

С.А. Солдатенко, Р.М. Юсупов

**ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ НУЛЬМЕРНОЙ КЛИМАТИЧЕСКОЙ
МОДЕЛИ И ЕЕ ОБРАТНЫЕ СВЯЗИ В КОНТЕКСТЕ
ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПОГОДОЙ И КЛИМАТОМ ЗЕМЛИ**

Солдатенко С.А., Юсупов Р.М. Чувствительность нульмерной климатической модели и ее обратные связи в контексте проблемы управления погодой и климатом Земли.

Аннотация. Антропогенные изменения климата обуславливают необходимость разработки методов противодействия глобальному потеплению. Манипулирование притоком солнечной радиации к климатической системе за счет создания искусственных аэрозольных облаков в стратосфере является одним из возможных геоинженерных способов стабилизации климата. Оценка эффективности подобных мероприятий выполняется обычно на основе численного моделирования вне рамок теории оптимального управления без строгой формулировки целевого функционала. В статье рассмотрена энергобалансовая климатическая модель нулевой размерности и проанализированы ее основные свойства, важные с точки зрения построения оптимальных систем управления климатом и погодой. На основе данной модели оценено влияние целенаправленных манипуляций притоком солнечной радиации на среднеглобальную приземную температуру. Поскольку полученные оценки согласуются с результатами ранее выполненных исследований, представленная модель может послужить основой для разработки физически обоснованных способов управления климатом и погодой, используя методы геофизической кибернетики.

Ключевые слова: геофизическая кибернетика, геоинженерия, манипулирование и управление климатом, оптимальное управление, чувствительность, обратные связи.

1. Введение. Изменение климата, выражающееся в трендовом, не всегда гладком повышении средней глобальной приземной температуры, обусловлено деятельностью человека и представляет собой цивилизационный вызов современности [1]. Парижское соглашение Рамочной конвенции ООН об изменении климата как логическое продолжение Киотского протокола предусматривает реализацию комплекса мер по снижению выбросов в атмосферу парниковых газов (ПГ) с целью не допустить повышение средней глобальной приземной температуры к 2100 году более чем на 2 °C от уровня доиндустриальной эпохи (~1760 г.). Помимо очевидной возможности стабилизировать изменение климата за счет уменьшения эмиссии ПГ в рамках относительно новой науки геоинженерии (климатической инженерии) предлагаются иные варианты решения проблемы, а именно — целенаправленное воздействие на процессы, управляющие поведением земной климатической системы [2-9]. Один из возможных методов геоинженерии — манипулирование притоком коротковолновой солнечной радиации (в англоязычной литературе данное направление именуется «solar radiation management») за счет создания мелкодисперсных аэрозольных облаков в стратосфере [10-12]. Данный подход имеет известный природный аналог — извержения вулканов, в результате которых огромное количество

сульфатного аэрозоля выбрасывается в стратосферу, что сопровождается похолоданием в глобальном масштабе [13].

Оценка эффективности геоинженерных проектов выполняется обычно на основе численного моделирования [14-16]. При этом задача стабилизации климата, как правило, рассматривается вне рамок теории управления без строгой формулировки целевого функционала. В то же время геофизическая кибернетика [17], являющаяся методологией планирования и осуществления воздействий на природную среду на основе кибернетического подхода, позволяет подойти к проблеме геоинженерии как к оптимизационной задаче, которая может быть решена методами теории оптимального управления. Управление климатом, несомненно, чрезвычайно сложная задача, поскольку климатическая система как физический объект обладает рядом специфических особенностей [18-20]. Кроме того, рассматривая задачи управления климатом с позиций геофизической кибернетики, мы сталкиваемся с тем, что применение кибернетических подходов и методов, разработанных в других областях, оказывается весьма затруднительным [17, 20].

Постановка задачи управления климатом включает в себя математическую модель климатической системы, описывающую ее поведение под влиянием управляющих воздействий и внешних возмущений, формулировку цели управления, модель управляющих воздействий и ограничения, накладываемые на управляющие воздействия и состояние климатической системы. Таким образом, рассмотрение геоинженерных проектов в рамках геофизической кибернетики предполагает, прежде всего, наличие адекватной математической модели управляемого объекта (в нашем случае климатической системы), свойства которой должны быть хорошо изучены. В связи с этим цель настоящей работы — рассмотреть в качестве модели управляемого объекта энергобалансовую климатическую модель нулевой размерности и проанализировать ее основные свойства, важные с точки зрения разработки оптимальных систем управления климатом и погодой, обратив особое внимание на чувствительность и обратные связи модели. Заметим, что математические модели климатической системы подчиняются определенной иерархии. В рамках этой иерархии наиболее простыми являются так называемые нульмерные модели [21, 22], в которых основной переменной служит приземная среднеглобальная температура климатической системы, используемая Межправительственной группой экспертов по изменению климата (МГЭИК) для характеристики глобального потепления нашей планеты. Заметим, что приземная среднеглобальная тем-

пература — это среднегодовая температура, полученная путем осреднения по всей площади земного шара температуры поверхности океана и температуры приповерхностного слоя атмосферы над континентами.

Несмотря на свою простоту, нульмерные модели широко используются для оценки влияния на климат естественных и антропогенных факторов. Поскольку в дальнейшем рассматриваемую в настоящей работе модель предполагается использовать в качестве инструмента для решения задач оптимального управления климатом, нами в качестве примера рассмотрено применение этой модели для получения оценок воздействий радиационного форсинга, обусловленного эмиссией мелкодисперсного сульфатного аэрозоля в стратосферу, на среднеглобальную приземную температуру. Эффект воздействия стратосферного аэрозоля в модели учитывается посредством рассчитываемого альбедо аэрозольного слоя. Полученные аналитическим путем результаты и полумпирические оценки, могут оказаться полезными для разработки методов оптимального управления климатом и погодой.

2. Нульмерная энергобалансовая модель и ее основные свойства. Уравнение нульмерной энергобалансовой модели климата имеет вид [22]:

$$C \frac{dT}{dt} = R^\downarrow - R^\uparrow, \quad (1)$$

где T — среднеглобальная приземная температура; t — время; C — эффективная теплоемкость климатической системы; R^\downarrow и R^\uparrow — потоки приходящей коротковолновой солнечной радиации и уходящего длинноволнового земного излучения на верхней границе атмосферы, вычисляемые следующим образом [21, 22]:

$$R^\downarrow = Q[1 - \alpha(T)], \quad R^\uparrow = \varepsilon \sigma T^4, \quad (2)$$

Здесь Q — поток солнечной радиации на поверхность единичной площади на верхней границе атмосферы (инсоляция); α — планетарное альбедо; $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ Вт м}^{-2} \text{ К}^{-4}$ — постоянная Стефана-Больцмана; $\varepsilon = 0,62$ — коэффициент излучательной способности земной системы, учитывающий отличие Земли от абсолютно черного тела, а также поглощение длинноволновой радиации водяным паром, атмосферным аэрозолем, облачностью и парниковыми газами. Инсоляция определяется выражением $Q = I_0/4$, где $I_0 = 1370 \text{ Вт м}^{-2}$ — солнечная постоянная.

Эффективная теплоемкость климатической системы, образованной атмосферой и океаном, представляет собой сумму теплоемкости атмосферы C_A и теплоемкости квазиоднородного слоя океана C_O , имеющего толщину h :

$$C = C_A + C_O = c_p (p_s/g) + c_w \rho_w h \delta_B, \quad (3)$$

где $c_p = 1004 \text{ Дж К}^{-1} \text{ кг}^{-1}$ — удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении; $p_s = 10^5 \text{ Па}$ — атмосферное давление у земной поверхности; $g = 9,81 \text{ м с}^{-2}$ — ускорение силы тяжести; $c_w = 4218 \text{ Дж К}^{-1} \text{ кг}^{-1}$ и $\rho_w = 10^3 \text{ кг м}^{-3}$ — удельная теплоемкость и плотность морской воды соответственно; $\delta_B \approx 0,71$ — доля площади земного шара, покрытая океаном; h — толщина квазиоднородного слоя океана. Полагая в формуле (3) $h = 75 \text{ м}$, будем иметь $C \approx 2,35 \times 10^8 \text{ Дж К}^{-1} \text{ кг}^{-1}$. Данное значение эффективной теплоемкости используется в дальнейшем при выполнении расчетов.

В общем случае в энергобалансовых климатических моделях следует учесть зависимость планетарного альбеда от среднеглобальной температуры. Для описания этой зависимости, как правило, применяются различные аналитические линейные и нелинейные функций. В данной работе мы воспользуемся выражением, предложенным в [22]:

$$\alpha(T) = 0,5 - 0,2 \text{th}[(T - 265 \text{ К})/10]. \quad (4)$$

Климатическая система, описываемая уравнением (1), имеет три состояния равновесия, которые находятся из условия стационарности:

$$R = Q[1 - \alpha(T)] - \varepsilon \sigma T^4 = 0. \quad (5)$$

Решая уравнение (5) итерационным методом Ньютона, мы получаем следующие три точки равновесия: $T_1^e \approx 287 \text{ К}$; $T_2^e \approx 266 \text{ К}$ и $T_3^e \approx 233 \text{ К}$. Забегая вперед, отметим, что две точки равновесия, T_1^e и T_3^e , являются устойчивыми, тогда как равновесная точка T_2^e — неустойчива. Очевидно, что точка T_1^e (устойчивое «теплое» состояние) соответствует современному климату. Устойчивая точка T_3^e (температура

этой точки по шкале Цельсия составляет примерно -40°C) соответствует состоянию климатической системы, именуемому «Земля — снежок» (snowball Earth state). Очевидно, что при столь низких температурах (-40°C) Земля будет полностью покрыта льдом и снегом.

На рисунке 1а показаны два графика: S-образная кривая отображает функцию $R^{\downarrow} = Q[1 - \alpha(T)]$, а монотонно растущая кривая — функцию

$R^{\uparrow} = \varepsilon\sigma T^4$. Точки пересечения этих кривых соответствуют точкам равновесия климатической системы.

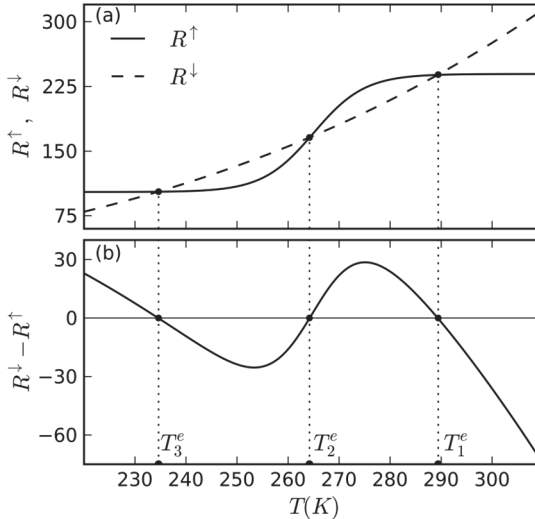


Рис. 1. Точки равновесия климатической системы

С целью исследования устойчивости равновесных состояний представим уравнение (1) в виде $dT/dt = R(T, \varphi)$, где φ — вектор параметров модели. Линеаризуем это уравнение в окрестности точки равновесия:

$$dT/dt = R(T^e) + (dR/dT)|_{T^e} (T - T^e) + \dots \approx -\gamma(T - T^e). \quad (6)$$

Устойчивость системы определяется знаком параметра $-\gamma = (dR/dT)|_{T^e}$: если $-\gamma > 0$, то система в данной точке неустойчива и, напротив, если $-\gamma < 0$ — то система устойчива. Вычисления γ в точках рав-

новесия показывают, что точки T_1^e и T_3^e соответствуют устойчивому состоянию системы, а точка T_2^e – неустойчивому. График функции $R(T, \varphi) = R^\downarrow - R^\uparrow$ (рисунок 1б) наглядно иллюстрирует данный вывод. Например, в точке T_2^e функция $R(T, \varphi)$ растет, то есть в этой точке $dR/dT > 0$ и, следовательно, данное равновесное состояние неустойчиво.

Кроме оптико-физических параметров аэрозольной атмосферы и отражательных характеристик подстилающей поверхности на состояние климатической системы большое влияние оказывает инсоляция Q , которая на геологических временных масштабах претерпевала существенные изменения. Изучение влияния вариаций инсоляции на глобально-осредненную температуру представляет интерес как для решения геоинженерных проблем, так и для палеоклиматических исследований. При изменении величины инсоляции возможно изменение количества точек равновесия и характера их устойчивости, что может свидетельствовать о качественном изменении поведения системы. В теории динамических систем для исследования данной проблемы строится бифуркационная диаграмма, представляющая собой параметрический портрет системы вместе с ее фазовыми портретами, соответствующими каждому множеству параметров. При рассмотрении влияния вариаций инсоляции на равновесное состояние климатической системы в качестве бифуркационного параметра можно взять отношение $\gamma = Q/Q_0$, где величина $Q_0 = I_0/4 = 342,5$ Вт м² соответствует текущему значению солнечной постоянной. Бифуркационная диаграмма нульмерной модели с одним бифуркационным параметром может быть представлена на плоскости (γ, T) . Тогда фазовые портреты представляют собой сечения бифуркационной диаграммы при $\gamma = const$. Бифуркационная диаграмма модели показана на рисунке 2. На этом рисунке области устойчивых равновесных состояний климатической системы изображены сплошной линией, а область неустойчивых состояний — пунктирной. Как показывает рисунок 2, система имеет две точки бифуркации: $T_1^c \approx 274$ К и $T_2^c \approx 252$ К. Рассмотрим, как поведет себя система при изменении бифуркационного параметра. Пусть для определенности система находится в устойчивом состоянии T_3^e . Если параметр γ растет (инсоляция увеличивается), то $T_3^e \rightarrow T_2^c$ и $T_2^e \rightarrow T_2^c$. При некотором значении параметра $\gamma = \gamma_2^c$ наступает событие $T_2^e = T_3^e = T_2^c$, и далее си-

система достаточно быстро переходит в новое («теплое») устойчивое состояние. Для того чтобы совершить обратный процесс (перевести систему из устойчивого «теплого» состояния в состояние «Земля — снежок») необходимо уменьшить бифуркационный параметр до значения $\gamma_1^c < \gamma_2^c$, соответствующего бифуркационной точке T_1^c , в которой $T_2^e = T_1^e = T_1^c$. Таким образом, мы видим, что нульмерной энергобалансовой модели свойственно явление гистерезиса, то есть состояние системы, описываемое энергобалансовой моделью, определяется внешними условиями (бифуркационным параметром) не только в тот же момент времени, но и динамикой системы в предшествующий период. Величина $\Delta T = T_1^c - T_2^c$ определяет ширину кривой гистерезиса.

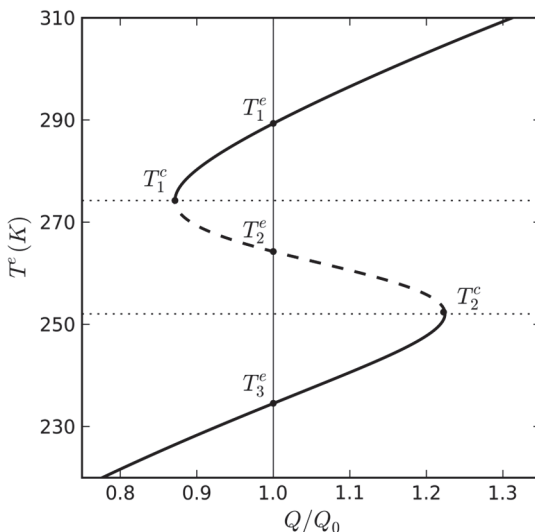


Рис. 2. Бифуркационная диаграмма

3. Анализ чувствительности модели и ее обратных связей.

Земная климатическая система, основными компонентами которой являются атмосфера, гидросфера, литосфера, криосфера и биосфера, может быть рассмотрена как комплексная управляемая адаптивная динамическая система, обладающая специфическими физическими, динамическими и иными свойствами [20]. Наличие многочисленных обратных связей в климатической системе создает основу для разработки методов манипулирования и управления климатом и погодой. Обратные связи, как известно, качественно меняют реакцию системы на внешние (пред-

намеренные и случайные) воздействия. Через сложную цепочку причинно-следственных связей отрицательные обратные связи уменьшают реакцию системы на внешние возмущения, тогда как положительные, напротив, усиливают. Следовательно, с кибернетической точки зрения, климатическая система, на которую оказывают воздействие естественные факторы (в первую очередь, солнечная радиация, облачность, газовый, химический и аэрозольный состав атмосферы), представляет собой замкнутую систему управления, поэтому методы оптимального управления климатом и погодой также должны строиться по замкнутой схеме, показанной на рисунке 3.



Рис. 3. Блок-схема управляемой климатической системы: F — форсинг, управляющий поведением климатической системы, F' — сигнал обратной связи, T — выходной сигнал (глобально усредненная приземная температура)

Поскольку энергетический потенциал протекающих в климатической системе процессов огромен, методы оптимального управления климатом и погодой должны быть, с одной стороны, физически обоснованными, а с другой стороны, технически реализуемыми. В работах [18, 19] нами было показано, что разработка физически обоснованных методов управления климатом и погодой сводится к исследованию чувствительности математических климатических моделей к вариациям параметров, рассматриваемых в качестве управлений. В настоящей работе мы анализируем климатическую систему как управляемую систему, полагая, что управляющей переменной служит радиационный форсинг (возмущение), обусловленный как естественными факторами, например, вариацией солнечной постоянной и изменчивостью прозрачности аэрозольной атмосферы, так и непреднамеренными или целенаправленными антропогенными воздействиями. Непреднамеренное воздействие может быть связано, например, с ростом концентрации парниковых газов в атмосфере, являющимся следствием глобального экономического развития. Предна-

меренное воздействие в глобальном масштабе сводится к реализации геоинженерных проектов, рассматриваемых до настоящего времени в основном только теоретически как способ стабилизации климата.

Влияние малых внешних воздействий на климатическую систему может быть оценено посредством функций (коэффициентов) чувствительности [1]. В теории климата мерой реакции климатической системы на устойчивое внешнее радиационное воздействие служит коэффициент чувствительности, определяемый для системы, находящейся в некотором равновесном состоянии T^e . Условие равновесия системы (1) имеет вид:

$$R = R^\downarrow - R^\uparrow = 0. \quad (7)$$

Пусть ΔF — радиационный форсинг, постоянно воздействующий на равновесную климатическую систему (7). Под влиянием возникающего радиационного дисбаланса $\Delta R = -\Delta F$ система с течением времени переходит в новое равновесное состояние $T^e + \Delta T$. Введем в рассмотрение коэффициент чувствительности климатической системы к радиационному возмущению ΔF [23]:

$$S = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta F} = \frac{\partial T}{\partial F} + \sum_i \frac{\partial T}{\partial \varphi_i} \frac{\partial \varphi_i}{\partial F}, \quad (8)$$

где φ_i ($i = 1, \dots, N$) — вектор параметров модели климата. Для равновесного состояния, описываемого уравнением (7), будем иметь:

$$S = \frac{dT}{dF} = - \left(\frac{dR}{dT} \right)^{-1} = \left(\left. \frac{dR^\uparrow}{dT} \right|_{T^e} - \left. \frac{dR^\downarrow}{dT} \right|_{T^e} \right)^{-1} = - \left(4\varepsilon\sigma(T^e)^3 + Q_0 \frac{\partial \alpha}{\partial T} \right)^{-1}. \quad (9)$$

Обозначим через S_0 базовый коэффициент чувствительности, соответствующий разомкнутой системе:

$$S_0 = \frac{dT}{dF} = \frac{\partial T}{\partial F}. \quad (10)$$

Тогда для равновесной системы (7) имеем:

$$S_0 = \frac{1}{4\varepsilon\sigma(T^e)^3}, \quad (11)$$

поскольку в разомкнутой системе (т.е. в системе без обратных связей) зависимость планетарного альбедо от температуры не учитывается. Для равновесного состояния $T_1^e \approx 287$ К, соответствующего настоящему климату, из (11) следует, что $S_0 \approx 0,30$ К(Вт м⁻²)⁻¹. Таким образом, в рамках разомкнутой системы изменение среднглобальной приземной температуры ΔT_0 , обусловленное форсингом ΔF , можно оценить с помощью простого линейного соотношения:

$$\Delta T_0 = S_0 \Delta F. \quad (12)$$

МГЭИК в качестве меры равновесной чувствительности рассматривает реакцию климатической системы на удвоение концентрации углекислого газа (СО₂). Величина радиационного форсинга, обусловленного удвоением СО₂, может быть определена по приближенной формуле [24]:

$$\Delta R_{\text{CO}_2}(t) = 5,35 \times \ln \left[\text{CO}_2(t) / \text{CO}_2(0) \right]. \quad (13)$$

где $\text{CO}_2(0) = 278$ млн⁻¹ — концентрация СО₂ до начала индустриальной эры. Полагая $\text{CO}_2(t) = 556$ млн⁻¹, из выражения (13) будем иметь $\Delta R_{2 \times \text{CO}_2} = 3,7$ Вт м⁻². Тогда из соотношения (12) следует, что $\Delta T_{2 \times \text{CO}_2} \approx 1,1$ °С. Заметим, что согласно Пятому оценочному докладу МГЭИК, чувствительность равновесной климатической системы «с высокой степенью достоверности находится в интервале 1,5–4,5 °С» [1]. Эта оценка получена на основе радиационно-конвективных и трехмерных математических моделей климата, учитывающих обратные связи. Здесь важно отметить, что в метеорологической литературе при обсуждении указанных обратных связей климатической системы имеет место терминологическая несогласованность [21, 26-30]. В данной работе обратные связи климатической системы анализируются в рамках теории управления, рассматривая климатическую систему как объект управления, состояние которого управляется радиационным форсингом [20].

С целью рассмотрения обратных связей климатической системы разложим функцию R в ряд Тейлора в окрестности равновесного состояния T^e . Тогда, ограничиваясь членами первого порядка, получим:

$$\Delta R \approx \left. \frac{dR}{dT} \right|_{T^e} \Delta T. \quad (14)$$

Если для разомкнутой системы $\Delta T = S_0 \Delta F$, то для замкнутой системы будем иметь:

$$\Delta T = S_0 \Delta F + \sum_i f_i \Delta T, \quad (15)$$

где:

$$f_i = S_0 \left. \frac{\partial R}{\partial \varphi_i} \right|_{\varphi_j, j \neq i} \times \frac{\partial \varphi_i}{\partial T}. \quad (16)$$

Безразмерный коэффициент f_i носит название фактора обратной связи, соответствующего параметру φ_i . Если обозначить, то из (15) будем иметь:

$$\Delta T = \frac{S_0}{1-f} \Delta F. \quad (17)$$

Таким образом, коэффициент чувствительности климатической системы при наличии обратных связей определяется следующим образом:

$$S = \frac{S_0}{1-f}. \quad (18)$$

Если ввести в рассмотрение коэффициент преобразования системы $G = 1/(1-f)$, то, комбинируя (12) и (17), получим:

$$\Delta T = G \Delta T_0. \quad (19)$$

Коэффициент преобразования системы G в специальной литературе называется коэффициентом климатического усиления («climate gain») [31]. Из анализа выражения (19) следует, что при $f < 0$ наблюдается эффект отрицательной обратной связи и, следовательно, замкнутая система реагирует на внешнее возмущение в меньшей степени, чем разомкнутая система (система без обратных связей). Если $0 < f < 1$, то имеет место эффект положительной обратной связи, в соответствии с которым реакция замкнутой системы на внешнее воздействие превосходит реакцию разомкнутой системы. Если же $f \geq 1$, то можно пока-

зять, что имеет место экспоненциальный рост ΔT , в результате чего система никогда не придет в новое равновесное состояние. Этот случай не характерен для земной климатической системы. Отметим, что к числу важнейших положительных обратных связей земной климатической системы относятся:

– «планетарное альbedo–температура» (глобальное потепление → таяние арктических льдов → уменьшение альbedo → увеличение объема энергии, поглощаемой подстилающей поверхностью → рост приземной температуры → интенсификация таяния льдов);

– «водяной пар — температура» (глобальное потепление → усиление испарения → рост влагосодержания атмосферы → усиление парниковых свойств атмосферы → дополнительный рост температуры атмосферы и океана);

– «парниковые газы — температура» (антропогенный рост концентрации ПГ → увеличение температуры поверхности океана → рост концентрации ПГ за счет их высвобождения из океанской воды → усиление глобального потепления).

Основной отрицательной обратной связью является «температура — инфракрасное уходящее излучение» (глобальное потепление → увеличение уходящего в космос инфракрасного излучения земной поверхности и атмосферы → ослабление глобального потепления). Заметим, что удвоение температуры, согласно закону Стефана — Больцмана, приводит к росту длинноволнового излучения в 16 раз. Существуют также обратные связи, например «облачность — температура», «атмосферный аэрозоль — температура», знаки которых остаются неопределенными.

Обратные связи играют исключительную роль в формировании отклика климатической системы на внешние, в том числе преднамеренные, воздействия. В то же время обратным связям климатической системы характерна высокая степень неопределенности, приводящая к значительному варьированию результатов моделирования последствий антропогенных возмущений, полученных на основе климатических моделей различной степени сложности. Чтобы показать, как влияют неопределенности обратных связей на результаты моделирования, продифференцируем по f уравнение (19). В результате получим выражение для вариации отклика системы $\delta(\Delta T)$, обусловленного вариацией фактора обратной связи δf [31]:

$$\delta(\Delta T) = G^2 \Delta T_0 \delta f. \quad (20)$$

Поскольку зависимость между неопределенностью отклика системы $\delta(\Delta T)$ и фактором обратной связи f , входящим в коэффициент G , является квадратичной, то вариация отклика системы $\delta(\Delta T)$, обусловленная неопределенностью фактора обратной связи δf , нелинейно зависит от f (рисунок 4).

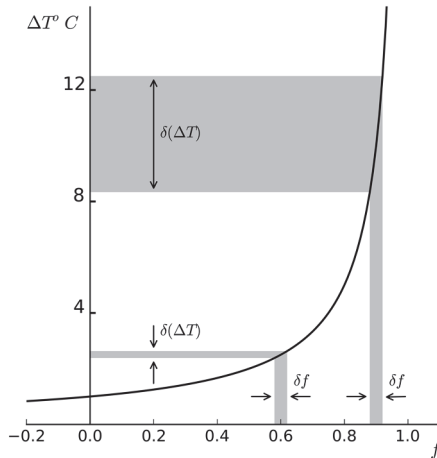


Рис. 4. Иллюстрация влияния неопределенности фактора обратной связи δf на неопределенность отклика климатической системы $\delta(\Delta T)$ [31]

Неопределенность величин обратных связей приводит к тому, что на основе климатических моделей мы можем прогнозировать будущее состояние климата, описываемое не конкретными значениями переменных состояния, а лишь диапазоном их возможных значений. Данное обстоятельство негативно влияет на оценку последствий управления климатом и погодой, поскольку методы управления основаны, в первую очередь, на манипулировании обратными связями.

Рассмотрим вопрос о влиянии обратных связей на климатическую систему. Из (14) и (15) можно получить:

$$\Delta R = \lambda \Delta T, \quad (21)$$

где $\lambda = -S^{-1}$ — параметр, называемый параметром обратной связи («net feedback parameter»), имеющий размерность $\text{Вт м}^{-2} \text{К}^{-1}$ (не путать с безразмерным фактором обратной связи f). Для разомкнутой системы $\lambda_0 = -S_0^{-1} \approx 3,3 \text{ Вт м}^{-2} \text{К}^{-1}$. Это означает, что увеличение среднеглобальной приземной температуры на 1°C приводит к уменьшению радиационного

баланса климатической системы на величину λ_0 . Это так называемый «Планковский отклик системы» с поправкой на коэффициент ε . Параметр обратной связи, соответствующий механизму обратной связи «планетарное альbedo — температура», вычисляется с помощью соотношения (4):

$$\lambda_A = -Q \frac{d\alpha}{dT} = 0,02Q \operatorname{sech}^2 \left(\frac{T - 265K}{10} \right). \quad (22)$$

Для $T = T_1^e$ имеем $\lambda_A = 0,33 \text{ Вт м}^{-2}\text{К}^{-1}$. Рассматриваемая модель явно учитывает только Планковский отклик системы и обратную связь «планетарное альbedo — температура». Поэтому суммарный параметр обратной связи $\lambda_r = \lambda_0 + \lambda_A$ составляет $-3 \text{ Вт м}^{-2}\text{К}^{-1}$. С учетом этого из (12) получаем уточненное значение равновесной чувствительности климатической системы к удвоению CO_2 : $\Delta T_{2 \times \text{CO}_2} \approx (1/3) \times 3,7 = 1,2 \text{ }^\circ\text{C}$. Данная оценка не отражает эффекты обратных связей, обусловленных, прежде всего, водяным паром, атмосферным аэрозолем и облачностью. Попутно отметим, что параметр обратной связи $\lambda_{\text{H}_2\text{O}}$ «водяной пар — температура», согласно [1], колеблется в интервале $(1,6 \pm 0,3) \text{ Вт м}^{-2}\text{К}^{-1}$.

Мелкодисперсный сульфатный аэрозоль, инжектируемый в стратосферу с целью ослабления глобального потепления, частично отражает коротковолновую солнечную радиацию, способствуя таким образом уменьшению радиационного притока тепла к климатической системе. В этой связи важно оценить чувствительность приземной среднеглобальной температуры только к вариациям инсоляции. Введем в рассмотрение коэффициент чувствительности:

$$S_Q = \frac{Q}{100} \frac{dT}{dQ}. \quad (23)$$

Определить коэффициент S_Q можно из уравнения (7).

Для общего случая, когда во внимание принимается зависимость планетарного альbedo от температуры (4), будем иметь: (24)

$$S_Q = \frac{Q}{100} \left\{ \frac{4\varepsilon\sigma T^3}{1-\alpha} \left[1 - \frac{5 \times 10^{-3}}{1-\alpha} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{T - 265K}{10} \right) \right] \right\}^{-1}.$$

Поскольку мы рассматриваем модель применительно к сегодняшнему климату, то зависимостью планетарного альбеда от температуры можно пренебречь. Тогда для равновесной температуры T_1^e из (24) получим $S_Q \approx 0,72$. Следовательно, уменьшение инсоляции на величину $\Delta Q_0 \approx 3,43 \text{ Вт м}^{-2}$ (что составляет 1% от величины базового значения Q_0) вызывает понижение среднеглобальной приземной температуры примерно на $0,72 \text{ }^\circ\text{C}$. Данная оценка важна с точки зрения планирования геоинженерных мероприятий, поскольку с ее помощью мы можем определить величину радиационного форсинга, обусловленного стратосферным аэрозолем, необходимого для компенсации роста среднеглобальной температуры вследствие увеличения концентрации парниковых газов в атмосфере.

4. Стабилизация климата за счет введения в стратосферу аэрозоля. Проиллюстрируем применение рассмотренной выше модели на примере задачи стабилизации климата за счет введения в стратосферу сульфатного аэрозоля. Если длинноволновое уходящее излучение параметризовать по Будыко [21, 32], то уравнение нулевой энергобалансовой модели можно записать в следующем виде:

$$C \frac{dT}{dt} = Q[1 - \alpha(T)] - (A + BT). \quad (25)$$

Здесь параметры A и B описывают влияние водяного пара на климатическую систему. М. И. Будыко предложил вычислять температуру в энергобалансовых моделях в градусах Цельсия и получил на основе анализа спутниковых данных следующие значения для A и B : $A = 203,3 \text{ Вт м}^{-2}$, $B = 2,09 \text{ Вт м}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ [32]. Заметим, что некоторые авторы применяют несколько иные значения этих параметров [21, 33]. Поскольку в дальнейшем при получении аналитических оценок нами будет использована линеаризованная версия модели (25), покажем, что параметры A и B зависят от температуры, относительно которой уравнение (25) линеаризуется. С этой целью рассмотрим «традиционное» выражение для длинноволнового уходящего излучения $R^\uparrow = \varepsilon\sigma T^4$. Разложим R^\uparrow в ряд Тейлора в окрестности равновесного состояния $T_0 = T_1^e \approx 287 \text{ К}$:

$$R^\uparrow(T - T_0) = \varepsilon\sigma T_0^4 + \left. \frac{\partial R^\uparrow}{\partial T} \right|_{T_0} (T - T_0) + \dots \approx A + BT.$$

Здесь $A = -3\varepsilon\sigma T_0^4 \approx -715 \text{ Вт м}^{-2}$, $B = 4\varepsilon\sigma T_0^3 \approx 3,32 \text{ Вт м}^{-2}\text{К}^{-1}$.

Эти значения для A и B получены, в отличие от параметризации Будыко, при условии, что температура выражена в градусах Кельвина.

Пусть на систему (25) воздействует малое радиационное возмущение δQ такое, что $\delta Q \ll Q_0$. Радиационный форсинг δQ вызывает изменение среднеглобальной температуры на величину δT . Представим температуру T в виде суммы некоторого среднего значения T_0 и отклонения δT . Очевидно, что $\delta T \ll T_0$. Линеаризуем уравнение (25) в окрестности T_0 . С этой целью будем предполагать, что параметры A , B и альbedo α , являющиеся функциями температуры, можно разложить в степенные ряды по степеням δT :

$$\alpha: T \mapsto \alpha(T) = \alpha_0 + \alpha_1 \delta T + \dots,$$

$$A: T \mapsto A(T) = A_0 + A_1 \delta T + \dots,$$

$$B: T \mapsto B(T) = B_0 + B_1 \delta T + \dots$$

Тогда, без учета слагаемых второго порядка малости, из (25) получим следующее линеаризованное уравнение энергобалансовой модели [33]:

$$B_0 \tau \frac{d\delta T}{dt} = (1 - \alpha_0) \delta Q - \frac{B_0}{G} \delta T. \quad (26)$$

Здесь $\tau = C/B_0$ — время релаксации климатической системы, определяемое ее тепловой инерцией, G — параметр климатического усиления такой, что $G = 1/(1 - f)$, где:

$$f = f_1 + f_2,$$

$$f_1 = -(A_1 + B_1 T_0)/B_0,$$

$$f_2 = -\alpha_1 Q_0/B_0.$$

Воздействие мелкодисперсного сульфатного аэрозоля на земную климатическую систему можно учесть путем введения альbedo аэрозольного слоя α_A , тогда $\delta Q = -\alpha_A Q_0$. Будем полагать, что технически возможно в течение достаточно продолжительного интервала времени

поддерживать в стратосфере аэрозольное облако с заданными свойствами, то есть будем считать, что $\delta Q = const$. Отметим, что в рамках рассматриваемой модели учет зависимости δQ от времени существенных математических проблем не вызовет.

Радиационный форсинг, обусловленный наличием в атмосфере парниковых газов, будем определять посредством соотношения (13):

$$\Delta R_{CO_2}(t) = R_0 + \delta R(t),$$

где R_0 — радиационный форсинг в некоторый начальный момент времени; $\delta R(t)$ — функция, описывающая временную динамику радиационного форсинга. Для расчета $\Delta R_{CO_2}(t)$ нами используются RCP (Representative Concentration Pathways) сценарии эмиссии парниковых газов [34], подготовленные для Пятого оценочного доклада МГЭИК [1] и представленные на рисунке 5. Каждый RCP сценарий определяется величиной радиационного форсинга в 2100 году относительно 1765 года. Сценарию RCP8.5 соответствует $\Delta R_{CO_2} = 8,5 \text{ Вт м}^{-2}$, сценариям RCP6.0, RCP4.5 и RCP2.6, соответственно, 6,0; 4,5 и 2,6 Вт м^{-2} .

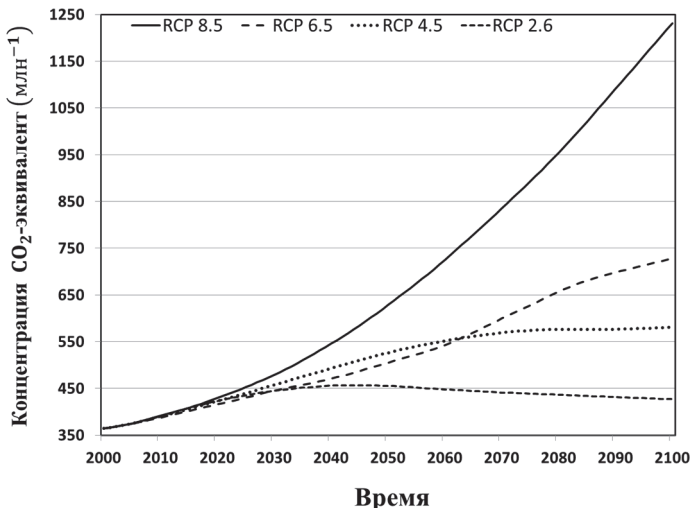


Рис. 5. Сценарии эмиссии парниковых газов [34]

Для описания временной динамики радиационного форсинга мы, в целях простоты, будем использовать линейную функцию $\delta R(t) = R't$.

Здесь параметр R' зависит от выбранного RCP сценария, принимая во внимание не только парниковые газы, приведенные к эквиваленту CO_2 , но и все остальные антропогенные и природные источники радиационного возмущения климатической системы [34]. С учетом сделанных замечаний уравнение (26) можно переписать следующим образом:

$$B_0 \tau \frac{d\delta T}{dt} + \frac{B_0}{G} \delta T = R' t + [R_0 - (1 - \alpha_0) \alpha_A Q_0]. \quad (27)$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$\delta T(t) = GB_0^{-1} [R'(t - \Delta_t) + q(1 - e^{-t/G\tau})], \quad (28)$$

где $\Delta_t = G\tau(1 - e^{-t/G\tau})$ — запаздывающий аргумент; $q = R_0 - (1 - \alpha_0) \alpha_A Q_0$ — постоянный радиационный форсинг, обусловленный аэрозолями и парниковыми газами.

Мгновенный радиационный форсинг, обусловленный инжектируемым в стратосферу аэрозолями, в рассматриваемой модели определяется величиной альbedo аэрозольного слоя α_A , и вычисляется, как уже было отмечено выше, по формуле $\delta Q = -\alpha_A Q_0$. В то же время, δQ можно выразить через оптическую толщину аэрозольного слоя T_A [35, 36]: $\delta Q = -a_0 T_A$, где параметр $a_0 = 24 \text{ Вт м}^{-2}$ [35]. Комбинируя два этих выражения, мы можем получить следующее простое соотношение, позволяющее приближенно оценить альbedo аэрозольного слоя, если оптическая толщина T_A известна: $\alpha_A \approx 0,07 T_A$. Кроме этого, мы также можем оценить соответствующую мгновенную суммарную массу аэрозоля M_A :

$$M_A = (T_A / k_A) S_e. \quad (29)$$

Здесь k_A — коэффициент экстинкции аэрозоля ($k_A \approx 7,6 \text{ м}^2 \text{ г}^{-1}$ [35]); S_e — площадь земного шара, определяемая выражением $S_e = 4\pi R_e^2$, где $R_e = 6371 \text{ км}$ — средний радиус Земли.

В таблице 1 приведены значения альbedo аэрозольного слоя и соответствующие им величины оптической толщины и суммарной массы

аэрозольного слоя. К примеру, если в некоторый момент времени аэрозоль в количестве 10^{12} г (1 Тг) равномерно распределен над всей территорией земного шара, то в этом случае мгновенная оптическая толщина аэрозольного слоя будет иметь значение 0,015, а его альбеда — $\alpha_A \approx 0,001$. Аналогичная схема расчета альбеда аэрозольного слоя использовалась ранее, например, в [14, 15].

Таблица 1. Альбеда аэрозольного слоя α_A и соответствующие оптическая толщина T_A и суммарная масса аэрозольного слоя M_A

α_A	0,005	0,010	0,015	0,020	0,025
T_A	0,07	0,14	0,21	0,29	0,36
$M_A \times 10^6$ т	4,7	9,6	14,4	19,2	23,9

Вычисления на основе изложенной модели проводились для 100-летнего временного интервала $2000 \leq t \leq 2100$, а оценка результатов выполнялась относительно момента времени $t = 2000$. Тогда в качестве начального условия мы можем принять $\delta T_{2000} = 0$ (нижний индекс означает год, для которого определяется отклонение температуры). Рассмотрим результаты расчетов для наиболее жесткого эмиссионного сценария RCP8.5, предусматривающего экспоненциальный непрекращающийся рост концентрации ПГ в атмосфере. Данный сценарий является самым пессимистичным и соответствует ситуации, когда никаких мер, противодействующих глобальному потеплению, мировым сообществом не предпринимается. Согласно сценарию RCP8.5, среднеглобальная приземная температура к 2100 году должна увеличиться на 4–6 °С относительно 2000 года [1]. Рост среднеглобальной приземной температуры, полученный на основе нульмерной модели, составляет 4,24 °С.

По всей вероятности, постоянное поддержание в стратосфере сульфатного аэрозоля могло бы способствовать стабилизации климата [3-7]. Как известно, целевая установка МГЭИК и правительств многих стран — добиться того, чтобы рост температуры к 2100 году не превысил 2 °С относительно доиндустриального уровня [1]. Эту цель предполагается достичь в основном за счет уменьшения глобальной эмиссии ПГ, тогда как геоинженерные проекты рассматриваются лишь в качестве теоретически возможной альтернативы.

На рисунке 6 показан рассчитанный с помощью уравнения (28) временной тренд температуры при различных значениях альбеда аэрозольного стратосферного слоя. Здесь мы рассматриваем гипотетический случай, приняв за точку отсчета 2000 год, начиная с которого в стратосфере поддерживается аэрозольное облако с заданными характе-

ристиками. Напомним, что в этом случае $\delta T_{2000} = 0$. В таблице 2 приведены рассчитанные с помощью модели изменения среднеглобальной приземной температуры δT_{2100} в 2100 г. при различных значениях альбедо аэрозольного слоя, постоянно поддерживаемого в стратосфере на протяжении 100 лет. Очевидно, что в силу линейности модели, зависимость роста среднеглобальной приземной температуры от α_A также является линейной и может быть аппроксимирована линейной функцией $\delta T_{2100} = -k\alpha_A + \mu$, где $k \approx 1,72 \times 10^2$ °C и $\mu \approx 4,24$ °C. Если же нам необходимо определить значение альбедо аэрозольного слоя, которое обеспечивает некоторый априори заданный рост среднеглобальной приземной температуры δT_{2100} , то мы можем воспользоваться следующей линейной зависимостью:

$$\alpha_A = -\theta \delta T_{2100} + \eta, \quad (30)$$

где $\theta \approx 5,81 \times 10^{-3}$ °C и $\eta \approx 2,47 \times 10^{-2}$.

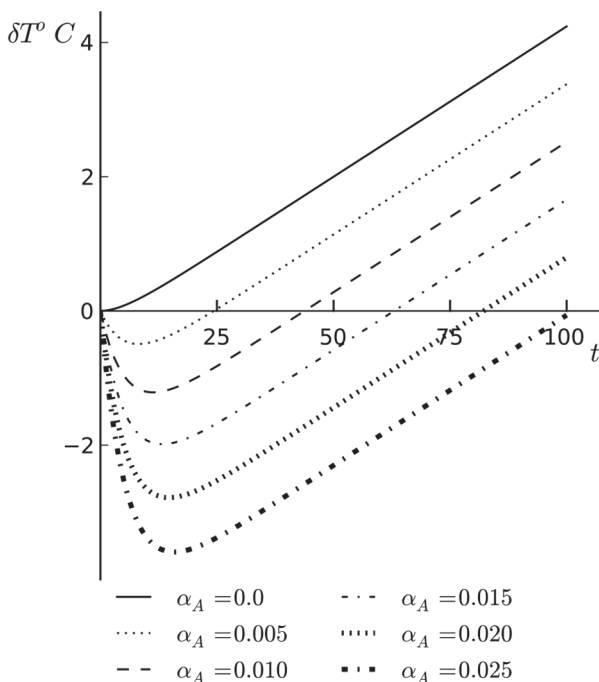


Рис. 6. Увеличение среднеглобальной приземной температуры при различных значениях альбедо аэрозольного слоя для сценария RCP8.5

Определим из выражения (30) альbedo аэрозольного слоя, обеспечивающего выполнение установки МГЭИК относительно роста среднеглобальной температуры относительно уровня доиндустриальной эпохи ($\delta T_{2100} = 2^\circ \text{C}$). Поскольку в 2000 г. рост температуры относительно доиндустриального уровня составлял примерно $0,8^\circ \text{C}$, то $\delta T_{2100} \approx 1,2^\circ \text{C}$. Тогда из уравнения (30) получим $\alpha_A \approx 0,018$. Таким образом, в рамках обсуждаемой модели, цель МГЭИК достижима в том случае, если суммарная масса инжектируемого в стратосферу аэрозоля составит, согласно (29), порядка 17 мегатонн в год (здесь мы не учитываем время жизни аэрозоля, которое, по разным оценкам, находится в интервале от одного до трех лет). Стратосферный аэрозоль образуется путем доставки газа-предшественника в стратосферу. При этом из одной тонны газа-предшественника (например, сероводорода) образуется до 4 тонн мелкодисперсного аэрозоля [5]. Поэтому для создания 17 мегатонн аэрозоля потребуется немногим более 4 мегатонн газа-предшественника. Отметим, что оценка суммарной массы аэрозоля на основе альbedo аэрозольного слоя характеризуется неопределенностью, обусловленной неучетом микрофизических параметров аэрозоля, которые влияют на оптические свойства аэрозольного слоя. Данный недостаток характерен не только для рассматриваемой модели, но и для многих других моделей, применяемых для оценки геоинженерных проектов [3, 14-16].

Таблица 2. Рассчитанные изменения среднеглобальной приземной температуры $\delta T_{2100}^\circ \text{C}$ в 2100 г. при различных значениях альbedo аэрозольного слоя, постоянно поддерживаемого в стратосфере

α_A	0,0	0,005	0,010	0,015	0,020	0,025
δT_{2100}	4,24	3,38	2,52	1,66	0,80	-0,06

Поскольку стоимость доставки в стратосферу одной мегатонны вещества, необходимого для образования аэрозоля, в текущих ценах составляет примерно 43 млрд. долларов США [3], стабилизация климата посредством создания искусственных стратосферных облаков — процедура достаточно дорогостоящая. В связи с этим актуальной проблемой является улучшение экономических показателей геоинженерных мероприятий. Анализируя рисунок 6, мы можем заключить, что поддерживать в течение 100 лет аэрозольный слой с постоянной суммарной массой вряд ли является рациональной стратегией, поскольку в течение некоторого интервала времени будет наблюдаться излишнее охлаждение планеты ($\delta T < 0$). В ряде работ [14, 15] альbedo (либо оптическая толщина) аэрозольного слоя рассчитывается последовательно для каждого момента времени, учитывая растущий радиационный форсинг, обусловленный

увеличением содержания парниковых газов в атмосфере (в соответствии с эмиссионными сценариями МГЭИК). Расчеты показывают, что в этом случае временной тренд суммарной массы аэрозоля может быть описан линейной функцией. Однако подобный подход к проектированию геоинженерных мероприятий не гарантирует получение оптимального в некотором смысле решения задачи стабилизации климата. На наш взгляд, строгое решение задачи стабилизации климата может быть получено с использованием методов оптимального управления [17-20]. Для этого необходимо, прежде всего, сформулировать целевой функционал (функционалы) и, используя уравнение модели в качестве ограничений, получить решение задачи, применяя подходящие методы (например, принцип максимума Понтрягина или метод динамического программирования).

5. Заключение. В данной работе рассмотрена энергобалансовая климатическая модель нулевой размерности и проанализированы ее основные свойства как динамической системы. В частности, определены точки равновесия и исследована их устойчивость, построена бифуркационная диаграмма, где в качестве бифуркационного параметра взята безразмерная величина Q/Q_0 , рассмотрен вопрос о чувствительности и обратных связях климатической системы как замкнутой системы управления. Показано, в частности, как обратные связи влияют на чувствительность и передаточную функцию модели климатической системы, а также на неопределенность результатов моделирования.

Несмотря на свою простоту, рассматриваемая модель позволяет получить достаточно адекватную оценку среднеглобальной температуры климатической системы ($\sim 14,4$ °C), не противоречащую данным наблюдений и соответствующую точности моделирования, которой обладают модели подобного класса. В дальнейшем модель предполагается использовать в качестве инструмента для решения задач оптимального управления земной климатической системой. В связи с этим, исключительно в иллюстративных целях, нами рассмотрена задача стабилизации климата посредством манипулирования притоком солнечной радиации за счет создания мелкодисперсных аэрозольных облаков в стратосфере. При этом во внимание принят радиационный форсинг, обусловленный растущей концентрацией парниковых газов в атмосфере в соответствии с RCP сценариями. Полученные на основе модели результаты подтверждают сложившееся на основе ранее выполненных исследований представление о том, что разработка оптимальных в некотором смысле стратегий реализации геоинженерных проектов является актуальной проблемой, требующей своего развития. С нашей точки зрения, методы геофизической кибернетики позволят внести заметный вклад в решение данной проблемы. Однако оптимальное управление системами

с распределенными параметрами (т.е. системами, описываемыми дифференциальными уравнениями в частных производных) учитывая то, что многие физические процессы, протекающие в климатической системе, явно не описываются уравнениями модели, а параметризуются, представляет собой проблему чрезвычайной сложности. Следуя принципу от простого к сложному, мы предполагаем исследовать проблему управления климатической системой, используя на начальном этапе простые аналитические модели. В этой связи рассмотренная в настоящей работе нульмерная модель послужит отправной точкой для проведения исследований по данной проблематике.

Литература

1. IPCC 2013: Climate Change 2013: The physical science basis. Contribution of working group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change / Edited by Stocker T.F. et al. // Cambridge University Press. 2013. 1535 p.
2. Bengtsson L. Geo-engineering to confine climate change: is it at all feasible? // *Climatic Change*. 2006. vol. 77. no. 3–4. pp. 229–234.
3. Crutzen P.J. Albedo enhancement by stratospheric sulfur injections: a contribution to resolve a policy dilemma? // *Climatic Change*. 2006. vol. 77. no. 3–4. pp. 211–220.
4. Wigley T.M. A combined mitigation/geoengineering approach to climate stabilization // *Science*. 2006. vol. 314. pp. 452–455.
5. Robock A., Marquardt A., Kravitz B., Stenchikov G. Benefits, risks, and costs of stratospheric geoengineering // *Geophysical Research Letters*. 2009. vol. 36. L19703.
6. Shepherd J. Geoengineering the climate: Science, governance and uncertainty // London. Royal Society. 2009. 98 p.
7. MacCracken M.C. On the possible use of geoengineering to moderate specific climate change impacts // *Environmental Research Letters*. 2009. vol. 4. pp. 1–14.
8. MacMartin D.G. et al. Dynamics of the coupled human-climate system resulting from closed-loop control of solar geoengineering // *Climate Dynamics*. 2014. vol. 43. no. 1. pp. 243–258.
9. Ming T. et al. Fighting global warming by climate engineering: Is the Earth radiation management and the solar radiation management any option for fighting climate change? // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2014. vol. 31. pp. 792–834.
10. Будыко М.И. Метод воздействия на климат // *Метеорология и гидрология*. 1974. № 2. С. 91–97.
11. Latham J. Control of global warming? // *Nature*. 1990. vol. 347. pp. 339–340.
12. Израэль Ю.А. Эффективный путь сохранения климата на современном уровне – основная цель решения климатической проблемы // *Метеорология и гидрология*. 2005. № 10. С. 5–9.
13. Robock A. Volcanic eruptions and climate // *Reviews of Geophysics*. 2000. vol. 38. no. 2. pp. 191–219.
14. Елисеев А.В., Мохов И.И. Модельные оценки эффективности ослабления и предотвращения глобального потепления климата в зависимости от сценариев контролируемых аэрозольных эмиссий в стратосферу // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*. 2009. Т. 45. № 2. С. 232–244.
15. Пархоменко В.П. Моделирование стабилизации глобального климата управляемыми выбросами стратосферного озона // *Математическое моделирование и численные методы*. 2014. № 2. С. 115–126.
16. Kravitz B. et al. Climate model response from the Geoengineering Model Intercomparison Project (GeoMIP) // *Journal of Geophysical Research*. 2013. vol. 118. pp. 8320–8332.
17. Гаскаров Д.В., Киселев В.Б., Солдатенко С.А., Юсупов П.М. Введение в геофизическую кибернетику // СПб: СПбГУВК. 1998. 165 с.

18. Soldatenko S., Yusupov R. On the possible use of geophysical cybernetics in climate manipulation (geoengineering) and weather modification // WSEAS Transactions on Environment and Development. 2015. vol. 11. pp. 116–125.
19. Soldatenko S., Yusupov R. The determination of feasible control variables for geoengineering and weather modification based on the theory of sensitivity in dynamical systems // Journal of Control Science and Engineering. 2016. vol. 2016. Article ID 154762. 9 p.
20. Soldatenko S. Weather and climate manipulation as an optimal control for adaptive dynamical systems // Complexity. 2017. vol. 2017. Article ID 4615072. 12 p.
21. McGuffie K., Henderson-Sellers A. The climate modelling primer // Wiley. New York. 2014. 456 p.
22. Karper H., Engler H. Mathematics and climate // SIAM. Philadelphia. 2013. 295 p.
23. Rosenwasser E., Yusupov R. Sensitivity of automatic control systems // CRC Press. Boca Raton. FL. 2000. 436 p.
24. Myhre G. et al. New estimates of radiative forcing due to well mixed greenhouse gases // Geophysical Research Letters. 1998. vol. 25. no. 14. pp. 2715–2718.
25. Rahmstorf S. Anthropogenic climate change: Revisiting the facts. In: Global warming looking beyond Kyoto // Brooking Institution Press. Washington. DC. 2008. pp. 34–53.
26. Hansen J. et al. Climate sensitivity: Analysis of feedback mechanisms // Climate Processes and Climate Sensitivity. Wiley. New York. 1984. pp. 130–163.
27. Hansen J. et al. Low-cost long-term monitoring of global climate forcings and feedbacks // Climatic Change. 1995. vol. 31. no. 1. pp. 247–271.
28. Hansen J. et al. Earth's energy imbalance: Confirmation and implications // Science. 2005. vol. 308. pp. 1431–1435.
29. Hansen J. et al. Climate change and trace gases // Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 2007. vol. 365. pp. 1925–1954.
30. Stephens G.L. Cloud feedbacks in the climate system: a critical review // Journal of Climate. 2005. vol. 18. no. 1. pp. 237–273.
31. Roe G. Feedbacks, timescales, and seeing red // Annual Review of Earth and Planetary Science. 2009. vol. 37. pp. 93–115.
32. Budyko M.I. The effect of solar radiation variations on the climate of the earth // Tellus. 1969. vol. XXI. pp. 611–619.
33. Tung K.K. Simple climate modelling // Discrete and Continuous Dynamical Systems. Series B. 2007. vol. 7. no. 3. pp. 651–660.
34. Meinshausen M. et al. The RCP greenhouse gas concentrations and their extensions from 1765 to 2300 // Climatic Change. 2011. vol. 109. pp. 213–241.
35. Hansen J. et al. Efficacy of climate forcing // Journal of Geophysical Research. 2005. vol. 110. D18104. pp. 1–45.
36. Lenton T.M., Vaughan N.E. The radiative forcing potential of different climate geoengineering options // Atmospheric Chemistry and Physics. 2009. vol. 9. pp. 5539–5561.

Солдатенко Сергей Анатольевич — д-р физ.-мат. наук, профессор, ведущий научный сотрудник лаборатории прикладной информатики и проблем информатизации общества, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН). Область научных интересов: математическое моделирование геофизических процессов, усвоение информации, оценка и моделирование рисков. Число научных публикаций — 160. soldatenko@ias.spb.su; 199178, 14-я линия В.О., д. 39, г. Санкт-Петербург; р.т. +7(812)328-3411.

Юсупов Рафаэль Мидхатович — д-р техн. наук, профессор, член-корреспондент РАН, заслуженный деятель науки и техники РФ, директор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН), президент, НП Национальное общество имитационного моделирования («НОИМ»). Область научных интересов: теория управления, информатика, теоретические основы информатизации и информационного общества, информационная безопасность. Число научных публикаций — 390. spiiiran@ias.spb.su; 199178, 14-я линия В.О., д. 39, г. Санкт-Петербург; р.т. +7(812)328-3337.

S.A. SOLDATENKO, R.M. YUSUPOV
**SENSITIVITY AND FEEDBACK LOOPS OF A ZERO-
 DIMENSIONAL CLIMATE MODEL IN THE CONTEXT OF THE
 WEATHER AND EARTH'S CLIMATE CONTROL**

Soldatenko S.A., Yusupov R.M. Sensitivity and Feedback Loops of a Zero-Dimensional Climate Model in the Context of the Weather and Earth's Climate Control.

Abstract. Anthropogenic climate change requires the development of methods to prevent global warming. One of the possible geoengineering ways to stabilize climate is a manipulation of the solar radiation influx by forming artificial aerosol clouds in the stratosphere. The effectiveness of such activities is usually estimated on the basis of numerical modeling outside of the optimal control theory, without the formulation of the objective functional. In this paper, a zero-dimensional energy-balance climate model is discussed, and its basic properties are analyzed that are important from the viewpoint of the development of optimal control systems for climate and weather. On the basis of the model we evaluated the effects of intentional manipulations of the solar radiation influx on the global mean surface temperature. Since the obtained estimates are consistent with the results of previous studies, the present model can be considered as a basis for developing physically sound and technically feasible methods of optimal climate and weather control.

Keywords: geophysical cybernetics, geoengineering, climate manipulation and control, optimal control, sensitivity analysis, feedbacks.

Soldatenko Sergei Anatolievich — Dr. Sci., professor, principal scientist of laboratory of applied informatics and society informatization problems, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of Russian Academy of Sciences (SPIIRAS). Research interests: mathematical modeling of geophysical processes, data assimilation, risk assessment and modeling. The number of publications —160. soldatenko@iiias.spb.su; 39, 14-th Line, St. Petersburg, 199178, Russia; office phone +7(812)328-3411.

Yusupov Rafael Midkhatovich — Dr. Sci., professor, Corr. Member of RAS, director, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of Russian Academy of Sciences (SPIIRAS), president of NP National Simulation Society (“NSS”). Research interests: control theory, informatics, theoretic basics of informatization and information society, information security. The number of publications —390. spiiiran@iiias.spb.su; 39, 14-th Line, St. Petersburg, 199178, Russia; office phone +7(812)328-3311.

References

1. IPCC 2013: Climate Change 2013: The physical science basis. Contribution of working group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Edited by Stocker T.F. et al. Cambridge University Press. 2013. 1535 p.
2. Bengtsson L. Geo-engineering to confine climate change: is it at all feasible? *Climatic Change*. 2006. vol. 77. no. 3-4. pp. 229–234.
3. Crutzen P.J. Albedo enhancement by stratospheric sulfur injections: a contribution to resolve a policy dilemma? *Climatic Change*. 2006. vol. 77. no. 3-4. pp. 211–220.

4. Wigley T.M. A combined mitigation/geoengineering approach to climate stabilization. *Science*. 2006. vol. 314. pp. 452–455.
5. Robock A., Marquardt A., Kravitz B., Stenchikov G. Benefits, risks, and costs of stratospheric geoengineering. *Geophysical Research Letters*. 2009. vol. 36. D19703.
6. Shepherd J. Geoengineering the climate: Science, governance and uncertainty. London. Royal Society. 2009. 98 p.
7. MacCracken M.C. On the possible use of geoengineering to moderate specific climate change impacts. *Environmental Research Letters*. 2009. vol. 4. pp. 1–14.
8. MacMartin D.G. et al. Dynamics of the coupled human-climate system resulting from closed-loop control of solar geoengineering. *Climate Dynamics*. 2014. vol. 43. no. 1. pp. 243–258.
9. Ming T. et al. Fighting global warming by climate engineering: Is the Earth radiation management and the solar radiation management any option for fighting climate change? *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2014. vol. 31. pp. 792–834.
10. Budyko M.I. [The method of climate modification]. *Meteorologiya i Gidrologiya – Meteorology and Hydrology*. 1974. vol. 2. pp. 91–97. (In Russ.).
11. Latham J. Control of global warming? *Nature*. 1990. vol. 347. pp. 339–340.
12. Izrael Yu. A. [An efficient way to regulate the global climate is the main objective of the solution of the climate problem]. *Meteorologiya i Gidrologiya – Meteorology and Hydrology*. 2005. vol. 10. pp. 5–9. (In Russ.).
13. Robock A. Volcanic eruptions and climate. *Reviews of Geophysics*. 2000. vol. 38. no. 2. pp. 191–219.
14. Eliseev A.V., Mokhov I.I. [Estimating the efficiency of mitigating and preventing global warming with scenarios of controlled aerosol emissions into the stratosphere]. *Izvestiya Rossiyskoy Akademii nauk. Fizika atmosfery i okeana – Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Physics of the Atmosphere and Ocean*. 2009. vol. 45. no. 2. pp. 232–244. (In Russ.).
15. Parkhomenko V.P. [Modelling global climate stabilization by controlled emission of stratospheric aerosol]. *Matematicheskoye Modelirovaniye i Chislenniye Metodi – Mathematical Modelling and Numerical methods*. 2014. vol. 2. pp. 115–126. (In Russ.).
16. Kravitz B. et al. Climate model response from the Geoengineering Model Intercomparison Project (GeoMIP). *Journal of Geophysical Research*. 2013. vol. 118. pp. 8320–8332.
17. Gaskarov D.V., Kisselev V.B., Soldatenko S.A., Yusupov R.M. *Vvedeniye v geofizicheskuyu kibernetiku* [Introduction to the geophysical cybernetics and environmental monitoring]. St. Petersburg: State University Publ. 1998. 165 p. (In Russ.).
18. Soldatenko S., Yusupov R. On the possible use of geophysical cybernetics in climate manipulation (geoengineering) and weather modification. *WSEAS Transactions on Environment and Development*. 2015. vol. 11. pp. 116–125.
19. Soldatenko S., Yusupov R. The determination of feasible control variables for geoengineering and weather modification based on the theory of sensitivity in dynamical systems. *Journal of Control Science and Engineering*. 2016. vol. 2016. Article ID 154762. 9 p.
20. Soldatenko S. Weather and climate manipulation as an optimal control for adaptive dynamical systems. *Complexity*. 2017. vol. 2017. Article ID 4615072. 12 p.
21. McGuffie K., Henderson-Sellers A. The climate modelling primer. Wiley. New York. 2014. 456 p.
22. Karper H., Engler H. Mathematics and climate. SIAM, Philadelphia. 2013. 295 p.
23. Rosenwasser E., Yusupov R. Sensitivity of automatic control systems. CRC Press. Boca Raton. FL. 2000. 436 p.

24. Myhre G. et al. New estimates of radiative forcing due to well mixed greenhouse gases. *Geophysical Research Letters*. 1998. vol. 25. no. 14. pp. 2715–2718.
25. Rahmstorf S. Anthropogenic climate change: Revisiting the facts. In: Global warming looking beyond Kyoto. Brooking Institution Press. Washington. DC. 2008. pp. 34–53.
26. Hansen J. et al. Climate Sensitivity: analysis of feedback mechanisms. In: Climate Processes and Climate Sensitivity. Wiley. New York, 1984. pp. 130–163.
27. Hansen J. et al. Low-cost long-term monitoring of global climate forcings and feedbacks. *Climatic Change*. 1995. vol. 31. no. 1. pp. 247–271.
28. Hansen J. et al. Earth's energy imbalance: Confirmation and implications. *Science*. 2005. vol. 308. pp. 1431–1435.
29. Hansen J. et al. Climate change and trace gases. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2007. vol. 365. pp. 1925–954.
30. Stephens G.L. Cloud feedbacks in the climate system: a critical review. *Journal of Climate*. 2005. vol. 18. no. 1. pp. 237–273.
31. Roe G. Feedbacks, timescales, and seeing red. *Annual Review of Earth and Planetary Science*. 2009. vol. 37. pp. 93–115.
32. Budyko M.I. The effect of solar radiation variations on the climate of the earth. *Tellus*. 1969. vol. XXI. pp. 611–619.
33. Tung K.K. Simple climate modelling. *Discrete and Continuous Dynamical Systems. Series B*. 2007. vol. 7. no. 3. pp. 651–660.
34. Meinshausen M. et al. The RCP greenhouse gas concentrations and their extensions from 1765 to 2300. *Climatic Change*. 2011. vol. 109. pp. 213–241.
35. Hansen J. et al. Efficacy of climate forcing. *Journal of Geophysical Research*. 2005. vol. 110. D18104. pp. 1–45.
36. Lenton T.M., Vaughan N.E. The radiative forcing potential of different climate geoengineering options. *Atmospheric Chemistry and Physics*. 2009. vol. 9. pp. 5539–5561.