

Н.А. ДУДАРЕНКО, Н.А. ВУНДЕР
**АПРИОРНЫЙ КОНТРОЛЬ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО
ВЫРОЖДЕНИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ МНОГОКАНАЛЬНЫХ
ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

Дударенко Н.А., Вундер Н.А. Априорный контроль потенциального вырождения непрерывных многоканальных динамических систем.

Аннотация. Рассматривается проблема априорного контроля потенциального вырождения непрерывных многоканальных динамических систем. Склонность системы к возможному вырождению, которое может повлечь за собой частичную или полную потерю работоспособности системы, рассматривается как системное свойство, которое необходимо контролировать на этапе проектирования системы наравне со свойствами устойчивости, надежности и инвариантности к изменяющимся условиям. Получена количественная оценка потенциального вырождения системы и организации ее структуры в совокупности с перекрестными связями и задающими воздействиями полиномиального вида. Показано, что процесс вырождения многоканальной динамической системы есть процесс уменьшения ранга ее линейного оператора. На основании этой математической концепции и строится аппарат функционалов вырождения многоканальной динамической системы, который опирается на алгебраические свойства матрицы оператора системы, называемой далее ее критериальной матрицей. Для решения поставленной задачи используется такой показатель, как функционал вырождения, который конструируется на спектре сингулярных чисел критериальной матрицы системы и в предельном случае представляет собой величину, обратную числу обусловленности критериальной матрицы системы (глобальный функционал вырождения). В отличие от существующих ранее решений в данной статье предлагается алгоритм формирования критериальной матрицы системы с использованием резольвенты матрицы ее состояния. Депараметризация линейной алгебраической задачи осуществляется посредством аддитивного разложения вектора выхода системы по производным задающего воздействия и подробно рассмотрена для случая установившегося режима работы системы. Предлагаются процедура априорного контроля потенциального вырождения многоканальной непрерывной динамической системы, а также рекомендации по возможному обеспечению требуемого значения функционала вырождения критериальной матрицы системы с использованием методов модального управления.

Ключевые слова: вырождение, многоканальная система, критериальная матрица, сингулярное разложение.

1. Введение. Многоканальные динамические системы применяются в современной теории управления для разработки встраиваемых в техническую среду современных многоканальных управляющих комплексов для обслуживания технологических процессов. Достаточно часто технологический процесс описывается сложными нелинейными дифференциальными уравнениями и нет возможности получить в явном виде описание динамического процесса системы. В таких случаях применяются методы линеаризации и идентификации, после которых проблема управления сложным технологическим процессом сводится к синтезу регуляторов для

многоканальной линейной динамической системы с множеством входов и выходов. В процессе синтеза регулятора разработчик свободен в выборе регулирующих устройств, регулируемых параметров и их комбинаций [1-3] в зависимости от стратегии эксплуатации, экономических, экологических и производственных показателей. Кроме того, параметры систем автоматического управления в процессе работы не остаются равными расчетным значениям. Это объясняется изменением внешних условий, неточностью изготовления отдельных устройств системы, старением элементов и тому подобным. Изменение параметров систем автоматического управления, то есть изменение коэффициентов уравнений системы, вызывает изменение статических и динамических свойств системы [4], а зачастую может повлечь и вырождение системы – нарушение работоспособности. Таким образом, на этапе проектирования многоканальной системы управления важно оценить, насколько удачно выбрана ее конструкция (структура).

Среди методов, ориентированных на анализ структуры многоканальной системы и выбор конфигурации управления, широко известен метод относительных усилений RGA (relative gain array) [5] и его различные модификации [6-9]. Данный метод прост в использовании, однако он не подходит для больших систем высоких порядков и не гарантирует устойчивость замкнутой системы.

Метод структурных несоответствий (structural mismatches) [10-12] используется для многоканальных систем управления с децентрализованным управлением и основывается на матрицах чувствительности передаточной функции системы. Данный метод позволяет получить информацию о нежелательной динамике в каналах системы, а также оценить производительность системы выбранной конструкции. Ограничение данного метода в том, что он ориентирован на системы с децентрализованным управлением.

Управление с самооптимизацией (self-optimizing control) [13, 14] и метод нулевого пространства (null space method) [15] – еще один класс методов, которые ориентированы на выбор управления с минимизацией потерь в процессах при наличии возмущений за счет поддержания выбранных регулируемых переменных в постоянных рабочих точках. Однако основной недостаток последних двух методов в том, что в процессе выбора комбинаций управления мало внимания уделяется динамическим характеристикам. Кроме того, одним и тем же значениям минимальных потерь может соответствовать множество решений, что затрудняет поиск «оптимального решения».

Также стоит отметить, что в последнее время большое внимание уделяется методам оценки эффективности (производительности)

проектируемых технических систем [16-20], поскольку показатель производительности системы является базовым при разработке технологических комплексов. В упомянутых работах оценка производительности системы осуществляется на основе методов анализа чувствительности системы к возмущениям и аппарата сингулярного разложения. Тем не менее, несмотря на множество различных подходов, разработка количественных оценок производительности технических систем и универсальных методов выбора структуры системы по-прежнему остается актуальной задачей. Методы для количественной оценки производительности системы могут позволить нам сравнивать различные структуры управления и таким образом оценивать преимущества и недостатки различных методологий.

В данной статье рассматривается аппарат функционалов вырождения, который используется для оценки «удачности» конструкции многоканальной динамической системы. Функционалы вырождения конструируются на спектре сингулярных чисел критериальной матрицы системы, которая в своем составе может содержать как информацию о самой многоканальной системе, так и о входных задающих воздействиях, поступающих на ее входы. Аппарат функционалов вырождения позволяет оценить склонность системы к возможному вырождению, являющемуся системным свойством, которое может повлечь за собой частичную или полную потерю работоспособности системы. Склонность системы к возможному вырождению необходимо контролировать на этапе проектирования системы наравне со свойствами устойчивости, надежности и инвариантности [21] к изменяющимся условиям.

Аппаратно многоканальная динамическая система реализуется оператором, отображающим множество целевых входов в множество целевых выходов. Будем считать, что этот оператор является линейным или локально линейным, а множества входов и выходов согласованы по размерности. Тогда в математической постановке линейный оператор считается вырожденным [22], если его ранг становится меньше размерности пространства выходов. Таким образом, процесс вырождения некоторой многоканальной динамической системы есть процесс уменьшения ранга ее линейного оператора. На основании этой математической концепции строится данная работа. Предлагаемый подход основывается на алгебраических свойствах матрицы линейного оператора, называемой далее критериальной матрицей.

Стоит отметить возможные причины вырождения многоканальных систем. Это, например, сокращение размерности множества целевых выходов системы в силу нарушения работоспособности какого-либо ее

функционального компонента. Такую ситуацию можно назвать структурным вырождением. К организационным причинам вырождения можно отнести неудачное распределение целевых намерений по входам многоканальной динамической системы. К вырождению также приводят некорректно выбранные параметры системы, такие как организация и параметры связей между отдельными каналами системы, сформированные полосы пропускания каналов. В случае, если в состав многоканальной динамической системы входит человек-оператор, то причиной вырождения может стать и человеческий фактор, например усталость [22].

Исследования проблемы вырождения многоканальных динамических систем для полноты их решения могут проводиться как в параметризованном, так и в не параметризованном времени виде. Существенным образом проблема вырождения зависит от типа входных заявок (целевых намерений) на их обслуживание многоканальными динамическими системами. В данной статье рассматривается проблема формирования критериальных матриц в задаче контроля возможного вырождения многоканальных непрерывных динамических систем с учетом векторного входного воздействия, векторов скорости и ускорения его изменения в предположении его дифференцируемости по времени.

2. Математическая постановка задачи вырождения многоканальных динамических систем. Рассматривается динамическая многоканальная система с линейным матричным оператором $N(*)$, отображающим пространство входов в пространство выходов:

$$\eta(w) = N(w, \theta)\chi(w), \quad (1)$$

где $N(w, \theta)$ – критериальная матрица размерностью $m \times m$ для любых значений w , θ ; $\chi(w)$, $\eta(w)$, – m -мерные векторы; θ – p -мерный вектор изменяющихся параметров матрицы N ; w может являться непрерывным временем t .

Задача (1) имеет наглядную геометрическую интерпретацию, которую можно представить, применив к критериальной матрице N сингулярное разложение [23]:

$$N = U_N \Sigma_N V_N^T, \quad (2)$$

где $\Sigma_N = \text{diag}\{\alpha_j : j = \overline{1, m}\}$ – матрица сингулярных чисел α_j ; U_N и V_N – матрицы левого и правого сингулярных базисов [23] такие, что можно записать:

$$NV_{N_j} = \alpha_j U_{N_j}, j = \overline{1, m}. \quad (3)$$

В выражении (3) каждый вектор $\chi = V_{N_j}, j = \overline{1, m}$ правого сингулярного базиса отражается в соответствующее j -ое подпространство элемента U_{N_j} левого сингулярного базиса с нормой, равной α_j . Геометрическая интерпретация данной задачи заключается в том, что единичная сфера отображается в эллипсоид с размерами полуосей, равными сингулярным числам матрицы N .

Для оценки степени вырождения системы (1) воспользуемся числом обусловленности [23] матрицы N , которое по определению записывается в виде:

$$C\{N\} \triangleq \|N\| \cdot \|N^{-1}\|. \quad (4)$$

Из выражения (4) видно, что значение числа обусловленности зависит от выбранной матричной нормы, и для поставленной задачи целесообразно выбрать спектральную норму, которая совпадает с максимальным сингулярным числом матрицы, тогда число обусловленности примет вид:

$$C\{N\} = \alpha_{\max}\{N\} \cdot \alpha_{\max}\{N^{-1}\} = \alpha_{\max}\{N\} \cdot \alpha_{\min}^{-1}\{N\}, \quad (5)$$

где $\alpha_{\max}\{N\}$, $\alpha_{\min}\{N\}$ – максимальное и минимальное сингулярные числа матрицы N соответственно.

В силу определения (2) для числа обусловленности справедливы неравенства:

$$1 \leq C\{N\} \leq \infty. \quad (6)$$

Однако контроль близости числа обусловленности к бесконечной величине является весьма затруднительным. Поэтому в дальнейшем предлагается рассматривать величину, обратную числу обусловленности, которая задается соотношением:

$$J_D\{N\} = C^{-1}\{N\} = \alpha_{\min}\{N\} \alpha_{\max}^{-1}\{N\}, \quad (7)$$

которую далее будем называть функционалом вырождения J_D [22].

Для функционала вырождения (7) с учетом (6) верны следующие неравенства:

$$0 \leq J_D = C^{-1}\{N\} \leq 1. \quad (8)$$

Процесс вырождения системы (1) при уменьшении функционала вырождения (7) критериальной матрицы N геометрически представляет собой деформацию исходной сферы $\|\chi\|=1$ при ее отображении в эллипсоид. Причем при деформации происходит «сплющивание» эллипсоида сначала вдоль его m -ой полуоси, принадлежащей линейной оболочке m -ого элемента U_{N_m} , затем «сплющивание» его вдоль $(m-1)$ -ой полуоси и так далее, так что наблюдается последовательное «сплющивание» эллипсоида вдоль векторов $U_{N_m}, U_{N_{m-1}} \dots U_{N_2}$ до отображения эллипсоида в отрезок прямой. Система оказывается на границе глобального вырождения. В случае, если все сингулярные числа становятся нулевыми, происходит глобальное вырождение линейной алгебраической задачи (ЛАЗ) (1), при котором сфера отображается в точку.

Рассмотрим иллюстративный пример.

Пример 1. Представим реализацию матрицы N размерности

2×2 в виде $N = U_N \Sigma_N V_N^T$, где $U_N = \begin{vmatrix} \cos \mu & -\sin \mu \\ \sin \mu & \cos \mu \end{vmatrix}$ – матрица левого

сингулярного базиса; $V_N = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$ – матрица правого сингулярного

базиса, такие что главная ось эллипсоида развернута на угол μ относительно оси абсцисс; $\Sigma_N = \text{diag}\{\alpha_1, \alpha_2\}$ – диагональная матрица сингулярных чисел. Для наглядной иллюстрации результатов предлагаемого примера угол μ выбирается для каждого сочетания сингулярных чисел различным.

Исследуемые матрицы $N_j, j = \overline{1,7}$ для фиксированных значений μ_j и соответствующие им значения функционала вырождения сведем в таблицу 1.

На рисунке 1 приведены результаты отображения $y = Nx$ единичной сферы $x = \text{col}\{\cos \beta, \sin \beta\}$, где $0 \leq \beta \leq 2\pi$ в

эллипсоид для матриц N_j с функционалами вырождения $J_D\{N_j\}$ в соответствие с таблицей 1.

Таблица 1. Отображение единичной сферы в эллипсоид

$j = \overline{1,7}$	N_j	μ_j	$J_D\{N_j\}$
1	$\begin{vmatrix} -0.9111 & -0.2061 \\ 0.4121 & -0.4556 \end{vmatrix}$	9	1/2
2	$\begin{vmatrix} 0.5551 & 0.1664 \\ -0.8318 & 0.1110 \end{vmatrix}$	43	1/5
3	$\begin{vmatrix} 0.0044 & 0.0500 \\ -1.0000 & 0.0002 \end{vmatrix}$	11	1/20
4	$\begin{vmatrix} 0.4081 & -0.0183 \\ 0.9129 & 0.0082 \end{vmatrix}$	20	1/50
5	$\begin{vmatrix} 0.8142 & -0.0029 \\ 0.5806 & 0.0041 \end{vmatrix}$	120	1/200
6	$\begin{vmatrix} -0.9844 & 0 \\ -0.1761 & 0 \end{vmatrix}$	85	$\rightarrow 0$
7	$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$	0	1

На рисунке 1 наглядно представлен процесс «сплющивания» эллипсоида в прямую линию с уменьшением значения функционала вырождения матрицы N . Таким образом, сингулярные числа и числа обусловленности геометрически прозрачно показывают их содержательную концепцию механизма численного контроля процесса вырождения многоканальной системы вида (1) при изменении параметров θ и времени w .

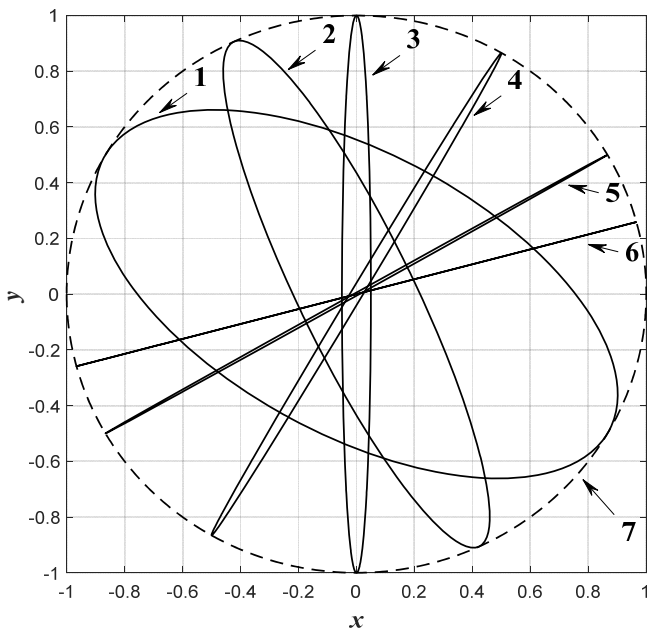


Рис. 1. Отображение единичной сферы в эллипсоид для различных значений функционала вырождения $J_D\{N_j\}$

Следует заметить, что помимо глобального функционала вырождения J_D (7) также контролируются и отдельные функционалы вырождения J_{D_j} ЛАЗ (1), которые формируются на алгебраическом спектре сингулярных чисел матрицы N с помощью выражения:

$$J_{D_j}\{N\} = \alpha_{m+1-j}\{N\}\alpha_{\max}^{-1}\{N\}, \quad (9)$$

где $\alpha_{m+1-j}\{N\}$, $j = \overline{1, m-1}$, $\alpha_{\max}\{N\} = \alpha_1\{N\}$ – j -ое и максимальное сингулярные числа матрицы N соответственно, вычисляемые с помощью соотношений:

$$\begin{aligned} \alpha_j &= \mu_j^{1/2}, \mu_j : \det(\mu_j I - NN^T) = 0, \\ \alpha_j &= \mu_j^{1/2}, \mu_j : \det(\mu_j I - N^T N) = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Следует отметить, что сингулярные числа проиндексированы в порядке убывания их значений с ростом индекса j . При этом глобальный функционал вырождения (7) является функционалом вырождения (9) с индексом, равным единице.

Таким образом, процесс вырождения ЛАЗ (1) можно отслеживать по последовательному обнулению функционалов вырождения J_{D_j} , контроль граничных значений которых в пределах 0 и 1 заметно проще контроля граничных значений чисел обусловленности в пределах 1 и ∞ .

Можно сделать вывод, что линейная алгебраическая задача оказывается на границе глобального вырождения, когда линейный оператор с матрицей N отображает единичную сферу в отрезок прямой, длина которого определяется единственным ненулевым сингулярным числом, а положение в пространстве определяется первым элементом левого сингулярного базиса матрицы N . В приведенном примере этому случаю соответствует шестой вариант реализации матрицы N (таблицы 1, рисунок 1). Система оказывается глобально вырожденной, когда в нуль обращаются все сепаратные функционалы вырождения, в этом случае линейный оператор с матрицей N отображает единичную сферу в ноль.

Контроль вырождения линейных алгебраических задач (1) параметризованных параметрами w и θ , которые могут принимать значения непрерывного времени и частоты, с помощью сепаратных функционалов вырождения делают значения последних параметризованными непрерывным временем, а также частотой, что позволяет выделять временные интервалы и диапазоны частот, характеризующиеся различной степенью вырожденности многоканальной непрерывной динамической системы.

Приводимый ниже пример развивает иллюстрационный аспект проблемы вырождения.

Пример 2. Рассмотрим критериальную матрицу $N(q)$, параметризованную векторным параметром $q = \text{col}\{q_1, q_2, q_3 : q_1 = 0; -1 \leq q_2 \leq 0; -1 \leq q_3 \leq 0\}$, так что она принимает вид:

$$N = \begin{pmatrix} -1(1+q_1) & 7(1+q_2) & 13(1+q_3) \\ 3(1+q_1) & 9(1+q_2) & -15(1+q_3) \\ 5(1+q_1) & -11(1+q_2) & 17(1+q_3) \end{pmatrix}.$$

Для этой матрицы в соответствии с соотношением (9) конструируются сепаратные функционалы вырождения:

$$J_{D_1}(q_1 = 0, q_2 = 0, q_3 = \text{var}) = \alpha_3(\alpha_1)^{-1},$$

$$J_{D_2}(q_1 = 0, q_2 = 0, q_3 = \text{var}) = \alpha_2(\alpha_1)^{-1}.$$

и

$$J_{D_1}(q_1 = 0, q_2 = \text{var}, q_3 = 0) = \alpha_3(\alpha_1)^{-1},$$

$$J_{D_2}(q_1 = 0, q_2 = \text{var}, q_3 = 0) = \alpha_2(\alpha_1)^{-1}.$$

Кривые сепаратных функционалов вырождения критериальной матрицы $N(q)$ для оговоренных выше значений q_2 и q_3 приведены на рисунке 2.

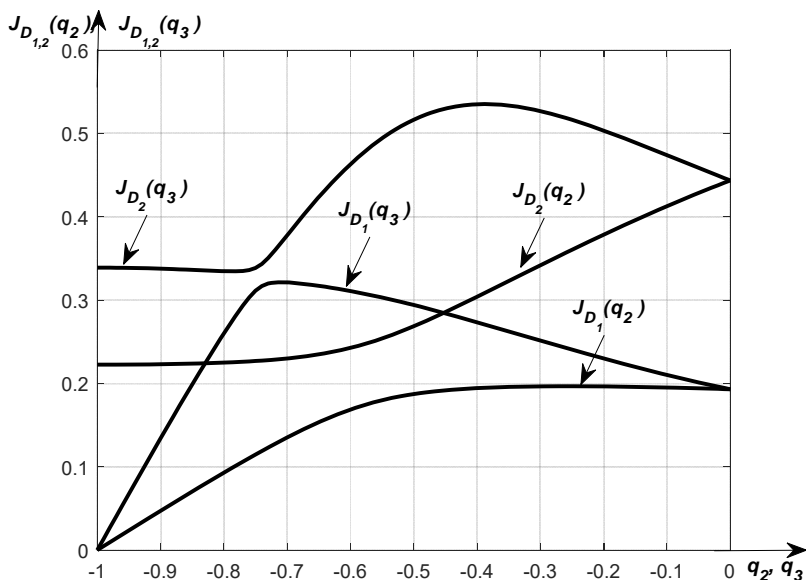


Рис. 2. Значения сепаратных функционалов вырождения критериальной матрицы $N(q)$ для различных значений q_2 и q_3

При построении кривых значений сепаратных функционалов вырождения в связи с решением иллюстративной задачи использован

весьма ограниченный набор сочетаний варьируемых параметров, но даже он обнаруживает возможность решать задачу «оптимального номинала», при котором достигается максимальное значение глобального и сепаратного функционалов вырождения.

Приведенная выше трактовка содержания функционалов вырождения носит геометрически прозрачный характер, но они имеют и богатое алгебраическое содержание, которое раскроем с помощью следующего примечания.

Примечание 1. Величина J_D^{-1} , обратная глобальному функционалу J_D вырождения – число обусловленности $C(N)$, выступает в качестве коэффициента усиления относительных погрешностей задания δ_N и δ_χ матрицы N и вектора χ ЛАЗ (1) в задаче оценки относительной погрешности δ_κ решения ЛАЗ в форме:

$$\delta_\kappa \leq J_D^{-1} \{N\} (\delta_N + \delta_\chi + \delta_N \delta_\chi) = C \{N\} (\delta_N + \delta_\chi + \delta_N \delta_\chi). \quad (11)$$

Доказательство можно найти в [23].

Пример 3. У алгебраического свойства глобального функционала вырождения $J_D(N)$ есть конструктивные оценочные возможности. Так, например, допустим, что в некоторый момент времени в системе произошли вариации параметров [4], тогда, если положить относительные погрешности задания компонентов ЛАЗ χ и N соответственно равными $\delta_\chi = 0$, $\delta_N = 0.01(1\%)$ при $J_D \{N\} = 0.01$, то оценка $\hat{\delta}_\kappa = J_D^{-1} \{N\} (\delta_N + \delta_\chi + \delta_N \delta_\chi)$ относительной ошибки $\hat{\delta}_\kappa$ решения ЛАЗ составит величину $\hat{\delta}_\kappa = 1(100\%)$.

3. Формирование критериальной матрицы отношения «вход-выход» на основе резольвенты матрицы состояния многоканальной динамической системы. Рассмотрим непрерывную многоканальную динамическую систему, задаваемую в виде:

$$\dot{x}(t) = Fx(t) + Lg(t); \quad y(t) = Cx(t) + Hg(t), \quad (12)$$

где F , L , C , H – матрицы состояния, входа, выхода и отношения «вход-выход» системы соответственно, которые согласованы по размерности с размерностью векторов состояния x , задающего воздействия g и выхода y так, что $F \in R^{n \times n}$; $L, C^T \in R^{n \times m}$;

$H \in R^{m \times m}$; $x \in R^n$; $g, y \in R^m$. При этом матрица F состояния системы полагается гурвицевой [24], а векторное задающее воздействие $g(t)$ является при $t > 0$ непрерывно дифференцируемым по времени t .

Для цели дальнейших исследований применим к системе (12) преобразование Лапласа и получим представление системы, разрешенное в форме отношения «вход-выход»,

$$Y(s) = \{C(sI - F)^{-1}L + H\}G(s) = \Phi(s)G(s), \quad (13)$$

где $Y(s)$ и $G(s)$ – лапласовы образы $y(t)$ и $g(t)$ соответственно, а $\Phi(s)$ – передаточная матрица отношения «вход-выход», записываемая в виде:

$$\Phi(s) = \{C(sI - F)^{-1}L + H\}. \quad (14)$$

По сути, линейная модель (13) параметризована комплексной переменной s , в связи с чем возникают трудности ее использования в решении задач вырождения многоканальной системы. Уйдем от явной параметризации переменной s , воспользовавшись алгоритмом Фаддеева – Леверье.

Задачу депараметризации ЛАЗ (13) будем решать для случая установившегося режима системы (12). Для указанных целей вектор выхода системы $y(t)$ запишем в форме аддитивного разложения по производным задающего воздействия:

$$y(t) = D_0g(t) + D_1\dot{g}(t) + D_2\ddot{g}(t) + \dots = y_g(t) + y_{\dot{g}}(t) + y_{\ddot{g}}(t) + \dots \quad (15)$$

для $t > t_n$, где t_n – длительность переходного процесса в системе, который считается законченным, когда переходная составляющая не выходит за пределы 5%-окрестности от своего установившегося значения.

Нетрудно заметить, что выражение (15) порождает систему линейных алгебраических задач вида (1), где в качестве критериальных матриц N выступают вещественнозначные матричные коэффициенты разложения $D_l, l = 0, 1, 2, \dots$. Очевидно, что поставленная задача анализа возможного вырождения будет решена, если будут сконструированы аналитические представления матриц D_l для $l = 0, 1, 2, \dots$

Если (15) записать с использованием преобразования Лапласа, то получим цепочку равенств:

$$Y(s) = D_0 G(s) + D_1 s G(s) + D_2 s^2 G(s) + \dots = (D_0 + D_1 s + D_2 s^2 + \dots) G(s). \quad (16)$$

Сравнение соотношений (16) и (13) позволяет записать для матричных коэффициентов $D_l, l = 0, 1, 2, \dots$ представления:

$$D_0 = \Phi(s) \Big|_{s=0}; D_1 = \frac{d\Phi(s)}{ds} \Big|_{s=0}; D_2 = 0.5 \frac{d^2\Phi(s)}{ds^2} \Big|_{s=0} \dots \quad (17)$$

Функция $\Phi(s)$ в своем аналитическом представлении (14) содержит в качестве мультипликативного компонента резольвенту $(sI - F)^{-1}$, которая представляет собой обратную матрицу, параметризованную переменной s . Для целей дальнейших исследований сформулируем лемму.

Лемма. Пусть $Q(q)$ – квадратная матрица, элементы которой непрерывно зависят от скалярной переменной q так, что при $q \in [q, \bar{q}]$ $\exists (Q(q))^{-1}$. Тогда производная по переменной q от матрицы $(Q(q))^{-1}$, обратной матрице $Q(q)$, вычисляется в силу соотношения:

$$\frac{d}{dq} (Q(q))^{-1} = - (Q(q))^{-1} \frac{d}{dq} (Q(q)) (Q(q))^{-1}. \quad (18)$$

Доказательство. Для $q \in [q, \bar{q}]$ справедливо соотношение $Q(q) \cdot (Q(q))^{-1} = I$, дифференцирование которого по q дает:

$$\frac{d}{dq} \{ Q(q) \cdot (Q(q))^{-1} \} = \frac{d}{dq} Q(q) (Q(q))^{-1} + Q(q) \frac{d}{dq} \{ (Q(q))^{-1} \} = 0. \quad (19)$$

Разрешение соотношения (19) относительно производной $\frac{d}{dq} \{ (Q(q))^{-1} \}$ приводит к (18). Теперь можно приступить к

формированию матричных коэффициентов $D_l, l = 0, 1, 2 \dots$ для первых трех коэффициентов с помощью соотношений (17), (14) и (18). В результате получим:

$$D_0 = \Phi(s) \Big|_{s=0} = \left\{ C(sI - F)^{-1} G + H \right\} \Big|_{s=0} = -CF^{-1}G + H; \quad (20)$$

$$D_1 = \frac{d\Phi(s)}{ds} \Big|_{s=0} = - \left\{ C(sI - F)^{-1} \left\{ \frac{d}{ds}(sI - F) \right\} (sI - F)^{-1} G \right\} \Big|_{s=0} = \\ = -CF^{-2}G; \quad (21)$$

$$D_2 = 0.5 \frac{d^2\Phi(s)}{ds^2} \Big|_{s=0} = \\ = 0.5 \frac{d}{ds} \left\{ - \left\{ C(sI - F)^{-1} \left\{ \frac{d}{ds}(sI - F) \right\} (sI - F)^{-1} G \right\} \right\} \Big|_{s=0} = -CF^{-3}G. \quad (22)$$

Очевидно, решение задачи представления выхода системы (12) при $t > t_n$ в форме (15) наиболее целесообразно для случая задающего воздействия полиномиального вида, так как оно содержит конечное число ненулевых производных.

Нетрудно заметить, что отношение «вход-выход», задаваемое критериальными матрицами (20), (21) и (22), дает возможность контролировать и корректировать возможное вырождение системы. Так, с помощью матрицы L можно организовывать необходимые межканальные связи по сепаратным входам, с помощью матрицы C – решать аналогичную задачу в пространстве выходов, а с помощью матрицы F – обнаруживать способность назначения системных параметров сепаратных каналов и организовывать внутрисистемные межканальные связи [25]. Действительно, если предположить, что система (12) получена объединением многоканального объекта управления:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad y(t) = Cx(t) + Hg(t) \quad (23)$$

и закона управления в виде прямой связи по задающему воздействию $g(t)$ и обратной связи по вектору $x(t)$ состояния

$$u(t) = K_g g(t) - Kx(t), \quad (24)$$

то критериальная матрица (20) примет вид:

$$N = H - C(A - BK)^{-1}BK_g. \quad (25)$$

Выражение (25) разрешаемо относительно матрицы K_g прямых связей по задающему воздействию в форме:

$$K_g = (CF^{-1}B)^{-1}(H - N). \quad (26)$$

Если в (26) положить $N = I$, то матрица K_g будет обеспечивать естественное равенство выхода входу в неподвижном состоянии и идеальную обусловленность, характеризующуюся единичным значением глобального функционала вырождения в неподвижном состоянии.

Дополнительным системным ресурсом является матрица H . К сожалению, этот системный ресурс закладывается в многоканальные динамические системы (12) достаточно редко и в основном реализуется в «кризисных» ситуациях. В этой связи отметим две реализационные ситуации критериальных матриц (20), (21) и (22). Первая ситуация характеризуется выполнением условия $H = 0$, вторая – выполнением условия $H \neq 0$ и при этом она может модифицироваться. Первая реализационная ситуация, как правило, имеет место в антропогенных системах технического характера. Вторая реализационная ситуация, как правило, имеет место в антропогенных системах с человеком-оператором – лицом, принимающим решения в составе системы [22].

Тем самым в решении задачи заложен принцип: прежде чем исследовать склонность системы к вырождению в динамике при обработке потоков входных заявок необходимо проверить систему в статике на предмет удачности ее «конструкции».

Представление критериальной матрицы определяется заданной моделью многоканальной динамической системы и видом экзогенного задающего воздействия.

Примечание 2. Приведем критериальные матрицы многоканальных динамических систем для случаев гармонических и стохастических экзогенных задающих воздействий [26].

Так, например, для непрерывной многоканальной системы, задаваемой в форме:

$$\dot{x}(t) = Fx(t) + Lg(t), \quad y(t) = Cx(t), \quad (27)$$

при внешнем конечномерном воздействии вида:

$$\dot{z}(t) = Ez(t), z(0); g(t) = Pz(t),$$

где $z \in R^l$, $E \in R^{l \times l}$, $P \in R^{m \times l}$; z – вектор состояния модели задающего воздействия E , P – матрицы состояния и выхода модели задающего воздействия соответственно, причем $P \cdot P^T = I$, где I – единичная матрица размерности $m \times m$, критериальная матрица имеет вид:

$$N(\omega) = -C(F^2 + \omega^2 I)^{-1} \{ [F \quad \omega I] L \},$$

где ω – частота задающего воздействия.

Для случая стохастического внешнего воздействия стационарного в широком смысле типа «белый шум» $g(t) = w(t)$ матрица спектральной плотности $S_y(\omega)$ системы (27) по выходу, выступающая в роли критериальной матрицы системы, задается выражением:

$$S_y(\omega) = CS_x(\omega)C^T = -2CF(F^2 + \omega^2 I)^{-1}D_xC^T, \quad (28)$$

при этом матрица $D_x \stackrel{\Delta}{=} M[x(t)x^T(t)]$ является матрицей дисперсии вектора состояния $x(t)$, где $M[\cdot]$ есть оператор вычисления математического ожидания стохастической переменной (\cdot) .

Для системы (27), возбуждаемой стохастическим воздействием $\xi(t)$ стационарным в широком смысле типа «окрашенный шум», с моделируемым выходом формирующего фильтра вида:

$$\dot{z}_\phi(t) = \Gamma_\phi z_\phi(t) + G_\phi w(t); \xi(t) = P_\phi z_\phi(t),$$

возбуждаемого по входу «белым шумом» $w(t)$ с матрицей интенсивности Q , где $z_\phi \in R^l$; w , $\xi \in R^m$; $\Gamma_\phi \in R^{l \times l}$; $G_\phi \in R^{l \times m}$; $P_\phi \in R^{m \times l}$; Γ_ϕ , G_ϕ , P_ϕ – матрицы состояния, входа и выхода модели формирующего фильтра соответственно; z_ϕ – вектор состояния модели формирующего фильтра, матрица дисперсии D_x вектора состояния системы определяется с помощью выражения:

$$D_x = \tilde{C}_x \tilde{D}_x \tilde{C}_x^T, \quad \tilde{C}_x = \begin{vmatrix} I_{n \times n} & 0_{n \times l} \end{vmatrix}, \quad (29)$$

где $\tilde{D}_x = M[\tilde{x}(t)\tilde{x}^T(t)]$ – матрица дисперсии составного вектора $\tilde{x} = \begin{bmatrix} x^T & z_\phi^T \end{bmatrix}^T$, вычисляемая в силу матричного алгебраического уравнения Ляпунова:

$$\tilde{F}\tilde{D}_x + \tilde{D}_x\tilde{F}^T = -\tilde{G}Q\tilde{G}^T, \quad (30)$$

в котором матрицы \tilde{F} и \tilde{G} составной системы имеют представление

$$\tilde{F} = \begin{bmatrix} F & LP_\phi \\ 0 & \Gamma_\phi \end{bmatrix}, \quad \tilde{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ G_\phi \end{bmatrix}. \text{ Соотношение (28) позволяет сформировать}$$

критериальную матрицу в форме $N = S_y(\omega)$, где матрица дисперсий D_x рассчитывается с помощью выражений (29) и (30).

Конкретный выбор критериальной матрицы определяется предметом исследования.

4. Априорный контроль потенциального вырождения непрерывных многоканальных динамических систем. Априорный контроль потенциального вырождения непрерывных многоканальных динамических систем будем осуществлять посредством вычисления функционала вырождения критериальной матрицы системы. Допустимое значение функционала вырождения при этом назначается, исходя из технических требований к системе.

Процедуру контроля склонности многоканальной непрерывной динамической системы вида (12) к вырождению на основе критериальных матриц, полученных с помощью резольвенты матрицы состояния многоканальной системы, оформим в виде алгоритма.

Алгоритм:

Шаг 1. Задать $\{F, L, C, H\}$ – представление многоканальной непрерывной динамической системы (12).

Шаг 2. Сконструировать критериальные матрицы многоканальной динамической системы (12).

Шаг 3. Задать допустимое значение J_{DR} функционала вырождения J_D .

Шаг 4. Вычислить значение функционала вырождения J_D в силу соотношения (7).

Шаг 5. Проверить выполнение условия $J_D \geq J_{DR}$.

Шаг 6. В случае нарушения условия осуществить переход к шагу 1 алгоритма с целью изменения параметров матричных системных

компонентов (модификация матрицы входа $L = BK_g$ с целью изменения матрицы K_g прямых связей по сепаратным входам, модификация матрицы состояния F путем изменения структуры ее собственных значений и собственных векторов с помощью процедуры обобщенного модального управления [27], а также введение необходимых межканальных перекрестных связей, матрицы отношения «вход-выход» H и т.д.), в случае выполнения условия – переход к шагу 7.

Шаг 7. Выход из алгоритма.

Пример 4. Для иллюстрации приведенного алгоритма рассмотрим многоканальную непрерывную систему с тремя входами и тремя выходами. Сепаратные функциональные динамические каналы вход-выход охвачены единичной обратной связью. Эти сепаратные каналы обладают разнотемповыми динамическими свойствами, а потому характеризуются полосами пропускания, которые по мере перемещения от верхнего уровня к нижнему изменяются с расширением их диапазонов. Такая система представима в форме (12) таким образом, что ее матричные компоненты задаются в следующем виде

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_{01}^3 & -2\omega_{01}^2 & -2\omega_{01} & k_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ k_{21} & 0 & 0 & -\omega_{02}^3 & -2\omega_{02}^2 & -2\omega_{02} & k_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & k_{32} & 0 & 0 & -\omega_{03}^3 & -2\omega_{03}^2 & -2\omega_{03} \end{bmatrix},$$

$$L = \text{diag} \left\{ L_{jj} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{0j}^3 \end{bmatrix}; j = \overline{1,3} \right\}; \quad C^T = \text{diag} \left\{ C_{ll}^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; l = \overline{1,3} \right\}, \quad H = [0].$$

Значения характеристических частот каждого из сепаратных каналов положим равными в соответствие с распределениями мод Баттерворта, параметризованными характеристическими частотами

$\omega_{01} = 2c^{-1}$, $\omega_{02} = 6c^{-1}$, $\omega_{03} = 18c^{-1}$, так что полосы пропускания двух соседних сепаратных каналов разнятся в три раза. Межканальные связи в процессе исследования варьируются.

Многомерная система функционирует без вырождения, если потоки заявок, поступающие на вход каждого из сепаратных каналов многомерной системы, по своей скорости согласованы с полосой пропускания этих каналов.

Рассмотрим многоканальную систему для двух случаев задания межканальных связей: 1) $k_{12} = k_{23} = -1$, $k_{21} = k_{32} = 1$; 2) $k_{12} = k_{23} = -0.3$, $k_{21} = k_{32} = 1$.

Следуя приведенному ранее алгоритму, сконструируем критериальную матрицу многоканальной системы в форме (20). Допустимое значение функционала вырождения J_D положим равным $J_{DR} = 0.8$. Вычислим значение функционала вырождения J_D критериальной матрицы системы согласно соотношению (7), в результате получим: 1) $J_D = 0.7903$; 2) $J_D = 0.9289$.

В рассматриваемых вариантах задание межканальных связей в случае (1) не удовлетворяет условию $J_D \geq J_{DR}$, а следовательно, такая организация связей между каналами повлечет вырождение системы. Коррекция первой ситуации достигается с помощью модификации матрицы K_g прямых связей по вектору внешнего воздействия $g(t)$ путем включения на входе корректирующей матрицы K_{kg} вида

$$K_{kg} = \begin{bmatrix} 1 & 0.125 & 0 \\ -0.0046 & 1 & 0.0046 \\ 0 & -0.0002 & 1 \end{bmatrix}, \text{ доставляющей критериальной}$$

матрице N единичное значение глобального функционала вырождения $J_D = 1$ вместо исходного $J_D = 0.7903$.

Закключение. Приведен эффективный инструмент для решения задачи априорного контроля возможного вырождения многоканальных систем. Сформирован алгоритм конструирования критериальных матриц на основе резольвенты матрицы состояния системы. С помощью процедуры сингулярного разложения критериальных матриц получена количественная оценка потенциального вырождения многомерной системы в виде функционалов вырождения.

Разработанный подход позволяет дать не только количественную оценку конфигурации системы управления, а также открывает

возможности для рассмотрения возможных путей модернизации ее структуры. Подход проиллюстрирован на примере многоканальной непрерывной системы, сепаратные каналы которой обладают разнотемповыми динамическими свойствами. Показано, как с помощью корректирующей матрицы на входе можно добиться единичного (максимального) значения глобального функционала вырождения. Это является показателем того, что многомерная непрерывная система функционирует без вырождения и потоки заявок, поступающие на вход каждого из ее сепаратных каналов, по своей скорости согласованы с полосой пропускания этих каналов.

Литература

1. *Абдуллин А.А., Дроздов В.Н., Маматов А.Г.* Влияние нулей передаточной функции объекта на свойства регулятора // Труды СПИИРАН. 2017. Вып. 4(53). С. 73–96.
2. *Safari A., Eslamloueyan R.* Controlled variables selection based on lost work minimisation // International Journal of Exergy. 2018. vol. 27. no. 3. pp. 334–363.
3. *Pequito S., Kar S., Aguiar A.P.* A Framework for Structural Input/Output and Control Configuration Selection in Large-Scale Systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 2015. vol. 61. no. 2. pp. 303–318.
4. *Воронов А.А.* Введение в динамику сложных управляемых систем // М.: Наука. 1985. 351с.
5. *Bristol E.* On a new measure of interaction for multivariable process control // IEEE Transactions on Automatic Control. 1966. vol. 11. pp. 133–134.
6. *Hovd M., Skogestad S.* Simple frequency-dependent tools for control systems analysis, structure selection and design // Automatica. 1992. vol. 28. no. 5. pp. 989–996.
7. *Chang J.W., Yu C.C.* Relative disturbance gain array // American Institute of Chemical Engineers Journal. 1992. vol. 38. no. 4. pp. 521–534.
8. *Reyes E.N., Messina A.R., Pérez M.A.* Design of wide-area damping controllers using the block relative gain // Electric Power Systems Research. 2015. vol. 126. pp. 56–67.
9. *Moaveni B., Birk W.* Modified Hankel Interaction Index Array for Input-Output Pairing with Improved Characteristics // IFAC-PapersOnLine. 2018. vol. 51. no. 18. pp. 452–457
10. *Birk W.* Towards incremental control structure optimisation for process control // Proceedings of the 2007 46th IEEE Conference on Decision and Control. 2007. pp. 1832–1837.
11. *Birk W., Dudarenko N.A.* Reconfiguration of the Air Control System of a Bark Boiler // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2016. vol. 24. no. 2. pp. 565–577.
12. *Botelho V.R., Trierweiler J.O., Farenzena M., Duraiski R.* Assessment of model-plant mismatch by the nominal sensitivity function for unconstrained MPC // IFAC-PapersOnLine. 2015. vol. 48 no. 8. pp. 753–758.
13. *Alstad V., Skogestad S., Hori E.S.* Optimal measurement combinations as controlled variables // Journal of Process Control. 2009. vol. 19. no. 1. pp. 138–148.
14. *Skogestad S.* Control structure design for complete chemical plants // Computers & Chemical Engineering. 2004. vol. 28. no. 1-2. pp. 219–234.
15. *de Oliveira V., Jäschke J., Skogestad S.* Null-space method for optimal operation of transient processes // IFAC-PapersOnLine. 2016. vol. 49. no. 7. pp. 418–423.
16. *Yi C.K., Luyben W.L.* Evaluation of Plant-Wide Control Structures by Steady-State Disturbance Sensitivity Analysis // Industrial and Engineering Chemistry Research. 1995. vol. 34. no. 7. pp. 2393–2405.
17. *Konda N.V.S.N.M., Rangaiiah G.P.* Performance assessment of plantwide control systems of industrial processes // Industrial & Engineering Chemistry Research. 2007. vol. 46. pp. 1220–1231.

18. *Luppi P.A., Braccia L., Rullo P.G., Zumoffen D.A.R.* Plantwide Control Design Based on the Control Allocation Approach // *Industrial and Engineering Chemistry Research*. 2018. vol. 57 no. 1. pp. 268–282.
19. *Vasudevan S., Rangaiah G.P.* Criteria for performance assessment of plantwide control systems // *Industrial & Engineering Chemistry Research*. 2010. vol. 49. no. 19. pp. 9209–9221.
20. *Shardt Y. et al.* Determining the state of a process control system: Current trends and future challenges // *Canadian Journal of Chemical Engineering*. 2012. vol. 90. no. 2. pp. 217–245.
21. *Александрова С.А. и др.* Синтез робастной непрерывной системы на основе минимизации оценки относительной интервальности следа ее матрицы состояния // *Труды СПИИРАН*. 2017. Вып. 6(55). С. 63–85.
22. *Дударенко Н.А., Нуйя О.С., Сержантова М.В., Ушаков А.В.* Оценивание процесса вырождения многоканальных функциональных систем с человеком-оператором в их составе // *Известия высших учебных заведений. Приборостроение*. 2018. Т. 61. № 1. С. 5–11.
23. *Golub G.H., Van Loan C.F.* *Matrix Computations* // Johns Hopkins University Press. 2012. 790 p.
24. *Никифоров В.О., Слута О.В., Ушаков А.В.* Интеллектуальное управление в условиях неопределенности: учебное пособие // СПб: СПбГУ ИТМО. 2011. 226 с.
25. *Vunder N.A., Ushakov A.V.* The problem of forming the structure of eigenvectors of state matrix of continuous stable system which guarantees the absence of deviation of its trajectories from monotonically decreasing curve of free motion // *Journal of Automation and Information Sciences*. 2017. vol. 49. no. 1. pp. 27–40.
26. *Дударенко Н., Ушаков А.* Анализ многоканальных динамических систем: технология контроля вырождения // Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing. 2011. 232 с.
27. *Вундер Н.А., Ушаков А.В.* Алгебраические свойства матричных компонентов моделей процесса управления в алгоритмах размещения мод матрицы состояния проектируемой системы // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2016. Т. 16. № 2(102). С. 371–374.

Вундер Нина Александровна – канд. техн. наук, научный сотрудник, институт автоматического управления, Брауншвейгский Технический Университет. Область научных интересов: применение методов модального управления и метода последовательного компенсатора, системы с неопределенностями и запаздыванием, большие отклонения свободного движения устойчивых систем, управление многомерными системами. Число научных публикаций – 50. wunder.n@mail.ru; ул. Ханс-Зоммер, 66, 38106, Брауншвейг, Германия; р.т.: +49 531-391-3835; факс: +49 531 391-5194.

Дударенко Наталия Александровна – канд. техн. наук, доцент, доцент, факультет систем управления и робототехники, Национальный исследовательский университет ИТМО (Университет ИТМО). Область научных интересов: анализ и диагностика работоспособности многомерных динамических систем, реконфигурация систем управления, устойчивость динамических систем, математическое моделирование и анализ многомерных динамических систем с человеком-оператором. Число научных публикаций – 100. dudarenko@yandex.ru; Кронверкский пр., 49, 197101, Санкт-Петербург, Россия; р.т.: +7(812)595-4128; факс: +7(812)595-4128.

Поддержка исследований. Работа выполнена при поддержке гранта правительства Российской Федерации 08-08.

N. DUDARENKO, N. VUNDER
**A PRIORI CONTROL OF POTENTIAL DEGENERATION OF
CONTINUOUS MULTICHANNEL DYNAMIC SYSTEMS**

Dudarenko N., Vunder N. A Priori Estimation of Potential Degeneration of Continuous Multichannel Dynamic Systems.

Abstract. The problem of a priori control of potential degeneration of continuous multichannel dynamic systems is considered in the paper. Degeneracy is a property of a system describing operability of a multichannel dynamic system together with the basic properties of stability, reliability and invariance to the changing conditions. An assessment of potential generation of a system and its configuration together with the interconnections and polynomial exogenous signal is proposed. Degeneration process of a multichannel dynamic systems is a process of the rank reducing of the linear operator of the system. This statement is a basic concept of the degeneration factors approach. Algebraic properties of the matrix of the system's operator is considered, and the matrix is named as the criterion matrix. Degeneration factor is calculated with the singular values of the criterion matrix. The global degeneration factor is conditional number of the criterion matrix of a system. In contrast to previous solutions it is proposed to form the criterion matrix of a system with the resolvent of its state matrix. Deparameterization of the linear algebraic problem is realized by additive decomposition of the output vector of the system by derivatives of the exogenous signal, and the steady-state mode of the system is considered. The procedure of a priori estimation of degeneration of continuous multichannel dynamic systems is proposed. The ways to achieve the required value of degeneration of the criterion matrix of the system with the modal control methods are discussed. The paper is supported with examples.

Keywords: Degeneration, Multichannel System, Singular Value Decomposition, Criterion Matrix.

Vunder Nina – Ph.D., Researcher, Institute of Control Engineering, Technical University of Braunschweig. Research interests: application of the modal control approach and the method of consecutive compensator, systems with uncertainties and delays, large deviations of free motion of stable systems, control of multivariable systems. The number of publications – 50. wunder.n@mail.ru; 66, Hans-Sommer-Str., 38106, Braunschweig, Germany; office phone: +49 531-391-3835; fax: +49 531 391-5194.

Dudarenko Natalia – Ph.D., Associate Professor, Associate professor, Faculty of Control Systems and Robotics, ITMO University. Research interests: analysis and operability diagnostics of multivariable dynamic systems, control system reconfiguration, stability of dynamic systems, mathematical modeling and analysis of multivariable dynamic systems with a human operator. The number of publications – 100. dudarenko@yandex.ru; 49, Kronverksky Pr., 197101, St. Petersburg, Russia; office phone: +7(812)595-4128; fax: +7(812)595-4128.

Acknowledgements. This research was supported by Government of Russian Federation, Grant 08-08.

References

1. Abdullin A.A., Drozdov V.N., Mamatov A.G. [Influence of Transfer Function Zeros on Controller Parameters]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2017. vol. 4(53). pp. 73–96. (In Russ.).

2. Safari A., Eslamloueyan R. Controlled variables selection based on lost work minimization. *International Journal of Exergy*. 2018. vol. 27. no. 3. pp. 334–363.
3. Pequito S., Kar S., Aguiar A.P. A Framework for Structural Input/Output and Control Configuration Selection in Large-Scale Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2016. vol. 61. no. 2. pp. 303–318.
4. Voronov A.A. *Vvedenie v dinamiku slozhnykh upravlyaemykh sistem* [Introduction to the dynamics of complex control systems]. Moscow: Nauka. 1985. 351 p. (In Russ.).
5. Bristol E. On a new measure of interaction for multivariable process control. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1966. vol. 11. pp. 133–134.
6. Hovd M., Skogestad S. Simple frequency-dependent tools for control systems analysis, structure selection and design. *Automatica*. 1992. vol. 28. no. 5. pp. 989–996.
7. Chang J.W., Yu C.C. Relative disturbance gain array. *American Institute of Chemical Engineers Journal*. 1992. vol. 38. no. 4. 521–534.
8. Reyes E.N., Messina A.R., Pérez M.A. Design of wide-area damping controllers using the block relative gain. *Electric Power Systems Research*. 2015. vol. 126. pp. 56–67.
9. Moaveni B., Birk W. Modified Hankel Interaction Index Array for Input-Output Pairing with Improved Characteristics. *IFAC-PapersOnLine*. 2018. vol. 51. no. 18. pp. 452–457.
10. Birk W. Towards incremental control structure optimisation for process control. Proceedings of the 2007 46th IEEE Conference on Decision and Control. 2007. pp. 1832–1837.
11. Birk W., Dudarenko N.A. Reconfiguration of the Air Control System of a Bark Boiler. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2016. vol. 24. no. 2. pp. 565–577.
12. Botelho V.R., Trierweiler J.O., Farenzena M., Duraiski R. Assessment of model-plant mismatch by the nominal sensitivity function for unconstrained MPC. *IFAC-PapersOnLine*. 2015. vol. 28 no. 8. pp. 753–758.
13. Alstad V., Skogestad S., Hori E.S. Optimal measurement combinations as controlled variables. *Journal of Process Control*. 2009. vol. 19. no. 1. pp. 138–148.
14. Skogestad S. Control structure design for complete chemical plants. *Computers & Chemical Engineering*. 2004. vol. 28. no. 1-2. pp. 219–234.
15. de Oliveira V., Jäschke J., Skogestad S. Null-space method for optimal operation of transient processes. *IFAC-PapersOnLine*. 2016. vol. 49. no. 7. pp. 418–423.
16. Yi C.K., Luyben W.L. Evaluation of Plant-Wide Control Structures by Steady-State Disturbance Sensitivity Analysis. *Industrial and Engineering Chemistry Research*. 1995. vol. 34. no. 7. pp. 2393–2405.
17. Konda N.V.S.N.M., Rangaiah G.P. Performance assessment of plantwide control systems of industrial processes. *Industrial & Engineering Chemistry Research*. 2007. vol. 46. pp. 1220–1231.
18. Luppi P.A., Braccia L., Rullo P.G., Zumoffen D.A.R. Plantwide Control Design Based on the Control Allocation Approach. *Industrial and Engineering Chemistry Research*. 2018. vol. 57 no.1. pp. 268–282.
19. Vasudevan S., Rangaiah G.P. Criteria for performance assessment of plantwide control systems. *Industrial & Engineering Chemistry Research*. 2010. vol. 49. no. 19. pp. 9209–9221.
20. Shardt Y. et al. Determining the state of a process control system: Current trends and future challenges. *Canadian Journal of Chemical Engineering*. 2012. vol. 90. no. 2. pp. 217–245.
21. Aleksandrova S.A. et al. [Continuous robust system synthesis based on minimization of estimation of the relative intervality of trace of the state matrix]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2017. vol. 6(55). pp. 63–85. (In Russ.).
22. Dudarenko N.A., Nuyya O.S., Serzhantova M.V., Ushakov A.V. [Assessment of functional degeneration process of multichannel system incorporated a human

- operator]. *Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij. Priborostroenie – Journal of Instrument Engineering*. 2018. Issue 61. vol. 1. pp. 5–11. (In Russ.).
23. Golub G.H., Van Loan C.F. *Matrix Computations*. Johns Hopkins University Press. 2012. 790 p.
 24. Nikiforov V.O., Slita O.V., Ushakov A.V. *Intellektual'noe upravlenie v usloviyah neopredelennosti: uchebnoe posobie* [Intelligent control in presence of uncertainty: a learning book]. SPb: SPbGU ITMO. 2011. 226 p. (In Russ.).
 25. Vunder N.A., Ushakov A.V. The problem of forming the structure of eigenvectors of state matrix of continuous stable system which guarantees the absence of deviation of its trajectories from monotonically decreasing curve of free motion. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2017. vol. 49. no. 1. pp. 27–40.
 26. Dudarenko N.A., Ushakov A.V. *Analiz mnogokanal'nyh dinamicheskikh sistem: tekhnologiya kontrolya vy-rozhdeniya* [Analysis of multidimensional dynamic systems: the degeneration estimation technique]. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing. 2011. 232 p. (In Russ.).
 27. Vunder N.A., Ushakov A.V. [Algebraic properties of matrix components of control plant models in placement state matrix modes of system algorithms for designed system]. *Nauchno-tehnicheskij vestnik informacionnyh tehnologij, mehaniki i optiki – Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*. 2016. Issue 16. no. 2(102). pp. 371–374. (In Russ.).