{si}) - \prod_{i=1}^m q_{oi} = R_{cз} - Q_{co} = 1 - Q_{cз} - Q_{co}, \tag{5}$$

где $R_{cз}$ – вероятность безотказной работы по «Замыканию»; $Q_{cз}$, Q_{co} – вероятности отказа системы с учетом только отказов типа «Замыкания» или только «Обрыв» соответственно.

Выражение (5) для оценки вероятности безотказной работы параллельной системы из элементов с тремя несовместными состояниями совпадает с формулой (8) [4] и формулой (6.153) [5] для систем с последовательным в смысле надежности соединением элементов.

На рисунке 1 показаны фрагменты интерфейса автоматизированного моделирования надежности последовательных и параллельных систем с использованием ПК АРБИТР [6].

На рисунке 1 в левом верхнем углу показаны расчетные схемы (схемы функциональной целостности – СФЦ) для моделирования надежности последовательной системы (эквивалентированные схемы №1 и №2) и параллельной системы (эквивалентированные схемы №4 и №5).

Для моделирования надежности параллельной системы использовалась методика, описанная в [4].

В двух всплывающих окнах показаны СФЦ эквивалентированных схем №4 и №5, предназначенные для оценки вероятностей отказа параллельной системы по «Обрыву» Q_{co} и по «Замыканию» $Q_{cз}$ соответственно. Исходные данные о вероятностных характеристиках элементов приведены в нижнем правом углу рисунка 1 и соответствуют характеристикам элементов примера с последовательной системой [2, 4].

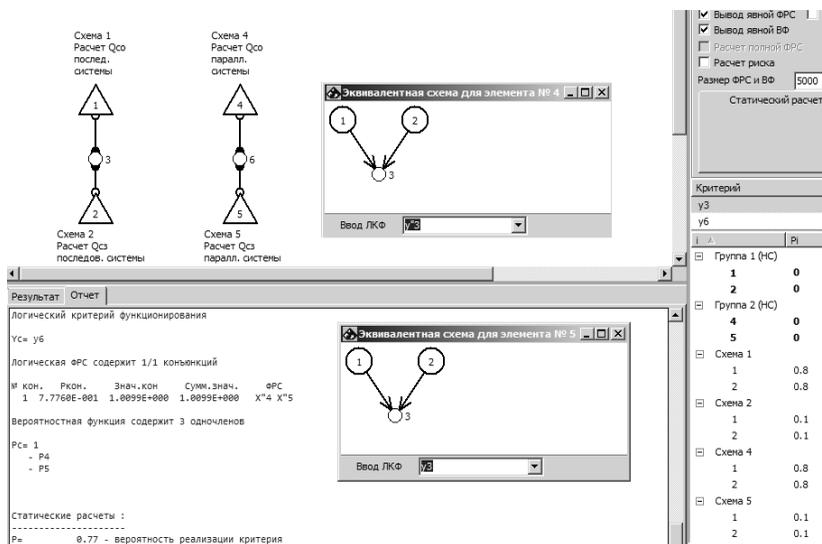


Рис. 1. Фрагменты интерфейса ПК АРБИТР

Логический критерий функционирования параллельной системы обозначен фиктивной вершиной $у6$ и является конъюнкцией отрицаний логических переменных $\bar{X}_4\bar{X}_5$, представляющих логические условия для вычисления вероятностей отказов системы по «Обрыву» $Qcо$ (X^4) и по «Замыканию» $Qcз$ (X^5).

Условия несовместности событий – отказ систем по «Обрыву» $Qcо$ (\bar{X}_4) и по «Замыканию» $Qcз$ (\bar{X}_5) – вводятся в программу в виде группы несовместных событий (ГНС): группы 2 (НС), состоящей из схем №4 и №5. На рисунке 1 в левом нижнем углу кроме группы 2 (НС) показана группа 1 (НС), состоящая из схем №1 и №2, использованная при анализе надежности последовательной системы.

Вероятностная функция для расчета надежности параллельной системы $P_c = 1 - P_4 - P_5$, показанная в левом нижнем углу рисунка 1, совпадает с формулой (5) при обозначениях: $R_c = P_c$; $Qcо = P_4$; $Qcз = P_5$ и соответствует правилу ((1.4), табл.П5.1) [4] преобразований логических и вероятностных функций для случая несовместных событий. Согласно правилу 1.4 для несовместных событий a и b справедливо: для логического преобразования $\bar{a} \vee \bar{b} = \overline{a \cdot b}$, для вероятностного преобразования $P(\bar{a} \cdot \bar{b}) = 1 - [P(a) + P(b)] = 1 - P(a) - P(b)$.

Таким образом, независимо от структуры системы, учитывая, что функция работоспособности системы (ФРС) может быть записана в виде m параллельных кратчайших путей успешного функционирования (КПУФ), а каждый КПУФ есть последовательное соединение n аргументов, можно утверждать, что, важным фактором оценки надежности систем, состоящих из элементов с тремя несовместными состояниями, является раздельное вычисление вероятностей отказов системы по «Обрыву» (Q_{co}) и по «Замыканию» (Q_{cz}).

В работе [5] показано, что возможность такого *раздельного вычисления вероятностей отказов объясняется именно физической несовместностью отказов типа «Обрыв» связи и «Замыкание» ее.*

Условие самой связи:

$$y(x_1, \dots, x_n) = 1, \quad (6)$$

позволяет вычислить вероятность отказа по «Обрыву» через вероятность безотказной работы R_{co} , где отказы элементов x_i на «Обрыв» определяются из логического условия:

$$x_{io} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й элемент не оборвал связь,} \\ 0, & \text{если } i\text{-й элемент оборвал связь,} \end{cases} \quad (7)$$

$$P\{x_{io} = 1\} = P_{io}, \quad P\{x_{io} = 0\} = Q_{io}.$$

Подставляя вероятности (7) в ФРС (6), определяем вероятность безотказной работы системы по «Обрыву» R_{co} .

Вероятность отказа системы по «Обрыву» $Q_{co} = 1 - R_{co}$.

Отказ типа «Замыкание» - это контрардикторное отношение (противоположное) к отказу типа «Обрыв», и поэтому:

$$x_{iz} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й элемент закоротил связь,} \\ 0, & \text{если } i\text{-й элемент не закоротил связь,} \end{cases} \quad (8)$$

$$P\{x_{iz} = 1\} = Q_{iz}, \quad P\{x_{iz} = 0\} = R_{iz}.$$

Подставляя вероятности (8) в ФРС (6), определяем не вероятность безотказной работы системы по «Замыканию» R_{cz} , а вероятность отказа системы по «Замыканию» Q_{cz} .

Необходимые численные пояснения этой теории представлены в примере 2.1 [5] для мостиковой схемы.

Для корректного применения описанной выше методики следует обратить внимания на два важных фактора.

1. Модель влияния отказов элементов на состояние системы должна соответствовать модели Диллона-Сингха [2].

2. Наличие в системе хотя бы одного кратчайшего пути, который содержит только короткозамкнутые элементы, переводит систему в состояние отказа.

В качестве примера рассмотрим задачу анализа системы водоснабжения [3], модель надежности которой может быть представлена в виде последовательно-параллельного соединения элементов.

3. Система водоснабжения (последовательно-параллельная структура). Одной из первых работ, где отмечалось, что соединение методов булевой алгебры с теорией вероятностей позволяет эффективно решать задачи моделирования надежности технических систем, была работа американского специалиста Североамериканской авиационной корпорации А.Ф.Премо (1963г.) [3]. Автор справедливо отмечает, что ранее Булева алгебра использовалась только в логическом проектировании, частично в телефонии и цифровых компьютерах, где широко применялись «таблицы истинности».

Следует заметить, что разработанная в [3] теория позволяет применять метод оценки надежности для простых систем, а в случае использования компьютерных программ – и для анализа больших систем.

Логическое описание состояний элементов и системы, использование бинарных операций умножения и сложения и унарной отрицания позволяет решать такие непростые задачи, как анализ надежности схем с зависимыми отказами элементов. К таким задачам относятся и задачи анализа надежности систем, состоящих из элементов с тремя несовместными состояниями.

На рисунке 2 представлена структурная схема системы водоснабжения [3], состоящая из трех вентилях. Вентили V_A , V_B и V_C имеют два типа несовместных отказов:

– типа «Замыкание», тогда вентиль постоянно открыт и пропускает поток жидкости;

– типа «Обрыв», тогда вентиль постоянно закрыт и не пропускает поток жидкости.

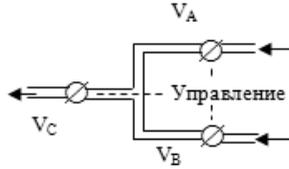


Рис. 2. Система водоснабжения [3]

Условия работоспособности системы водоснабжения, то есть условия обеспечения прохождения или перекрытия потоков жидкости тремя вентилями, могут быть описаны логической функцией вида (в редакции оригинала):

$$T(S) = (A + B)(A'B' + C')(C), \quad (9)$$

где A, B , и C – события, заключающиеся в работе вентилях V_A, V_B и V_C без учета отказов типа «Замыкание»; A', B' , и C' – события, заключающиеся в работе вентилях V_A, V_B и V_C без учета отказов типа «Обрыв».

Условия отказа системы могут быть описаны следующим образом:

1. Отказ вентиля С типа «Обрыв».
2. Отказ вентиля С и вентиля В типа «Замыкание».
3. Отказ вентиля С и вентиля А типа «Замыкание».
4. Отказ вентиля А и вентиля В типа «Обрыв».

Логическая функция отказа системы водоснабжения, полученная инверсией логического выражения (9), имеет вид:

$$\bar{T}(S) = \bar{C} + \bar{B}'\bar{C}' + \bar{A}'\bar{C}' + \bar{A}\bar{B}, \quad (10)$$

где \bar{A}, \bar{B} , и \bar{C} – события, заключающиеся в отказе вентилях V_A, V_B и V_C типа «Обрыв»; \bar{A}', \bar{B}' , и \bar{C}' – события, заключающиеся в отказе вентилях V_A, V_B и V_C типа «Замыкание».

В таблице 2 приведены обозначения событий, вероятностей их реализации и их численные значения.

В соответствии с (10), используя обозначения таблицы 2, логическая функция отказа системы водоснабжения может быть записана в виде четырех минимальных сечений отказов ($C_1 \div C_4$):

$$\bar{T}(S) = C_1 \vee C_2 \vee C_3 \vee C_4 = X_1 \vee X_2 X_3 \vee X_4 X_6 \vee X_4 X_5. \quad (11)$$

Таблица 2. Таблица состояний системы водоснабжения

Событие	Номер события	Вероятность события	Значение Вероятности [3]
Обрыв вентиля С	X_1	q_{oC}	0.2
Обрыв вентиля А	X_2	q_{oA}	0.1
Обрыв вентиля В	X_3	q_{oB}	0.1
Замыкание вентиля С	X_4	q_{sC}	0.1
Замыкание вентиля А	X_5	q_{sA}	0.2
Замыкание вентиля В	X_6	q_{sB}	0.2

При переходе от логической функции (11) к форме полного замещения, например, методом ортогонализации, следует учесть несовместность событий, образующих следующие три группы несовместных событий (ГНС):

$$ГНС1\{X_1, X_4\}, ГНС2\{X_2, X_5\}, ГНС3\{X_3, X_6\}. \quad (12)$$

Алгоритм ортогонализации логической функции (11) Порецкого-Мерекина в матричной форме (5.46) в работе [5] может быть представлен следующим образом:

$$\bar{T}(S) = \begin{vmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C_1 \\ C_1 \cdot C_2 \\ C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \\ C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \cdot C_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_1 \\ X_1 X_2 X_3 \\ X_1 X_2 X_3 X_4 X_6 \\ X_1 X_2 X_3 X_4 X_6 X_4 X_5 \end{vmatrix}. \quad (13)$$

В третьей строке матрицы (13) следует учесть свойства ГНС1 и ГНС3, то есть событий X_1 и X_4 , X_3 и X_6 .

Согласно правилу ((1.2), табл.П5.1) [4,] для несовместных событий a и b справедливо $\bar{a}b = b$, следовательно:

$$\bar{X}_1 X_6 = X_6; \quad (14a)$$

$$\bar{X}_3 X_6 = X_6. \quad (14б)$$

Тогда, учитывая выражения (14a) и (14б) и применяя правило поглощения, третья строка матрицы (13) может быть преобразована следующим образом:

$$\bar{X}_1 \bar{X}_2 \bar{X}_3 X_4 X_6 = \bar{X}_2 \bar{X}_3 X_4 X_6 = (\bar{X}_2 \vee \bar{X}_3) X_4 X_6 = \bar{X}_2 X_4 X_6 \vee \bar{X}_3 X_4 X_6 = \bar{X}_2 X_4 X_6 \vee X_4 X_6 = X_4 X_6. \quad (15)$$

Аналогично можно показать, что четвертая строка матрицы (13) также может быть преобразована с учетом свойств ГНС1 и ГНС2, то есть:

$$\overline{X_1 X_4} = X_4; \quad (16a)$$

$$\overline{X_2 X_5} = X_5. \quad (16b)$$

Тогда, учитывая выражения (16a) и (16b) и применяя правила поглощения и сокращенного умножения ($\overline{X_4 X_6} X_4 = \overline{X_6} X_4$), четвертая строка матрицы (13) может быть преобразована следующим образом:

$$\begin{aligned} \overline{X_1} \overline{X_2 X_3} \overline{X_4 X_6} X_4 X_5 &= \overline{X_2 X_3} \overline{X_4 X_6} X_4 X_5 = \overline{X_2 X_3} \overline{X_6} X_4 X_5 = \\ &= (\overline{X_2} \vee \overline{X_3}) \overline{X_6} X_4 X_5 = \overline{X_2} \overline{X_6} X_4 X_5 \vee \overline{X_3} \overline{X_6} X_4 X_5 = \\ &= \overline{X_6} X_4 X_5 \vee \overline{X_3} \overline{X_6} X_4 X_5 = \overline{X_6} X_4 X_5. \end{aligned} \quad (17)$$

Таким образом, логическая функция (11) в дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ) преобразуется к виду ортогональной ДНФ (ОДНФ):

$$\overline{T}(S) = X_1 \vee \overline{X_1} X_2 X_3 \vee X_4 X_6 \vee \overline{X_6} X_4 X_5. \quad (18)$$

Для сравнения, ортогонализация логической функции (11) без учета свойств ГНС приводит к следующему результату:

$$\overline{T}(S)_{\text{безГНС}} = X_1 \vee \overline{X_1} X_2 X_3 \vee \overline{X_1} \overline{X_2 X_3} X_4 X_6 \vee \overline{X_1} X_2 X_3 \overline{X_6} X_4 X_5. \quad (19)$$

Преобразовав логическую функцию отказа системы к ОДНФ, а также используя теоремы о вероятности суммы несовместных событий и вероятности произведении независимых событий, заменим в логических функциях (18) и (19) логические переменные на соответствующие вероятности истинности («Вероятность события» в таблице 2), а логические операции сложения и умножения – на соответствующие алгебраические операции сложения и умножения.

Тогда вероятность отказа системы водоснабжения с учетом несовместности событий равна:

$$\begin{aligned} \Pr\{\overline{T}(S) = 1\} &= \Pr\{X_1 \vee \overline{X_1} X_2 X_3 \vee X_4 X_6 \vee \overline{X_6} X_4 X_5 = 1\} = \\ &= Q = q_{oC} + (1 - q_{oC})q_{oA}q_{oB} + q_{sC}q_{sB} + (1 - q_{sB})q_{sC}q_{sA}. \end{aligned} \quad (20)$$

Вероятность отказа системы водоснабжения без учета несовместности событий равна:

$$\Pr\{\overline{T}(S)_{\text{без ГНС}} = 1\} = \Pr\{(X_1 \vee \overline{X_1}X_2X_3 \vee \overline{X_1} \overline{X_2}X_3X_4X_6 \vee \overline{X_1}X_2X_3 \overline{X_6}X_4X_5) = 1\} = Q_{\text{без ГНС}} = q_{oC} + (1 - q_{oC})q_{oA}q_{oB} + (1 - q_{oC})(1 - q_{oA}q_{oB})q_{sC}q_{sB} + (1 - q_{oC})(1 - q_{oA}q_{oB})(1 - q_{sB})q_{sC}q_{sA}. \quad (21)$$

Подставляя в соответствии с таблицей 2 численные значения вероятностей событий в выражения (20) и (21), получим следующие вероятностные оценки вероятности отказа системы водоснабжения с учетом (Q) и без учета ($Q_{\text{без ГНС}}$) свойств ГНС:

$$Q = 0.244; \quad (22)$$

$$Q_{\text{без ГНС}} = 0.236512. \quad (23)$$

Значение вероятности безотказной работы системы водоснабжения с учетом несовместных событий:

$$P = 1 - Q = 0.756, \quad (24)$$

совпадает со значением, полученным методом полного перебора [3].

Таким образом, оценка вероятности отказа системы водоснабжения со структурой смешанного типа *без учета физически несовместных событий* и при учете результатов ортогонализации (то есть учете *математической несовместности событий*) приводит к занижению значения вероятности отказа системы, то есть к завышению безотказности системы.

Выражение (11), определяющее множество минимальных сечений отказов, может быть использовано для построения дерева неисправностей (ДН) исследуемой системы водоснабжения. На рисунке 3 представлен фрагмент графического интерфейса программы Reliability Workbench при решении задачи оценки вероятности отказа системы водоснабжения.

В модуле «Fault Tree» программы Reliability Workbench при построении ДН возможен учет несовместности событий путем образования ГНС (EGROUP1 ÷ EGROUP3), что показано в левом верхнем углу рисунка 3. При моделировании вероятности вершинного события (Top1) в среде Reliability Workbench получена вероятность отказа системы водоснабжения $Q=0.244$, что полностью соответствует результату (22).

Влияние вида отказов элементов на работоспособность системы водоснабжения соответствует модели Диллона-Сингха для

смешанного соединения элементов [2]. Поэтому для оценки надежности данной системы также может быть применена методика автоматизированного моделирования надежности с использованием программного комплекса АРБИТР [4], основанная на алгебре групп несовместных событий (ГНС).

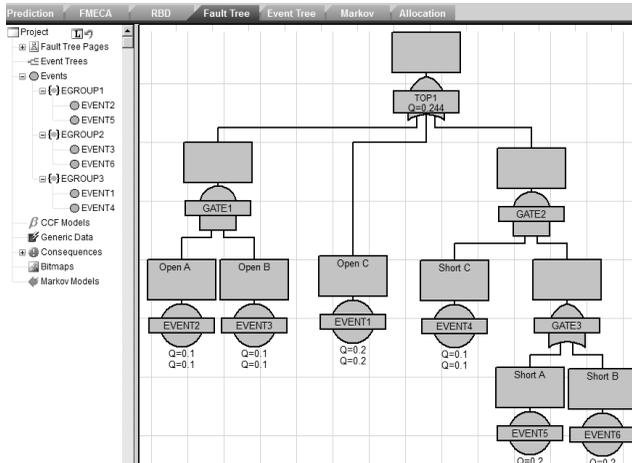


Рис. 3. Фрагмент графического интерфейса Reliability Workbench

На рисунке 4 приведена схема функциональной целостности (СФЦ) с использованием эквивалентированных схем (треугольники №1 и №2), в каждом из которых обозначено параллельное соединение вентилей А и В и последовательное соединение вентилей С (рисунк 2).

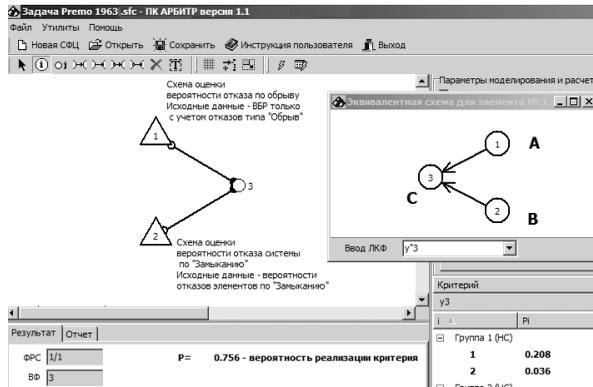


Рис. 4. Схема функциональной целостности на ПК АРБИТР

Результаты моделирования программ Reliability Workbench и ПК АРБИТР совпали с аналитическим решением (24).

Следует заметить, что в данном примере свойство несовместности имеет как *физическую природу* (несовместность отказов типа «Обрыв» и типа «Замыкание»), так и *математическую* – вероятность суммы несовместных событий.

Приведенный пример анализа надежности системы водоснабжения прост и достаточно легко позволяет получать аналитические выражения или осуществлять построение ДН. Для более сложных схем такие методы не всегда реализуемы. Рассмотрим пример мостиковой схемы.

4. Мостиковая схема. На рисунке 5 приведена схема мостиковой структуры [5]. Для сравнительного анализа различных вычислительных процедур в качестве исходных данных используем данные, приведенные на сайте Донецкого Национального Технического Университета [7] в автореферате Дм. Чаплыгина «Исследование и расчет надежности сложных структур с использованием ЭВМ». Анализ ссылок на указанном сайте позволяет предположить, что работа выполнена под руководством профессора Ковалева А.П.

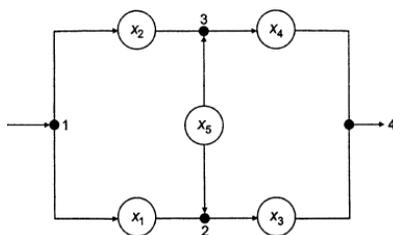


Рис. 5. Мостиковая схема

Исходные данные о показателях надежности элементов приведены в таблице 3. В таблице 3 данные первых трех столбцов приведены на сайте [4], а вероятность безотказной работы элементов R_i рассчитана из условия полной группы событий. Вероятность R_{oi} учитывает безотказность элементов с учетом отказов только типа «Обрыв».

В указанной работе [7] представлена методика расчета, которая предполагает построение совершенной дизъюнктивной нормальной формы (СДНФ) логической функции (перебор всех состояний), условно полагая, что элементы имеют два состояния. Таким образом, СДНФ содержит 32 набора, 16 из которых относятся к

работоспособному состоянию мостиковой структуры. Для каждого работоспособного состояния подсчитываются вероятности отказов типа «Обрыв» и типа «Замыкание», а затем вычисляется вероятность безотказной работы системы по формуле (5).

Таблица 3. Таблица исходных данных мостиковой схемы

Элемент	q_{oi}	q_{si}	$R_i = 1 - q_{oi} - q_{si}$	$R_{oi} = 1 - q_{oi}$
X_1	0.23	0.21	0.56	0.77
X_2	0.28	0.26	0.46	0.72
X_3	0.34	0.15	0.51	0.66
X_4	0.18	0.19	0.63	0.82
X_5	0.13	0.22	0.65	0.87

Если произвести точный расчет согласно данной методике (на сайте [7] в таблице 2 приведены округленные результаты), то вероятность безотказной работы мостиковой структуры для исходных данных, приведенных в таблице 3, составит $R_c = 0.7776139432$.

Эту методику можно упростить и не прибегать к составлению СДНФ, а воспользоваться ОДНФ (например, выражение (6.63) [5]), в которой не 16 наборов, а только 5 ортогональных членов.

Логическая ФРС мостиковой структуры может быть записана в виде ДНФ:

$$Y_b = X_1X_3 \vee X_2X_4 \vee X_1X_4X_5 \vee X_2X_3X_5. \quad (25)$$

Для ортогонализации ДНФ (25) воспользуемся методом Порецкого-Мерекина с записью в матричной форме [5]:

$$Y_b = \begin{vmatrix} X_1X_3 \\ X_2X_4 \\ X_1X_4X_5 \\ X_2X_3X_5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_1X_3 \\ \overline{X_1}X_3X_2X_4 \\ \overline{X_1}X_3X_2X_4X_1X_4X_5 \\ \overline{X_1}X_3X_2X_4X_1X_4X_5X_2X_3X_5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_1X_3 \\ \overline{X_1}X_3X_2X_4 \\ \overline{X_3}X_2X_1X_4X_5 \\ \overline{X_1}X_4X_2X_3X_5 \end{vmatrix}. \quad (26)$$

Вероятностная функция для вероятности безотказной работы системы R_c , которая соответствует ОДНФ (26), записывается следующим образом:

$$R_c = P_1P_3 + (1 - P_1P_3)P_2P_4 + Q_3Q_2P_1P_4P_5 + Q_1Q_4P_2P_3P_5. \quad (27)$$

Для вычисления вероятности безотказной работы системы по «Обрыву» R_{co} в соответствии с логическими условиями (7) в выражение (27) вместо вероятностей P_i следует подставить значения $1 - q_{oi}$, а вместо вероятности Q_i – значения q_{oi} .

Для вычисления вероятности отказа системы по «Замыканию» Q_{cz} в соответствии с логическими условиями (8) в выражение (27) вместо вероятностей P_i следует подставить значения q_{si} , а вместо вероятностей Q_i – значения $1 - q_{si}$.

С исходными данными, приведенными в таблице 3, получим следующие системные показатели:

$$- R_{co} = 0.8679695472;$$

$$- Q_{cz} = 0.090355604;$$

$$- R_c = 0.7776139432.$$

Перебор всех состояний мостиковой структуры, элементы которой могут находиться в трех несовместных состояниях, реализован в среде MS Excel. Таблица для расчетов содержит $3^5=243$ набора. Фрагменты экранного интерфейса с расчетной таблицей представлены на рисунке 6 и рисунке 7.

В таблице (рис. 6) в столбце «№№ сост.» (столбец А MS Excel) показаны номера состояний (наборов). Цветом выделены номера состояний, соответствующие работоспособным состояниям системы. В столбцах «Состояния элементов» (столбцы В÷F MS Excel) использованы следующие обозначения:

– «-1» - отказ элемента типа «Замыкание»;

– «0» - отказ элемента типа «Обрыв»;

– «1» - работоспособное состояние элемента.

В столбцах «Вероятности состояний» (столбцы G÷K MS Excel) приведены обозначения вероятностей, использованные в табл.1. В столбцах «Значения вероятностей» (столбцы L÷P MS Excel) приведены численные значения вероятностей согласно таблице 3. В строках столбца «Pri» (столбец Q MS Excel) осуществляется умножение вероятностей соответствующих строк столбцов (L÷P MS Excel) и вычисляется вероятность реализации каждого состояния.

В столбце «ПУФ» (столбец R) формируется признак работоспособного состояния (N) или состояния отказа (F) пути успешного функционирования без учета приведенного выше второго фактора модели Диллона-Сингха [2], то есть без учета влияния отказов типа «Замыкания» всех элементов пути.

В столбцах «Наличие 3. в ПУФ» ($S+V$) осуществляется проверка наличия в текущем наборе короткозамкнутого КПУФ (все элементы пути имеют отказ типа «Замыкание»). При наличии короткозамкнутого КПУФ текущий набор объявляется отказовым и ему присваивается индекс «+».

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V				
1	NRN Состояния элементов					Вероятности состояний (p)					Значения вероятностей							Наличие 3 в КПУФ							
2	сост					1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	Pri					ПУФ				
3	1	-1	-1	-1	-1	1	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	0.21	0.26	0.15	0.19	0.22	0.000342	F	+	+	+	+			
4	2	-1	-1	-1	-1	0	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	0.21	0.26	0.15	0.19	0.13	0.000202	F	+	+	+	+			
5	3	-1	-1	-1	-1	1	qs1	qs2	qs3	qs4	R5	0.21	0.26	0.15	0.19	0.65	0.001011	N	+	+	+	+			
6	4	-1	-1	-1	0	-1	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	0.21	0.26	0.15	0.18	0.22	0.000324	F	+	+	+	+			
7	5	-1	-1	-1	0	0	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	0.21	0.26	0.15	0.18	0.13	0.000192	F	+	+	+	+			
8	6	-1	-1	-1	0	1	qs1	qs2	qs3	qs4	R5	0.21	0.26	0.15	0.18	0.65	0.000958	N	+	+	+	+			
9	7	-1	-1	-1	1	-1	qs1	qs2	qs3	R4	qs5	0.21	0.26	0.15	0.63	0.22	0.001135	N	+	+	+	+			
10	8	-1	-1	-1	1	0	qs1	qs2	qs3	R4	qs5	0.21	0.26	0.15	0.63	0.13	0.000671	N	+	+	+	+			
11	9	-1	-1	-1	1	1	qs1	qs2	qs3	R4	R5	0.21	0.26	0.15	0.63	0.65	0.003354	N	+	+	+	+			
12	10	-1	-1	0	-1	-1	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	0.21	0.26	0.34	0.19	0.22	0.000776	F	+	+	+	+			
13	11	-1	-1	0	-1	0	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	0.21	0.26	0.34	0.19	0.13	0.000459	F	+	+	+	+			
14	12	-1	-1	0	-1	1	qs1	qs2	qs3	qs4	R5	0.21	0.26	0.34	0.19	0.65	0.002293	N	+	+	+	+			
15	13	-1	-1	0	0	-1	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	0.21	0.26	0.34	0.18	0.22	0.000735	F	+	+	+	+			
16	14	-1	-1	0	0	0	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	0.21	0.26	0.34	0.18	0.13	0.000434	F	+	+	+	+			
17	15	-1	-1	0	0	1	qs1	qs2	qs3	qs4	R5	0.21	0.26	0.34	0.18	0.65	0.002172	F	+	+	+	+			
18	16	-1	-1	0	1	-1	qs1	qs2	qs3	R4	qs5	0.21	0.26	0.34	0.63	0.22	0.002573	N	+	+	+	+			
19	17	-1	-1	0	1	0	qs1	qs2	qs3	R4	qs5	0.21	0.26	0.34	0.63	0.13	0.00152	N	+	+	+	+			
20	18	-1	-1	0	1	1	qs1	qs2	qs3	R4	R5	0.21	0.26	0.34	0.63	0.65	0.007602	N	+	+	+	+			

Рис. 6. Фрагмент экранного интерфейса верхней части таблицы

В нижней части таблицы (рисунок 7) осуществляется суммирование вероятностей состояний (наборов), чей ПУФ имеет индекс «N» – работоспособное состояние.

232	1	1	0	1	-1	R1	R2	qs3	R4	qs5	0.56	0.46	0.34	0.83	0.22	0.01214	N				0.012139142				
233	1	1	0	1	0	R1	R2	qs3	R4	qs5	0.56	0.46	0.34	0.83	0.13	0.00717	N				0.00717313				
234	1	1	0	1	1	R1	R2	qs3	R4	R5	0.56	0.46	0.34	0.83	0.65	0.03587	N				0.035865648				
235	1	1	1	-1	-1	R1	R2	qs4	qs5	0.56	0.46	0.51	0.19	0.22	0.00549	N					0.005491517				
236	1	1	1	-1	0	R1	R2	qs4	qs5	0.56	0.46	0.51	0.19	0.13	0.00324	N					0.003244987				
237	1	1	1	-1	1	R1	R2	qs4	R5	0.56	0.46	0.51	0.19	0.65	0.01622	N					0.016224936				
238	1	1	1	0	-1	R1	R2	qs4	qs5	0.56	0.46	0.51	0.18	0.22	0.0052	N					0.00520249				
239	1	1	1	0	0	R1	R2	qs4	qs5	0.56	0.46	0.51	0.18	0.13	0.00307	N					0.003074198				
240	1	1	1	0	1	R1	R2	qs4	R5	0.56	0.46	0.51	0.18	0.65	0.01537	N					0.015370992				
241	1	1	1	1	-1	R1	R2	qs4	qs5	0.56	0.46	0.51	0.83	0.22	0.01821	N					0.018208714				
242	1	1	1	1	0	R1	R2	qs4	qs5	0.56	0.46	0.51	0.83	0.13	0.01076	N					0.010769694				
243	1	1	1	1	1	R1	R2	qs4	R5	0.56	0.46	0.51	0.83	0.65	0.0538	N					0.053798472				
NRN	Состояния элементов					Вероятности состояний (p)					Значения вероятностей							Наличие 3 в КПУФ							
сост	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	Pri					ПУФ				
																							125	0.7776139432	

Рис. 7. Фрагмент экранного интерфейса нижней части таблицы

Из рисунка 7 видно, что число ПУФ, которые имеют индекс «N» и, которые относятся к работоспособным состояниям системы, равно 125. Суммирование вероятностей соответствующих наборов приводит к получению значения вероятности безотказной работы мостиковой схемы $R_c=0.7776139432$, полностью совпадающего с приведенным выше результатом по методике [7].

На рисунке 8 представлен фрагмент экранного интерфейса ПК АРБИТР при решении задачи оценки надежности мостиковой схемы по методике, изложенной в [4].

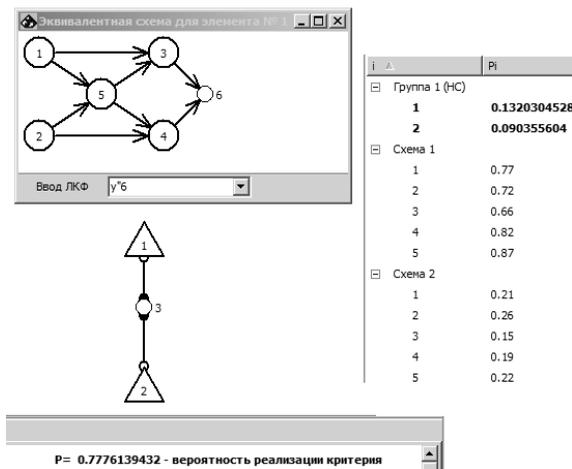


Рис. 8. Фрагмент экранного интерфейса ПК АРБИТР для мостиковой схемы

Эквивалентные схемы (в виде треугольников №1 и №2) представляют собой структурные схемы мостиковых структур для случая отказа по обрыву (схема №1 показана в развернутом виде в отдельном всплывающем окне) и по замыканию (схема №2). Эти схемы объединены в группу несовместных событий – группа 1 (НС) и соединены в виде конъюнкции отрицаний.

В правой части рисунка 8 приведены значения вероятности отказа мостиковой схемы по «Обрыву» ($Q_0 = 0.1320304528$) и по «Замыканию» ($Q_s = 0.090355604$).

Результат оценки вероятности безотказной работы мостиковой схемы ($P = 1 - 0.1320304528 - 0.090355604 = 0.7776139432$), как и значения Q_0 и Q_s , полностью совпадают с результатами, полученными по методике [7].

Построение ДН, представляющее 118 сечений отказов (без минимизации), является весьма трудоемкой задачей и в данной работе не рассматривается.

5. Структура двух «звезд», включенных на «треугольник».

На рисунке 9 приведена структурная схема сложного соединения 9 элементов, названная структурой двух «звезд», включенных на «треугольник» [8]. В [8] предложена методика анализа надежности

данной схемы с учетом двух типов отказов, которая, по мнению авторов, основана на применении трехзначной логики.

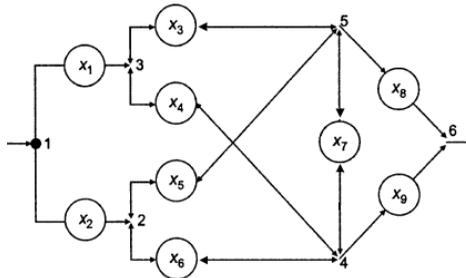


Рис. 9. Структура двух «звезд», включенных на «треугольник»

Для демонстрации возможности использования двухзначной логики, математический аппарат которой значительно проще и нагляднее аппарата трехзначной логики, задача анализа надежности структуры двух «звезд» сначала была решена методом полного перебора. Для этого в среде MS Excel была составлена таблица состояний, аналогичная таблице состояний для мостиковой структуры. Такая таблица содержит $3^9=19683$ состояний. На рисунке 10 представлен фрагмент экранного интерфейса нижней и верхней частей таблицы состояний структуры двух «звезд».

№№	Состояния элементов									Вероятности состояний (pi)									Значения вероятностей			
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	qs6	qs7	qs8	qs9	0.177	0.333	0.22176	
2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	qs6	qs7	qs8	qs9	0.177	0.333	0.22176	
3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	qs6	qs7	qs8	R9	0.177	0.333	0.22176	
4	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	-1	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	qs6	qs7	qs8	qs9	0.177	0.333	0.22176	
...	
19679	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	qo8	qo9	0.477	0.415	0.49066
19680	1	1	1	1	1	1	1	0	1	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	qo8	R9	0.477	0.415	0.49066	
19681	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	qs9	0.477	0.415	0.49066	
19682	1	1	1	1	1	1	1	1	0	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	qo9	0.477	0.415	0.49066	
19683	1	1	1	1	1	1	1	1	1	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	0.477	0.415	0.49066	

Рис. 10. Фрагмент экранного интерфейса таблицы состояний

В таблице 4 приведены исходные данные для количественной оценки вероятности безотказной работы структуры двух «звезд», описанной в работе [5] (табл.24). В таблице 4 использованы обозначения таблицы 3.

Таблица 4. Таблица исходных данных для структуры «двух звезд»

i	q_{oi}	q_{si}	$R_i = 1 - q_{oi} - q_{si}$	$R_{oi} = 1 - q_{oi}$
X1	0.34624	0.17665	0.47711	0.65376
X2	0.25271	0.33251	0.41478	0.74729
X3	0.28758	0.22176	0.49066	0.71242
X4	0.31227	0.24818	0.43955	0.68773
X5	0.35053	0.18087	0.4686	0.64947
X6	0.31203	0.26226	0.42571	0.68797
X7	0.26263	0.33485	0.40252	0.73737
X8	0.28514	0.22811	0.48675	0.71486
X9	0.21013	0.3222	0.46767	0.78987

В качестве аналитических расчетных формул могут быть использованы вероятностные функции, полученные методом разрезания (разложения) [5] или схемно-логическим методом с использованием релейно-контактного графа [8].

В результате проведенных расчетов как с использованием полного перебора и получения СДНФ, так и указанных выше вероятностных функций, позволяющих проводить отдельные вычисления вероятности отказа по «Обрыву» (Q_{co}) и по «Замыканию» (Q_{cz}), получены следующие результаты:

$$Q_{co} = 0.19627391; \quad (28)$$

$$Q_{cz} = 0.07266087; \quad (29)$$

$$R = 0.73106522. \quad (30)$$

На рисунке 11 приведен фрагмент экранного интерфейса решения задачи анализа надежности структуры «двух звезд» на ПК АРБИТР с исходными данными, приведенными в таблице 4.

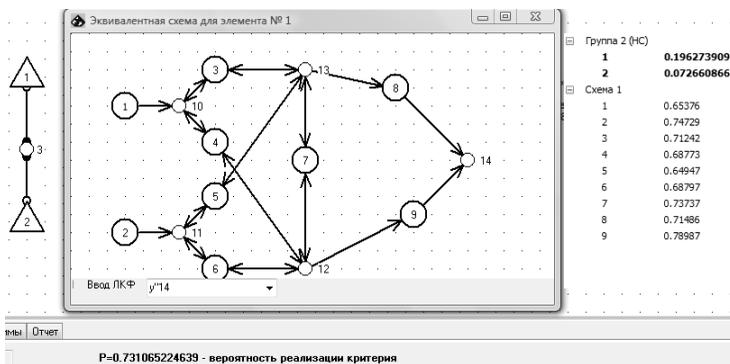


Рис. 11. Анализ надежности структуры «двух звезд» на ПК АРБИТР

Из рисунка 11 видно, что полученные на ПК АРБИТР результаты полностью совпадают с результатами, приведенные выше (28÷30).

6. Заключение. Если функция работоспособности системы (ФРС) записана в виде m параллельных кратчайших путей успешного функционирования (КПУФ), а каждый КПУФ есть последовательное соединение n аргументов, то независимо от структуры системы решение задач анализа надежности для случая элементов с тремя несовместными в физическом смысле состояниями, основано на возможности и необходимости раздельного вычисления вероятностей отказов системы по «Обрыву» (Q_{co}) и по «Замыканию» (Q_{cz}).

Разработка алгебры групп несовместных событий как способа учета математической несовместности событий позволяет корректно осуществлять логико-вероятностные преобразования как на этапе ортогонализации логической функции, так и на этапе получения вероятностного многочлена.

Реализация алгебры групп несовместных событий в программном комплексе АРБИТР позволяет решать задачи автоматизированного расчета показателей надежности сложно-структурных систем, состоящих из элементов с тремя состояниями, корректно используя математический аппарат двоичной логики.

Все полученные численные результаты анализа надежности проверены методом полного перебора состояний исследуемых систем.

Литература

1. *Константинов Б.А., Лосев Э.А.* Логико-аналитический метод расчета надежности восстанавливаемых систем электроснабжения // *Электричество*. 1971. №12. С.21-25.
2. *Диллон Б., Сингх Ч.* Инженерные методы обеспечения надежности систем // М.: Мир. 1984. 318 с.
3. *Preto A.F.* The Use of Boolean Algebra and Truth Table in the Formulation of a Mathematical Model of Success // *IEEE Trans. Reliability*, 1963 vol. 12. pp. 45-49.
4. *Можжаев А.С., Нозик А.А., Струков А.В.* Оценка надежности системы из элементов с тремя состояниями с использованием ПК АРБИТР // *Труды СПИИРАН*. 2013. Вып. 8 (31). С. 123-146.
5. *Рябинин И.А.* Надежность и безопасность структурно-сложных систем // СПбГУ. 2007. 276 с.
6. Аннотация программного средства "АРБИТР" (ПК АСМ СЗМА) // Научно-технический сборник "Вопросы атомной науки и техники. Серия "Физика ядерных реакторов". М.: РНЦ "Курчатовский институт", 2008, Вып. 2. С. 105-116.
7. *Чаплыгин Д.* Автореферат по теме «Исследование и расчет надежности сложных структур с использованием ЭВМ». URL: www.masters.donntu.edu.ua/2004/eltf/chaplogin/diss/index.htm.
8. *Смирнов А.С., Гайдомович Д.О.* Анализ надежности структурно-сложных схем с учетом двух типов отказов // *Электричество*. 2001. №2. С.50-56.

References

1. Konstantinov B.A., Losev Je.A. [Logical-analytical method for calculating the reliability of recovered power supply systems]. *Jelektrichestvo – Electricity*. 1971. no. 12. pp. 21-25. (In Russ.).
2. Dillon B., Singh Ch. *Inzhenernye metody obespechenija nadezhnosti sistem* [Engineering methods of ensure system reliability]. M.: Mir, 1984. 318 p. (In Russ.).
3. Premo A.F. The Use of Boolean Algebra and Truth Table in the Formulation of a Mathematical Model of Success. *IEEE Trans. Reliability*. 1963 vol. 12. pp. 45-49.
4. Mozhaev A.S., Nozik A.A., Strukov A.V. [Evaluation of reliability of the system from elements with three states using a PC ARBITR]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceeding*. 2013. vol. 8 (31). pp. 123-146. (In Russ.).
5. Rjabinin I.A. *Nadezhnost' i bezopasnost' strukturno-slozhnyh sistem* [Reliability and safety of structurally complex systems]. SPbGU. 2007. 276 p. (In Russ.).
6. [Abstract of software "ARBTR" (PC ASM SZMA)]. *Nauchno-tehnicheskij sbornik "Voprosy atomnoj nauki i tehniki. Serija "Fizika jadernyh reaktorov" – Scientific and technical journal "Problems of Atomic Science and Technology. Series "Physics of Nuclear Reactors"*. M.: RNC "Kurchatovskij institut". 2008. vol. 2. pp. 105-116. (In Russ.).
7. Chaplygin D. Avtoreferat po teme «Issledovanie i raschjot nadjozhnosti slozhnyh struktur s ispol'zovaniem JeVM» [Author's abstract on "Investigation and calculation of reliability of complex structures using a computer.] Available at: www.masters.donntu.edu.ua/2004/eltf/chaplygin/diss/index.htm. (In Russ.).
8. Smirnov A.S., Gajdomovich D.O. [Reliability analysis of structurally complex schemes based on two types of failures]. *Jelektrichestvo – Electricity*. 2001. no. 2. pp. 50-56. (In Russ.).

Рябинин Игорь Алексеевич — д-р техн. наук, профессор, почетный профессор Военно-морской академии. Область научных интересов: анализ данных, системный анализ, теория надежности, модели и методы анализа надежности и безопасности структурно-сложных технических систем. Число научных публикаций — 227. Ryabinin25@mail.ru.

Ryabinin Igor Alekseevich — Ph.D., Dr. Sci., professor, professor Emeritus of Naval Academy. Research interests: data analysis, analysis of systems, reliability theory, mathematical models and methods reliability and safety analysis of structurally-complex systems. The number of publications — 227. Ryabinin25@mail.ru.

Струкков Александр Владимирович — к-т техн. наук, доцент, ведущий инженер исследовательского отдела ОАО Специализированная инжиниринговая компания «Севзапмонтажавтоматика» (СПИК СЗМА). Область научных интересов: анализ данных, системный анализ, теория надежности, модели и методы принятия решения в сложных организационно-технических системах. Число научных публикаций — 69. alexander_strukov@szma.com, www.szma.com; СПИК СЗМА, пер. Каховского, д. 10, лит. А, стр. 2Н, г. Санкт-Петербург, 199155, РФ; п.т. +7(812)350-5885, факс +7 (812)350-1113.

Strukov Alexander Vladimirovich — Ph.D., assistant professor, senior engineer, public corporation Specialized engineering company "Sevzapmontageautomatica" (SPIK SZMA). Research interests: data analysis, analysis of systems, reliability theory, mathematical models and methods of decision-making support in complex technical-organizational systems. The number of publications — 69. alexander_strukov@szma.com, www.szma.com; SPIK SZMA, 10, Lit. A, Office block 2N, Kakhovskogo Lane, St.Petersburg 199155, Russia, phone +7(812)350-5885, fax +7 (812)350-1113.

РЕФЕРАТ

Рябинин И.А., Струков А.В. **Автоматизированное моделирование надежности структурно-сложных систем из элементов с тремя несовместными состояниями.**

В статье рассмотрены примеры применения методики раздельного вычисления вероятностей отказов систем по «Обрыву» и по «Замыканию» в задачах расчета показателей надежности систем, состоящих из элементов с тремя несовместными состояниями. Возможность такого раздельного вычисления обусловлена физической несовместностью отказов типа «Обрыв» и «Замыкание». Необходимость определяется учетом математической несовместности логических переменных, входящих в логическую функцию работоспособности системы (ФРС). Описанная методика является основанием для реализации процедуры автоматизированного расчета показателей надежности структурно-сложных систем из элементов с тремя несовместными состояниями.

Учет математической несовместности логических переменных при осуществлении ортогонализации ФРС в виде дизъюнктивной нормальной формы (ДНФ) происходит на основе применения правил алгебры групп несовместных событий (ГНС). Рассмотрены примеры использования правил алгебры ГНС при использовании алгоритма ортогонализации Порецкого-Мерекина. Первый пример связан с решением задачи анализа надежности системы водоснабжения, которая была опубликована в 1963 году и может считаться одной из первых работ, посвященных совместному использованию методов булевой алгебры и теории вероятностей при решении задач анализа надежности сложных объектов. Второй пример описывает методику анализа надежности мостиковой структуры.

Решение задачи анализа надежности структуры двух «звезд», включенных на треугольник, приведено с целью демонстрации возможности использования двухзначной логики, которая проще и нагляднее трехзначной логики, применяемой для задач этого класса.

Корректность решения задач анализа надежности мостиковой структуры и структуры двух «звезд», включенных на треугольник, подтверждена методом полного перебора состояний систем - в первом случае число состояний равно $3^5=243$, во втором – $3^9=19683$.

Процедуры автоматизированного расчета показателей надежности структурно-сложных систем из элементов с тремя несовместными состояниями, реализованные в программном комплексе АРБИТР, используют возможность графического отображения структур в виде двух эквивалентированных вершин и программной реализации алгебры ГНС.

SUMMARY

Ryabinin I.A., Strukov A.V. **Automated modeling of reliability of Structurally Complex Systems consisting of Elements with three disjoint states.**

The article discusses examples of application of the methodology of independent computing of "fail-open" and "fail-closed" probabilities for modeling the reliability of systems comprising elements with three mutually exclusive (disjoint) states. Such calculations are needed due to physical separation of "Open" and "Closed" failures. It is necessary to account for mathematical mutually exclusivity of logic variables in the logical functions of the system (LFS). The technique may be used as a basis for automated reliability modeling of structurally complex systems comprising elements with three disjoint states.

Orthogonalization of the LFS, which is defined as a disjunctive normal form (DNF), occurs on the basis of the rules of algebra of groups of disjoint events (GDE) and taking into account the mathematical exclusivity of logical variables.

The article discusses examples of the application of rules of GDE algebra when applying Poretskii-Merekin orthogonalization algorithm.

The first example deals with the task of analyzing the reliability of the water supply system, which was published in 1963 and can be considered one of the first works devoted to the methods of connecting the Boolean algebra with probability theory while solving the reliability problems. The second example describes a methodology for analyzing the reliability of a bridge structure.

Solution of an example of reliability analysis of a structure with two stars connected to a delta circuit is given to demonstrate the possibility of using two-valued logic, which is simpler and clearer than three-valued logic applied to problems of this class.

Correctness of the decision of reliability analysis problems for the bridge structures and the structures with two stars connected to a delta circuit was confirmed by the method of full exhaustive search - in the first case the number of system states is $3^5 = 243$, in the second - $3^9 = 19683$.

Automated reliability modeling procedures for structurally complex systems comprising elements with three disjoint states, implemented in the ARBITR software use the opportunities to graphically display structures in the form of two equivalent nodes and software implementation of the GDE algebra.