

В.В. БУРАКОВ, В.Ф. ВОЛКОВ, С.А. ПОТРЯСАЕВ, В.И. САЛУХОВ,
Н.А. ШЕДЬКО
**ФОРМАЛИЗОВАННЫЕ ПОДХОДЫ К ИССЛЕДОВАНИЮ
ТОЧНОСТИ МОДЕЛЕЙ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

Бураков В.В., Волков В.Ф., Потрясаев С.А., Салухов В.И., Шедько Н.А. **Формализованные подходы к исследованию точности моделей экономических систем.**

Аннотация. В статье на примерах наиболее распространенных на микро- и макроуровнях экономико-математических моделей предложен подход к построению методики «оптимальной сложности», обеспечивающей минимальную величину суммарной ошибки при заданной продолжительности решения информационно-расчетных задач в рамках модельных исследований организационно-экономических систем. Кроме того, данный подход позволяет обосновать требования к точности входной информации. Показано, что для обеспечения рационального уровня точности моделирования орган управления (заказчик модели) должен учитывать складывающиеся в реальности соотношения точности исходной информации, структурной точности модели, функциональной точности модели и точности вычислительных алгоритмов.

Ключевые слова: точность исходной информации, оптимальная сложность модели, метод линеаризации, ошибки расчета, методические ошибки, результативность операции.

Burakov V.V., Volkov V.F., Potrysaev S.A., Salukhov V.I., Shedko N.A. **Formalized Approaches to the Study of the Accuracy of Economic Systems Models.**

Abstract. In the article, we propose an approach to the creation of a method of optimal complexity through examples of economic and mathematical models that are most common at micro - and macro-levels. This method minimizes the total error for given duration of solving information and calculation tasks in the model studies of organizational-economic systems. In addition, this approach allows us to substantiate the requirements for the accuracy of input information. It is shown that to ensure the sustainable level of simulation accuracy, the authority (a model customer) needs to consider real relations of the accuracy of initial information, the structural accuracy of the model, the functional model accuracy and the accuracy of numerical algorithms.

Keywords: initial information accuracy; optimal complexity; linearization method; computational error; procedural error; operation effectiveness.

1. Введение. Анализ литературы показывает, что известные постановки задач обоснования экономических управленческих решений базируются на допущении о наличии всех необходимых исходных данных. Однако, как на этапе проектирования, так и на этапах планирования и, тем более, в повседневной управленческой деятельности большая часть исходных данных, необходимых для вычисления соответствующих показателей и описания сложившейся рыночной ситуации, известна либо приближенно, с определенными ошибками, либо указывается в некотором диапазоне. Сами показатели (рейтинги, индексы) на практике также определяются с некоторыми ошибками, обусловленными погрешностями численных

алгоритмов и вычислений, и, кроме того, они во многом зависят от «неколичественной» информации, например, корректности формулировок вопросов при маркетинговых исследованиях.

Следовательно, возникают вопросы: во-первых, всегда ли целесообразно реализовывать «абсолютно точные» экономико-математические методы и модели, ведь наличие ошибок в исходных данных предопределяет ошибки и в расчете показателей эффективности, которые могут «свести на нет» выигрыш от оптимизации; во-вторых, как выявить априори, не решая в строгой постановке задачу оптимизации (по виду матриц с исходной информацией), ситуацию, в которой целесообразнее реализовать упрощенные оценочные алгоритмы, т. к. они не связаны со своеобразной платой за оптимальность решения – большими вычислительными затратами и расходами на сбор информации и дают ту же точность расчетов показателей выходного эффекта. Судя по известной литературе, ранее эти вопросы различными исследователями в области экономико-математического моделирования (ЭММ) не ставились. Вместе с тем необходимо отметить работу А.Е. Кобринского [2], являющуюся одной из первых в области точности ЭММ, монографию Р.М. Юсупова, Е.Н. Розенвассера [1], в которой рассмотрены методы оценивания чувствительности решений оптимизационных задач и исследования В.П. Заболотского [3], связанные с оцениванием точности прогнозов затрат в сфере ВПК.

Отдельным вопросам названной проблемы посвящено большое количество научных работ. В частности, в трудах Г.П. Фомина, Г.Б. Петухова, В.В. Глухова [5, 6, 8] рассматриваются особенности применения математического инструментария для исследования организационных и экономических систем. В публикациях А.С. Елисеева, М.Б. Гитмана, И.А. Максимцева, Б.И. Герасимова [12, 13, 16] анализируются вопросы обеспечения стабильности деятельности экономических систем, их целевых процессов и оценивания погрешностей расчетов контролируемых показателей. Известны также труды А.Д. Припадчева, А.Э. Александрова, Н.В. Якушева, И.А. Бородиновой, Л.А. Сараева, В.Н. Буре, В.В. Мазалова, М.М. Ерихова, Е.В. Карасевой, М.А. Татарникова [7, 9–11, 15], посвященные разработке подходов к повышению точности экономико-математических моделей применительно к крупным транспортным организациям. Однако изложенные в указанных и во многих других работах методы обеспечения требуемой точности моделей носят достаточно частный характер и применимы в

относительно узких предметных областях. Общие подходы к повышению точности модельных исследований организационно-экономических систем в настоящее время изучены недостаточно, отсутствуют универсальные методы и системы показателей, применимые для различных аспектов экономики и управления. Как следствие, актуальным является разработка соответствующего экономико-математического инструментария, применимого для оценивания и обеспечения необходимых точностных характеристик экономических моделей.

В общем случае можно указать три основные причины, вызывающие ошибки при моделировании экономических систем (ЭС):

- неточность входной информации;
- методические ошибки, связанные с упрощением модели и неучетом ею тех или иных факторов и характеризующиеся величиной σ_M ;
- ошибки расчетов (например, при методе статистических испытаний ввиду малости выборки, при численном интегрировании за счет величины шага, вообще за счет округлений и т.п.), характеризующиеся величиной σ_p .

Ошибка в определении некоторого интегрального экономического показателя K , обусловленная всеми независимыми ошибками этих трех групп, может оцениваться с помощью формулы:

$$\sigma_K = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial K}{\partial A_i}\right)^2 \sigma_{A_i}^2 + \sigma_M^2 + \sigma_p^2}, \quad (1)$$

где K — показатель, определяемый при расчетах параметров модели (например, вероятность какого-то события, математическое ожидание какой-либо величины и др.); A_i — входные данные, влияющие на величину показателя; σ_{A_i} — величины среднеквадратичных ошибок в их определении.

Изменение величин составляющих суммарной ошибки в тех случаях, когда они заметно меньше остальных, не приводит к существенному изменению итоговой ошибки. Поэтому, если модель является грубой (велики σ_M и σ_p) или часть информации, вводимой в

модель, определена с большими ошибками (часть членов $\frac{\partial K}{\partial A_k} \sigma_{A_i}$ велика), ошибки при неизвестной информации могут быть определены весьма приближенно. Во всех случаях необходимо проанализировать,

в какой степени неизвестная информация сказывается на общей ошибке в определении показателя. При применении метода имитационного моделирования всегда следует проанализировать возможность упрощения экономической модели. Это увеличивает методическую ошибку, но сокращает затраты времени на получение одной реализации и тем самым при том же времени моделирования позволяет увеличить число реализаций и, следовательно, уменьшить ошибку расчета. Таким образом, можно найти «оптимальную сложность» экономической модели, обеспечивающую минимальную величину суммарной ошибки при фиксированном времени модельных исследований. Во всех случаях построения моделей следует выбирать оптимальное сочетание сложности модели (определяющей методическую ошибку), метода расчетов (определяющего ошибку расчета) и точности входной информации.

2. Оценка точности результатов экономического моделирования методами теории массового обслуживания. При оценке качества моделей экономических систем, описанных с помощью теории массового обслуживания целесообразно использовать метод линеаризации функций случайных аргументов. Он дает особенно хорошие результаты, если отклонения значений исходных данных от их истинных значений сравнительно невелики и зависимость критерия от исходных параметров на исследуемом участке близка к линейной.

В общем виде зависимости, по которым производится определение критериев качества функционирования ЭС как системы массового обслуживания (СМО), могут быть записаны следующим образом:

$$K = f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n),$$

где K — определяемый показатель; x_i — исходный параметр.

Формулу для определения суммарной ошибки (дисперсии) исследуемого показателя K в зависимости от дисперсий исходных величин D_{x_i} можно записать так:

$$D_k = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)_m^2 D_{x_i} + 2 \sum_{i < j} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)_m \left(\frac{\partial f}{\partial x_j}\right)_m k_{ij}, \quad (2)$$

где D_{x_i} — дисперсия исходной величины x_i ; k_{ij} — корреляционная функция;

— $\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)$ величина первой производной от функции $f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$ по переменной x_i .

Очень часто величины x_i и x_j не коррелированы, и тогда формула (2) значительно упрощается:

$$D_k = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_m^2 D_{x_i}. \quad (3)$$

Рассмотрим подходы к определению ошибок, связанных с неточностью получения исходных данных, на примерах типовых СМО, традиционно используемых при построении моделей экономических систем (транспортных, строительных, торговых, телекоммуникационных).

Проанализируем простейшую систему массового обслуживания с отказами, состоящую из n однотипных устройств, в которую поступает пуассоновский поток заявок, а время обслуживания заявок устройствами распределено по показательному закону. Вероятность P_n состояния, при котором все устройства заняты, определяется по формуле:

$$P_n = \frac{a^n}{n!} = P_{омк}, \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{a^k}{k!}$$

где $a = \lambda \bar{t}_{обс}$; λ — плотность поступающих заявок; $\bar{t}_{обс}$ — среднее время, необходимое для обслуживания одной заявки.

Формула (4) справедлива для установившегося процесса. Вероятность того, что каждая заявка будет обслужена, равна:

$$P_{обс} = 1 - P_{омк}. \quad (5)$$

Основной исходной характеристикой, необходимой для расчетов, является $a = \lambda \bar{t}_{обс}$. Входящие в нее величины $\bar{t}_{обс}$ и λ на практике определяются с ошибками, причем и сами величины в течение исследуемого интервала времени могут принимать различные значения в пределах некоторой области. На величину параметров λ и $\bar{t}_{обс}$ влияет большое количество различных факторов, анализ работы отдельных систем массового обслуживания показывает, что часто эти

параметры подчиняются нормальному закону распределения. Рассмотрим, как влияют ошибки в определении λ и $\bar{t}_{обс}$ на точность получения значения вероятности $P_{отк}$. Если отклонения величин λ и $\bar{t}_{обс}$ сравнительно малы, то можно воспользоваться методом линеаризации функции случайных аргументов. Тогда:

$$D_{P_n} = \left(\frac{\partial P_n}{\partial \lambda}\right)^2 D_\lambda + \left(\frac{\partial P_n}{\partial \bar{t}_{обс}}\right)^2 D_{\bar{t}_{обс}}, \quad (6)$$

где D_λ , $D_{\bar{t}_{обс}}$ — дисперсии величин λ и $\bar{t}_{обс}$, $\left(\frac{\partial P_n}{\partial \lambda}\right)$, $\left(\frac{\partial P_n}{\partial \bar{t}_{обс}}\right)$ — частные производные от функции $P_n = f(\lambda, \bar{t}_{обс})$ по аргументам λ и $\bar{t}_{обс}$.

Функция $P_n = f(\lambda, \bar{t}_{обс})$ непрерывна и дифференцируема. Вначале целесообразно определить производную от этой функции по аргументу a :

$$\frac{\partial P_n}{\partial a} = \frac{n-a}{a} P_n + P_n^2. \quad (7)$$

Отсюда дисперсия D_{P_n} равна:

$$D_{P_n} = \left(\frac{n-a}{a} P_n + P_n^2\right)^2 \bar{t}_{обс}^2 \sigma_\lambda^2 + \left(\frac{n-a}{a} P_n + P_n^2\right)^2 \lambda^2 \sigma_{\bar{t}_{обс}}^2. \quad (8)$$

Обозначим $\frac{n-a}{a} P_n + P_n^2 = A$; с увеличением коэффициента A увеличивается и дисперсия D_{P_n} . Поэтому представляет интерес найти его экстремальное значение. Необходимое условие экстремума определяется выражением:

$$\frac{\partial A}{\partial a} = -\frac{n}{a^2} P_n + \frac{n-a}{a} \left(\frac{n-a}{a} P_n + P_n^2\right) + 2P_n \left(\frac{n-a}{a} P_n + P_n^2\right) = 0. \quad (9)$$

После преобразований получаем значения a^* , для которых функция $A=A(a)$ достигает экстремума:

$$a_{1,2}^* = \frac{-n(3P_n - 2) \pm \sqrt{n^2(3P_n - 2)^2 - 4(2P_n^2 - 3P_n + 1)n(n-1)}}{2(2P_n^2 - 3P_n + 1)}. \quad (10)$$

Как видно из последнего равенства, экстремум функции $A = A(a)$ определяется выражением, заданным в неявной форме. Можно показать, что величина относительной ошибки равна:

$$\frac{\Delta P_{\text{обсмакс}}}{P_{\text{обс}}} = 3 \left(\frac{n-a}{a} P_n + P_n^2 \right) \frac{Ra}{1-P_n}. \quad (11)$$

Если известны σ_λ и $\sigma_{\bar{r}_{\text{обс}}}$, то не представляет большого труда оценивать ошибки в определении показателя $P_{\text{обс}}$ по формуле (8). По аналогичной схеме могут быть выведены выражения для расчета D_{P_n} для других типов СМО экономической направленности (системы с ожиданием; системы с ограниченным временем ожидания и т.п.).

3. Точность оценивания эффективности сложных организационно-технических систем. В основу исследования «экономической эффективности» создаваемой организационно-технической системы (ОТС) обычно закладывается анализ соотношения «эффективность — стоимость» [8]. Однако чаще всего при этом происходит подмена понятий. В термин «эффективность» разные авторы вкладывают различный смысл. У одних — это «полезность», у других — «прибыль», у третьих «наносимый конкуренту или предотвращенный собственный ущерб». В работе [5] показано, что перечисленные показатели описывают одно и тоже свойство операций — результативность или способность давать целевой (полезный) эффект. Поэтому авторы, выбирающие перечисленные показатели эффективности, на самом деле анализируют проблему не «эффективность-стоимость», а проблему «эффект-стоимость». Для решения этой проблемы они же обычно используют отношения количественных мер упомянутых показателей целевых эффектов к стоимостям соответствующих проектов. Это решение не корректно по той причине, что даже найденный таким способом лучший вариант выполнения проекта не гарантируют достижения цели по экономическим показателям, так как в критерии отсутствует значение допустимых затрат.

В работе [5] предложен подход, согласно которому наиболее объективной характеристикой проекта является вероятность достижения цели $P_{\text{дл}}$. Этот показатель определяется соотношением фактических и требуемых значений таких частных показателей, как результативность,

ресурсоемкость, оперативность. Тогда проблема «эффект-стоимость» решается «автоматически», за счет построения зависимости $P_{\text{дц}}$ от компонентов векторов возможных $Y_{\langle 3 \rangle} = \langle \hat{g}, \hat{c}, \hat{t} \rangle$ и требуемых $Z_{\langle 3 \rangle} = \langle \hat{g}T, \hat{c}d, \hat{t}d \rangle$ характеристик проекта (расходы ресурсов всегда имеют стоимостной эквивалент \hat{c} и \hat{c}_d). Следовательно, проблема «эффективность-стоимость» в рамках создания или оценивания (ОТС) возникает при обосновании требуемого значения показателя эффективности ($P_{\text{дц}}^{\text{ТР}}$) и необходимого числа ее элементов $N_{\text{ТС}}$.

В свою очередь, проблема обоснования требуемого уровня эффективности функционирования экономической системы должна решаться в зависимости от типов проектов, в которых она участвует. Так, если проект имеет уникальный и бескомпромиссный характер, то в качестве требуемого уровня эффективности должен выступать максимально возможный уровень, обеспечивший принцип практической уверенности (оцениваемой, например, через вероятность практически достоверного события) и средства, выделяемые на подготовку такого проекта, должны соответствовать этому значению эффективности. В том случае, когда проекты носят «массовый характер», возможен компромисс между требуемой эффективностью отдельного из них и требуемой эффективностью экономической системы в целом, когда снижение требуемой эффективности отдельного проекта компенсируется большим количеством других выполняемых проектов. В этом случае обоснование требуемого уровня эффективности деятельности системы заключается в поиске такого его значения, увеличение которого уже не целесообразно с экономических позиций (выгоднее просто увеличить количество проектов и структурных подразделений ЭС, участвующих в их выполнении). Например, пусть стоимость обеспечения требуемой эффективности функционирования структурного элемента экономической системы определяется зависимостью:

$$C = EXP(A / (1 - P_{\text{дц}}^{\text{ТР}})) + B), \quad (12)$$

где A и B — статистические коэффициенты, $P_{\text{дц}}^{\text{ТР}}$ — требуемое значение показателя эффективности [3-5].

При повышении требований к уровню эффективности $P_{\text{дц}}^{\text{ТР}}$ на величину ΔP , с одной стороны, экономическая система понесет расходы в размере:

$$\Delta C_p = EXP\left(\frac{A}{1 - P_{ДЦ1}^{TP} - \Delta P} + B\right) - EXP\left(\frac{A}{1 - P_{ДЦ1}^{TP}} + B\right), \quad (13)$$

а, с другой стороны, она получит выгоду от возможности сократить количество участвующих в проекте таких элементов в объеме:

$$\Delta C_N = \bar{C}_1 \left[\frac{\ln(1 - P_{(ДЦ)}^{TP})}{\ln(1 - P_{(ДЦ1)}^{TP})} - \frac{\ln(1 - P_{(ДЦ)}^{TP})}{\ln(1 - P_{(ДЦ1)}^{TP} - \Delta P)} \right], \quad (14)$$

где \bar{C}_1 — средняя стоимость использования одного структурного элемента ЭС.

Тогда (рисунок 1), построив графики функций $\Delta C_p(\Delta P)$ и $\Delta C_N(\Delta P)$ и, найдя точку ΔP , в которой $\Delta C_p(\Delta P) = \Delta C_N(\Delta P)$, мы можем определить ΔP^{opt} , откуда $P_{ДЦ1}^{TP} = (P_{ДЦ1}^{TP})^0 + \Delta P^{opt}$.

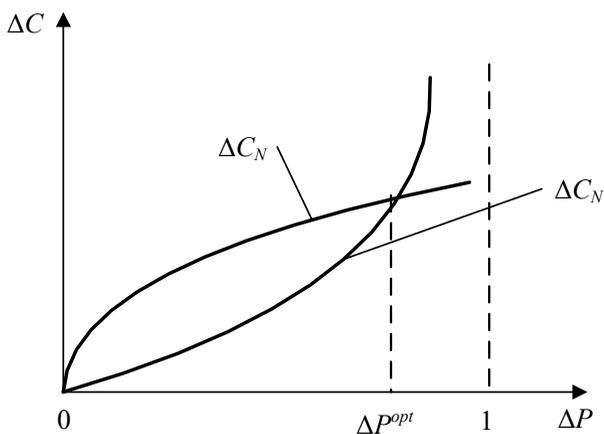


Рис. 1. Зависимости выигрыша (потерь) системы от величины ΔP

4. Точность исходной информации в иерархических моделях экономических систем. Как известно, по месту на иерархической лестнице модели экономических систем можно разделить на три класса[3-17]:

— модели, в которых рассматривается взаимодействие

структурных элементов разных видов, имеющих коренное различие в функционировании, например, производственные комплексы разных направлений деятельности или даже различные секторы экономики (первый класс моделей);

— модели, в которых рассматривается взаимодействие структурных элементов одного вида (т. е. не имеющих коренного различия в функционировании), но разных типов, например, производственные комплексы одного направления деятельности, но применяющие разные технологии (второй класс);

— модели, в которых рассматривается взаимодействие структурных элементов одного вида и одного типа (третий класс).

Особенности экономических моделей первого класса:

— невозможность полной замены одного вида структурных элементов другими и зачастую невозможность функционирования одного их вида без других, например, выполнение крупных национальных проектов, где взаимодействуют разные виды производственных комплексов, причем недостаток одних из них может быть только частично компенсирован другими при обязательном согласовании деятельности; вследствие этого существенной частью таких моделей является наличие большого числа логических связей;

— большой размер таких моделей не позволяет, как правило, рассматривать все единицы всех типов структурных элементов каждого вида, вследствие чего в рассмотрение вводится обобщенный элемент (или множество однотипных элементов) каждого вида, выбранное оптимальным образом; поэтому при исследовании таких моделей необходимо пользоваться информацией, получаемой из моделей классов, в которых должны быть выбраны оптимальные сочетания оптимальных элементов каждого типа;

— модели этого класса, как правило, предназначаются для решения распределительных задач; в них выбираются оптимальные сочетания структурных элементов разных видов, производится распределение задач, решаемых элементами разных видов.

Особенности экономических моделей второго класса:

— действие структурных элементов одного вида, но разных типов, которые выполняют не все задачи крупного проекта, а только часть их; поэтому для исследования моделей этого класса необходима информация об объеме задач, решаемых элементами данного вида, получаемая из моделей первого класса;

— при исследовании моделей этого класса предполагается, что структурные элементы каждого типа обладают оптимальными

характеристиками, поэтому для их решения необходима информация, получаемая из моделей третьего класса;

— в задачах исследования моделей этого класса, как правило, определяются основные характеристики структурных элементов рассматриваемого вида и оптимальное количество типов элементов данного вида, поэтому такие задачи иногда называют задачами выбора оптимальных шкал значений параметров; в этих задачах определяются и объемы работ проекта, выполняемых структурными элементами каждого типа.

Особенности экономических моделей третьего класса:

— деятельность структурных элементов одного типа и одного вида, которые выполняют часть задач экономической системы; вследствие этого для их исследования необходима информация об объеме задач, получаемая из моделей второго класса;

— в моделях этого класса определяются оптимальные параметры структурных элементов каждого типа при заданных основных характеристиках их (собственно, и определяющих тип); задачи исследования таких моделей, по существу, являются обобщенными задачами оптимального проектирования.

Из изложенного выше видна связь между моделями всех классов и необходимость одновременного исследования всей «лестницы» моделей, что практически осуществить весьма сложно. Ранее в работах [3-17] предлагался следующий подход для задач минимизации затрат при фиксированном критерии эффективности.

1. Принимается допущение о том, что функции затрат и критерия эффективности дважды непрерывно дифференцируемы по всем аргументам.

2. Предполагается, что относительное изменение показателя эффективности приближенно пропорционально соответствующим относительным изменениям затрат.

3. Оценивается относительное изменение общих затрат $\frac{\Delta C}{C}$,

вызванное неточностью:

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{D^{n+1}}{2^{n+1}}, \quad (15)$$

где D — характеристика точности (дисперсия) приближенного решения задачи оптимизации; n — модуль разности между номерами классов той задачи, в которой допущены неточности, и рассматриваемой. Так, например, если оптимальные значения

характеристик отдельных структурных элементов экономической системы определены в среднем с ошибкой в 45%, то в задаче этого класса относительное изменение общих затрат составит 10%, в задачах следующего класса относительное изменение общих затрат составит 0,5%, в задачах через один класс относительное изменение затрат составит 0,1%. Этот вывод позволяет расчленить решение полной задачи оптимизации на ряд отдельных. Рассмотрим этот же вопрос с других позиций. В тех случаях, когда функционирование рассматриваемой ОТС входит в более крупную систему целенаправленных действий (например, национальный проект), состоящих из множества альтернатив, образующих ветвящийся процесс достижения более глобальной цели, то каждая альтернативная ветвь такого процесса состоит из нескольких последовательных этапов и глобальный показатель эффективности (ПЭ) W в этом случае может быть представлен в следующем виде:

$$W = \sum_{\{m\}} P_{\text{ПР}m} \cdot P_{\text{ДЦ}m}, P_{\text{ДЦ}m} = P_{\text{ДЦ}m1} \cdot P_{\text{ДЦ}m2/1} \cdot \dots \cdot P_{\text{ДЦ}mi/j} \cdot \dots \cdot P_{\text{ДЦ}mn-1/n}, \quad (16)$$

где $P_{\text{ДЦ}m1}$ — вероятность достижения цели 1-го этапа m -й альтернативы целенаправленных действий; $P_{\text{ДЦ}mi/j}$ — условная вероятность достижения цели i -го этапа при условии достижения цели на j -м этапе m -й альтернативы целенаправленных действий; $P_{\text{ПР}m}$ — вероятность принятия решения о выборе m -й альтернативы целенаправленных действий; $\{m\}, \{n\}$ — множество альтернатив целенаправленных действий для достижения глобальной цели и множество этапов в каждой альтернативе, соответственно.

В более общей постановке математически модель показателя может быть обобщена в следующем виде:

$$P_{\text{ДЦ}} = F_p(A_{<s>}), \quad (17)$$

где $A_{<s>}$ — вектор параметров математической модели ПЭ; F_p — некоторая функция, описывающая зависимость ПЭ от вектора $A_{<s>}$.

Используя известное выражение из теории погрешностей, можно записать:

$$\Delta F_p(a_1, a_2, \dots, a_s) = \sum_{i=1}^s \Delta a_i \left| \frac{dF_p(a_1, a_2, \dots, a_s)}{da_i} \right|, \quad (18)$$

где a_i — значение i -го параметра, которое является исходными

данными для вычисления ПЭ целенаправленной деятельности; Δa_i — погрешность в задании значения i -го параметра.

В рассматриваемом случае функция F_P имеет вид (18). Если допустить, что требования к относительной погрешности исходных данных являются одинаковыми для всех альтернатив, этапов и параметров экономической модели, то эти требования могут быть определены последовательно по следующим зависимостям:

$$P_{ДЦ_m} = \frac{\Delta W}{m}, \Delta P_1 = \frac{\Delta P_{ДЦ_m}}{(n-1) \prod_{i=2}^n P_{ДЦ_{i|j}}}, \quad (19)$$

$$\Delta P_{ДЦ_{i|j}} = \frac{\Delta P_{ДЦ_m}}{(n-1) P_1 \prod_{\substack{k=2, l=2 \\ i \neq k, j \neq l}}^n P_{ДЦ_{k|l}}}, \Delta a_i = \frac{\Delta P_{ДЦ_m}}{\sum_{i=1}^S |F'_P(a_1, a_2, \dots, a_S)|}$$

Анализ выражений (18) и (19) показывает, что точность исходных данных, обеспечивающую необходимую точность вычисления ПЭ, нужно согласовывать с количеством этапов реализации альтернативной последовательности действий экономической системы, которые собираются учитывать исследователь. С другой стороны, выражения (18) и (19) позволяют обосновать количество этапов, которые можно включить в модель показателя эффективности деятельности ЭС, при заранее известной точности исходных данных. Покажем это на отдельных примерах.

Пусть необходимо предъявить требования к точности исходных данных для оценивания эффективности функционирования

экономической системы с точностью $\Delta P_{ДЦ} \approx 0.1$ для модели ПЭ, имеющей вид $P_{ДЦ} = P_1(a_1) \cdot P_2(a_2) \cdot P_3(a_3)$. Из выше изложенного следует, что:

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 = \Delta P_3 = 0.033, \\ \Delta a_1 = P_1^{-1}(0.033), \Delta a_2 = P_2^{-1}(0.033), \Delta a_3 = P_3^{-1}(0.033) (P_1^{-1}$$

— известные обратные функции).

Пусть необходимо решить, сколько последовательных этапов проекта можно учесть в модели ЭС, если известно, что точности параметров Δa_i , определяющих вероятность выполнения каждого из этапов, равны 0.02, а показатель эффективности требуется оценить с

точностью не ниже 0.1. Из вышеизложенного следует, что $P_1(0.02)P_2(0.02)\dots P_n(0.02)=0.1$.

Если предположить, что

$$P_1(0.02) = P_2(0.02) = \dots = P_n(0.02), \quad n = \frac{0.1}{P^{-1}(0.02)} \text{ например,}$$

если $P^{-1}(0.02) = 0.02$, то $n=5$, т.е. в модели ЭС целесообразно учесть 5 этапов.

5. Заключение. В статье на примерах наиболее распространенных на микро- и макро уровнях ЭММ обоснован подход к построению методики «оптимальной сложности», обеспечивающей минимальную величину суммарной ошибки при заданной продолжительности решения информационно-расчетных задач в рамках модельных исследований экономических систем. Кроме того, данный подход позволяет обосновать требования к точности входной информации.

Если методическая ошибка возникает вследствие невозможности описать влияние каких-либо факторов аналитическими зависимостями, то для контроля модели и определения или хотя бы оценивания методической ошибки неизбежно использование каких-либо других методов (например, оценивания при крайних допущениях). Вместе с тем следует отметить, что если определяющей ошибкой является погрешность из-за неточности определения входной информации, то стремиться к уменьшению остальных составляющих нет смысла.

Таким образом, для обеспечения рационального уровня точности моделирования ЛППР должен учитывать складывающееся в реальности соотношение точности исходной информации, структурной точности модели, функциональной точности модели и точности вычислительных алгоритмов.

Литература

1. Юсулов Р.М., Розенвассер Е.Н. Чувствительность систем управления // М.: Наука. 1981. 464 с.
2. Кобринский А.Е. Точность экономико-математических моделей // М.: Финансы и статистика. 1981. 255 с.
3. Заболотский В.П., Оводенко А.В. Математические модели в управлении // СПб: ГУАП. 2003. 196 с.
4. Фомин Г.П. Экономико-математические методы и модели в коммерческой деятельности // М.: Финансы и статистика. 2014. 464 с.
5. Петухов Г.Б., Якунин В.И. Методологические основы внешнего проектирования целенаправленных процессов и целеустремленных систем // М.: АСТ. 2006. 502 с.
6. Припадчев А.Д. Математическое моделирование структуры парка воздушных судов на основе симплекс-метода // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2010. №2(97). С. 117–120.

7. Глухов В.В., Медников М.Д., Коробко С.Б. Математические методы и модели для менеджмента // СПб: Лань. 2007. 528 с.
8. Александров А.Э., Якушев Н.В. Стохастическая постановка динамической транспортной задачи с задержками с учетом разброса времени доставки // Управление большими системами. 2006. №12–13. С. 5–14.
9. Бородинова И.А., Сараев Л.А. Стохастические транспортные задачи // Вестник Самарского ГУ. 2010. №7(81). С.1–20.
10. Буре В.Н., Мазалов В.В. Вычисление пассажиропотоков в транспортных системах // Управление большими системами. 2014. №47. С.77–91.
11. Елисеев А.С., Гитман М.Б. Оценка устойчивости производственного плана с учетом стохастичности ресурсных ограничений // Управление большими системами. 2013. №42. С.252–272.
12. Максимцева И.А. Основы наукоемкой экономики (Знания, Креативность, Инновации) // М.: Лань. 2011. 456 с.
13. Ерихов М.М., Карасева Е.В., Татарников М.А. Оптимизация маршрутных расписаний городского пассажирского транспорта // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2008. №3(56). С.121–124.
14. Герасимов Б.И. Модели погрешностей оценки качества: монография // Тамбов: ТГТУ. 2009. 180 с.
15. Максимова Т.Г., Шаныгин С.И. Учет устойчивости при моделировании организационных систем // Социально-экономические проблемы развития современного общества: сборник научных трудов. СПб.: СПбТЭИ 2005. С. 51–52.
16. Калинин В.В. Модель Альтмана на примере условной компании «Бизнес» // Консультант. 2006. №19. С.19–24.
17. Крюков А.Ф. Анализ методик прогнозирования критических ситуаций коммерческих организаций с использованием финансовых индикаторов // Менеджмент в России и за рубежом. 2001. №2. С. 25–34.

References

1. Yusupov R.M., Rozenvasser E.N. *Chuvstvitel'nost' sistem upravleniya* [Sensivity of management systems]. Moscow: Nauka. 1981. 464 p. (In Russ.).
2. Kobrinsky A.E. *Tochnost' jekonomiko-matematicheskikh modelej* [Accuracy of economical and mathematical models]. Moscow: Finansi i statistika. 1981. 255 p. (In Russ.).
3. Zabolotsky V.P., Ovodenko A.V. *Matematicheskie modeli v upravlenii* [Mathematical models in management]. St.Petersburg: GUAP. 2003. 196 p. (In Russ.).
4. Fomin G.P. *Jekonomiko-matematicheskie metody i modeli v kommercheskoj dejatel'nosti* [Economic and mathematical methods and models in commercial activity]. Moscow: Finansi i Statistika. 2014. 464 p. (In Russ.).
5. Petuhov G.B., Jakunin V.I. *Metodologicheskie osnovy vneshnego proektirovaniya celenapravlennyh processov i celeustremlynyh sistem* [Metodological basics of purposeful processes and systems external projecting]. Moscow. AST Publ. 2006. 502 p. (In Russ.).
6. Pripadchev A.D. [Mathematical modeling of aircraft park based on simplex-method]. *Nauchno-technicheskie vedomosti SPbGPU – St. Petersburg State Polytechnical University Journal*. 2010. vol. 2(97). pp. 117–120. (In Russ.).
7. Gluhov V.V., Mednikov M.D., Korobko S.B. *Matematicheskie metody i modeli dlja menedzhmenta* [Mathematical methods and models for management]. St.Petersburg: Lan'. 2007. 528 p. (In Russ.).
8. Aleksandrov A.E., Yakushev N.V. [Stochastic estimation of dynamic transport task with delays taking into account the spread of delivery time]. *Upravlenie bolshimi*

- systemami – Large-scale Systems Control*. Moscow. IPURAN. 2006. vol. 12–13. pp. 5–14. (In Russ.).
9. Borodinova I.A., Saraev L.A. [Stochastic transport tasks]. *Vestnik Samarskogo GU – Vestnik of Samara State University*. 2010. vol. 7(81). pp. 1–20. (In Russ.).
 10. Bure V.N., Mazalov V.V. [Calculation of passenger traffic in transport systems]. *Upravlenie bolshimi systemami – Large-scale Systems Control*. Moscow. IPU RAN. 2014. vol. 47. pp. 77–91. (In Russ.).
 11. Eliseev A.S., Gitman M.B. [Evaluation of the production plan sustainability taking into account stochastics of resource constraints] *Upravlenie bolshimi systemami – Large-scale Systems Control*. Moscow. IPU RAN. 2013. vol. 42. pp. 252–272. (In Russ.).
 12. Maksimtsev I.A. *Osnovy naukoemkoj jekonomiki (Znaniya, Kreativnost', Innovacii)* [Basics of knowledge-based economy (Knowledge, Creativity, Innovation)]. Moscow: Lan'. 2011. 456 p. (In Russ.).
 13. Erihov M.M., Karaseva E.V., Tatarnikov M.A. [Route optimization schedules of urban transport] *Nauchno-technicheskie vedomosti SPbGPU – St. Petersburg State Polytechnical University Journal*. 2008. vol. 3(56). pp. 121–124. (In Russ.).
 14. Gerasimov B.I. *Modeli pogreshnostej ocenki kachestva: monografija* [Error model quality evaluation: monography]. Tambov: TTGU. 2009. 180 p. (In Russ.).
 15. Maksimova T.G., Shanigin S.I. [Keeping stability in the modeling of organizational systems] *Socialno-ekonomicheskie problem sovremennogo obschestva. Sb. nauch. tr. – Social and economic problems of modern society: collected papers*. St. Petersburg: SPbTEI. 2005. pp.51–52. (In Russ.).
 16. Kalinin V.V [Altman model example of conditional company “Biznes”] *Konsultant – Consultant*. 2006. vol. 19. pp. 19–24. (In Russ.).
 17. Krukov A.F. [Analysis of critical situations forecasting methods in commercial organizations with using of financial indicators] *Management v Rossii i za rubezom – Management in Russia and Abroad*. 2001. vol. 2. pp. 25–34. (In Russ.).

Бураков Вадим Витальевич — д-р техн. наук, доцент, ведущий научный сотрудник лаборатории информационных технологий в системном анализе и моделировании, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН). Область научных интересов: методология методики оценивания качества программного обеспечения, рефакторинг программного обеспечения. Число научных публикаций — 160. Burakov@eureca.ru, <http://www.litsam.ru>; 14-я линия В.О., д. 39, Санкт-Петербург, 199178; р.т.: +7(812)328-0103, Факс: +7(812) 328-4450.

Burakov Vadim Vital'evich — Ph.D., Dr. Sci., associate professor, leading researcher of information technologies in system analysis and modeling laboratory, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences (SPIIRAS). Research interests: technology of quality management software tools, software engineering, evaluation, and quality improvement programs. The number of publications — 160. Burakov@eureca.ru, <http://www.litsam.ru>; 39, 14-th Line V.O., St. Petersburg, 199178, Russia; office phone: +7(812)328-0103, Fax: +7(812) 328-4450.

Волков Валерий Федорович — д-р воен. наук, профессор, профессор кафедры системного анализа и управления, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского. Область научных интересов: теория эффективности, исследование операций, системный анализ. Число научных публикаций — 250. valfedvolkov@gmail.com; ул. Ждановская 13, Санкт-Петербург, 197198; р.т.: +7 951 652 32 63.

Volkov Valery Fedorovich — Ph.D., Dr. Sci., professor, professor of systems analysis and control department, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: theory of effectiveness, operations research, system analysis. The number of publications — 250. vafedvolkov@gmail.com; 13, Zhdanovskaya street, St.-Petersburg, 197198, Russia; office phone: +7 951 652 32 63.

Потрясаев Семен Алексеевич — к-т техн. наук, старший научный сотрудник лаборатории информационных технологий в системном анализе и моделировании, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН). Область научных интересов: разработка научных основ теории управления структурной динамикой сложных организационно-технических систем. Число научных публикаций — 40. spotryasaev@gmail.com; 14-я линия В.О., 39, Санкт-Петербург, 199178; р.т.: (812)328-0103, Факс: (812)328-4450.

Potryasaev Semen Alekseevich — Ph.D., senior researcher of laboratory for information technologies in systems analysis and modeling, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences (SPIIRAS). Research interests: analyses of systems, reliability theory, mathematical models and methods of decision-making support in complex technical-organizational systems with the use of aerospace data. The number of publications — 40. spotryasaev@gmail.com; 39, 14-th Line V.O., St. Petersburg, 199178, Russia; office phone: (812)328-0103, Fax: (812)328-4450.

Салухов Владимир Иванович — к-т техн. наук, доцент, руководитель исследовательской группы информационных технологий в образовании, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН). Область научных интересов: информационные технологии в образовании, управление жизненным циклом инфотелекоммуникационных систем, анализ и разработка систем поддержки принятия решений на базе современных информационных технологий. Число научных публикаций — 50. vsaluhov@bk.ru; 14-я линия В.О., 39, Санкт-Петербург, 199178; р.т.: +7(812)3280382.

Salukhov Vladimir Ivanovich — Ph.D., associate professor, head of research group of information technologies in education, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences (SPIIRAS). Research interests: research and information technologies in education, lifecycle management infocommunication systems, analysis and development of support systems and decision making on the basis of modern information technologies. The number of publications — 50. vsaluhov@bk.ru; 39, 14-th Line V.O., St. Petersburg, 199178, Russia; office phone: +7(812)3280382.

Шедько Наталья Адамовна — ассистент кафедры информатики и информационной безопасности, Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I (ПГУПС). Область научных интересов: управление проектами, исследование операций, системный анализ. Число научных публикаций — 3. shedkonatalia@yandex.ru; Московский пр. 9, Санкт-Петербург, 190031; р.т.: 89214026331.

Shedko Natalia Adamovna — assistant professor of computer science and information security department, Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University. Research interests: project management, operations research, system analysis. The number of

publications — 3. shedkonatalia@yandex.ru; 9, Moskovsky pr., Saint Petersburg, 190031, Russia; office phone: 89214026331.

Поддержка исследований. Работа выполнена при финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации: СПбГПУ (мероприятие 6.1.1), ИТМО (субсидия 074–U01), гранта РФФ № 16-19-00199, грантов РФФИ (№ 16-57-00172-Бел а, 16-07-00779, 16-08-01068, 16-07-01277, 15-07-08391, 15-08-08459, 16-08-00510, 16-07-00925) Программы фундаментальных научных исследований ОНИТ РАН (проект № 2.11)

Acknowledgements. This research is supported by the leading universities of the Russian Federation: STU (activity 6.1.1), the ITMO University (grant 074–U01), grant RSF № 16-19-00199, RFBR grants (No. 16-57-00172-Bela, 16-07-00779, 16-08-01068, 16-07-01277, 15-07-08391, 15-08-08459, 16-08-00510, 16-07-00925), Program of fundamental scientific research ONIT Russian Academies of Sciences (grant 2.11)

РЕФЕРАТ

Бураков В.В., Волков В.Ф., Потрясаев С.А., Салухов В.И., Шедько Н.А.
Формализованные подходы к исследованию точности моделей экономических систем.

Известные постановки задач обоснования экономических управленческих решений базируются на допущении о наличии всех необходимых исходных данных. Однако, как на этапе проектирования, так и на этапах планирования и тем более в «реальном масштабе времени» большая часть исходных данных, необходимых для вычисления показателей рыночной деятельности, будет либо известна приближенно, с определенными ошибками, либо указываться в некотором диапазоне. Сами показатели (рейтинги, индексы) на практике также определяются с некоторыми ошибками, обусловленными погрешностями численных алгоритмов или сбоями ЭВМ, и, кроме того, они во многом зависят от «неколичественной» информации, например, от корректности вопросов, задаваемых при маркетинговых исследованиях. В статье на примерах наиболее распространенных на микро- и макроуровнях экономико-математических моделей предложен подход к построению методики «оптимальной сложности», обеспечивающей минимальную величину суммарной ошибки при заданной продолжительности решения информационно-расчетных задач по оцениванию организационно-экономических систем (ОЭС). Кроме того, данный подход позволяет обосновать требования к точности входной информации.

Показано, что если проект ОЭС имеет уникальный и бескомпромиссный характер, то в качестве требуемого уровня эффективности должен выступать максимально возможный уровень, основанный на принципе практической уверенности (оцениваемой, например, через вероятность практически достоверного события), а степень точности модели должна быть максимальной. В том случае, когда проекты носят «массовый характер», возможен компромисс, и для обеспечения рационального уровня точности моделирования орган управления (заказчик модели) должен учитывать складывающиеся в реальности соотношения точности исходной информации, структурной точности модели, функциональной точности модели и точности вычислительных алгоритмов.

SUMMARY

Burakov V.V., Volkov V.F., Potryasaev S.A., Salukhov V.I., Shedko N.A.

Formalized Approaches to the Study of the Accuracy of Economic Systems Models.

Known formulations of the economic management decision problems are based on the assumption that there are all required initial data. However, during the stages of projecting, planning, and especially “in real time”, a larger half of initial data needed for calculating market activity indicators will be either known approximately (with certain mistakes) or specified roughly in a certain range. Indicators themselves (rat-ings, indices) are determined in practice with certain mistakes caused by errors of numerical algorithms or computer failures. Moreover, they largely depend on non-numerical information, e.g. on the correctness of questions asked at marketing re-search. In the article, we propose an approach to the creation of the optimal complexity method through examples of economic and mathematical models that are most common at micro - and macro-levels. This method minimizes the total error for given duration of solving information-computing tasks within the evaluation of or-ganizational and economic systems (OES). In addition, this approach allows us to substantiate requirements to the accuracy of input information.

It is shown that if the OES project is unique and uncompromising, then as the required efficiency level there must be the highest possible level. It must be based on the principle of practical certainty (estimated by the probability of a practically certain event). The degree of the model accuracy should be maximized. In case where projects are “massive”, a compromise is possible. To provide a sustainable level of the simulation accuracy, the authority (a model customer) must take into account real relations of the accuracy of initial information, the structural model accuracy, the functional model accuracy and the accuracy of numerical algorithms.