УДК 681.5

М.В. Бураков, М.С. Брунов

СТРУКТУРНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЧЕТКОЙ МОДЕЛИ

Бураков М.В., Брунов М.С. **Структурная идентификация нечеткой модели.**
Аннотация. Цель данной работы заключается в рассмотрении математического инструментария для построения моделей нелинейных систем по входным и выходным данным. Фазовая плоскость системы разбивается на подобласти, с каждой из которых связана линейная модель. Каждая линейная модель представлена в форме пространства состояний. Для идентификации выбранных параметров линейных систем используется метод наименьших квадратов. Для получения общего выхода нелинейной системы используется нечеткое представление. Предлагаемая методология проверена на цифровых примерах.
Ключевые слова: идентификация, нелинейная система, T-S нечеткая модель.

Burakov M.V., Brunov M.S. **Structural identification of fuzzy model.**
Abstract. The purpose of this paper is to present a mathematical tool to build a fuzzy model of a nonlinear system using its input-output data. The phase plane of system is divided into subregions and a linear model is assigned for each of these regions. This linear model is represented either in state-space form. To determine the pre-selected parameters of the linear system model under study, least-square identification method is used. Then these linear models are arranged in a fuzzy manner to characterize the overall system behavior. The proposed methodology is verified through simulation on a numeric example.
Keywords: Identification, nonlinear system, *T-S* fuzzy model.

1. Введение. Термин «модельное нечеткое управление (*Model-Based Fuzzy Control*)» используется, чтобы подчеркнуть отличие подобных систем от нечетких систем, опирающихся на эвристические знания о процессе управления. Основа этого направления была заложена работой [1], в которой было предложено правые части нечетких правил описывать как линейные функции входных переменных. Иначе говоря, рассматривается множество линейных моделей, каждая из которых соответствует нечеткой локальной области фазового пространства объекта. Положение этих локальных нечетких областей априори задано, так что можно вычислять соответствие текущего положения объекта различным областям, изменяя «вес» выхода соответствующих моделей. Общий выходной сигнал модели оказывается «смесью» выходных сигналов локальных моделей. Располагая множеством линейных моделей, можно синтезировать регулятор для каждой модели, а затем рассмотреть нелинейный закон управления, в котором выходные сигналы локальных регуляторов «смешиваются» аналогично выходам линейных моделей.

Такой подход дает возможность использования методов синтеза линейных систем при управлении нелинейными объектами ([2] и другие). Разработка системы управления включает в себя три этапа: разбиение нечеткого фазового пространства объекта, идентификация локальных моделей, синтез локальных регуляторов. На втором и третьем этапе можно использовать соответственно метод наименьших квадратов и модальный синтез. Однако выбор нечетких областей (структурная идентификация) может определяющим образом влиять на работу системы управления. В настоящей работе рассмотрены некоторые аспекты этой проблемы и вынесены рекомендации, подтвержденные результатами моделирования.

2. Модельное нечеткое управление. Рассмотрим общее описание динамического объекта в виде:

$$\dot{X}(t) = f(X(t), U(t)), \qquad X(t=0) = X_0,$$

где f – неизвестная нелинейная функция; $X \in R^{\mathrm{n}}$ – вектор состояния системы; $U \in R^{\mathrm{m}}$ – вектор входа системы; X_0 – начальные условия.

Поведение системы задано конечным набором экспериментальных данных. Требуется построить такое описание системы, которое наиболее соответствует этому набору, а затем определить на основании этого описания закон управления.

Будем считать, что полная нелинейная модель может быть представлена в виде конечного набора линеаризованных моделей, каждая из которых соответствует i-й точке пространства состояния:

$$\dot{X}_i(t) = f_i(X(t), U(t)) = A_i X + B_i U,$$
$$A_i = \frac{\partial f_i(X_i, U_i)}{\partial X_i}, \qquad B_i = \frac{\partial f_i(X_i, U_i)}{\partial U_i},$$

где A_{i} и B_{i} – матрицы динамики и входа линейной системы для i-го подпространства.

Дискретная нечеткая T-S модель предполагает разбиение пространства состояний системы на N областей, так что в каждой i–й области используется нечеткое продукционное правило вида:

$$R^i: \quad Если \quad (x_1 = T_1^i)\,\&\,(x_2 = T_2^i)\,\&\ldots\&\,(x_n = T_n^i),$$
$$\text{то} \quad \begin{cases} X(k+1) = A_i X(k) + B_i U(k), \\ \qquad Y_i(k) = C_i X(k). \end{cases} \qquad (1)$$

где i – номер правила, x_{i} –отдельные компоненты вектора состояния системы, T_{i} – нечеткое множество (терм), описывающее ограничения на соответствующую компоненту состояния.

Выход нечеткой системы из N правил в каждый момент времени рассчитывается по формуле:

$$Y(k)=\frac{\sum_{i=1}^{N} w_i(X(k))Y_i(k)}{\sum_{i=1}^{N} w_i(X(k))}=\sum_{i=1}^{N}\alpha_i Y_i(k),$$
$$w_i(X(k))=\prod_{j=1}^{n}\mu_{ij}(x_j(k)), \qquad \alpha_i=\frac{w_i(X(k))}{\sum_{i=1}^{N} w_i(X(k))}, \tag{2}$$

где α_i – вес выхода i-й модели, $\mu_{ij}(x_i)$ – степень принадлежности j – й компоненты вектора состояния соответствующему терму i-го правила.

Например, пусть i-я координата вектора X описывается с помощью 3-х термов: О – «отрицательное», Н – «нулевое», П – «положительное», и заданы размеры базовой шкалы $[-x_{max}, x_{max}]$ (рисунок 1).

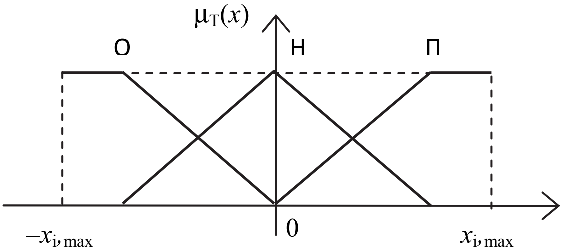

Рис. 1. Вариант нечеткого описания координаты состояния

Допустим, что вектор состояния состоит из двух координат, и вторая координата описывается аналогично. Тогда пространство состояния оказывается разбито на 9 нечетких областей (рисунок 2).

После решения задачи параметрической идентификации для каждой локальной области методом модального управления рассчитывается свой регулятор, вырабатывающий сигнал:

$$U_i(k)=-K_iX(k),$$

где K_i – вектор коэффициентов обратной связи по состоянию.

Общий сигнал управления формируется аналогично (2).

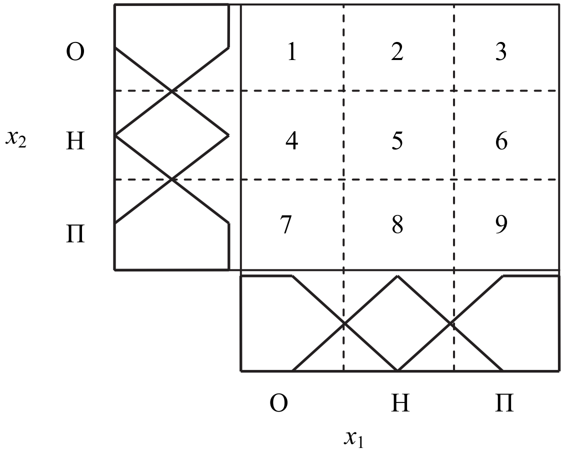

Рис. 2. Нечеткое разбиение пространства состояний

На рисунке 3 показана структура системы управления. Нечеткий супервизор здесь сравнивает соответствие текущего состояния объекта различным нечетким областям фазового пространства.

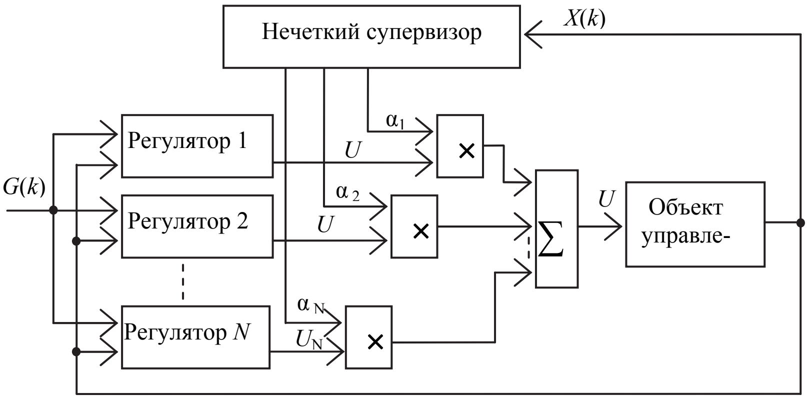

Рис. 3. Структура нечеткой системы управления

3. Параметрическая идентификация. При решении задачи параметрической идентификации ([3] и другие) рассматривается свободное движение системы:

$$X(k+1) = AX(k).$$

Выход нечеткой системы из N правил в каждый момент времени рассчитывается по формуле, аналогичной (2):

$$X(k+1)=\frac{\sum_{i=1}^{N} w_i(X(k))A_i X(k)}{\sum_{i=1}^{N} w_i(X(k))}=\sum_{i=1}^{N}\alpha_i\left(A_i X(k)\right), \qquad (3)$$

Если система нелинейная, то точка равновесия отличается от начала координат:

$$X(k+1)=A(X(k)-S)=AX(k)+P,$$

где S – координаты точки равновесия нелинейной системы.

Для идентификации используется метод наименьших квадратов (МНК). Рассмотрим для простоты описания систему 2-го порядка с вектором состояния:

$$X=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}.$$

Введем лингвистические переменные с тремя термами для описания каждой переменной состояния (рис. 1). При таком разбиении можно рассмотреть нечеткую модель в пространстве состояния, которую описываю 9 правил:

$$\begin{aligned}
&R^1:\text{Если}\,(\tilde{x}_1(k)=\text{"О"})\,\&\,(\tilde{x}_2(k)=\text{"О"}),\\
&\qquad\qquad\text{тт}\ X_1(k+1)=A_1X(k)+P_1,\\
&R^2:\text{Если}(\tilde{x}_1(k)=\text{"О"})\,\&\,(\tilde{x}_2(k)=\text{"Н"}),\\
&\qquad\qquad\text{т}\ \ X_2(k+1)=A_2X(k)+P_2,\\
&\qquad\qquad\dots\\
&R^9:\text{Если}(\tilde{x}_1(k)=\text{"П"})\,\&\,(\tilde{x}_2(k)=\text{"П"}),\\
&\qquad\qquad\text{т}\ \ X_9(k+1)=A_9X(k)+P_9,
\end{aligned}$$

где μ_i – степень запуска i-го правила, вычисляемая по формуле:

$$\mu^i=\min(\mu_j(x_1(k)),\mu_k(x_2(k))),$$

где j и k – номера термов, входящих в i-е правило.

Состояние системы описывается формулой:

$$X(k+1)=\frac{\sum_{i=1}^{9}\mu^{\mathrm{i}}X_i(k)}{\sum_{i=1}^{9}\mu^{\mathrm{i}}}=w^1X_1(k)+w^2X_2(k)+\ldots+w^9X_9(k).$$

Запишем в развернутом виде:

$$\begin{bmatrix} x_1^i(k+1) \\ x_2^i(k+1) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a_{11}^i & a_{12}^i \\ a_{21}^i & a_{22}^i \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} p_1^i \\ p_2^i \end{bmatrix},$$

Рассмотрим два вектора параметров модели:

$$\alpha_1=\begin{bmatrix} a_{11}^1 & a_{12}^1 & p_1^1 & a_{11}^2 & a_{12}^2 & p_1^2 & \ldots & a_{11}^9 & a_{12}^9 & p_1^9 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}};$$
$$\alpha_2=\begin{bmatrix} a_{21}^1 & a_{22}^1 & p_2^1 & a_{21}^2 & a_{22}^2 & p_2^2 & \ldots & a_{21}^9 & a_{22}^9 & p_2^9 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$

Пусть имеется матрица измерений состояния:

$$Y_1=\begin{bmatrix} x_1(2) \\ x_1(3) \\ \ldots \\ x_1(m) \end{bmatrix}; \qquad Y_2=\begin{bmatrix} x_2(2) \\ x_2(3) \\ \ldots \\ x_2(m) \end{bmatrix}.$$

Таким образом:

$$\begin{cases} Y_1=\theta\alpha_1, \\ Y_2=\theta\alpha_2 \end{cases},$$

$$\theta^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix} w_1(1)x_1(1) & w_1(2)x_1(2) & \ldots & w_1(m-1)x_1(m-1) \\ w_1(1)x_2(1) & w_1(2)x_2(2) & \ldots & w_1(m-1)x_2(m-1) \\ w_1(1) & w_1(2) & \ldots & w_1(m-1) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ w_9(1)x_1(1) & w_9(2)x_1(2) & \ldots & \ldots \\ w_9(1)x_2(1) & w_9(2)x_2(2) & \ldots & \ldots \\ w_9(1) & w_9(2) & \ldots & w_9(m-1) \end{bmatrix}.$$

Следовательно, расчетные формулы для определения параметров модели имеют вид:

$$\begin{cases} \alpha_1 = \left(\left(\theta^T \theta \right)^{-1} \theta^T \right) Y_1 \\ \alpha_2 = \left(\left(\theta^T \theta \right)^{-1} \theta^T \right) Y_2 \end{cases}. \tag{4}$$

4. Проблема структурной идентификации. Рассмотрим задачу идентификации системы, заданной множеством пар координат, соответствующих нелинейной системе:

$$\begin{cases} x_1(k) = 0.9 x_1(k-1) - 0.2 \sin(x_2(k-1)); \\ x_2(k) = 0.2 \cos(x_1(k-1)) + 0.9 x_2(k-1). \end{cases} \tag{5}$$

При начальных условиях $x_1(0) = 4$, $x_2(0) = 4$.

Для нечеткого разбиения фазовой плоскости каждая координата системы описывается с помощью множества термов, показанного на рисунке 4. Подобный подход использован, например, в [4].

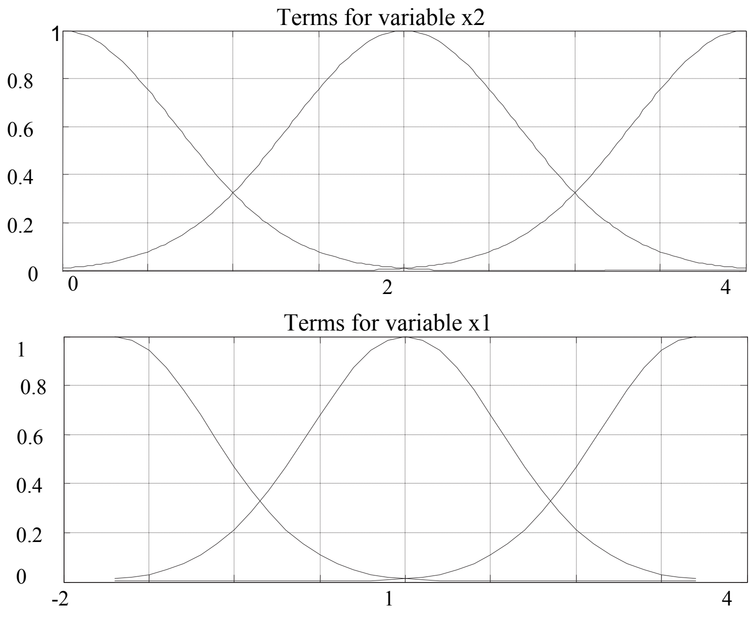

Рис. 4. Нечеткое описание координат с помощью гауссовых функций

Таким образом, нечеткая модель должна содержать 9 правил, каждое из которых использует неизвестную матрицу A и вектор-столбец P. В результате выполнения процедуры идентификации с помощью (4) были получены девять матриц A и вектор столбцов P.

Моделирование выполнялось по формуле (2) при заданных начальных условиях. Сравнение выхода полученной нечеткой модели и исходной системы показано на рисунке 5. Графики практически совпадают.

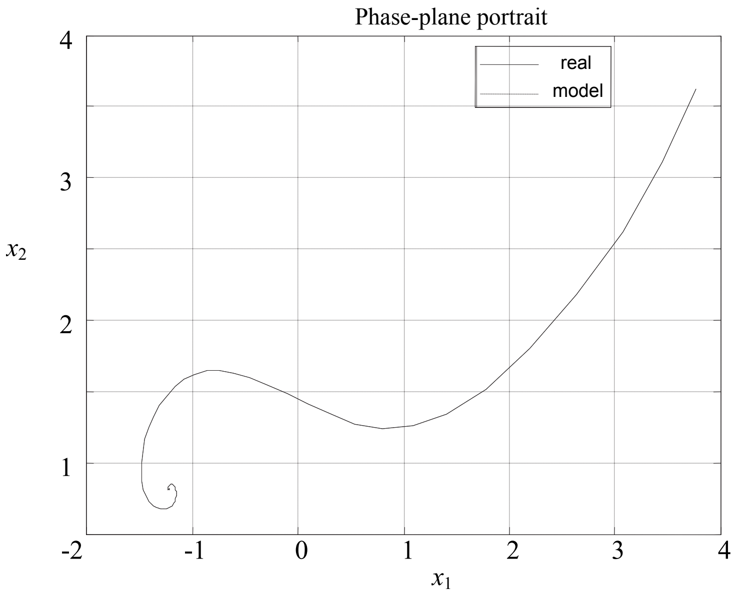

Рис. 5. Сравнение выхода системы и ее нечеткой модели

Однако, как показало моделирование, полученная модель оказывается совершенно неадекватной объекту при изменении начальных условий. Соответственно, на ее основании невозможно построить регулятор по схеме, показанной на рис. 3. Таким образом, использованный подход к структурной идентификации, основанный на регулярном разбиении пространства состояний на нечеткие подобласти (рис. 2), непригоден на практике.

Таким образом, если при эвристическом синтезе нечеткого закона управления важно построить регулярное описание входного пространства регулятора [5], то модельное нечеткое управление должно исходить из имеющихся данных эксперимента.

Важность проблемы структурной идентификации подчеркивается в [6], где предложены варианты решения этой проблемы. Существует также работы (например, [7]), в которых исследуются варианты использования кластеризации для структурной идентификации при различных постановках задач. Однако кластеризация позволяет обобщать известные вход-выходные зависимости, а в рассматриваемой постановке сигнал управления заранее неизвестен.

5. Алгоритм структурной идентификации. Предлагаемый алгоритм структурной идентификации основывается на сравнении процесса с линейной аппроксимирующей функцией, которая строится независимо по каждой из координат:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_1(k) &= ax_1(k-1) + bx_1(k-2); \\ \tilde{x}_2(k) &= cx_2(k-1) + dx_2(k-2), \end{aligned} \tag{6}$$

где коэффициенты a, b, c, d определяются с помощью МНК.

При сохранении адекватности линейной модели процессу будет выполняться условие:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_1(k) &\approx x_1(k); \\ \tilde{x}_2(k) &\approx x_2(k). \end{aligned}$$

Может быть введен порог ошибки ε, превышение которого означает конец линейного участка:

$$\left| x_i(k) - \tilde{x}_i(k) \right| < \varepsilon. \tag{7}$$

Таким образом, центры термов, описывающих локальную область фазового пространства при структурной идентификации, должны располагаться примерно в центре линейного участка траектории. Количество линейных участков (и термов) заранее неизвестно, оно увеличивается на единицу, как только условие (7) перестает выполняться для текущего линейного участка.

Первоначально рассматривается вся траектория от начальных условий до точки равновесия.

Рассмотрим процесс (5). Для уравнений (6) по МНК были получены следующие оценки: $a = 1.74$, $b = 0.78$, $c = 1.3$, $d = -0.4$.

Сравнение координат процесса и их линейных оценок показано на рисунках 6 и 7.

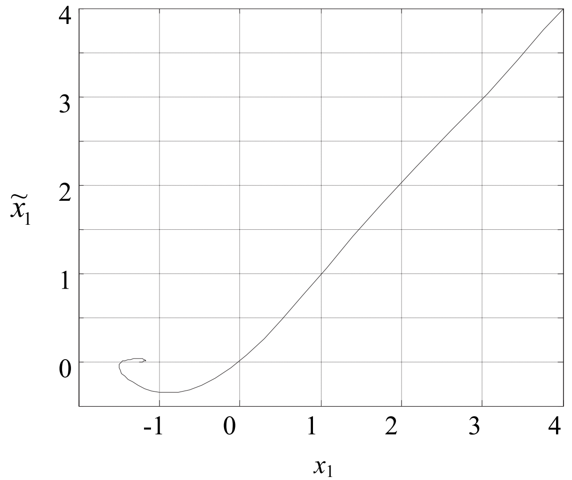

Рис. 6. Сравнение процесса и линейной модели по первой координате

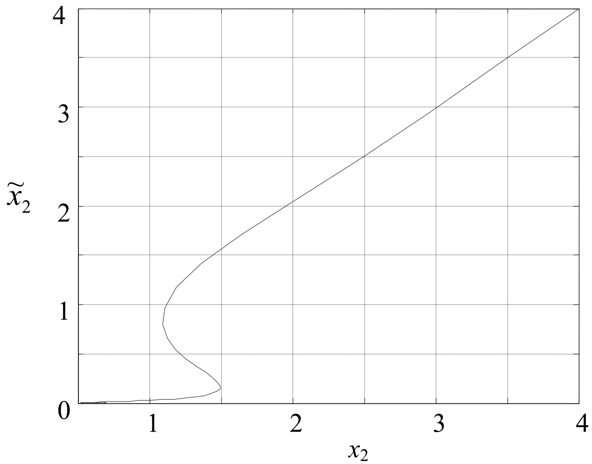

Рис. 7. Сравнение процесса и линейной модели по второй координате

Как показывают рисунки 6 и 7, по обеим координатам центрами 1-го линейного участка (т. е. 1-го терма) могут быть выбраны точки с координатой 2,5 (рисунки 8 и 9).

Затем, начиная с границы 1-го линейного участка, строится вторая линейная модель. На основании сравнения ее выхода с выходом процесса выбирается центры 2-го линейного участка (2-го терма) по x_1 – в точке 0, по x_2 – в точке 1,25.

Аналогично с границы 2-го линейного участка строится третья линейная модель. На основании сравнения ее выхода с выходом процесса выбирается центры 3-го линейного участка (2-го терма) по x_1 – в точке -1,25, по x_2 – в точке 0,5. Третий участок заканчивается в точке равновесия (рисунки 8 и 9).

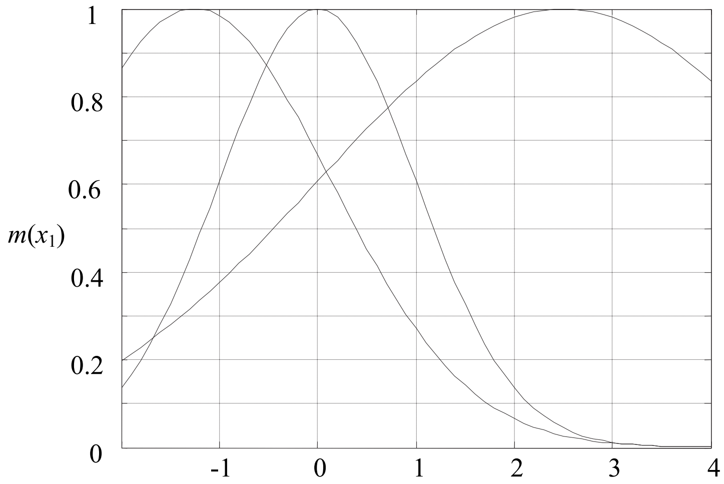

Рис. 8. Терм-множество для первой фазовой координаты

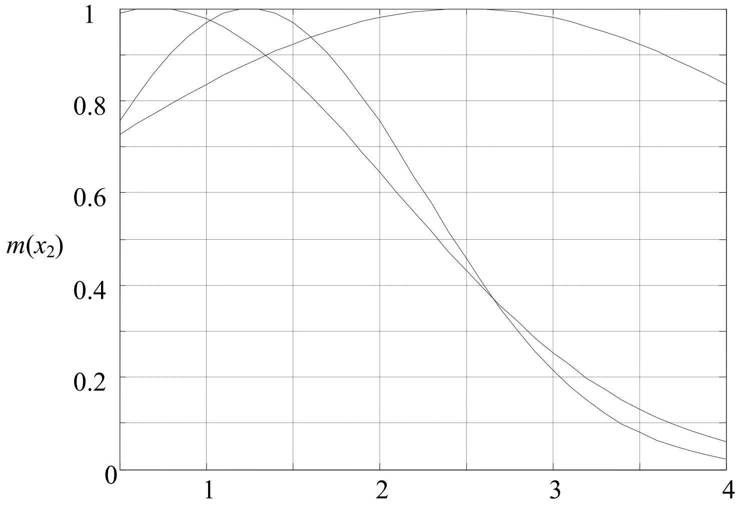

Рис. 9. Терм-множество для второй фазовой координаты

Таким образом, рассмотренный алгоритм структурной идентификации дал оценку N = 3, что соответствует количеству линейных участков траектории системы. Соответственно, нечеткая модель будет содержать всего три правила.

После определения центров термов возникает задача определения ширины гауссовых функций, соответствующих каждому терму. Для решения этой задачи можно использовать генетический алгоритм ([8] и другие) или другой метод глобальной оптимизации.

Были получены следующие оптимальные значения для локальных моделей:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.66 & 0.33 \\ -0.08 & 1.0 \end{bmatrix};\ A_2 = \begin{bmatrix} 0.9 & -0.11 \\ 0.04 & 1.0 \end{bmatrix};\ A_3 = \begin{bmatrix} 1.06 & -0.27 \\ 0.35 & 0.82 \end{bmatrix}.$$

Качество решения задачи иллюстрируют рисунки 10 и 11. Модель работоспособна для широкого диапазона начальных условий. Локальные регуляторы обеспечивают заданную динамику системы.

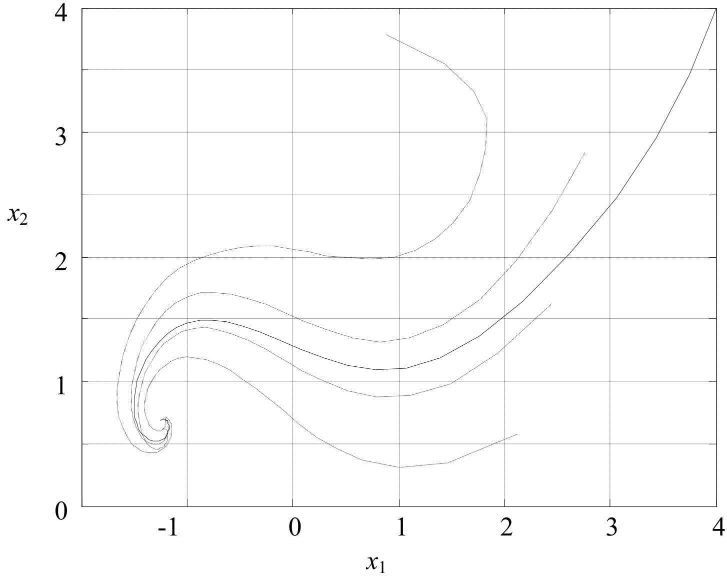

Рис. 10. Запуск нечеткой модели при различных начальных условиях

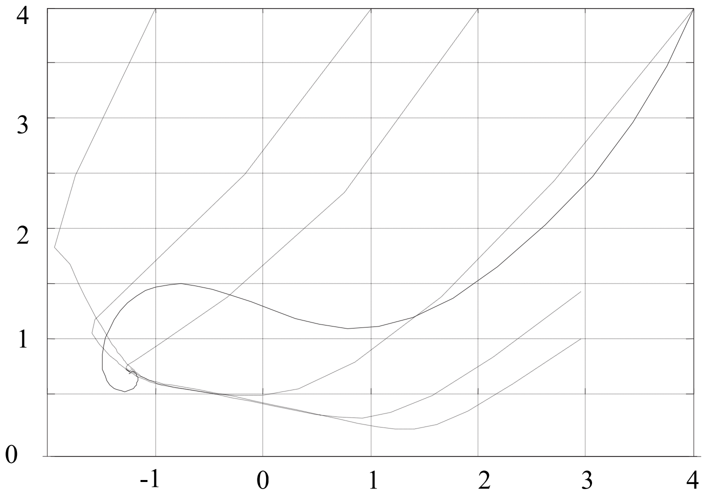

Рис. 11. Управление системой при различных начальных условиях

Заключение. Нечеткая идентификация на основании модели *Takagi-Sugeno* является универсальным инструментом при работе с нелинейными системами. Однако, как показало проведенное исследование, механизм разбиения пространства состояний на нечеткие области, соответствующий этапу структурной идентификации, может иметь большое значение для качества решения задачи идентификации и конструирования локальных регуляторов. Для обоснованного разбиения необходимо анализировать массив экспериментальных данных.

Предложенный алгоритм структурной идентификации предполагает два этапа работы: грубой настройка и точной настройка. Грубая настройка основана на последовательном применении процедуры расщепления пространства данных с помощью предлагаемого критерия проверки линейности процесса, рассматриваемого отдельно по каждой переменной. В результате определяется количество областей, для которых строятся локальные линейные модели. Каждой области соответствует свой терм, описываемый гауссовой функцией. При тонкой настройке может быть использован какой-либо метод нелинейной оптимизации, например – генетический алгоритм. В результате этого этапа определяется оптимальная ширина гауссовых функций.

Приведенный пример моделирования показал хорошее качество решения задачи идентификации нелинейной систем и управления ею на основе «нечеткой смеси» локальных линейных регуляторов. Таким образом, рассмотренный подход может быть полезен при разработке систем управления широким классом нелинейных динамических объектов.

Литература

1. *Takagi T., Sugeno M.* Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control // IEEE Trans. Systems Man Cybernet. 1985. Vol.15. № 116. pp. 116–132.
2. *Buckley J.J.* Sugeno-type controller are universal controllers // Fuzzy Sets and Systems. 1993. № 53. pp. 299–303.
3. *Ljung L.* System Identification: Theory for the User // 2nd ed. Prentice-Hall. Upper Saddle River, New Jersey, USA. 1999.
4. *Eksin I., Erol O.K.* A Fuzzy Identification Method for Nonlinear Systems // Turkey Journal of Electrical Engineering. 2000. vol. 8. № 2, pp. 125 -135.
5. *Бураков М. В.* Нечеткие регуляторы // СПб.: ГУАП. 2010 г. 237с.
6. *Sugeno M., Kang G.T.* Structure identification of fuzzy model // Fuzzy sets and systems. 1988. № 28, pp.15-33.
7. *Angelov P. P.* An Approach to Online Identification of Takagi-Sugeno Fuzzy Models // IEEE Transaction on systems, man, and cybernetics — part B: Cybernetics, 2004. vol. 34. № 1. pp. 484–498.
8. *Бураков М.В.* Генетический алгоритм: теория и практика // СПб.: ГУАП. 2008. 164с.

References

1. Takagi T., Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. IEEE Trans. Systems Man Cybernet. 1985. vol. 15, no. 116. pp. 116–132.
2. Buckley J.J. Sugeno-type controller are universal controllers. Fuzzy Sets and Systems. 1993. no. 53. pp. 299–303.
3. Ljung L. System Identification: Theory for the User. 2nd ed. Prentice-Hall. Upper Saddle River, New Jersey, USA. 1999.
4. Eksin I., Erol O.K. A Fuzzy Identification Method for Nonlinear Systems. Turkey Journal of Electrical Engineering. 2000. vol. 8, no. 2, pp. 125 -135.
5. Burakov M. V. *Nechetkie reguljatory* [Fuzzy controllers]. SPb.: GUAP. 2010. 237p. (In Russ.).
6. Sugeno M., Kang G.T. Structure identification of fuzzy model. Fuzzy sets and systems, 1988. no. 28, pp.15-33.
7. Angelov P. P. An Approach to Online Identification of Takagi-Sugeno Fuzzy Models. IEEE Transaction on systems, man, and cybernetics — part B: Cybernetics. 2004. vol. 34, no. 1, pp. 484–498.
8. Burakov M. V. *Geneticheskij algoritm: teorija i raktika* [Genetic algorithm: theory and practice]. SPb.: GUAP. 2008. 164p. (In Russ.).

Бураков Михаил Владимирович — к-т техн. наук, доцент, доцент кафедры управления в технических системах СПбГУАП. Область научных интересов: адаптивные и нечеткие системы, нейронные сети, генетические алгоритмы. Число научных публикаций — 120. bmv@sknt.ru, СПбГУАП, Б.Морская, д. 67, г. Санкт-Петербург, 190000, РФ; р.т. +7(812)4947031.

Burakov Mikhail Vladimirovich — Ph.D., associate professor, associate professor of chair of control system SUAI. Research interests: adaptive and fuzzy systems, neural net, genetic algorithm. The number of publications — 120. bmv@sknt.ru, SUAI, Bolshaya Morskaya, 67, St. Petersburg, 190000, Russia; office phone +7(812)4947031.

Брунов Максим Сергеевич — старший преподаватель кафедры управления в технических системах СПбГУАП. Область научных интересов: системы автоматического управления. Число научных публикаций — 20. mak-brunov@yandex.ru, СПбГУАП, Б.Морская, д. 67, г. Санкт-Петербург, 190000, РФ; р.т. +7(812)4947031.

Brunov Maksim Sergeevich — senior teacher of chair of control system SUAI. Research interests: automatic control systems. The number of publications — 20. mak-brunov@yandex.ru, SUAI, Bolshaya Morskaya, 67, St. Petersburg, 190000, Russia; office phone +7(812)4947031.

РЕФЕРАТ

Бураков М.В., Брунов М.С. **Структурная идентификация нечеткой модели.**

В реальной жизни функционирование почти всех физических динамических систем не может быть описано с помощью линейных дифференциальных уравнений, так как оно имеет нелинейный характер. Основная идея нечеткого моделирования и управления по методу Такаги-Сугено состоит в представлении нелинейной динамической системы в виде нескольких локально линеаризованных подсистем, таким образом, чтобы общее нелинейное поведение системы могло быть описано путем «нечеткой смеси» таких подсистем. Для каждой линеаризованной локальной модели должен быть синтезирован соответствующий линейный закон управления, гарантирующий требуемое размещение полюсов системы.

Основная проблема при использовании нечетких моделей Такаги-Сугено заключается в определении количества функций принадлежности, разделяющих входное пространство, или количества правил.

В данной работе рассматривается простой алгоритм для структурной идентификации нечетких моделей Такаги-Сугено.

Алгоритм делится на два этапа: грубой настройки и точной настройки. Грубая настройка основана на последовательном применении процедуры расщепления пространства данных с помощью предлагаемого критерия проверки. При тонкой настройке используется традиционный метод нелинейной оптимизации для выбора параметров функции принадлежности. Рассмотрено использование предложенного метода для конкретной задачи.

SUMMARY

Burakov M.V., Brunov M.S. **Structural identification of fuzzy model.**

Almost all of the physical dynamical systems in real life cannot be represented by linear differential equations and have a nonlinear nature. The main idea of the Takagi-Sugeno (TS) fuzzy modeling and control method is to partition the nonlinear system dynamics into several locally linearized subsystems, so that the overall nonlinear behavior of the system can be captured by fuzzy blending of such subsystems. For each linearized local model there must be a corresponding linear control law that guarantees desired pole placement of system.

The main problem in developing TS fuzzy models is to identify the number of membership functions partitioning each input variable or the number of rules. In this paper a simplest algorithm for structure identification of TS fuzzy models is proposed.

The algorithm is divided into two steps: coarse tuning and fine tuning. In coarse tuning, the model structure identification is based on sequential splitting procedure on data space through the proposed criterion for the verification. In fine tuning, a traditional nonlinear optimization method is used to adjust the parameter of membership function. The proposed methods are applied to an example.