И.В. ВЕШНЕВА, Т.Б. ЧИСТЯКОВА, А.А. БОЛЬШАКОВ МЕТОД ОБРАБОТКИ И ИНТЕРПРЕТАЦИИ ДАННЫХ ИЗМЕРЕНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ НА ОСНОВЕ СТАТУСНЫХ ФУНКЦИЙ

Вешнева И.В., Чистякова T.Б., Большаков A.A. Метод обработки и интерпретации данных измерения взаимодействий в образовательной среде на основе статусных функций.

Аннотация. Предложен математический метод, основанный на использовании комплексных статусных функций, приписываемых состоянию объекта. Метод ориентирован на непосредственное описание математической модели канала обратной связи эргатических систем. Статусные функции формируются как оптимальный, ортонормированный базис системы. Введены правила работы со статусными функциями, представлена их интерпретация. Предложен метод формирования оператора преобразования сигналов, представленных статусными функциями. Таким образом, осуществлено совершенствование математического обеспечения анализа взаимодействия в интегрированной образовательной среде на основе моделирования компетентностного портрета участников процесса обучения, которое отличается использованием статусных функций, что позволило осуществить формирование многокомпонентной оценки компетенций в форме комплекснозначных функций.

Ключевые слова: статусные функции, эргатические системы, непрерывный канал связи, обучающие системы виртуальной реальности.

1. Введение. Использование быстро развивающихся интегрированных образовательных сред с виртуальными компонентами позволит обеспечить ряд стратегических преимуществ, среди которых основным является технологическое опережение конкурентов. Именно развитию подобных технологий должны быть посвящены основные разработки в области обеспечения качества образования. В первую очередь, это технические и программные технологии создания систем виртуальной реальности. Следующей масштабной проблемой является разработка систем оценивания когнитивного и мотивационно-психологического состояния обучаемых. Это проблема связана с разработкой математических моделей их состояния, с определением психологический валидности, с созданием систем оценивания при использовании соответствующих программно-технических средств. Третьей крупной проблемой является изменение педагогических технологий и методик, обучение новых педагогов-наставников, готовых работать в принципиально новых условиях. Такая работа существенно изменит отношения в системе образования, которая реализует миссию сохранения и ретрансляции культурных ценностей. Эта система консервативна и, по сути, не может быть другой. Для того, чтобы стала возможной ее коренная трансформация, необходимо воспитать новое поколение.

В настоящей статье рассматриваются аспекты, связанные со второй проблемой, то есть с совершенствованием математического обеспечения анализа взаимодействия в интегрированной образовательной среде. Физическая среда передачи информации о состоянии объекта обусловливает необходимость создания соответствующего математического обеспечения. При этом теоретический этап разработки технических средств реализации возможностей определения изменения эмоционального состояния отдельных людей или их групп требует разработки математической модели непрерывного канала связи. Последующая процедура испытаний и отладки технического устройства предполагает наличие физической модели или данных натурного эксперимента, построенных и обработанных на базе исходной математической модели.

Возможные модели ориентированы на косвенное и прямое описания. Косвенное требует наличия исходного прямого описания, например, феноменологического, непосредственно связывающего входные и выходные сигналы каналов связи. В настоящее время наиболее часто применяются математические модели каналов связи в форме конечномерных условных распределений вероятностей [1, 2] либо определенных моментных функций [3]. При этом необходимо использовать только первые два момента распределений из-за сложности применяемого аппарата, поэтому модели являются адекватными только для гауссовских случайных процессов [4]. Для распределений подход основывается на применении Марковских процессов [5, 6], что значительно уменьшает область использования создаваемых моделей, так как при этом значительно ограничивается память в канале.

Прямое описание основывается на использовании дифференциальных [2] или интегральных уравнений [1, 6]. Многие исследователи используют математическую модель канала связи в форме некоторого оператора, для которого заданы базисы разложений для входных и выходных сигналов в форме гармонических функций [7]. Прямое описание предполагает рассмотрение оператора преобразования множества входных сигналов в выходные. При этом синтезируемые модели рассматриваются в пространствах, координатные функции которых являются собственными для линейных систем на бесконечном интервале анализа, что обеспечивает универсальность моделей. Анализ возможных дифференциальных и интегральных операторов приведен в работе [8]. Модель канала связи представляется в форме оператора отображения полезной составляющей принимаемой смеси, зависящего от свойств среды передачи, а также характеристик входных и выходных устройств (согласования) [9, 10]. Этот оператор является системной характеристикой и воспроизводит параметры наблюдаемого на выходе сигнала. Описание канала обратной связи может быть использовано для нелинейных и линейных систем. При описании нелинейных систем требуется применение дифференциальных уравнений в частных производных. Непосредственно системная характеристика представляет коэффициенты этого дифференциального уравнения.

Представление системной характеристики в форме интегрального оператора обеспечивает возможность аппроксимации непрерывного функционала с заданной точностью функциональным рядом Вольтерра [11]. Дифференциальные уравнения позволяют описывать соотношения между входными и выходными сигналами на основе коэффициентов, а ряды Вольтерра — с учетом весовых функций в интегральных преобразованиях.

Оба типа представления системной характеристики существенно упрощаются, если моделирование осуществляется на основе линейных операторов. Для дифференциальных уравнений вводится требование вещественности и независимости от сигналов коэффициентов дифференциального уравнения, что приводит его к линейному виду. Ряд Вольтерра значительно сокращается, вырождаясь в одно интегральное преобразование (интеграл свертки, или Коши), весовой функцией которого является импульсная характеристика.

В случае необходимости формализации дискретных отображений непрерывных каналов связи используются операторы преобразования метрических конечномерных пространств, представленные в виде интегральных преобразований на основе предельного перехода в виде рядов. При этом операторы аналого-дискретных преобразований дискретных отображений непрерывных каналов связи на основе канонического разложения В. С. Пугачева вычисляются итерационной процедурой, последовательно определяющей базисные функции на выходе канала в виде рекуррентного операторного преобразования входных базисных функций [12, 13].

2. Оптимальный базис: канонические разложения комплексных скалярных случайных функций. Введем ряд допущений, необходимых при решении задачи создания метода обработки и интерпретации данных измерения взаимодействий. Случайной величиной (СлВ) называется величина, которая в результате опыта может принять определенное, заранее неизвестное значение.

Случайной функцией (СлФ) называется функция, которая в результате опыта может принять конкретный, заранее неизвестный вид.

Далее СлФ представляет математический объект большой сложности. В общем случае будем трактовать [14] СлФ как несчетное множество скалярных случайных величин (СлВ).

Необходимо попытаться выразить СлФ через более простые случайные объекты, например, обычные скалярные СлВ. На основе известных свойств математических ожиданий, дисперсий и ковариационных моментов простейшей с практической точки зрения формой выражения СлФ через СлВ является представление ее в виде линейной комбинации некоррелированных СлВ, имеющих равные нулю математические ожидания. Таким образом, приходим к задаче представления скалярной СлФ F(x,y) в виде:

$$F(r) = m_F(r) + \sum_v V_v f_v(r), \qquad (1)$$

где V_v — некоррелированные скалярные СлВ, математические ожидания которых равны нулю, а $f_v(r)$ — некоторые детерминированные функции. Отдельные слагаемые вида V_v $f_v(r)$ являются элементарными СлФ.

Всякое представление СлФ в виде суммы ее математического ожидания и некоррелированных элементарных СлФ называется каноническим разложением (КР) СлФ. Далее СлВ V_v будем называть весовыми коэффициентами КР, а функции $f_v(r)$ — координатными функциями, причем КР СлФ в общем случае представляет бесконечный ряд. В частных случаях КР может быть конечной суммой. Для вычисления ковариационной функции СФ можно применить следующую формулу:

$$K_f(r, r') = M[F(r)F^*(r')] = \sum_v D_v f_v(r) f_v^*(r'),$$
 (2)

где D_v — дисперсии СлВ V_v , * — символ комплексного сопряжения. Представление ковариационной функции формулой вида (2) называется каноническим разложением ковариационной функции. Таким образом, из КР (1) СФ F(r) следует КР (2) ее ковариационной функции (прямая теорема Пугачева). И наоборот, из КР (2) ковариационной функции вытекает КР (1) СФ (обратная теорема Пугачева). При r=r получим выражение для дисперсии $D_f=K_f(r,r)$.

Последовательность некоррелированных СлВ V_{v} можно рассматривать как дискретный (импульсный) белый шум. Тогда КР (2) СФ F(r,t) можно трактовать как выражение ее через импульсный белый шум. Причем КР СлФ удобны для выполнения различных операций анализа над СлФ, особенно линейных. Объясняется это тем, что в КР СлФ ее зависимость от аргумента г выражается координатными функциями, что обеспечивает возможность свести выполнение различных линейных операций над СФ (например, дифференцировании, интегрирование, решение линейных дифференциальных уравнений и т.д.) к обычным операциям математического анализа над неслучайными координатными функциями.

Пусть V_v — произвольные некоррелированные СлВ, имеющие математические ожидания, равные нулю, и дисперсии D_v :

$$\begin{cases}
M[V_v] = 0, & M[V_vV_{\mu}^*] = 0 & \mu \neq v, \\
D[V_v] = M[|V_v|^2] = D_v
\end{cases}$$
(3)

Определим неизвестные координатные функции $f_v(r)$. Для этого согласно (1) следует представить стационарную центрированную СФ $F_0(r) = F(r) - mF(r)$ в виде суммы:

$$F_0(r) = \sum_{v} V_v f_v(r), \tag{4}$$

где $f_{\nu}(r)$ — неизвестные координатные функции. Умножим (4) на комлексно-сопряженную СлВ V_{μ}^{*} и вычислим математическое ожидание:

$$M[F_0(r)V_{u}^*] = \sum_{v} M[V_{v}V_{u}^*] f_{v}(x,y) = D_{u}f_{u}(r).$$
 (5)

Следовательно:

$$f_{\mu}(r) = \frac{1}{D_{\mu}} M[F_0(r)V_{\mu}^*].$$
 (6)

Формула (6) определяет координатные функции при заданном выборе случайных коэффициентов V_v . Выбор координатных функций $f_v(r)$ по формуле (6) обеспечивает лучшее среднеквадратическое приближение к СлФ $F_0(r)$ любым заданным числом членов ряда (4) при определенном выборе случайных коэффициентов V_v . Формула

$$F_0(r) = \sum_{v}^{n} V_v \, \psi_v(r) + R_n(r), \tag{7}$$

с отброшенным остаточным членом Rn(r) обеспечивает приближенное КР СФ F(r) с координатными функциями ψ_v .

Координатные функции, определяемые формулой (6), называются среднеквадратическими оптимальными координатными функциями.

3. Введение статусных функций. Рассмотрим процедуру приписывания некоторых СлФ различным состояниям составляющих сложной системы. В качестве примера выберем систему образования. Система представляет классическую систему образования с внедренными в нее элементами виртуальных обучающих систем. Будем называть ее интегрированной образовательной средой (ИОС). В настоящее время часть этих систем является эргатическими системами, образованными обучающими система виртуальной реальности (ОСВР). Основным

процессом согласно ФГОС ВПО третьего поколения и ожидаемых изменений является процесс формирования компетенций. Будем рассматривать процедуру приписывания функций на примере оценок процесса формирования компетенций в системе образования. Это также оправдано условием, что верификацию способов оценки результатов обучения в ОСВР необходимо проводить в действующей классической системе обучения, основанной в настоящее время на компетентностной парадигме.

Создадим интерпретацию к теории СлФ, названную методом статусных функций (СФ) [15]. Введем функции, приписываемые состоянию объекта, которые назовем статусными (СФ), основываясь на институциональной природе оценки [16]. Таким образом, предлагается оценка в виде набора действительных чисел с определенным уровнем случайности соответствия состоянию. Тогда оценка является случайной величиной.

Например, обучаемый выполняет тесты и получает разные оценки. Если один и тот же тест решать много раз, то будет получаться одна и та же оценка. Если тесты разные, то появится разброс оценок. Если решаются тесты одинаковые или похожие, то оценка получается одинаковой или близкой. Если тесты существенно различаются или участвуют различные оценивающие эксперты, то возникает существенный разброс оценок. Задачей оценивания является получение информации об уровне знаний обучающегося независимо от оценивающего или используемого теста. Для этого используется различная статистическая обработка, например, средняя оценка за год или оценка экзаменационной комиссии, или по множеству тестов и так далее. Результат обычной обработки — это среднее, дисперсия, реже корреляция.

Эти результаты используются для оценки субъекта в заданный момент. Измеренное состояние не обеспечивает информацией о прошлом. Прогноз оценки в следующие моменты обычно основан на опыте преподавателя или выработанных правилах. Создадим систему, в которой могут быть получены априорные оценки.

Для этого используем колебательные комплексные величины, что обусловлено рядом причин. Представим простые аналогии: измерение может быть слабым и сильным. Слабое измерение ниже общего «фонового» шума и не изменяет состояние обучаемого. Сильное измерение вносит изменение в состояние компетенций и представляет мощное воздействие на сознание и его интенциональность. Эти характеристики являются сопряженными и интерферирующими. Некоторые интерферирующие траектории или состояния должны рассматриваться как единое.

Для этого, также как в квантовой механике, необходимо ввести некоторые операторы, воздействующие на состояние. Их применение

позволяет вычислять необходимые средние, а уравнение движения для операторов позволяют прогнозировать изменение состояния. В квантовой механике операторы действуют на комплексные функции. Собственные значения операторов, соответствующих измеряемым величинам, действительны. Существуют пары величин (операторов), соответствующие сопряженным переменным. Наиболее простой — это оператор координаты и сопряженный ему оператор импульса:

$$-\frac{\mathrm{i}}{2\pi}\frac{\partial}{\partial r} \quad . \tag{8}$$

Предположим, что результат применения этого оператора к СФ позволит вычислить интенциональную характеристику приписываемой субъекту функции.

Здесь СФ является комплексной СлФ и может быть определена через суперпозицию комплексных СлВ. Причем СФ являются приписываемыми функциями для сложных пространственно-временных сигналов, которые проявляются как обмен между ее частями и внешней средой в процессе функционирования сложной системы. Приписывание имеет следующий вид: «СлВ считается СФ в контексте метода СФ».

Используем СФ для оценки состояния индивидуума. Введем переменные, характеризующие внешние проявления состояния его сознания и его интенциональность, так как сознание и интенциональность являются феноменами, независимыми от наблюдателя. Заметим, что каждому индивидууму присущи некоторые интенциональные состояния.

Выполним моделирование детерминированных базисных СФ в виде:

$$\psi_{lk}(r) = f_l(r)e^{i2\pi kr}, \qquad (9)$$

где $f_i(r)$ — модули комплексных функций оценок, r — введенная базовая переменная, образующая аналог координаты оценки, k — оценка, представляющая личностную характеристику участника процесса обучения.

Фазовые множители (значения $k=0,\pm 1$) для введенных функций выбирались так, чтобы ортогональность сохранялась для скалярного произведения:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_{i}(r) \psi_{j}^{*}(r) dr = \delta_{ij}, \qquad (10)$$

где * обозначено комплексное сопряжение, δ_{ij} — символ Кронекера. Параметр k является результатом действия на СФ оператора «импульса» (8):

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_l(r) e^{-i2\pi k_l r} \left[-i \frac{\partial}{2\pi \partial r} \right] [f_l(r) e^{i2\pi k_l r}] = k_l \quad . \tag{11}$$

Для случая пятиуровневой оценки отдельных компетенций и трех приписываемых состояний интенции общее число возможных базисных состояний равно $5\times3=15$.

Ограничим диапазон измерения оценок состояния r. Это означает, что вместо бегущих волн целесообразно использовать группы гармонических функций, подобных волновым пучкам. При большом диапазоне СлВ гармоническая функция (11) является хорошим приближением. В состоянии, заданном (11), средняя координата и средний импульс равны нулю. Это означает, что в отсутствии внешнего информационного воздействия на субъект его состояние не изменяется. Таким образом, информационное воздействие на субъект должно описываться в виде нескольких «потенциалов» или «сил» в принципе, зависящих от времени.

Система оценок на основе метода СФ описывает состояние процесса формирования компетенций, полученное при их измерении, которое является суперпозицией всех комплексных функций составляющих их элементарных оценок. Причем, если оценка некоторого набора компетенций определяется комплексной функцией Ψ_1 , а оценка другого набора — комплексной функций Ψ_2 , то состояние оценок также можно описать суммой этих состояний с некоторыми коэффициентами. Таким образом, введен аналог вектора состояния для множества показателей на примере упрощенной оценки формируемых в процессе обучения компетенций.

Для оценок заданного набора компетенций на основе суперпозиции элементарных СФ с весовыми коэффициентами получается распределение, характеризующее состояние оцениваемого субъекта:

$$\Psi_{i}^{BX}(r) = \sum_{l=1}^{5} \sum_{k=-1}^{1} w_{lk}^{i} \psi_{lk}(r) \quad . \tag{12}$$

Затем проводится сборка результирующей СФ:

$$\Psi^{\text{BX}}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{N} \sqrt{w_i} \Psi_i^{\text{BX}}(\mathbf{r}) \quad , \tag{13}$$

здесь w_i — весовые коэффициенты соответствующих компетенций, w_{lk}^i — матрица 5×3 в которой положение ненулевых значений определяется оценкой. Суммирование проводится по количеству оцениваемых компетенций N. Для формирования выходных СФ используются аналогичные выражения (4), (5).

Таким образом, сформирована гипотеза о возможности построения математической модели процесса формирования компетенций на основе СФ.

4. Операции со статусными функциями и их интерпретация. Статусной функцией (СФ) будем называть операцию, которая устанавливает правило определения соответствия некоторой упорядоченной пары аргументов и некоторой соответствующей им величины. Такая функция может быть представлена в виде:

$$\psi(r,k) = A(r)e^{i2\pi kr} \quad , \tag{14}$$

или:

152

$$\psi(r,k) = A(r)\cos(2\pi kr) + iA(r)\sin(2\pi kr) =$$

$$= A(r)(\cos^2(\pi kr) - \sin^2(\pi kr)) + 2iA(r)\cos(\pi kr)\sin(\pi kr) .$$

Значения упорядоченных пар аргументов, к которым функция применима, составляют область определения функции, значения функции составляют область значений функции.

- 1. Тож дественность СФ. Примем обычное математическое соглашение: две статусные функции тождественны, если они имеют одну область определения и для каждой упорядоченной пары аргументов из этой области имеют одно значение.
 - 2. Нормировка.

$$N = \iint_{-\infty}^{+\infty} \Psi(r)\Psi^*(r)dr \quad , \tag{15}$$

$$N_{2D} = \iint_{-\infty}^{+\infty} \Psi(r_1, r_2) \Psi^*(r_1, r_2) dr_1 dr_2 \quad . \tag{16}$$

Интегрирование осуществляется по всему пространству. Интеграл конечен, если СФ локализована. Использование такой нормировки позволяет определять СФ с точностью фазового множителя. Следовательно, использование СФ в качестве координатной функции позволяет сохранить оптимальность введенного на основе канонического разложения СлФ базиса элементарных координатных функций. Согласно введенному условию СФ не имеет универсальной размерности: она определяется элементом интегрирования $|\psi| = |d\mathbf{r}|^{-1/2}$.

3. Сложение (или «объединение») СФ. Если система может находиться в состоянии приписываемой СФ Ψ_1 и в другом состоянии Ψ_2 , то она может находиться и в состоянии Ψ таком, что:

$$\Psi(r) = c_1 \Psi_1(r) + c_2 \Psi_2(r) \quad , \tag{17}$$

 c_1 , c_2 — произвольные комплексные числа, определяемые из эксперимента. Операция представляет суперпозицию измеряемых состояний, в каждом из которых зафиксирована измеряемая система. Например, многократные ответы обучаемого на различные тесты. Оценка объекта (или субъекта) группой экспертов, например, оценки разных экспертов в одном оценивании или различные оценивания.

Главным отличием от классической системы оценивания следует считать, что вероятность обнаружения системы в состоянии Ψ равна:

$$P^{\Psi} = |\Psi_1(r) + \Psi_2(r)|^2 \quad . \tag{18}$$

Тогда как в классическом случае существует практика сложения и усреднения оценок состояния системы:

$$P^{\Psi} = |\Psi_1(r)|^2 + |\Psi_2(r)|^2 \quad . \tag{19}$$

Заметим, что такая процедура имеет существенные недостатки на практике, так как противоречит здравому смыслу, однако используется из-за отсутствия соответствующего инструментария.

4. Умножение (или «пересечение») СФ. Если система может в состоянии приписываемой СФ Ψ_1 и в другом антисимметричном состоянии Ψ_2 , то она может находиться и в состоянии Ψ таком, что:

$$\Psi(r_1, r_2) = \Psi_1(r_1)\Psi_2(r_2) \quad . \tag{20}$$

Процедура основана на предположении, что система может находиться в многокомпонентном состоянии, а оценивание основывается на однокомпонентном предположении, что каждый элемент системы изменяется в некотором усреднённом самосогласованном поле, создаваемом всеми остальными компонентами системы. Такие антисимметричные оценки могут быть получены, например, как оценки эксперта и самооценки.

5. С у п е р п о з и ц и я с т а т у с н ы х ф у н к ц и й . Суперпозицией СФ Ψ_1 , Ψ_2 , ..., Ψ_n с весовыми неотрицательными коэффициентами ω_1 , ω_2 , ..., ω_n , где ω_1 + ω_2 + ... + ω_n = 1 называется статусная функция:

$$\Psi(\mathbf{r}) = \omega_1 \Psi_1(\mathbf{r}) + \omega_2 \Psi_2(\mathbf{r}) + \dots + \omega_n \Psi_n(\mathbf{r}), \tag{21}$$

где n — натуральное число.

Смысл суперпозиции СФ аналогичен принципу суперпозиции в квантовой механике: если система может находиться в состояниях со

- СФ Ψ_1 , Ψ_2 , ..., Ψ_n , то она может находиться в состоянии суперпозиции этих функций, умноженным на весовой коэффициент состояния.
- 6. Статусная функций 2-x переменных. СФ может представлять пересечение суперпозиции СФ 2-x разных переменных:

$$\Psi(\mathbf{r}_{1}, \mathbf{r}_{2}) = \sum_{i=1}^{n} \omega_{i} \Psi_{i}(\mathbf{r}_{1}) * \sum_{i=1}^{n} \nu_{i} \Phi_{j}(\mathbf{r}_{2}). \tag{22}$$

7. Вычисление моментов. Для анализа СлФ, заданной в форме (14), целесообразно использовать центральные моменты. Используем моменты v_{gh} порядка k для СлФ в виде:

$$v_{j} = \iint_{-\infty}^{+\infty} (r - m_{r})^{j} \Psi(r) \Psi^{*}(r) dr / \iint_{-\infty}^{+\infty} \Psi(r) \Psi^{*}(r) dr \quad , \tag{23} \label{eq:23}$$

$$v_{gh} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \!\! \left((r_1 - m_{r_1})^g \! + \! (r_2 - m_{r_2})^h \right) \! \Psi(r_1, r_2) \Psi^*(r_1, r_2) dr_1 dr_2}{\int_{-\infty}^{+\infty} \!\! \Psi(r_1, r_2) \Psi^*(r_1, r_2) dr_1 dr_2}, (24)$$

где m_r — математическое ожидание по r для случая суперпозиции симметричных СФ, m_{r_1}, m_{r_2} — математическое ожидание по r_1 , по r_2 для случая антисимметричных СФ:

$$m_r = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} r \, \Psi(r) \Psi^*(r) dr}{\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(r) \Psi^*(r) dr} \quad , \tag{25}$$

$$m_{r_1} = \frac{\iint_{-\infty}^{+\infty} r_1 \ \Psi(r_1, r_2) \Psi^*(r_1, r_2) dr_1 dr_2}{\iint_{-\infty}^{+\infty} \Psi(r_1, r_2) \Psi^*(r_1, r_2) dr_1 dr_2} \quad , \tag{26}$$

$$m_{r_2} = \frac{\iint_{-\infty}^{+\infty} r_2 \,\Psi(r_1, r_2) \Psi^*(r_1, r_2) dr_1 dr_2}{\iint_{-\infty}^{+\infty} \Psi(r_1, r_2) \Psi^*(r_1, r_2) dr_1 dr_2}.$$
 (27)

Представим интерпретацию вычисления моментов СФ для случая формирования оценок компонент ИОС. Их смысл зависит от наблюдателя и принятых коллективных соглашений о наличии соответствующего статуса структурного элемента ИОС.

7.1. Моменты v_1 , v_{11} . Математическое ожидание представляет среднее значение случайной величины оценки, поэтому можно перевести эту оценку в традиционные баллы, представив рейтинговую шкалу.

154

В случае использования системы антисимметричных СФ для многокомпонентной оценки структурного элемента ИОС имеет характеристический смысл интерпретация приписывания следующего вида: «Х считается Y в контексте С». В этих случаях X обозначает среднее значение случайной величины оценки m_{r_1}, m_{r_2} , а Y наделяет эту оценку или ее положение особым статусом по введенной рейтинговой шкале в контексте соответствующей проекции.

Момент v_{11} является средним значением рейтинговой оценки в случае антисимметричных оценок многокомпонентного элемента ИОС.

- 7.2. Моменты v_2 , v_{22} . Ширина распределения (разброса величины около среднего значения) дисперсия (математическое ожидание квадрата ее отклонения от математического ожидания) характеризует согласованность мнений экспертов и оценок, когда проводится оценка несколькими экспертами.
- 7.3. Моменты v_3 , v_{33} асимметрия. Если коэффициент асимметрии отрицательный, то это свидетельствует о большом влиянии на величину оценки отрицательных отклонений. Если коэффициент асимметрии положительный, следовательно, преобладает влияние положительных отклонений и кривая распределения более пологая справа. Практически определяют знак асимметрии по расположению кривой распределения относительно точки максимума дифференциальной функции.
- 7.4. М о м е н т ы v_4 , v_{44} эксцесс. Служит для сравнения заданного распределения с нормальным, у которого эксцесс равен нулю. Более островершинные распределения имеют положительный эксцесс, а более плосковершинные отрицательный. По эксцессу возможно более четко интерпретировать контрастности распределения. Высокая контрастность соответствует более коррелированному распределению. Противоречивость и несогласованность мнений или несгруппированность оценок приводит к «размазыванию» распределения и к снижению его контрастности и эксцесса.

Таким образом, моменты представляют набор числовых характеристик, по которым можно сформировать систему принятия управленческих решений по управляемому процессу ИОС. Заданный набор оценок является весьма информативным.

8. Передаточная функция. Вычисление моментов v_g и v_{gh} в различные промежутки времени формирует информацию о преобразовании СФ в эргатической или гибридной системах. Воздействие системы на математическую модель (образ участника метакоммуникации) может быть представлено как оператор, выражающий связь между СФ в различные периоды времени, например, между «входом» и «выходом» процесса обучения. Преобразование СФ в си-

стеме может быть представлено как отношению выходного сигнала к входному при изменении входного сигнала по гармоническому закону. В технике такой оператор называется передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{\sum_{g=1}^{n} v_g^{output}}{\sum_{g=1}^{n} v_g^{input}} , \qquad (28)$$

$$W(p) = \frac{\sum_{g,h=1}^{n,k} v_{g,h}^{output}}{\sum_{g,h=1}^{n,k} v_{g,h}^{input}} , \qquad (29)$$

здесь передаточная функция — дробно-рациональная функция комплексной переменной. Знаменатель и числитель передаточной функции являются характеристическими полиномами системы. Полюсы передаточной функции образуют корни характеристического полинома в знаменателе, а нули — корни характеристического полинома в числителе. В нашем случае условимся, что порядок числителя передаточной функции не может превышать порядка ее знаменателя.

9. В ы ч и с л е н и е к о в а р и а ц и и . Для вычисления ковариационной функции СФ можно применить следующую формулу:

$$\begin{split} \widehat{K} &= M[\Psi(r_1, r_2) \Psi^*(r_1', r_2')] = \\ &= \frac{\iint_{-\infty}^{+\infty} \left(r_1 - m_{r_1}\right)^2 \left(r_2 - m_{r_2}\right)^2 \Psi(r_1, r_2, t) \Psi^*(r_1', r_2', t) dr_1 dr_2}{\iint_{-\infty}^{+\infty} \Psi(r_1, r_2, t) \Psi^*(r_1', r_2', t) dr_1 dr_2} \quad . \quad (30) \end{split}$$

Вычисление собственных значений и собственных функций уравнения:

$$\iint \widehat{K}(r_1, r_2, r_1', r_2') \Psi^*(r_1', r_2') dr_1 dr_2 = \lambda_q \Psi_q(r_1, r_2)$$
(31)

позволяет определить число управляющих характеристик управляемой ИОС. Собственные вектора $\Psi_q(r_1,r_2)$ интегрального уравнения (25) называются модами Карунена-Лоэва с собственными значениями λ , при этом ядро представляется нормализованной корреляционной матрицей (24), полученной усреднением по времени произведения значений нормированных компонент поля в два различных по времени измерения.

5. Матрица средних значений статусных функций как аналог матрицы плотности. Будем полагать, что введенные СФ представляют чистые состояния исследуемой системы, например, $\psi_a(x)$ и $\psi_b(x)$.

156

Состояние, в котором находится система, определяется комбинацией:

$$\Psi(\mathbf{x}) = c_a \Psi_a(\mathbf{x}) + c_b \Psi_b(\mathbf{x}). \tag{32}$$

Наборы элементарных базисных функций заданы системой, поэтому состояние системы определяется значениями c_a , c_b :

$$\Psi(\mathbf{x}) \to \begin{pmatrix} c_{\mathbf{a}} \\ c_{\mathbf{h}} \end{pmatrix} \quad . \tag{33}$$

Выберем в качестве обозначения для оператора плотности р. Подразумевается плотность распределения вероятности различных состояний рассматриваемой системы. Этот термин заимствуется из статистической физики, состояние задается точкой в фазовом пространстве. При этом предполагается, что конкретное состояние неизвестно, а известна лишь вероятность, что система находится в определенном состоянии из некоторого множества допустимых. Матрица плотности содержит вероятности состояний. Элементы матрицы плотности — это квадратичные комбинации.

$$\rho = \begin{pmatrix} c_a c_a^* & c_a c_b^* \\ c_b c_a^* & c_b c_b^* \end{pmatrix} . \tag{34}$$

Элементы главной диагонали являются действительными и не зависящими от пространственной базовой переменной. Они зависят только от времени. Остальные элементы матрицы плотности в стационарном состоянии являются нулевыми.

Среднее значение наблюдаемой Q для состояния, заданного матрицей ρ , есть след произведения операторов Q и ρ :

$$\langle Q \rangle = \operatorname{Sp}(Q\rho) \quad . \tag{35}$$

Заметим, что правило определения средней от наблюдаемой для чистых состояний представляет частный случай этой формулы.

Вычислим среднее значение заданной СФ:

$$\int \psi^* x \psi dx = \int x |\psi|^2 dx$$

$$= \int (c_a^* \psi_a^* + c_b^* \psi_b^*) x (c_a \psi_a + c_b \psi_b) dx$$

$$= \int x (|c_a|^2 |\psi_a|^2 + |c_b|^2 |\psi_b|^2 + c_a^* c_b \psi_a^* \psi_b^* + c_a c_b^* \psi_a \psi_b^*) dx .$$
(36)

Создадим систему таким образом, что элементы главной диагонали (34) равны 0. Это имеет смысл, так как определяем оператор преобразования как оператор сдвига:

$$\rho = \begin{pmatrix} 0 & c_a c_b^* \\ c_b c_a^* & 0 \end{pmatrix} . \tag{37}$$

Тогда (36) представим, как:

$$\int \psi^* x \psi dx =$$

$$= \int x \left(c_a^* c_b \psi_a^* \psi_b^* + c_a c_b^* \psi_a \psi_b^* \right) dx = ,$$

$$= c_a^* c_b p_{ab} + c_a c_b^* p_{ba}$$
(38)

где $p_{ab} = \int \psi_a^* x \; \psi_b dx$, и $p_{ba} = \int \psi_a x \psi_b^* dx$ — это математические ожидания по базисным функциям, которые заданы для определенной задачи и являются фиксированными.

Таким образом, введем обозначение для оператора плотности ρ , в общем случае:

$$P = \sum_{ij} c_i c_j |\psi_j\rangle \langle \psi_j| \quad , \tag{39}$$

где $\sum_{i} c_{i} = 1$.

В результате таких преобразований для конкретной задачи можно вычислить метрический оператор сдвига, для которого заданы базисы разложения как для входных, так и выходных сигналов в форме комплексных гармонических функций. В нашем случае используются СФ.

Подобный подход является весьма универсальным, так как синтезируемые модели используют пространства с гармоническим базисом, координатные функции которого являются собственными функциями системы на бесконечном интервале анализа, что гарантирует неизменность его формы как на входе, так и на выходе канала связи.

6. Непрерывный канал обратной связи анализа состояния оператора эргатической системы. Пусть поставлена задача анализа состояния операторов. Оценим его состояние методом СФ. Как отмечалось выше, оценка является случайной величиной. Анализатор оператора формирует оценку его действий. При регулярном выполнении последовательности одних действий оценка получается одинаковой или близкой. Изменение действий приводит к возникновению разброса оценок. Если последовательности действий существенно различаются,

то возникает значительный разброс оценок. Статистическая обработка измерений позволяет сформировать модель «идеального» оператора. Обычно эти результаты используется для оценки оператора в заданный момент. Прогноз оценки в следующие моменты может быть основан на сравнении с «идеальным» оператором на основе выработанных правил. Причем СФ позволяют разработать систему, в которой могут быть получены априорные оценки и прогноз действий оператора. При этом формируются СФ на основе упорядоченной пары оценок «идеального» и реального оператора $S = \{S1, S2\}$. Эти функции могут быть приписаны возможным идеализированным элементарным состояниям системы, назовем их функциями чистых состояний.

Пусть состояние эргатической системы с номером j является работоспособным и соответствует успешному выполнению k -ой, $k=\overline{1,n}$ требуемой операции. Пусть r — базовая переменная оценок действий эргатической системы. Тогда ψ_k и φ_k — скалярные комплексные детерминированные случайные функции возможностей распределений оценок действий оператора и системы, являющиеся чистыми состояниями системы. Они образуют наборы координатных функций возможных состояний оператора и машины. Требуется задать все числа, которые определяют чистые состояния. Существующее в действительности состояние является смешанным и образовано из набора элементарных случайных функций:

$$\Psi = \sum_{i=1}^{n} \nu_i \psi_i, \qquad \Phi = \sum_{j=1}^{n} \mu_j \phi_j. \tag{40}$$

В нашем случае Φ определяет отклик машины на действия оператора Ψ . Это С Φ , которые приписываются состояниям эргатической системы. Формирование Φ и Ψ происходит по алгоритму формирования комплексных С Φ [17]. Наборы последовательности действий оператора представляют вектор:

$$|\Psi> = (\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3 \dots \Psi_k)$$
 (41)

Функция отклика машины может быть получена на основе действия оператора эргатической системы. Представим ее в виде:

$$|\Phi\rangle = \widehat{\Theta}|\Psi\rangle \quad . \tag{42}$$

Все возможные состояния системы образованы матрицей состояний:

$$|\Phi > <\Psi| = \begin{bmatrix} S_{11} & \cdots & S_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{k1} & \cdots & S_{kk} \end{bmatrix} . \tag{43}$$

Таким образом, создавая в анализаторе действий оператора модель его действий на основе СФ, получаем аналог вектора состояний системы. В результате последовательности измерений процесса взаимодействия эргатической системе эти состояния могут быть определены [18-20]. Таким образом, применение метода статусных функций в анализаторе действий оператора позволяет развить методы [21] и алгоритмы повышения надежности эргатической системы [22, 23].

7. Результаты эксперимента и их анализ. Для создания ИОС с виртуальными компонентами предлагается использовать неинвазивный метод обратной связи обучаемых (дистанционная психодиагностика) с применением мультиспектрального анализа и нейросетевой экспертной системы [20, 24-28]. Анализирующее устройство учитывает особенности выражения лица, положения головы, динамики движения глаз, губ, рук и интенсивности (насыщенности) цвета тела (лица) каждого обучаемого. Результаты измерений обрабатываются статистически с использованием дискриминантного анализа на основе новых алгоритмов оптико-геометрического анализа с применением предложенного метода СФ.

Апробированная технология связана с синхронным переходом от коллективной образовательной среды к индивидуальной, направленной на реализацию личностных потребностей и сформированной обучаемым в результате взаимодействия с внешней (коллективной) образовательной средой. На основе включения в ИОС канала обратной связи (неинвазивной диагностики) осуществляется постоянный контроль и коррекция психофизического состояния (регулированием блока входных информационных данных) как отдельного обучаемого, так и коллектива (учебной группы) в целом, позволяя гибко изменять различные особенности программного сценария. В состав ИОС входят: базовый блок, содержащий видеосистему; система структурированной (инфракрасной) подсветки; программно-аппаратный блок, состоящий из ПК и соответствующего ПО; интерфейс для работы с сетевыми данными; анализатор физиологических параметров.

Использование полученной автоматизированной оценки процесса формирования компетенций позволило обеспечить хорошее соответ-

ствие с действующей системой оценивания для большинства участников процесса обучения. На основе предложенных новых математических моделей разработана система мониторинга качества процессов формирования профессиональных компетенций обучаемых [20].

8. Заключение. Внедрение в систему образования электронного обучения элементов виртуальной реальности, элементов искусственного интеллекта, систем управления знаниями и ресурсов Интернет приводит к формированию виртуальной интегрированной образовательной среды. При этом возникает задача создания моделей канала обратной связи, которая исследуется в области определения операторов преобразования некоторых пространств. В работе развит метод приписывания состоянию сформированности компетенций комплексных статусных функций. Метод ориентирован на непосредственное описание математической модели канала обратной связи эргатических систем. Статусные функции формируются как оптимальный, ортонормированный базис системы. Статусные функции формируются из упорядоченной пары оценок: явного оценивания, например, в результате тестирования и интенциональной оценки, характеризующей мотивационную составляющую компетенции. Предложенный метод получил техническую реализацию и прошел верификацию [20]. Настоящая статья содержит развитие метода, которое ориентировано на разработку математического обеспечения непрерывных каналов связи в эргатических системах, внедряемых в процесс обучения. Впервые введены правила работы со статусными функциями, описана их интерпретация. Предложен метод формирования оператора преобразования сигналов, представленных статусными функциями. Это математическое обеспечение приближает методы описания взаимодействия человекаоператора в эргатической системе к современным методам квантовой механики. Таким образом, предложен метод обработки и интерпретации данных измерения взаимодействий в образовательной системе на основе статусных функций, который учитывает перекрестность и взаимовлияние исследуемых процессов и соответствует взаимодействиям в информационно-образовательных средах.

Литература

- 1. *Левин Б.Р., Шварц В.* Вероятностные модели и методы в системах связи и управления // М.: Радио и связь. 1985. 312 с.
- Durisi G., Morgenshtern V.I., Bolcskei H. On the Sensitivity of Continuous-Time Noncoherent Fading Channel Capacity. 2012. URL: http://arxiv.org/pdf/1107.2527.pdf (дата обращения: 27.10.2013).
- 3. *Кловский Д.Д., Конторович В.Я., Широков С.М.* Модели непрерывных каналов связи на основе стохастических дифференциальных уравнений // М.: Радио и связь. 1984. 247 с.

- 4. *Matz G. et al.* Analysis, Optimization, and Implementation of Low-Interference Wireless Multicarrier Systems // IEEE Transactions on Wireless Communications. 2007. vol. 6. no. 5. pp. 1921–1931.
- 5. Zaki Ya. Future Mobile Communications: LTE Optimization and Mobile Network Virtualization // Springer. 2013. 173 p.
- 6. Zaki Ya et al. LTE Radio Schedulers Analytical Modeling using Continuous Time Markov Chains // In the 6th Joint IFIP Wireless and Mobile Networking Conference (WMNC) 2013. Dubai, United Arab Emirates (UAE), April 2013.
- Kaiser T., Zheng F. Ultra wideband systems with MIMO // Chichester. John Wiley & Sons Ltd. 2010. 254 p.
- 8. Fundamentals of DSL technology / Edited by Golden P., Dedieu H., Jacobsen K. // NY: Auerbach Publications. 2006. 454 p.
- 9. Батенков К.А. Моделирование непрерывных каналов связи в форме операторов преобразования некоторых пространств // Труды СПИИРАН. 2014. Вып. 32. С. 171–198.
- Батенков К.А. Модели системных характеристик линейных каналов связи на основе интегральных преобразований // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2012. № 3(4). С. 120–125.
- 11. Батенков К.А. Математическое моделирование непрерывных многопараметрических каналов связи в операторной форме // Телекоммуникации. 2013. № 10. С. 2–4.
- 12. Батенков К.А. Моделирование и синтез линейных дискретных отображений непрерывных каналов связи // Труды СПИИРАН. 2015. Вып. 42. С. 112–139.
- 13. Батенков К.А. Дискретные отображения непрерывного канала связи на основе обобщенного ряда Фурье // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2013. № 1(43). С. 12–20.
- Тихонов В. И., Харисов В. Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем // М.: Радио и связь. 1991. 608 с.
- Синицын И.Н. Канонические представления случайных функций и их применение в задачах компьютерной поддержки научных исследований // М.: ТОРУС-ПРЕСС. 2009. 768 с.
- 16. *Серл Дж.* Современная теория институтов: предмет и метод // Вопросы экономики. 2007. № 8. С. 4–27.
- 17. Большаков А.А., Вешнева И.В., Мельников Л.А., Перова Л.Г. Новые методы математического моделирования динамики и управления формированием компетенций в процессе обучения в вузе // М.: Горячая линия Телеком. 2014. 250 с.
- Вешнева И.В. Использование в интеллектуальной системе мониторинга процесса формирования профессиональных компетенций мод Карунена Лоэва // Вестник Казанского технологического университета. 2014. Т. 17. № 17. С. 195–202.
- Вешнева И.В. Моды Карунена-Лова для исследования структуры статусных функций, описывающих процесс формирования профессиональных компетенций // Вестник Казанского технологического университета. 2014. Т. 17. № 15. С. 302–309.
- 20. *Veshneva I.V. et al.* Model of formation of the feedback channel within ergatic systems for monitoring of quality of processes of formation of personnel competences // International Journal for Quality Research. 2015. vol. 9. no. 3. pp. 495–512.
- Дюбуа Д., Прад Д. Теория возможностей: Приложения к представлению знаний в информатике // М.: Радио и связь. 1990. 288 с.
- 22. *Боран-Кешишьян А.Л.* Нечетко-возможностные модели надежности эргатических составляющих тренажерно-обучающих систем // Вестник Адыгейского государственного университета. Сер.: Естественноматематические и технические науки. 2012. Вып. 4. С. 197–201.

- 23. Чистякова Т.Б. и др. Интеллектуальные системы технологического проектирования, управления и обучения в многоассортиментном производстве гранулированных пористых материалов из тонколисперсных частиц // СПб.: Изд.-во СПбГТИ(ТУ). 2012. 324 с.
- 24 Mkrttchian V., Stephanova G. Training of Avatar Moderator in Sliding Mode Control // Project Management Approaches for Online Learning Design, 2013. pp. 175–203.
- 25. Будко Р.Ю., Старченко И.Б. Создание классификатора мимических движений на основе анализа электромиограммы // Труды СПИИРАН. 2016. Вып. 46. С. 76–89.
- Подбельский В.В., Максименкова О.В., Бабич К.С. Об обеспечении 26. интероперабельности программных средств поддержки тестирования в образовании // Информационные технологии. 2016. Т. 22. №7. С. 534–541.
- 27. О.Я.. Родькина Никольская B.A.К проблеме распознавания психоэмоционального состояния человека по речи с использованием автоматизированных систем // Информационные технологии. 2016. Т. 22. №10. C. 728-733.
- Mkrttchian V., Kataev M., Bedi S., Shih T. Main Results and Some Open Problems of 28. Avatar Sliding Mode "hhh" Education Cloud Platform // Proceeding of Science and Education: Prospects of Development. Poltava University Publishing. 2013. pp. 146–151.

Вешнева Ирина Владимировна — доцент, доцент кафедры информационных систем и технологий в обучении факультета компьютерных наук и информационных технологий, Саратовский национальный исследовательский государственный университет. Область научных интересов: применение методов математики и информатики в социокультурных исследованиях. Число научных публикаций — 120. veshnevaiv@mail.ru; ул. Вольская, 10 А, 12 корпус, ком. 305, Саратов, 410000; р.т.: +7(8452)23-72-51, Факс: +7(8452)22-51-07.

Чистякова Тамара Балабековна — профессор, заведующая кафедрой систем автоматизированного проектирования и управления, Санкт-Петербургский технологический институт (технический университет) (СПбГТИ(ТУ)). Область научных интересов: разработка интеллектуальных автоматизированных систем обучения, проектирования, обработки информации и управления для гибких многоассортиментных наукоемких производств различных отраслей промышленности. Число научных публикаций — 400. chistb@mail.ru; Московский пр., 26, Санкт-Петербург, 190013; р.т.: +7 (812) 494-93-70, Факс: +7 (812) 316-18-26.

Большаков Александр Афанасьевич — д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры систем автоматизации проектирования и управления, Санкт-Петербургский технологический институт (технический университет) (СПбГТИ(ТУ)). Область научных интересов: создание интеллектуальных систем управления организационно-техническими комплексами. Число научных публикаций — 240. aabolshakov57@gmail.com; Московский пр., 26, Санкт-Петербург, 190013; р.т.: +79315414159, Факс: +7(812)316-18-26.

Поддержка исследований. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 12-07-00598-а)

I.V.VESHNEVA, T.B. CHISTYAKOVA, A.A. BOLSHAKOV THE STATUS FUNCTIONS METHOD FOR PROCESSING AND INTERPRETATION OF THE MEASUREMENT DATA OF INTERACTIONS IN THE EDUCATIONAL ENVIRONMENT

Veshneva I.V., Chistyakova T.B., Bolshakov A.A. The Status Functions Method for Processing and Interpretation of the Measurement Data of Interactions in the Educational Environment.

Abstract. We propose a mathematical method based on the use of complex functions as a status attributed to the state of the object functions. The method is focused on the direct description of the mathematical model of the feedback channel of ergatic systems. Status functions are formed as an optimal, orthonormal basis of the system. The rules for working with the status functions are introduced, and their interpretation is proposed. A method for forming the operator for conversing signals given as status functions is proposed. Thus, the mathematical support of an analysis of the interaction in the integrated educational environment is improved on the basis of modelling competence portraits of participants of the learning process, which is characterized by the use of status functions. This allowed for the multicomponent assessment of competence in the form of complex-valued functions.

Keywords: status functions, ergatic system, a continuous channel of communication, virtual reality training system.

Veshneva Irina Vladimirovna — Ph.D., associate professor, associate professor of information systems and technologies in the training department of the computer science and information technologies faculty, National Research Saratov State University. Research interests: application of methods of mathematics and computer science in sociocultural studies. The number of publications — 120. veshnevaiv@mail.ru; 10 A, Volsky str., 12 housing, com. 305, Saratov, 410000; office phone: +7(8452)23-72-51, Fax: +7(8452)22-51-07.

Chistyakova Tamara Balabekovna — Ph.D., Dr. Sci., professor, head of computer design and control department, St. Petersburg State Technological Institute (technical university). Research interests: development of intelligent automated learning systems design, data processing and control for flexible high-end multi-assortment production in various industries. The number of publications — 400. chistb@mail.ru; 26, Moscow avenue, St. Petersburg, 190013; office phone: +7 (812) 494-93-70, Fax: +7 (812) 316-18-26.

Bolshakov Alexander Afanasievich — Ph.D., Dr. Sci., professor, professor of computer design and control department, St. Petersburg Institute of Technology (Technical University). Research interests: creation of intelligent control systems, organizational and technical complexes. The number of publications — 240. aabolshakov57@gmail.com; 26, Moscow avenue., St. Petersburg, 190013; office phone: +79315414159, Fax: +7(812)316-18-26.

Acknowledgements. This research is supported by RFBR (grant 12-07-00598-a).

References

 Levin B.R., Shvarc V. Verojatnostnye modeli i metody v sistemah svjazi i upravlenija [Probabilistic models and methods in communication systems and management]. M.: Radio i svjaz'. 1985. 312 p. (In Russ.).

- Durisi G., Morgenshtern V.I., Bolcskei H. On the Sensitivity of Continuous-Time Noncoherent Fading Channel Capacity. 2012. Available at: arxiv.org.pdf.1107.2527.pdf (accesed: 27.10.2013).
- 3. Klovskij D.D., Kontorovich V.Ja., Shirokov S.M. *Modeli nepreryvnyh kanalov svjazi na osnove stohasticheskih differencial'nyh uravnenij* [Models of continuous communication channels based on stochastic differential equations]. M.: Radio i svjaz'. 1984. 247 p. (In Russ.).
- Matz G., et al. Analysis, Optimization, and Implementation of Low-Interference Wireless Multicarrier Systems. IEEE Transactions on Wireless Communications. 2007. vol. 6. no. 5. pp. 1921–1931.
- 5. Zaki Ya. Future Mobile Communications: LTE Optimization and Mobile Network Virtualization. Springer. 2013. 173 p.
- Zaki Ya et al. LTE Radio Schedulers Analytical Modeling using Continuous Time Markov Chains. In the 6th Joint IFIP Wireless and Mobile Networking Conference (WMNC) 2013. Dubai. United Arab Emirates (UAE). April 2013.
- Kaiser T., Zheng F. Ultra wideband systems with MIMO. Chichester. John Wiley & Sons Ltd. 2010. 254 p.
- Golden P., Dedieu H., Jacobsen K. Fundamentals of DSL technology. NY: Auerbach Publications. 2006. 454 p.
- Batenkov K.A. Modelirovanie nepreryvnyh kanalov svjazi v forme operatorov preobrazovanija nekotoryh prostranstv [Continuous channel modeling in shape of some space transformation operators]. Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings. 2014. vol. 32. pp. 171–198. (In Russ.).
- Batenkov K.A. [Models of linear system characteristics of communication channels based on the integral transforms]. Modeli, sistemy, seti v jekonomike, tehnike, prirode i obshhestve – Models, systems, networks in the economy, technology, nature and society. 2012. vol. 3(4). pp. 120–125. (In Russ.).
- 11. Batenkov K.A. [Mathematical modeling of continuous multivariable communication channels in the operator form]. *Telekommunikacii Telecommunications*. 2013. vol. 10. pp. 2–4. (In Russ.).
- Batenkov K.A. [Modeling and Synthesis of Discrete Mappings of Linear Continuous Channel]. Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings. 2015. vol. 42. pp. 112–139. (In Russ.).
- 13. Batenkov K.A. [Digital display continuous communication channel based on the generalized Fourier series]. Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotehnicheskogo universiteta Vestnik of Ryazan state radioengineering university. 2013. vol. 1(43). pp. 12–20. (In Russ.).
- Tihonov V.I., Harisov V.N. Statisticheskij analiz i sintez radiotehnicheskih ustrojstv i sistem [Statistical analysis and synthesis of radio engineering devices and systems].
 M.: Radio i svjaz'. 1991. 608 p. (In Russ.).
- Sinicyn I.N. Kanonicheskie predstavlenija sluchajnyh funkcij i ih primenenie v zadachah komp'juternoj podderzhki nauchnyh issledovanij [Canonical representations of random functions and their application in computer support of research objectives].
 M.: TORUS-PRESS. 2009. 768 p. (In Russ.).
- Serl Dzh. [The modern theory of: the subject and method] Voprosy jekonomiki Economics Questions. 2007. vol. 8. pp. 4–27. (In Russ.).
- 17. Bol'shakov A.A., Veshneva I.V., Mel'nikov L.A., Perova L.G. Novye metody matematicheskogo modelirovanija dinamiki i upravlenija formirovaniem kompetencij v processe obuchenija v vuze [New methods of mathematical modeling of the dynamics of the formation and management of competences in the learning process at the university] M.: Gorjachaja linija Telekom. 2014. 250 p. (In Russ.).

- 18. Veshneva I.V. *Ispol'zovanie v intellektual'noj sisteme monitoringa processa formirovanija professional'nyh kompetencij mod Karunena Lojeva* [Using intelligent monitoring system of the formation of professional competencies fashion Karhunen Loeve] Vestnik Kazanskogo tehnologicheskogo universiteta Scientific journal «Herald of Kazan Technological University». 2014. Issue 17. vol.17. pp. 195–202. (In Russ.).
- Veshneva I.V. Mody Karunena-Lova dlja issledovanija struktury statusnyh funkcij, opisyvajushhih process formirovanija professional'nyh kompetencij [Fashion Karhunen-Lova for studying the structure of status functions, describing the process of formation of professional competence] Vestnik Kazanskogo tehnologicheskogo universiteta - Scientific journal «Herald of Kazan Technological University». 2014. Issue 17. vol. 15. pp. 302–309. (In Russ.).
- Veshneva I.V. et al. Model of formation of the feedback channel within ergatic systems for monitoring of quality of processes of formation of personnel competences. *International Journal for Quality Research*. 2015. vol. 9. no. 3. pp. 495-512.
- Djubua D., Prad D. Teorija vozmozhnostej: Prilozhenija k predstavleniju znanij v informatike [Theory capabilities: Applications to knowledge representation in computer science]. M.: Radio i svjaz'. 1990. 288 p. (In Russ.).
- Boran-Keshish'jan A.L. . [Fuzzy possibilistic reliability model ergatic components trenazherno-learning systems]. Vestnik Adygejskogo gosudarstvennogo universiteta.
 Ser.: Estestvenno-matematicheskie i tehnicheskie nauki Bulletin of the Adygeya State University, a series of natural-mathematical and technical sciences. 2012. vol. 4. pp. 197–201. (In Russ.).
- 23. Chistjakova T.B. i dr. Intellektual'nye sistemy tehnologicheskogo proektirovanija, upravlenija i obuchenija v mnogoassortimentnom proizvodstve granulirovannyh poristyh materialov iz tonkodispersnyh chastic [Intelligent systems process design, management and training in multiproduct manufacture granular porous material of fine particles]. SPb.: Izd.-vo SPbGTI(TU). 2012. 324 p. (In Russ.).
- Mkrttchian V., Stephanova G. Training of Avatar Moderator in Sliding Mode Control. Project Management Approaches for Online Learning Design. 2013. pp. 175–203.
- Budko R.Ju., Starchenko I.B. [Creation of the Facial Gestures Dlassifier Based on the Electromyogram Analysis]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2016. vol. 46. pp. 76–89. (In Russ.).
- Podbel'skij V.V., Maksimenkova O.V., Babich K.S. [On ensuring interoperability software testing support in education]. *Informacionnye tehnologii Information Technology*. 2016. vol. 22. no. 7. pp. 534–541. (In Russ.).
- Rod'kina O.Ja., Nikol'skaja V.A. [On the problem of recognition of mental and emotional state of a person by speech with the use of automated systems].
 Informacionnye tehnologii Information Technology. 2016. vol. 22. №10. pp. 728–733. (In Russ.).
- Mkrttchian V., Kataev M., Bedi S., Shih T. Main Results and Some Open Problems of Avatar Sliding Mode "hhh" Education Cloud Platform. Proceeding of Science and Education: Prospects of Development. Poltava University Publishing. 2013. pp. 146–151.