

С.Н. ВАСИЛЬЕВ, М.А. ЛОКТЕВ, А.В. ТОЛОК, Н.Б. ТОЛОК, С.А. УЛЬЯНОВ К ПЛАНИРОВАНИЮ МАРШРУТОВ В 3D-СРЕДЕ С МНОГОВАРИАНТНОЙ МОДЕЛЬЮ

Васильев С.Н., Локтев М.А., Толоч А.В., Толоч Н.Б., Ульянов С.А. **К планированию маршрутов в 3D-среде с многовариантной моделью.**

Аннотация. В данной статье излагаются результаты исследований по планированию маршрутов автономных подвижных объектов на априорно сформированной многовариантной модели маршрута (МММ) как множестве альтернативных путей из начальной точки в целевую. Построение МММ основывается на компьютерном методе функционально-воксельного моделирования, сочетающем аналитическую форму описания 3D-сцены с воксельным представлением ее локальных геометрических характеристик. Синтез управления движением и стабилизация траектории движения обеспечиваются представлением объекта управления в форме многорежимной модели и применением к ней метода редукции.

Ключевые слова: Многовариантная модель маршрута, R-функциональное моделирование, функционально-воксельное моделирование, метод редукции.

Vassilyev S.N., Loktev M.A., Tolok A.V., Tolok N.B., Ulyanov S.A. **Route Planning in 3d Environment with Multivariant Model.**

Abstract. We present results of the research on the planning of routes of unmanned vehicles (autonomous moving objects). The routing is based on the multivariant route model (MRM) formed a priori as a set of alternative paths from an initial point to the target. The MRM construction is done using the computer method of functional voxel modeling, combining the analytical form of describing a 3D-environment with the voxel representation of its local geometrical characteristics. Synthesis of the motion control and stabilization of the path trajectory are done by representing the control object as a multimode model and applying the reduction method to it.

Keywords: Multivariate route model, R-function modeling, functional voxel modeling, reduction method.

1. Введение. Планирование автономным подвижным объектом (АПО) своего маршрута движения относится к задачам интеллектуального управления, т.е. управления с заданной целью и автоматическим отысканием способа ее достижения методами искусственного интеллекта [1]. Существует целый ряд приложений, где маршрутизация в реальном масштабе времени базируется на динамическом мониторинге ситуации (траектория движения роботов [2], автономное функционирование беспилотных летательных аппаратов [3], трассировка движения рою [4] и т.п.). Решение таких задач может осуществляться разными методами: например, с применением генетических алгоритмов, нейросетей или логических выводов. При формировании возможных вариантов маршрутов могут использоваться символичные описания событий, но, как правило, не обходится без работы с геометрическими объектами. Даже в известной 3D-среде на маршруте движения робота могут возникнуть препятствия, но планирование их об-

хода существенно упрощается благодаря априорному построению множества альтернативных путей из начальной точки в целевую и последующего выбора участков этих путей для прокладки маршрута с динамически возникающими помехами.

Среди многообразия существующих алгоритмов, базирующихся на аналитическом описании с геометрической постановкой можно выделить применение метода потенциальных функций [5-7], основанного на расчете влияния потенциальных сил двух типов: силы притяжения к цели и силы отталкивания от границ препятствия [8]. В результате формируется рельеф функции, по которому допустимый путь определяется движением по градиенту. К достоинству такого алгоритма можно отнести достаточную гладкость получаемой кривой движения. Однако результат работы алгоритма во многом зависит от способа задания функции, определяемой потенциалами. Некорректный выбор функции приводит к остановке алгоритма при попадании градиентного спуска в неучтенную локальную потенциальную яму [9].

Использование метода функционально-воксельного моделирования (ФВМ) [10, 11] позволяет предложить новый подход к геометрическому решению задачи определения вариантов маршрутов с заданными препятствиями.

Термин «voxel» («воксель») был изначально введен в развитие понятия «pixel» как объемная единица экрана перспективных трехмерных дисплеев. Впоследствии этот термин стал применяться для обозначения внутреннего формата поточечного компьютерного графического представления объектов. Несмотря на довольно долгую историю существования самого термина, применение вокселей в разработке систем компьютерного проектирования и управления сегодня только набирает обороты. В частности, интересна применимость ФВМ в задачах оптимизации [12, 13].

Основой ФВМ является принцип организации данных, сочетающий аналитическую форму описания модели 3D-сцены с воксельным представлением ее локальных геометрических характеристик. Принцип аналитического описания 3D-сцены базируется на построении замкнутых плоских контуров-препятствий, приведенных к общей поверхности так называемого повышенного пространства, т.е. пространства с увеличенной на единицу размерностью [14]. Такой подход позволяет получать для исследования дифференциальные и интегральные характеристики в точках функциональной области, что представляет интерес при решении различных задач математического моделирования, сводимых к геометрической постановке [15, 16]. В качестве способа аналитического описания среды используется математический

аппарат R-функций [17]. Объединяющим контуром, определяющим конечные точки маршрута, является эллипс, сформированный на основе фокусных точек. Результат функционально-воксельного моделирования 3D-сцены является дифференциальной основой для исследования формы полученной поверхности повышенного пространства [18].

В рассматриваемых здесь задачах с перепрокладкой маршрута модель АПО становится многорежимной в силу необходимости изменения программной траектории в моменты обнаружения препятствий. Адекватным описанием многорежимных систем управления являются системы с переменной структурой управления [19, 20], а в случае переменной структуры самого объекта управления — системы с переключениями или гибридные системы, активно изучаемые в последнее время [21]. Синтез управления АПО сводится к использованию сублинейных аналогов функции Ляпунова [22, 23].

2. Аналитическое описание 3D-сцены для получения вариантов трасс. Рассмотрим основные принципы построения 3D-среды на основе аналитического описания контуров-препятствий и объединяющего эллиптического контура с применением логических операций R-функций. Выберем формулу описания эллипса как основу построения трассы. Каноническое уравнение эллипса со смещенным центром в точке $O(x_0, y_0)$ (рисунок 1):

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1, \quad (1)$$

где a и b — большая и малая полуоси эллипса. Первым недостатком такого задания является необходимость организации поворота в случае негоризонтального положения конечных точек пути, что приводит к рассмотрению уже общего канонического вида кривой второго порядка (рисунок 2).

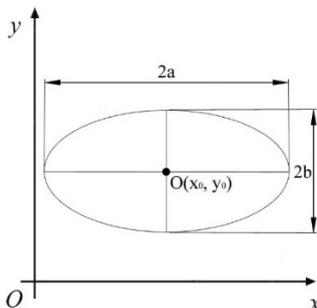


Рис. 1. Представление канонического уравнения эллипса

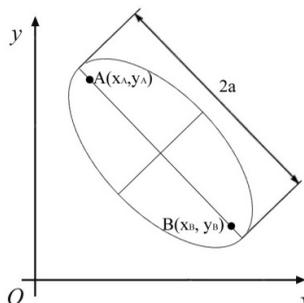


Рис. 2. Представление уравнения эллипса по заданным фокусам

Принцип описания функции в повышенном пространстве (ФПП), который совпадает с описанием предикатов в теории R-функций [17], позволяет получить 3D-поверхность для функции эллипса, где нулевой уровень высотных значений w распределен по кривой эллипса (рисунок 3):

$$w = 1 - \frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2}, \quad (2)$$

здесь w — трехмерная поверхность, пересекающая нулевую отметку на границе заданного эллипса.

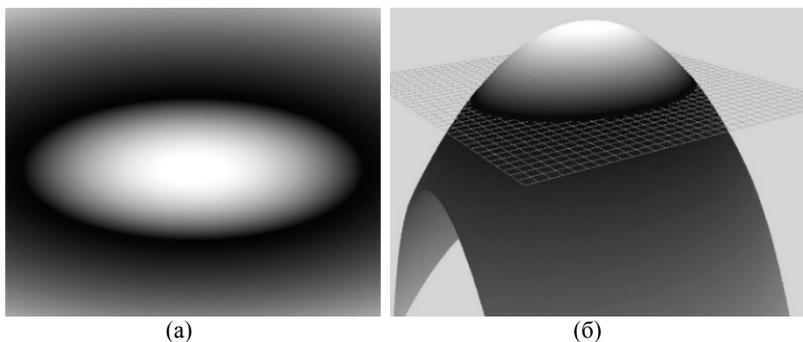


Рис. 3. Графические модели поверхности ФПП для канонического уравнения конуса: (а) 2D; (б) 3D

Как видно из рисунка 3, полученная поверхность ФПП по форме не отвечает поставленным условиям выделения фокусных точек, а сходится к единственной точке в середине эллипса.

Для функционального представления ФПП с учетом рельефного выделения конечных точек и исходного маршрута более подходящим является уравнение эллипса, выраженное через точки фокуса $A(x_A, y_A)$ и $B(x_B, y_B)$:

$$\sqrt{(x-x_A)^2 + (y-y_A)^2} + \sqrt{(x-x_B)^2 + (y-y_B)^2} = 2a,$$

тогда ФПП примет вид (рисунок 4):

$$w_i = \sqrt{(x-x_A)^2 + (y-y_A)^2} + \sqrt{(x-x_B)^2 + (y-y_B)^2} - 2a, \quad (3)$$

где a — большая полуось эллипса.

Представление эллипса (3) имеет ряд преимуществ по сравнению с представлением (2) для описания 3D-сцены. Во-первых, способ

задания эллипса двумя точками фокусов (рисунок 2) привязан к заданию крайних точек пути $A(x_A, y_A)$ и $B(x_B, y_B)$, что позволяет сразу однозначно задавать пространственное положение эллипса относительно этих точек. При этом величина (a) устанавливается в зависимости от определенного, заранее заданного охвата препятствий 3D-сцены.

Поскольку в основу способа построения маршрутов положено изучение рельефных проявлений на построенной поверхности ФПП, то вторым преимуществом является форма поверхности ФПП для представления (3), которая имеет рельеф, отвечающий поставленным требованиям. На рисунке 4 наблюдается ярко выраженный хребет, проходящий между *точками-фокусами* $A(x_A, y_A)$ и $B(x_B, y_B)$ и задающий беспрепятственный маршрут.

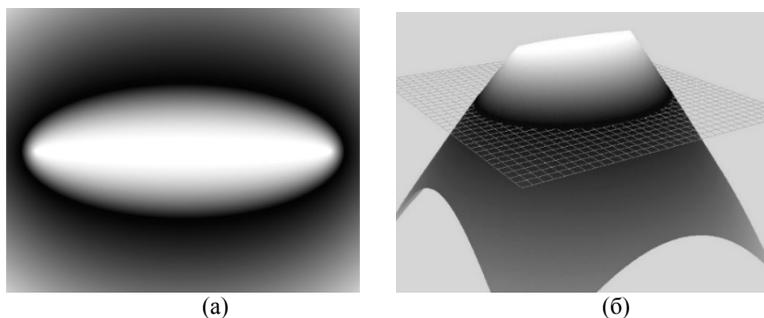


Рис. 4. Воксельная модель фокусного уравнения конуса: (а) 2,5D; (б) 3D

Построим функционально-воксельную модель 3D-сцены. Для вычисления локальных геометрических характеристик рельефа линейно аппроксимируем поверхность функции w_1 , где каждой точке пространства сцены соответствует уравнение плоскости $Ax + By + C_i w + D_i = 0$. Повысив размерность нормали к площадке на одно измерение, получим уравнение $A_x x + B_y y + C_i w + D_i t = 0$. В результате имеем четыре локальных геометрических характеристик, т.е. компоненты нормали (A_x, B_y, C_i, D_i) для каждой из точек функциональной области w_1 .

Воксельное представление ФВМ-модели предполагает монохромное отображение для каждой локальной характеристики, которую можно представить нормированием и приведением в соответствие значению градации цветовой палитры P . Например, целочисленные значения палитры цвета в точках функциональной области, соответствующие значениям компоненты нормали по оси Ox , определяются формулой:

$$C_x = \left(\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2 + D^2}} + 1 \right) \cdot P / 2, \quad (4)$$

где P – градация интенсивности тона палитры.

На рисунке 5 приводится раскладка 3D-сцены на образы C_x , C_y , C_w , C_t . Как видно, образы компонентов нормали не позволяют однозначно представить хребет, а лишь зрительно выделяют его конечные *точки-фокусы* эллипса в качестве экстремальных точек поверхности функции. Но совокупность таких образов способна порождать дополнительные образы, которые уже позволяют автоматизировать рельефную оценку поверхности. Рассмотрим возможность порождения образа C_x как результат двухкомпонентного нормирования вектора нормали в плоскости xOy :

$$C_x = \left(\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} + 1 \right) \cdot P / 2. \quad (5)$$

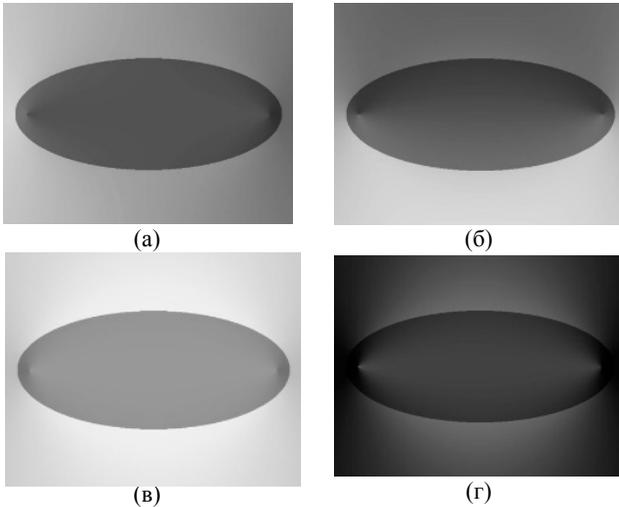


Рис. 5. Воксельные образы компонентов: (а) C_x , (б) C_y , (в) C_w , (г) C_t

Полученный образ (рисунок б) наглядно отображает излом рельефа поверхности функции, представленный в виде цветового контраста на уровне точек хребта между точками фокусов, т.е. по ходу применения алгоритма компьютерной обработки изображения вырабатывается признак особых точек, проявляющих хребет или ложину на рельефе поверхности. Именно способ формирования хребтов и ложин,

обходящих возникающие препятствия, положен в основу описания ФПП области для определения вариантов маршрутов.

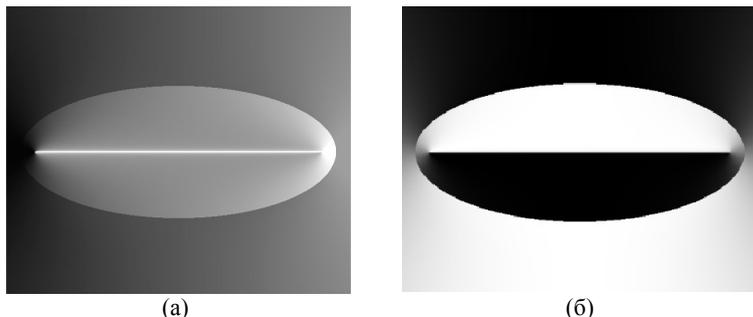


Рис. 6. Порожденный двухкомпонентный графический образ поверхности эллипса: (а) C_x , (б) C_y

3. Моделирование контуров-препятствий для 3D-сцены. Добавим препятствия на пути заданных точек A и B . В качестве примера построения контура препятствия выберем четырехугольник с одним острым углом. Рассмотрим получение плавного обхода препятствий. В [17] R -функциональное представление плоской многоугольной области Ω , ограниченной выпуклым n -угольником, предлагается представлять суперпозицией элементарных функций составленных из уравнения прямой, проходящей через две точки:

$$\Omega = \Sigma_1 \cap \Sigma_2 \cap \dots \cap \Sigma_i \cap \dots \cap \Sigma_n, \quad (6)$$

где $\Sigma = x(y_1 - y_2) - y(x_1 - x_2) + (x_1 y_2 - y_1 x_2)$.

Аналогичный способ R -функционального описания сложных многоугольных контуров был применен в [24], а принципы автоматизации вычисления аналитического выражения любого сложного контура рассмотрены в [25]. Область ФПП прямоугольника w_2 объединим с областью рассмотренного ранее ФПП эллипса w_1 , применив математический аппарат R -функций:

$$w_{12} = \frac{1}{\alpha + 1} (w_1 + w_2 + \sqrt{w_1^2 + w_2^2 - 2\alpha w_1 w_2}), \quad (7)$$

где $0 < \alpha \leq 1$ — параметр, влияющий на кривизну поверхности функции.

В результате R -функционального объединения получены графические образы C_x и C_y для поверхности функции w_{12} (рисунок 7), характеризующие компоненты нормали на осях Ox и Oy . Наложение

рельефных свойств обеих областей w_1 и w_2 приводит к образованию новых «хребтов» и «лощин» в области w_{12} , определяющих направления маршрутов.

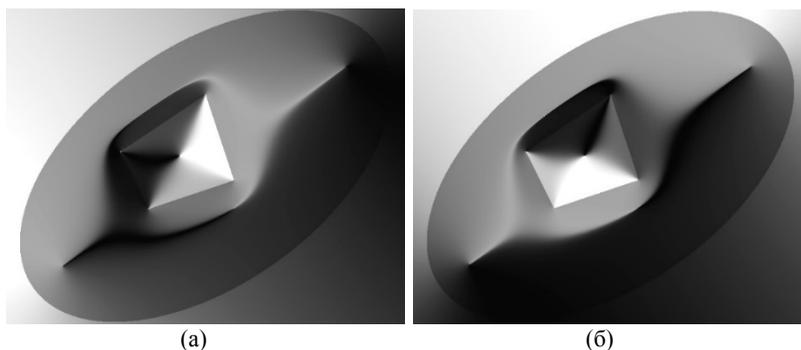


Рис. 7. Образы C_x и C_y для поверхности функции w_{12}

Дальнейшие шаги алгоритма построения маршрутов заключаются в распознавании точек рельефных проявлений на поверхности функции w_{12} . С помощью определения цветового контраста для каждого образа выделяются границы участков маршрута, а сопоставление таких участков при наложении образов позволяет выявить участки, не принадлежащие маршруту, и отфильтровать их. В результате однозначно получаем два маршрута обхода препятствия (рисунок 8). Как видно, оба маршрута, в отличие от огибаемого ими препятствия, не имеют острых углов, что особенно важно при решении задачи построения маршрута.

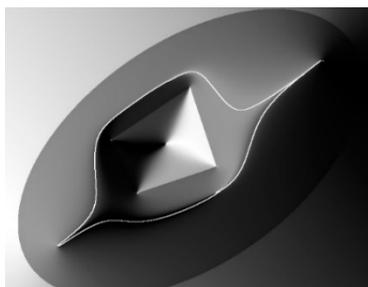


Рис. 8. Выделение основных огибающих трасс и их наложение на образ C_x

Интерес представляет коэффициент α в формуле (4), влияющий на кривизну обхода препятствий. Для построения образа на рисунке 8 использовалось значение $\alpha = 0$, при котором система R -функций приобретает частный вид и выражается формулой:

$$w_{12} = w_1 + w_2 + \sqrt{w_1^2 + w_2^2}. \quad (8)$$

Из-за квадратичного закона R -функции коэффициент $\alpha = 0$ формирует графические образы с наиболее монотонным поведением ФПП, а трассы становятся максимально сглаженными. При увеличении значения α , кривизна трасс уменьшается, что наблюдается при сопоставлении рисунков 9а и 9б.

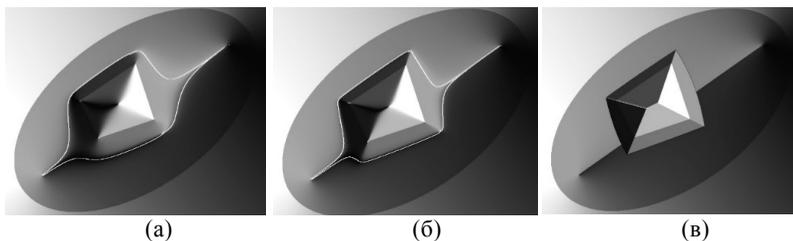


Рис. 9. Варьирование кривизны трассы при: а) $\alpha=0.5$, б) $\alpha=0.9$, в) $\alpha=1$

Отдельное внимание заслуживает частный случай при $\alpha = 1$ (рисунок 9в). Рельеф такой функции сопоставим с модульной формулировкой:

$$w_{12} = \frac{1}{2}(w_1 + w_2 + |w_1 - w_2|). \quad (9)$$

При таком графическом образе для формы трасс характерно максимальное приближение к форме самого препятствия, из-за чего зачастую не обеспечивается плавность обхода, однако опорные точки такой траектории удобно использовать при построении рисунка графа [26], с последующим применением алгоритмов поиска кратчайшего пути [27]. Рельеф поверхности функции на графическом образе (рисунок 9в) формирует скелет общего контура описания сцены, широко применимый при анализе его формы и ко многим другим прикладным задачам [28, 29].

4. Многовариантное определение маршрутов. Усложним задачу. Рассмотрим случай обхода нескольких препятствий. Для этого аналогично предыдущему шагу на сцене добавим еще два аналитически описанных контура четырехугольной формы. В результате R -функционального объединения поверхностей, образуемых уже тремя контурами, а затем применения предложенного алгоритма трассировки получаем две трассы, огибающие все препятствия лишь с двух сторон (рисунок 10). В этом случае становится очевидным, что полученное решение не является единственным и существуют маршруты, проходящие между препятствиями (рисунок 11). Действительно, при

обычном просмотре сложной сцены невозможно распознать все элементы среды. Порой для получения полной информации о рельефе, приходится поворачивать сцену или источник освещения. Для поворота сцены применим известный математический аппарат:

$$\begin{aligned} x' &= x \cos \varphi - y \sin \varphi; \\ y' &= x \sin \varphi + y \cos \varphi, \end{aligned} \quad (10)$$

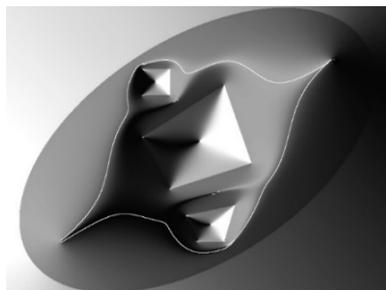


Рис. 10. Трасса, огибающая препятствия

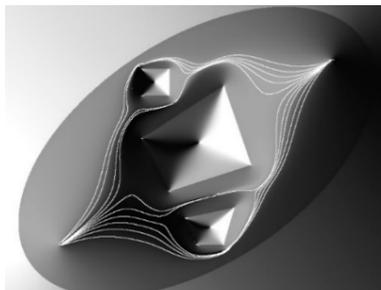


Рис. 11. Маршруты, полученные вариационной трассировкой

При поэтапном повороте сцены (рисунок 12) появляются новые графические образы, контур и форма которых совпадают с исходной функцией до поворота, однако цветовая гамма для локальных геометрических характеристик функции на них разная, поскольку меняются направления возрастания и убывания поверхности.

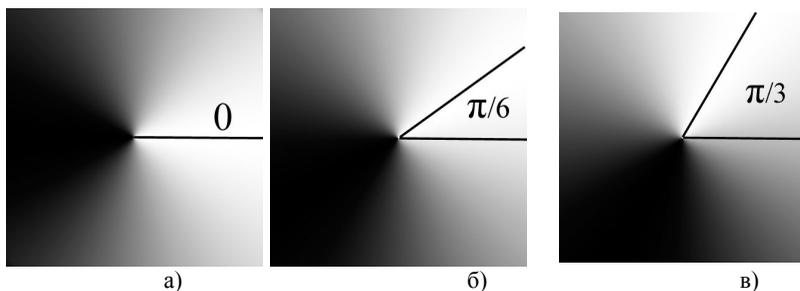


Рис. 12. Организация поворота графического образа C_x

Набор таких графических образов способен дать наиболее подробную информацию о поведении функции. В результате возникают новые варианты прокладки трассы, в том числе между объектами. Многовариантность маршрутов представлена на рисунке 13. Она дополняет модель сцены недостающими маршрутами. Многообразие

маршрутов показывает, в первую очередь, особенности рельефа функции, позволяющего формировать коридоры, в пределах которых могут располагаться варианты маршрутов с учетом препятствий.

5. Организация статических ограничений построения вариантов маршрутов. Немаловажную роль при работе алгоритма маршрутизации играет возможность задания дополнительных параметров "управления" окружающей средой. Например, при моделировании движения манипулятора робота или БПЛА может возникать необходимость в регулировании уровня опасности приближения к отдельным объектам.

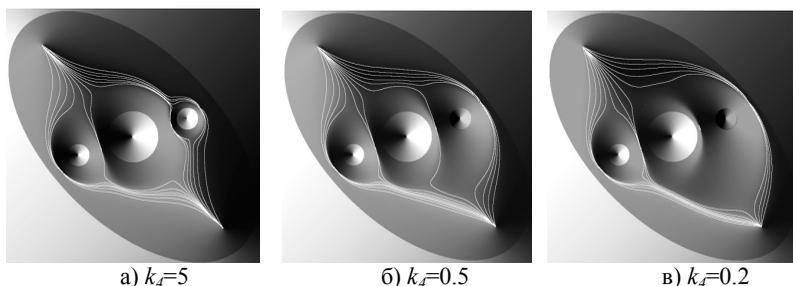


Рис. 13. Управление опасностью отдельных элементов

На рисунке 13а демонстрируется изменение геометрии трасс при увеличении в 5 раз коэффициента $k_f=5$, умножаемого на функцию, описывающую правое препятствие w_f . Это влияет на распределение выходящих маршрутов таким образом, что к препятствию w_f направляется большая их часть. Таким образом, увеличивается количество маршрутов в направлении более безопасного препятствия w_f . В противоположном случае при уменьшении коэффициента функции $k_f=0.5$ (рисунок 13б), маршруты имеют тенденцию отдаления от неблагоприятного участка. При значительном уменьшении коэффициента $k_f=0.2$ и менее (рисунок 13в), результирующие трассы максимально обходят стороной нежелательный объект.

6. Учет динамически возникающих препятствий. Как уже отмечалось, выбранный по каким-либо критериям маршрут движения из точки A в точку B на практике не всегда может оказаться реализуемым на оставшемся участке маршрута. Допускаются случаи внешних возмущений в 3D-сцене в форме непредвиденных, но статических препятствий движению, вызывающих необходимость пересмотра дальнейшего маршрута. Избыточность в МММ заложена для выбора альтернативного варианта движения в обход возникшего препятствия.

Аналитическое представление возникающих (новых) препятствий должно быть простым с точки зрения производительности прокладки дальнейшего маршрута. Примером представления препятствия

может являться цилиндрическое тело единичного радиуса $p = 1 - (x - x_i)^2 - (y - y_i)^2$, где (x_i, y_i) — координаты центра источника помехи, а значение p определяет интенсивность влияния помехи на текущее состояние движения по маршруту. При этом каждая точка на оставшемся участке маршрута приобретает свое значение p . Вводимые помехи, хотя и имеют аналитическое описание, не включаются в общую структуру функционально-воксельной модели и представляют самостоятельное множество объектов 3D-сцены.

При прокладке маршрута методом ФВМ формирование помех моделируется появлением препятствия на маршруте движения в случайные моменты времени. Коррекция программной траектории движения и наделение ее свойством асимптотической устойчивости и другими желаемыми динамическими свойствами обеспечивается позиционным управлением по алгоритмам из [23, 30], где описаны алгоритмы синтеза управления, стабилизирующего движение по маршруту, и показано, что эта технология применима и к групповому управлению движением. В развитие [31] желаемые динамические свойства обеспечиваются достаточными условиями метода редукции в терминах сублинейных вектор-функций Ляпунова (СВФЛ) [32, 33] типа “модуль линейных форм” (векторная норма). Выполнена программная реализация метода. Приводятся примеры [34, 35].

Кроме того, в развитие [33-35], разработан общий метод получения условий редукции, более алгоритмичный и в ряде случаев существенно ослабляющий эти условия.

Покажем, как для конкретного АПО обеспечивается движение по сгенерированному методом ФВМ маршруту. Пусть движение АПО на плоскости описывается системой:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \cos \phi, & \dot{y} &= v \sin \phi, & \dot{\phi} &= \omega, \\ m\dot{v} &= u, & J\dot{\omega} &= u^\phi, \end{aligned}$$

где x, y — координаты центра масс АПО в некоторой неподвижной декартовой системе координат, v — скорость (абсолютная) центра масс, ϕ — угол между направлением вектора скорости и осью Ox (курс), ω — угловая скорость; m — масса, J — момент инерции относительно вертикальной оси; u, u^ϕ — линейное и угловое управления (тяга и момент).

Определим виртуальный подвижный объект как точку O на построенном пути, движение которой необходимо отслеживать. Пусть заданы законы движения виртуального объекта $x_o(t)$ и $y_o(t)$. Для наглядности будем считать, что виртуальный объект движется с постоянной линейной скоростью v_d . Тогда алгоритм управления

реального объекта, отслеживающего движение виртуального, можно определить как:

$$\begin{bmatrix} u(t) \\ u^{\varphi}(t) \end{bmatrix} = K [x_e(t) \quad y_e(t) \quad \phi_e(t) \quad v_e(t)]^T,$$

где $x_e(t) \equiv x(t) - x_o(t)$, $y_e(t) \equiv y(t) - y_o(t)$, $\phi_e(t) \equiv \phi(t) - \phi_o(t)$, $v_e(t) \equiv v(t) - v_d$, $\phi_o(t)$ — угол между касательной к траектории в точке $(x_o(t), y_o(t))$ и осью Ox , K — матрица параметров алгоритма управления.

Для синтеза параметров управления используется технология построения СВФЛ из [36, 37]. Она предполагает, что возмущенное движение исследуемой системы (вместе с наблюдателями состояния и возмущений, динамикой регулятора и элементов системы управления) описывается дифференциальными уравнениями вида:

$$(J + \Delta J(t, x))\dot{x} = (A + \Delta A(t, x))x + (B + \Delta B(t, x))u + GF(t, x, u) + H\Phi(t, x, u), \quad (11)$$

$$u = \varphi(\cdot, \sigma) \in R^m, \quad \sigma = C\psi(\cdot, \eta) \in R^m, \quad \eta = Dx \in R^l, \quad x = x(t), \quad x \in R^n. \quad (12)$$

Здесь $\Delta J(\cdot)$, $\Delta A(\cdot)$, $\Delta B(\cdot)$, $F(\cdot)$, $\Phi(\cdot)$ — функции, задающие неопределенности и нелинейности объекта, внешние и другие возмущения, для которых предполагаются известными лишь ограничения $|J^{-1}\Delta J(\cdot)| \leq J^0$, $|\Delta A(\cdot)| \leq A^0$, $|\Delta B(\cdot)| \leq B^0$, $|F(\cdot)| \leq U(|\theta|) \in R^p$, $\theta = \Theta x \in R^q$, $|\Phi(\cdot)| \leq \Phi^0 \in R^r$ (неравенства между матрицами (векторами), модули понимаются как поэлементные); $J, A, B, G, H, C, D, J^0, A^0, B^0, \Theta, \Phi^0$ — постоянные матрицы и векторы соответствующих размерностей; U — неубывающая, полунепрерывная сверху функция, $U(0) = 0$. Функции $\varphi(\cdot)$, $\psi(\cdot)$ задают характеристики исполнительных органов и измерителей с учетом их нелинейностей, погрешностей, неопределенности, нестабильности, ограниченности сигналов (и др.) и считаются функциями класса SN [36, 37], содержащего многие типовые нелинейности, нелинейности стандартного или расширенного секторов абсолютной устойчивости и определяемого соотношениями.

$$\min\{K_{\sigma}(\sigma - \sigma^0) - K_{\sigma}^0|\sigma|; K_{\sigma}\bar{\sigma}\} \leq \varphi(\cdot, \sigma) \leq \max\{K_{\sigma}(\sigma + \sigma^0) + K_{\sigma}^0|\sigma|; -K_{\sigma}\bar{\sigma}\} \quad (0 \leq \sigma^0 < \bar{\sigma} \leq \infty).$$

Задача синтеза управления состоит в том, чтобы система (11, 12) была диссипативной при любых допустимых неопределенностях и возмущениях (робастно диссипативной) и в установившемся режиме значения модуля заданного выходного вектора $\gamma_f = \Gamma_f x \in R^{V_f}$ были минимальными, т.е. достигалась наивысшая точность стабилизации.

Строгое решение поставленной задачи не представляется возможным, так как в общем случае не доступны ни точное вычисление значения критерия, ни точная проверка ограничений. В работе развивается подход, в котором вместо точных значений рассматриваемых показателей качества используются их оценки, которые эффективно находятся с помощью ВФЛ. При этом проверка наличия разнообразных требуемых динамических свойств и вычисление оценок основных показателей качества осуществляется путем редукции к аналогичным задачам для квазимонотонной вспомогательной системы. Она определяется построением СВФЛ, что для рассматриваемых систем управления полностью автоматизировано, как и вычисление количественных оценок основных прямых показателей динамического качества (предельной точности стабилизации, областей притяжения, диссипативности, максимальных отклонений и др.).

При синтезе управления учитывались погрешности измерений, неопределенности параметров модели АНО и ограничения на управляющие воздействия.

7. Заключение. Предлагаемый метод построения маршрута АПО на основе ФВМ формирует множество вариантов допустимых маршрутов. При некоторых разумных ограничениях (на разнообразие возможных помех относительно МММ) достижение цели гарантируется. Метод легко адаптируется под различные виды 3D-среды и помех (сложный рельеф, отдельно стоящие объекты, острова водоемов и т.п.). Обеспечение желаемых динамических свойств АПО осуществимо представлением объекта многорежимной моделью движения и синтезом управления с помощью метода редукции.

Литература

1. *Васильев С.Н., Жерлов А.К., Федосов Е.А., Федунев Б.Е.* Интеллектуальное управление динамическими системами // М.: Физматлит. 2000. 352 с.
2. *Dutta S.* Obstacle Avoidance of Mobile Robot using PSO-based Neuro Fuzzy Technique // International Journal of Computer Science and Engineering. 2010. vol. 2. no. 2. pp. 301–304.
3. *Liu W., Zheng Z., Cai K.* Adaptive path planning for unmanned aerial vehicles based on bi-level programming and variable planning time interval // Chinese Journal of Aeronautics. 2013. vol. 26. no. 3. pp. 646–660.
4. *Cuevas E., Cienfuegos M., Zaldívar D., Perez-Cisneros M.* A swarm optimization algorithm inspired in the behavior of the social-spider // Expert Systems with Applications. 2013. vol. 40. no. 16. pp. 6374–6384.

5. *Гилимьянов Р.Ф., Рапопорт Л.Б.* Метод деформации пути в задачах планирования движения роботов при наличии препятствий // Проблемы управления. 2012. № 1. С.70–76.
6. *Кирильченко А.А., Колганов М.А., А.К. Платонов А.К.* Метод потенциалов в задаче выбора пути: история и перспективы // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2001. С. 40.
7. *Koren Y., Borenstein J.* Potential field methods and their inherent limitations for mobile robot navigation // Proceedings of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation. 1991. pp. 1398–1404.
8. *Макарычев В.П.* Метод переменных стратегий построения траекторий движения роботов в среде с препятствиями // Искусственный интеллект. 2008. № 3. С. 451–461.
9. *Ткачев С.Б., Виноградова М.С.* Методы поиска допустимых путей для беспилотных летательных аппаратов // Инженерный вестник. 2014. № 12. С. 667–675.
10. *Васильев С.Н., Ковалев С.П., Толок А.В.* Воксельные технологии: состояние и перспективы развития // Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2014): сб. научных трудов / Под ред. С.Н. Васильева, А.Д. Цвиркуна. М.: ИПУ РАН. 2014. С. 394–400.
11. *Лоторевич Е.А., Толок А.В.* Разработка геометрических принципов воксельного моделирования // Труды XII Всероссийского совещания по проблемам управления. Москва. 2014. С. 19.
12. *Толок А.В.* Решение 3D-задач математического программирования на основе воксельных M-образов в системе РАНОК // 9-я международная конференция "Системы проектирования, технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного продукта" (CAD/CAM/PDM–2009). М.: ИПУ РАН. 2009. С. 64–67.
13. *Васильев С.Н., Толок А.В.* Решение оптимизационных задач средствами функционально-воксельного моделирования // Тезисы 15-ой Международной конференции "Системы проектирования, технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного продукта" (CAD/CAM/PDM–2015). М.: ООО "Аналитика". 2015. С. 111.
14. *Толок А.В.* Графические образы-модели в информационных технологиях // Прикладная информатика. 2009. № 4(22). С. 31–40.
15. *Толок А.В.* Применение воксельных моделей в процессе автоматизации математического моделирования // Автоматика и телемеханика. 2009. № 6. С. 167–180.
16. *Григорьев С.Н., Толок А.В., Силантьев Д.А., Лоторевич Е.А., Пушкарев С.А.* Визуализация математического моделирования при определении рабочих поверхностей детали // Технология машиностроения. 2013. № 2. С. 57–60.
17. *Рвачев В.Л.* Теория R-функций и некоторые ее приложения. Киев: Наук. думка. 1982. 552 с.
18. *Григорьев С.Н., Локтев М.А., Толок А.В.* Построение воксельных моделей геометрических объектов // Прикладная информатика. 2013. № 4(46). С. 50–56.
19. *Емельянов С.В.* Системы автоматического управления с переменной структурой // М.: Наука. 1967. 336 с.
20. *Емельянов С.В., Уткин В.И.* Теория систем с переменной структурой // М.: Наука. 1970. 592 с.
21. *Васильев С.Н., Косов А.А.* Анализ динамики гибридных систем с помощью общих функций Ляпунова и множественных гомоморфизмов // Автоматика и телемеханика. 2011. № 6. С. 27–47.
22. *Матросов В.М.* Метод векторных функций Ляпунова: анализ динамических свойств нелинейных систем // М.: Физматлит. 2001. 384 с.
23. *Васильев С.Н., Козлов Р.И., Ульянов С.А.* Устойчивость многорежимных формаций // Доклады Академии наук. 2014. Т. 455. № 3. С. 269–274.
24. *Shapiro V.* Semi-analytic geometry with R-functions // Acta Numerica. 2007. no. 18(3). pp. 239–303.

25. *Локтев М.А., Толок А.В.* Кусочно-аналитическое представление полигональной модели на основе аппарата R-функций // Математическое моделирование и информатика: труды XV научной конференции. Москва. 2013. С. 147–150.
26. *Курапов С.В., Толок А.В.* Методы построения топологического рисунка графа // Автоматика и телемеханика. 2013. № 9. С. 78–97.
27. *Gubichev A., Bedathur S., Seufert S., Weikum G.* Fast and accurate estimation of shortest paths in large graphs // In ACM Conference on Information and Knowledge Management (CIKM). 2010. pp. 499–508.
28. *Aichholzer O., Aurenhammer F.* Straight Skeletons for General Polygonal Figures in the Plane // Lecture Notes in Computer Science. 1996. Vol. 1090. pp. 117–126.
29. *Palfrader P., Held M., Huber S.* On Computing Straight Skeletons by Means of Kinetic Triangulations // Proc. 20th Annu. Europ. Symp. Algorithms (ESA'12). 2012. pp. 766–777.
30. *Васильев С.Н., Ульянов С.А.* Многорежимное управление движущимися группировками // Труды XII Международной конференции "Проблемы управления и моделирования в сложных системах". Самара: ИПУСС РАН. 2015. С. 10–25.
31. *Матросов В.М.* Метод сравнения в динамике систем // Дифференц. уравнения. 1975. Т. 11. № 3. С. 403–417.
32. *Козлов Р.И.* Теория систем сравнения в методе векторных функций Ляпунова // Новосибирск: Наука. 2001. 137 с.
33. *Васильев С.Н.* Метод редукции и качественный анализ динамических систем // Изв. РАН. Сер. Теория и системы управления. 2006. № 2. С. 5–17.
34. *Васильев С.Н., Дружинин А.Э., Н.Ю.Морозов.* Вывод условий сохранения свойств математических моделей // Доклады Академии Наук. 2015. Т. 465. № 1. С. 14–19.
35. *Васильев С.Н., Дружинин А.Э., Морозов Н.Ю.* К автоматизации вывода теорем редукции // Труды Международной научной конференции "Информационные и компьютерные технологии, моделирование, управление", посвященной 85-летию академика И.В. Прангишвили. ГТУ. 2015. С. 19.
36. *Абдуллин Р.З., Анапольский Л.Ю., Земляков А.С., Козлов Р.И. и др.* Метод векторных функций Ляпунова в теории устойчивости // М.: Наука. 1987. 312 с.
37. *Козлов Р.И., Ульянов С.А.* Синтез робастного управления с использованием сублинейных ВФЛ. // Материалы Конференции "Управление в технических системах". Санкт-Петербург: ЦНИИ Электроприбор. 2010. С. 271–275.

References

1. *Vassilyev S.N., Zherlov A.K., Fedosov E.A., Fedunov B.E.* *Intellektnoe upravlenie dinamicheskimi sistemami* [Intelligent control of dynamical systems]. Moscow: Phismathlit. 2000. 352 p. (In Russ.).
2. *Dutta S.* Obstacle Avoidance of Mobile Robot using PSO-based Neuro Fuzzy Technique. *International Journal of Computer Science and Engineering*. 2010. vol. 2. no. 2. pp. 301–304.
3. *Liu W., Zheng Z., Cai K.* Adaptive path planning for unmanned aerial vehicles based on bilevel programming and variable planning time interval. *Chinese Journal of Aeronautics*. 2013. vol. 26. no. 3. pp. 646–660.
4. *Cuevas E., Cienfuegos M., Zaldívar D., Perez-Cisneros M.* A swarm optimization algorithm inspired in the behavior of the social-spider. *Expert Systems with Applications*. 2013. vol 40. no. 16. pp. 6374–6384.
5. *Gilimyanov R.F., Rapoport L.B.* [Path deformation method in robot motion planning problems in the presence of obstacles]. *Problemy upravleniya – Control sciences*. 2012. no. 1. pp. 70–76 (In Russ.).
6. *Kirilchenko A.A., Kolganov M.A., Platonov A.K.* [Potentials method in the problem of choosing the path: history and prospects]. *Preprinty IPM im. M. V. Keldysha – Working paper, Keldysh Institute of Applied Mathematics*. 2001. pp. 40. (In Russ.).

7. Koren Y., Borenstein J. Potential field methods and their inherent limitations for mobile robot navigation. Proceedings of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation. 1991. pp. 1398–1404.
8. Makarychev V.P. [Method variables strategies of constructing robots trajectories in an environment with obstacles]. *Iskusstvennyy intellekt – Artificial Intelligence*. 2008. vol 3. pp. 451–461. (In Russ.).
9. Tkachev S.B., Vinogradove M.S. [Search methods acceptable routes for unmanned aerial vehicles]. *Inzhenernyy vestnik – Engineering bulletin*. 2014. no. 12. pp. 667–675. (In Russ.).
10. Vassilyev S.N., Kovalyov S.P., Tolok A.V. [Voxel technology: state and prospects]. *Upravlenie razvitiem krupnomasshtabnykh sistem (MLSD'2014): sb. nauchnykh trudov – Management of development of large-scale systems (MLSD'2014)*. Ed. by S.N. Vasil'ev, A.D. Cvirkun. Moscow. Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences. 2014. pp. 394–400. (In Russ.).
11. Lotorevich E.A., Tolok A.V. [Development of geometric principles of voxel modeling]. *Trudy XII Vserossiyskogo soveshhanija po problemam upravlenija* [Proceedings of the 12th Russian conference on Control Problems]. Moscow. 2014. (In Russ.).
12. Tolok A.V. [The decision of 3D-mathematical programming problems on the basis of voxel M-images in RANOK system]. *9-ja mezhdunarodnaja konferencija "Sistemy proektirovanija, tehnologicheskoy podgotovki proizvodstva i upravlenija jetapami zhiznennogo cikla promyshlennogo produkta" (CAD/CAM/PDM–2009)* [Proceedings of the 9th Int. Conf. "System design, production planning and control step life cycle of industrial product" (CAD/CAM/PDM–2009)]. Moscow. Institute of Control Sciences of Russian Academy of Science. 2009. pp. 64–67. (In Russ.).
13. Vassilyev S.N., Tolok A.V. [The solution of optimization problems of functional voxel modeling tools]. *Tezisy 15-uj Mezhdunarodnoj konferencii "Sistemy proektirovanija, tehnologicheskoy podgotovki proizvodstva i upravlenija jetapami zhiznennogo cikla promyshlennogo produkta" (CAD/CAM/PDM–2015)* [Proceedings of the 15th Int. Conf. "System design, production planning and control step life cycle of industrial product (CAD/CAM/PDM–2009)"]. Moscow. Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences. 2009. pp. 111–114. (In Russ.).
14. Tolok A.V. [Graphic image-models in information technologies]. *Prikladnaya informatika – Journal of Applied Informatics*. 2009. vol. 9, no. 4, pp. 31–40. (In Russ.).
15. Tolok A.V. [Using voxel models in automation of mathematical modeling]. *Avtomatika i Telemekhanika – Automation and Remote Control*. 2009. no. 6, pp. 167–180. (In Russ.).
16. Grigoriev S.N., Tolok A.V., Silantjev D.A., Lotorevich E.A., Pushkaryov S.A. [Voxel-mathematical modelling at the solution of problems of definition of working surfaces of details]. *Tekhnologiya Mashinostroeniya – Engineering technology*. 2013. vol. 4. no. 2. pp. 57–60. (In Russ.).
17. Rvachev V.L. *Teorija R-funkcij i nekotorye ee prilozhenija* [Theory of R-functions and Some Applications]. Kiev: Naukova Dumka. 1982. 552 p. (In Russ.).
18. Grigoriev S.N., Loktev M.A., Tolok A.V. [Construction of voxel models of geometric objects]. *Prikladnaya informatika – Journal of Applied Informatics*. 2013. vol. 4. pp. 50–56. (In Russ.).
19. Emelyanov S.V. *Sistemy avtomaticheskogo upravlenija s peremennoj strukturoj* [Variable-structure Automatic Control Systems]. Moscow: Nauka. 1967. 336 p. (In Russ.).
20. Emelyanov S.V., Utkin V.I. *Teorija sistem s peremennoj strukturoj* [Theory of Variable-structure Systems]. Moscow: Nauka. 1970. 592 p. (In Russ.).
21. Vassilyev S.N., Kosov A.A. [Analysis of Hybrid Systems by Common Lyapunov Functions and Multiple Homomorphisms]. *Avtomatika i Telemekhanika – Automation and Remote Control*. 2011. no. 6. pp. 27–47. (In Russ.).
22. Matrosov V.M. *Metod vektornykh funkcij Ljapunova: analiz dinamicheskikh svojstv nelinejnykh sistem* [Vector Lyapunov Functions Method: analysis of the dynamic properties of nonlinear systems]. Moscow: Fizmatlit. 2001. 384 p. (In Russ.).

23. Vassilyev S.N., Kozlov R.I., Ulyanov S.A. [Stability of Multimode Formations]. *Doklady Akademii Nauk – Reports of the Academy of Sciences*. 2014. vol. 455. no. 3, pp. 269–274. (In Russ.).
24. Shapiro V. Semi-analytic geometry with R-functions. *Acta Numerica*. 2007. no. 18(3). pp. 239–303.
25. Loktev M.A., Tolok A.V. [Piecewise analytic representation of a polygonal model based on unit R-functions]. *Matematicheskoe modelirovanie i informatika: trudy HV nauchnoj konferencii* [Proceedings of the 15th science conference “Mathematical modeling and Information”]. Moscow. 2013. pp. 147–150. (In Russ.).
26. Kurapov S.V., Tolok A.V. [The topological drawing of a graph: Construction methods]. *Avtomatika i Telemekhanika – Automation and Remote Control*. 2013. no. 9. pp. 78–97. (In Russ.).
27. Gubichev A., Bedathur S., Seufert S., Weikum G. Fast and accurate estimation of shortest paths in large graphs. In ACM Conference on Information and Knowledge Management (CIKM). 2010. pp. 499–508.
28. Aichholzer O., Aurenhammer F. Straight Skeletons for General Polygonal Figures in the Plane. LNCS 1090. 1996. pp. 117–126.
29. Palfrader P., Held M., Huber S. On Computing Straight Skeletons by Means of Kinetic Triangulations. Proc. 20th Annu. Europ. Symp. Algorithms (ESA’12). 2012. pp. 766–777.
30. Vassilyev S.N., Ulyanov S.A. [Multimode Control of Moving Formation]. *Trudy XII Mezhduнародной konferencii "Problemy upravleniya i modelirovaniya v slozhnykh sistemah* [Proc. of 12th Int. Conf “Problems of management and simulation of complex systems”]. Samara. 2015. pp. 10–25. (In Russ.).
31. Matrosov V.M. [The comparison method in the system dynamics]. *Differ. Uravneniya – Differential equations*. 1975. vol. 11. no. 5. pp. 403–417. (In Russ.).
32. Kozlov R.I. *Teoriya sistem sravneniya v metode vektornykh funktsij Ljapunova* [Theory of comparison systems in the vector Lyapunov functions method]. Novosibirsk: Nauka. 2001. 137 p. (In Russ.).
33. Vassilyev S.N. [Reduction Method and Qualitative Analysis of Dynamical Systems]. *Izvestiya RAN: Teoriya i sistemy upravleniya – Journal of Optimization and Control*. 2006. no. 2. pp. 5–17. (In Russ.).
34. Vassilyev S.N., Druzhinin A.E., Morozov N.Yu. [Derivation of Preservation Conditions for Properties of Mathematical Models]. *Doklady Akademii Nauk – Reports of the Academy of Sciences*. 2015. vol. 465. no. 1. pp. 14–19. (In Russ.).
35. Vassilyev S.N., Druzhinin A.E., Morozov N.Yu. [Derivation of Reduction Theorems]. *Trudy Mezhduнародной nauchnoj konferencii "Informatsionnyye i kompyuternyye tehnologii, modelirovanie, upravlenie"* [Proc. of the Int. Scientific Conf. "Information and computer technology, modeling, management"]. 2015. pp. 19–24. (In Russ.).
36. Abdullin R.Z., Anapolskiy L.Yu., Zemlyakov A.S., Kozlov R.I. etc. *Metod vektornykh funktsij Ljapunova v teorii ustojchivosti* [Vector Lyapunov functions method in stability theory]. Moscow: Nauka. 1987. 312 p. (In Russ.).
37. Kozlov R.I., Ulyanov S.A. [The synthesis of robust control using the sublinear VLF]. *Materialy konferencii "Upravlenie v tehnikeskikh sistemah"* [Materials of the conference "Control in technical systems"] St. Petersburg: Concern CSRI Elektropribor. 2010. pp. 271–275. (In Russ.).

Васильев Станислав Николаевич — д-р физ.-мат. наук, профессор, академик Российской академии наук, директор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук (ИПУ РАН). Область научных интересов: теория управления, системы управления. Число научных публикаций — 232. vassilyev_sn@mail.ru; ул. Профсоюзная, 65, Москва, 177995; р.т.: 8(495)3348910.

Vassilyev Stanislav Nikolaevich — Ph.D., Dr. Sci., professor, academician of Russian Academy of Sciences, director, V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of the RAS. Research interests: theory of control, control system. The number of publications — 232. vassilyev_sn@mail.ru; 65, Profsoyuznaya street, Moscow, 117997, Russia; office phone: 8(495)3348910.

Локтев Михаил Александрович — старший инженер лаборатории компьютерной графики, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук (ИПУ РАН). Область научных интересов: воксельная компьютерная графика, системы автоматизации проектирования, системы автоматизации управления. Число научных публикаций — 3. m.loktev@stankin.ru; ул. Профсоюзная, 65, Москва, 177995; п.т.: 8-916-8049877.

Loktev Mikhail Aleksandrovich — senior engineer of the computer graphics laboratory, V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of the RAS. Research interests: voxel computer graphics, CAD, control system. The number of publications — 3. m.loktev@stankin.ru; 65, Profsoyuznaya street, Moscow, 117997, Russia; office phone: 8-916-8049877.

Толок Алексей Вячеславович — д-р техн. наук, профессор, заведующий лабораторией компьютерной графики, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук (ИПУ РАН). Область научных интересов: воксельная компьютерная графика, системы автоматизации проектирования, системы автоматизации управления. Число научных публикаций — 154. a.tolok@stankin.ru; ул. Профсоюзная, 65, Москва, 177995; п.т.: 8(916)5381623.

Tolok Aleksey Vyacheslavovich — Ph.D., Dr. Sci., professor, head of the computer graphics laboratory, V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of the RAS. Research interests: voxel computer graphics, CAD, control system. The number of publications — 154. a.tolok@stankin.ru; 65, Profsoyuznaya street, Moscow, 117997, Russia; office phone: 8(916)5381623.

Толок Наталья Борисовна — к-т техн. наук, ведущий инженер лаборатории газогидродинамических средств автоматизации, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук (ИПУ РАН). Область научных интересов: воксельная компьютерная графика, системы автоматизации проектирования. Число научных публикаций — 6. nat_tolok@mail.ru; ул. Профсоюзная, 65, Москва, 177995; п.т.: 7 916 538-16-23.

Tolok Natalya Borisovna — Ph.D., leading engineer of gashydro-dynamic tools for automation laboratory, V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of the RAS. Research interests: voxel computer graphics, CAD, control system. The number of publications — 6. nat_tolok@mail.ru; 65, Profsoyuznaya street, Moscow, 117997, Russia; office phone: 7 916 538-16-23.

Ульянов Сергей Александрович — к-т техн. наук, старший научный сотрудник, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова СО РАН. Область научных интересов: теория управления, системы управления. Число научных публикаций — 16. sau@icc.ru; ул. Лермонтова, 65, Иркутск, 664033; п.т.: +7 902 171-39-09.

Ulyanov Sergey Alexandrovich — Ph.D., senior researcher, Matrosov Institute for System Dynamics and Control Theory of Siberian Branch of the RAS, (ISDCT SB RAS). Research interests: theory of control, control system. The number of publications — 16. sau@icc.ru; 134, Lermontova street, Irkutsk, 664033, Russia; office phone: +7 902 171-39-09.

РЕФЕРАТ

Васильев С.Н., Локтев М.А., Толоч А.В., Толоч Н.Б., Ульянов С.А.
К планированию маршрутов в 3d-среде с многовариантной моделью.

Излагаются результаты исследований по планированию маршрутов автономных подвижных объектов. Маршрутизация базируется на априорно сформированной многовариантной модели маршрута (МММ) как множестве альтернативных путей из начальной точки в целевую. Хотя 3D-среда считается известной, допускается появление в разных точках среды непредвиденных препятствий движению, что вызывает необходимость изменения маршрута на остальном участке пути.

Построение 3D-сцены основано на предварительном задании плоскости уровня для движения и нанесения на этой плоскости контуров сечения препятствий. Аналитическое 3D-представление такого контура, задаваемое неравенством $f(x,y) \neq 0$, заполняет пространство сцены значениями функции f , создавая вспомогательную параболоидную поверхность. Значение функции в каждой точке поверхности отражает степень удаления от геометрического центра контура препятствия. Маршрут должен удовлетворять условиям приемлемой удаленности от препятствий. Предлагается маршрутизация на основе использования R-функционального построения общей для всех препятствий поверхности, рельеф которой однозначно определяет искомые маршруты.

Построение МММ основывается на компьютерном методе функционально-воксельного моделирования, сочетающем аналитическую форму описания 3D-сцены с воксельным представлением её локальных геометрических характеристик. Эти характеристики лежат в основе компьютерного построения точек маршрута. Непредвиденные препятствия, возникающие на маршруте движения, учитываются путём использования участков альтернативных маршрутов из МММ. Обход этих и априорных препятствий реализуется изменением программной траектории движения. Синтез управления движением и стабилизация траектории движения обеспечиваются представлением объекта управления в форме многорежимной модели и применением к ней метода редукции.

SUMMARY

Vassilyev S.N., Loktev M.A., Tolok A.V., Tolok N.B., Ulyanov S.A. **Route Planning in 3d Environment with Multivariant Model.**

We present results of the research on the planning of routes of unmanned vehicles (autonomous moving objects). The routing is based on the multivariant route model (MRM) formed a priori as a set of alternative paths from an initial point to the target point. Although the 3D-environment is assumed to be known, the unforeseen obstacles to the motion in different points of the path are allowed which may cause the need to change the rest of the route.

The 3D environment is constructed after specifying the plane of reference for the movement and contouring of obstacle sections on this plane. The analytical 3D-representation of such a contour, specified as $f(x, y) \neq 0$, fills the space of the stage with values of the f function, creating thereby the supporting paraboloidal surface. The function value at each point of the surface corresponds to the distance from the geometrical center of the contour of the obstacle. The route has to satisfy the conditions of the acceptable distance from the obstacles. This paper suggests to do the routing using the R-functional construction of the surface, shared by all obstacles, whose geometry defines unambiguously the required routes.

The MRM construction is done using the computer method of functional voxel modeling, combining the analytical form of describing a 3D-environment with the voxel representation of its local geometrical characteristics. These characteristics form the basis for the computer construction of the points of the route. The unforeseen obstacles in the route are accounted for by using alternative route segments from MRM. The bypassing of these obstacles and the obstacles known a priori is done through the update of the programmed path. Synthesis of the motion control and stabilization of the path trajectory are done by representing the control object as a multimode model and applying the reduction method to it.