

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
Отделение нанотехнологий и информационных технологий

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
ИНСТИТУТ ИНФОРМАТИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ РАН

# ТРУДЫ СПИИРАН

[proceedings.spiiras.nw.ru](http://proceedings.spiiras.nw.ru)



ВЫПУСК 6(49)



Санкт-Петербург  
2016

18+

# SPIIRAS Proceedings

Issue № 6(49), 2016

Scientific, educational, and interdisciplinary journal primarily specialized  
in computer science, automation, and applied mathematics

Trudy SPIIRAN ♦ Founded in 2002 ♦ Труды СПИИРАН

---

## Founder and Publisher

Federal State Budget Institution of Science

St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences

---

## Editor-in-Chief

R.M. Yusupov, Prof., Dr. Sci., Corr. Member of RAS, St. Petersburg, Russia

---

## Editorial Board Members

**A.A. Ashimov**, Prof., Dr. Sci., Academician  
of the National Academy of Sciences of the  
Republic of Kazakhstan, Almaty, Kazakhstan  
**S.N. Baranov**, Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia  
**N.P. Veselkin**, Prof., Dr. Sci., Academician of RAS,  
St. Petersburg, Russia  
**V.I. Gorodetski**, Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia  
**O.Yu. Gusikhin**, Ph. D., Dearborn, USA  
**V. Delic**, Prof., Dr. Sci., Novi Sad, Serbia  
**A. Dolgui**, Prof., Dr. Habil., St. Etienne, France  
**M. Zelezny**, Assoc. Prof., Ph.D., Plzen, Czech  
Republic  
**I.A. Kalyaev**, Prof., Dr. Sci., Corr. Member of RAS,  
Taganrog, Russia  
**D.A. Ivanov**, Prof., Dr. Habil., Berlin, Germany  
**G.A. Leonov**, Prof., Dr. Sci., Corr. Member of RAS,  
St. Petersburg, Russia  
**K.P. Markov**, Assoc. Prof., Ph.D., Aizu, Japan  
**Yu.A. Merkurjev**, Prof., Dr. Habil., Academician  
of the Latvian Academy of Sciences, Riga, Latvia  
**R.V. Meshcheryakov**, Prof., Dr. Sci., Tomsk, Russia  
**N.A. Moldovian**, Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia  
**V.E. Pavlovskiy**, Prof., Dr. Sci., Moscow, Russia  
**A.A. Petrovsky**, Prof., Dr. Sci., Minsk, Belarus

**V.A. Putilov**, Prof., Dr. Sci., Apatity, Russia  
**V.K. Pshikhopov**, Prof., Dr. Sci., Taganrog, Russia  
**A.L. Ronzhin** (Deputy Editor-in-Chief),  
Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia  
**A.I. Rudskoi**, Prof., Dr. Sci., Corr. Member of RAS,  
St. Petersburg, Russia  
**V. Sgurev**, Prof., Dr. Sci., Academician  
of the Bulgarian academy of sciences, Sofia,  
Bulgaria  
**V. Skormin**, Prof., Ph.D., Binghamton, USA  
**A.V. Smirnov**, Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia  
**B.Ya. Sovetov**, Prof., Dr. Sci., Academician of RAE,  
St. Petersburg, Russia  
**V.A. Soyfer**, Prof., Dr. Sci., Corr. Member of RAS,  
Samara, Russia  
**B.V. Sokolov**, Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia  
**L.V. Utkin**, Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia  
**A.L. Fradkov**, Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia  
**N.V. Hovanov**, Prof., Dr. Sci., St. Petersburg,  
Russia  
**L.B. Sheremetov**, Assoc. Prof., Dr. Sci., Mexico,  
Mexico  
**A.V. Yazenin**, Prof., Dr. Sci. Tver, Russia

---

## Editorial Board's address

14-th line VO, 39, SPIIRAS, St. Petersburg, 199178, Russia,

e-mail: [publ@iias.spb.su](mailto:publ@iias.spb.su), web: <http://www.proceedings.spiiras.nw.ru/>

---

Signed to print 01.12.2016

Printed in Publishing center GUAP, 67, B. Morskaya, St. Petersburg, 190000, Russia

---

The journal is registered in Russian Federal Agency for Communications and Mass-Media Supervision,  
certificate ПИ № ФС77-41695 dated August 19, 2010 r.

Subscription Index 29393, Russian Post Catalog

© St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences, 2016

# Труды СПИИРАН

Выпуск № 6(49), 2016

Научный, научно-образовательный, междисциплинарный журнал с базовой специализацией в области информатики, автоматизации и прикладной математики

Журнал основан в 2002 году

## Учредитель и издатель

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН)

## Главный редактор

Р.М. Юсупов, чл.-корр. РАН, д-р техн. наук, проф., С-Петербург, РФ

## Редакционная коллегия

**А.А. Ашимов**, академик национальной академии наук Республики Казахстан д-р техн. наук, проф., Алматы, Казахстан

**С.Н. Баранов**, д-р физ.-мат. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**Н.П. Веселкин**, академик РАН, д-р мед. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**В.И. Городецкий**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**О.Ю. Гусихин**, Ph.D., Диаборн, США

**В. Делич**, д-р техн. наук, проф., Нови-Сад, Сербия

**А.Б. Долгий**, Dr. Habil., проф., Сент-Этьен, Франция

**М. Железны**, Ph.D., доцент, Пльзень, Чешская республика

**Д.А. Иванов**, д-р экон. наук, проф., Берлин, Германия

**И.А. Каляев**, д-р техн. наук, профессор, член-корреспондент РАН, Таганрог, РФ

**Г.А. Леонов**, член-корр. РАН, д-р физ.-мат. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**К.П. Марков**, Ph.D., доцент, Аизу, Япония

**Ю.А. Меркурьев**, академик Латвийской академии наук, Dr. Habil., проф., Рига, Латвия

**Р.В. Мещеряков**, д-р техн. наук, профессор, Томск, РФ

**Н.А. Молдован**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**В.Е. Павловский**, д-р физ.-мат. наук, профессор, Москва, РФ

**А.А. Петровский**, д-р техн. наук, проф., Минск, Беларусь

**В.А. Путилов**, д-р техн. наук, проф., Апатиты, РФ

**В.Х. Пшихопов**, д-р техн. наук, профессор, Таганрог, РФ

**А.Л. Ронжин** (зам. главного редактора), д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**А.И. Рудской**, член-корр. РАН, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**В. Сгурев**, академик Болгарской академии наук, д-р техн. наук, проф., София, Болгария

**В.А. Скормин**, Ph.D., проф., Бингемптон, США

**А.В. Смирнов**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**Б.Я. Советов**, академик РАН, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**В.А. Соифер**, член-корр. РАН, д-р техн. наук, проф., Самара, РФ

**Б.В. Соколов**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**Л.В. Уткин**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**А.Л. Фрадков**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**Н.В. Хованов**, д-р физ.-мат. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**Л.Б. Шереметов**, д-р техн. наук, Мехико, Мексика

**А.В. Язенин**, д-р техн. наук, профессор, Тверь, РФ

## Адрес редакции

199178, Санкт-Петербург, 14-я линия, д. 39,

e-mail: [publ@iias.spb.su](mailto:publ@iias.spb.su), сайт: <http://www.proceedings.spiiras.nw.ru/>

Подписано к печати 01.12.2016. Формат 60x90 1/16. Усл. печ. л. 14,0. Заказ № 490. Тираж 150 экз., цена свободная

Отпечатано в Редакционно-издательском центре ГУАП, 190000, Санкт-Петербург, Б. Морская, д. 67

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи и массовых коммуникаций, свидетельство ПИ № ФС77-41695 от 19 августа 2010 г.

Подписной индекс 29393 по каталогу «Почта России»

Журнал входит в «Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени доктора и кандидата наук»

© Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук, 2016

Разрешается воспроизведение в прессе, а также сообщение в эфир или по кабелю опубликованных в составе печатного периодического издания-журнала «Труды СПИИРАН» статей по текущим экономическим, политическим, социальным и религиозным вопросам с обязательным указанием имени автора статьи и печатного периодического издания-журнала «Труды СПИИРАН»

## CONTENTS

### ***Methods of Information Processing and Management***

|   |    |
|---|----|
| Andrievsky B.R., Kuznetsov N.V., Kuznetsova O.A., Leonov G.A., Mokaev T.N.<br>LOCALIZATION OF HIDDEN OSCILLATIONS IN FLIGHT CONTROL SYSTEMS         | 5  |
| Polansky I.S.<br>BARYCENTRIC COORDINATES OF POISSON — RIEMANN   | 32 |
| Khomonenko A.D., Khalil M.M., Kasymova D.T.<br>PROBABILISTIC MODELS FOR EVALUATING THE PERFORMANCE OF CLOUD<br>COMPUTING SYSTEMS WITH WEB INTERFACE | 49 |
| Prytkov N.V., Perezhogin A.L.<br>RECOVERY ALGORITHMS FOR DISCRETE DYNAMIC SYSTEM WITH THRESHOLD<br>FUNCTIONS  | 66 |

### ***Methods of Information Processing and Management***

|  |     |
|--|-----|
| Kipyatkova I.S., Karpov A.A.<br>TYPES OF DEEP ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS FOR SPEECH RECOGNITION SYSTEMS  | 80  |
| Shumskaya A.O.<br>METHOD OF THE ARTIFICIAL TEXTS IDENTIFICATION BASED ON THE CALCULATION OF<br>THE BELONGING MEASURE TO THE INVARIANTS   | 104 |
| Doronina J.V., Ryabovaya V.O., Chesnokov D.I.<br>USING MODEL-BASED DESIGN FOR SOLVING STRUCTURAL SYNTHESIS PROBLEMS  | 122 |
| Veshneva I.V., Chistyakova T.B., Bolshakov A.A.<br>THE STATUS FUNCTIONS METHOD FOR PROCESSING AND INTERPRETATION OF THE<br>MEASUREMENT DATA OF INTERACTIONS IN THE EDUCATIONAL ENVIRONMENT | 144 |

### ***Algorithms and Software***

|   |     |
|---|-----|
| Kaplin A.Yu., Korotin A.A., Nazarov A.V., Yakimov V.L.<br>ALGORITHM OF CLASSIFICATION AND RECOVERY OF THE DISTORTED N-DIMENSIONAL<br>GROUP POINTWISE OBJECTS ON THE BASIS OF COMBINATORIAL SEARCH OF<br>FRAGMENTS | 167 |
| Ivanov A.A., Shmakov O.A.<br>ALGORITHM FOR DEFINING THE INNER GEOMETRY OF A SNAKELIKE MANIPULATOR IN<br>CASE OF LEADING LINK MOVEMENTS ALONG THE INCREMENTAL TRAJECTORY   | 190 |

### ***Information Security***

|  |     |
|--|-----|
| Fedorchenko A.V., Levshun D.S., Chechulin A.A., Kotenko I.V.<br>AN ANALYSIS OF SECURITY EVENT CORRELATION TECHNIQUES IN SIEM-SYSTEMS.<br>PART 2. | 208 |
|--|-----|

## СОДЕРЖАНИЕ

### ***Теоретическая и прикладная математика***

Андреевский Б.Р., Кузнецов Н.В., Кузнецова О.А., Леонов Г.А., Мокаев Т.Н.  
ЛОКАЛИЗАЦИЯ СКРЫТЫХ КОЛЕБАНИЙ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛЕТОМ 5

Полянский И.С.  
БАРИЦЕНТРИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ ПУАССОНА — РИМАНА 32

Хомоненко А.Д., Халил М.М., Касымова Д.Т.  
ВЕРоятностные модели для оценивания оперативности систем  
облачных вычислений с веб-интерфейсом 49

Прытков Н.В., Пережогин А.Л.  
Алгоритмы восстановления дискретных динамических систем с  
пороговыми функциями 66

### ***Методы управления и обработки информации***

Кипяткова И.С., Карпов А.А.  
РАЗНОВИДНОСТИ ГЛУБОКИХ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ СИСТЕМ  
РАСПОЗНАВАНИЯ РЕЧИ 80

Шумская А.О.  
МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ ТЕКСТОВ НА ОСНОВЕ РАСЧЕТА МЕРЫ  
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ К ИНВАРИАНТАМ 104

Доронина Ю.В., Рябовая В.О., Чесноков Д.И.  
ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ  
ЗАДАЧИ СТРУКТУРНОГО СИНТЕЗА 122

Вешнева И.В., Чистякова Т.Б., Большаков А.А.  
МЕТОД ОБРАБОТКИ И ИНТЕРПРЕТАЦИИ ДАННЫХ ИЗМЕРЕНИЯ  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ НА ОСНОВЕ СТАТУСНЫХ  
ФУНКЦИЙ 144

### ***Алгоритмы и программные средства***

Каплин А.Ю., Коротин А.А., Назаров А.В., Якимов В.Л.  
Алгоритм классификации и восстановления искаженных N-МЕРНЫХ  
ГРУППОВЫХ ТОЧЕЧНЫХ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ КОМБИНАТОРНОГО ПОИСКА  
ФРАГМЕНТОВ 167

Иванов А.А., Шмаков О.А.  
Алгоритм определения внутренней геометрии манипулятора  
ЗМЕЕВИДНОГО ТИПА ПРИ ДВИЖЕНИИ ЛИДИРУЮЩЕГО ЗВЕНА ПО  
НАРАЩИВАЕМОЙ ТРАЕКТОРИИ 190

### ***Информационная безопасность***

Федорченко А.В., Левшун Д.С., Чечулин А.А., Котенко И.В.  
АНАЛИЗ МЕТОДОВ КОРРЕЛЯЦИИ СОБЫТИЙ БЕЗОПАСНОСТИ В SIEM-СИСТЕМАХ.  
ЧАСТЬ 2 208

Б.Р. АНДРИЕВСКИЙ, Н.В. КУЗНЕЦОВ, О.А. КУЗНЕЦОВА, Г.А. ЛЕОНОВ,  
Т.Н. МОКАЕВ

## ЛОКАЛИЗАЦИЯ СКРЫТЫХ КОЛЕБАНИЙ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛЕТОМ

*Андриевский Б.Р., Кузнецов Н.В., Кузнецова О.А., Леонов Г.А., Мокаев Т.Н.*  
**Локализация скрытых колебаний в системах управления полетом.**

**Аннотация.** В статье исследуется задача управления с ограничениями на величину и скорость управляющего воздействия в применении к системам управления летательными аппаратами (ЛА). Известно, что в системе с ограничениями на скорость и величину отклонения рулевых органов могут возникнуть автоколебания значительной амплитуды, так называемая «потеря устойчивости в большом». Если ЛА аэродинамически устойчив, то в угловом продольном движении могут существовать устойчивый предельный цикл с малой амплитудой и неустойчивый — с большой. Если ЛА аэродинамически неустойчив, то может реализоваться один из двух устойчивых предельных циклов с малой амплитудой. Кроме того, имеется и неустойчивый предельный цикл, наличие которого делает необходимым исследование устойчивости самолета «в большом», то есть при воздействии на самолет больших возмущений, которые выводят его за границу амплитуды неустойчивого предельного цикла. Влияние нелинейностей типа «насыщение» может вызвать и так называемую «раскачку самолета летчиком», нарушающую процесс пилотирования.

Для исследования процессов, которые могут возникнуть в нелинейных системах управления ЛА, простое компьютерное моделирование является ненадежным инструментом, который может привести к неправильным выводам. Для получения достоверных результатов моделирования следует аналитически исследовать условие единственности предельного решения либо применить специальные аналитико-численные методы, позволяющие найти скрытые колебания.

В статье описан аналитико-численный метод для локализации и определения параметров скрытых колебаний в нелинейных системах и показано его применение для анализа динамики систем управления летательными аппаратами различных типов: управление углом рыскания ракеты-носителя с учетом жесткости ее конструкции, системы автопилотирования самолета при управлении углом атаки, а также человеко-машинной системы самолет-пилот, снабженной средствами автоматизации управления.

**Ключевые слова:** гармоническая линеаризация, скрытые колебания, ограничения по положению и скорости, управление полетом, пилот-самолет, раскачка самолета летчиком.

**1. Введение.** Задача управления с ограничениями на величину, скорость, энергию управляющего воздействия вследствие своей актуальности давно привлекает внимание ученых и разработчиков систем автоматического управления летательными аппаратами (ЛА) [1-10]. Современные исследования по этой проблематике представлены в работах [11-26].

При определенных сочетаниях характеристик ЛА и внешних воздействиях в системе с ограничениями на скорость и величину отклонения рулевых органов могут возникнуть автоколебания

значительной амплитуды, так называемая «потеря устойчивости в большом». Анализ этого явления для систем управления ЛА (как пилотируемых, так и беспилотных) на основе метода гармонической линеаризации можно найти в [4, 27]. В частности, в [4] показано, что в угловом продольном движении для аэродинамически устойчивого ЛА могут существовать устойчивый предельный цикл с малой амплитудой и неустойчивый — с большой амплитудой. Похожие результаты получены и в [27], где основное внимание уделяется нелинейности типа «насыщение», характерной для приводов систем управления ЛА.

Влияние нелинейностей типа «насыщение» может вызвать и так называемую «*раскачку самолета летчиком*» (РСЛ) (англ. — *Pilot Induced Oscillations, PIO*), нарушающих процесс пилотирования ЛА [4-7, 28-33]. Это явление характеризуется быстро развивающимися колебаниями с нарастающей амплитудой по угловым скоростям, перегрузкам и угловым движениям пилотируемого ЛА. Основным нелинейным фактором, приводящим к РСЛ, является, как правило, *ограничение скорости отклонения* органов управления ЛА (управляющих аэродинамических поверхностей самолета). Это ограничение может привести к задержке отклика самолета на команды летчика.

Как отмечено в [5, 34], РСЛ обычно возникает в ситуациях, когда летчик пытается точно маневрировать самолетом. Хорошо известен ряд катастроф ЛА, вызванных РСЛ, а также случаи входа космического аппарата в неконтролируемое вращение [8, 9]. Исследование переходных режимов при таком движении приводит к необходимости разработки математической теории глобального анализа систем ориентации. Возможность появления скрытых периодических колебаний и скрытых хаотических аттракторов в нелинейных системах, не имеющих устойчивого состояния равновесия, или в системах с единственным состоянием равновесия представлена в [35-40], где дана классификация различных видов аттракторов и приведены примеры появления скрытых колебаний, в том числе в системах управления ЛА.

Таким образом, для исследования процессов, которые могут возникнуть в нелинейных системах управления ЛА (в том числе — нелинейных колебаний), простое компьютерное моделирование без применения аналитико-численных методов является ненадежным инструментом, который может привести к неправильным выводам. Для получения достоверных результатов моделирования следует аналитически исследовать условие единственности предельного решения (т.е. свойство *конвергентности* системы [41-44]) либо применить специальные аналитико-численные методы, позволяющие

найти скрытые колебания [35, 45–48]. Применение аналитико-численного метода для определения скрытых колебаний в системах управления ЛА показано в настоящей статье.

**2. Аналитико-численный метод определения скрытых колебаний.** Приведем краткое описание аналитико-численной процедуры определения скрытых аттракторов. Более подробное описание можно найти в [35, 36, 38, 46–48].

В первой половине прошлого века в начальный период развития теории нелинейных колебаний основное внимание было уделено анализу и синтезу колебательных систем, для которых задача о существовании колебаний может быть решена с относительной легкостью. Структура многих рассматриваемых технических систем была такова, что существование колебаний было «почти очевидно» — колебания возбуждались от неустойчивого состояния равновесия (так называемые *автоколебания*). С вычислительной точки зрения это позволяет использовать стандартную вычислительную процедуру, в которой после переходного процесса траектория, начинаясь с точки неустойчивого многообразия в окрестности равновесия, достигает автоколебаний, поэтому такие колебания можно легко идентифицировать.

Как показали дальнейшие исследования, самовозбуждающиеся периодические и хаотические колебательные процессы не дают исчерпывающей информации о возможных типах колебаний. В середине 20-го века было найдено несколько примеров периодических и хаотических колебаний другого типа — так называемых «*скрытых колебаний*» и «*скрытых аттракторов*» [47]. Колебательная траектория называется скрытыми колебаниями, если *ее область притяжения не пересекает достаточно малой окрестности состояний равновесия*.

Численное определение положения, вычисление параметров и аналитическое исследование скрытых аттракторов представляет собой гораздо более сложную проблему, так как в этом случае информация о состояниях равновесия не может быть непосредственно использована в стандартных вычислительных процедурах. Таким образом, скрытые аттракторы не могут быть численно найдены с помощью обычных численных методов. Кроме того, в этом случае маловероятно, что интегрирование траекторий при случайных начальных условиях позволит локализовать скрытый аттрактор, поскольку область его притяжения может быть относительно небольшой, а его размерность скрытого аттрактора может быть гораздо меньше, чем размерность рассматриваемой системы.

Рассмотрим процедуру применения эффективного аналитически-численного метода локализации скрытых колебаний,

основанного на применении методов малого параметра, гармонического баланса и гармонической линеаризации нелинейностей. Заметим, что в инженерной практике широко используется метод гармонического баланса [49]. Однако этот классический метод не имеет строгого математического обоснования и может привести к неверным результатам (например, из него следует справедливость гипотез Айзермана и Калмана об абсолютной устойчивости, в то время как хорошо известны контрпримеры существования скрытых колебаний [35, 36]).

Рассматриваемая модификация метода гармонической линеаризации, основанная на методе малого параметра, позволяет получить строгое обоснование существования периодического решения и определить его начальные условия. Затем применяется определенная многошаговая численная процедура, основанная на принципе продолжения, которая позволяет численно преобразовывать исходное периодическое решение для некоторой вспомогательной системы (которое определяется аналитически) к периодическому решению или хаотическому аттрактору исходной системы.

Рассмотрим систему с одной скалярной нелинейностью:

$$\frac{dx}{dt} = Px + q\varphi(r^*x), x \in \mathbb{R}^n, \quad (1)$$

где  $P$  — постоянная  $(n \times n)$ -матрица,  $q, r$  — постоянные  $n$ -мерные векторы,  $*$  — операция транспонирования,  $\varphi(\sigma)$  — непрерывная кусочно-дифференцируемая скалярная функция,  $\varphi(0) = 0$ .

Пусть  $\varphi^0(\sigma) = \varepsilon\varphi(\sigma)$ , где  $\varepsilon$  — малый параметр. Для определения начальной точки  $x_0$  начального периодического решения система:

$$\frac{dx}{dt} = P_0x + q\varphi^j(r^*x), x \in \mathbb{R}^n \quad (2)$$

при  $j = 0$  приводится с помощью линейного невырожденного преобразования координат  $x = Sy$  к форме:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = -\omega_0 y_2 + b_1 \varphi^0(y_1 + c_3^* y_3), \\ \dot{y}_2 = \omega_0 y_1 + b_2 \varphi^0(y_1 + c_3^* y_3), \\ y_3 = A_3 y_3 + b_3 \varphi^0(y_1 + c_3^* y_3), \end{cases} \quad (3)$$

где переменные  $y_1, y_2$  — скаляры, переменная  $y_3$  —  $(n - 2)$ -мерный вектор;  $b_3, c_3$  —  $(n - 2)$ -мерные вектора,  $b_1, b_2$  — вещественные

числа;  $A_3$  —  $((n-2) \times (n-2))$ -матрица, все собственные значения которой имеют отрицательные вещественные части. Не умаляя общности, можно предположить, что для матрицы  $A_3$  существует положительное число  $d > 0$ , такое что  $y_3^*(A_3 + A_3^*)y_3 \leq -2d|y_3|^2$ ,  $\forall y_3 \in R^{n-2}$ . Введем описывающую функцию:

$$\Phi(a) = \int_0^{2\pi/\omega_0} \phi(a \cos(\omega_0 t)) \cos(\omega_0 t) dt \quad (4)$$

и предположим существование ее производной. Известна следующая Теорема 1 [35, 36, 45, 50]. Пусть существует число  $a_0 > 0$ , для которого выполнены условия :

$$\Phi(a_0) = 0, b_1 \frac{d\Phi(a)}{da} \Big|_{a=a_0} < 0. \quad (5)$$

Тогда при достаточно малых  $\varepsilon > 0$  система (3) имеет периодическое решение с начальными данными:

$$y_1(0) = a_0 + O(\varepsilon), y_2(0) = 0, y_3(0) = O_{n-2}(\varepsilon) \quad (6)$$

и с периодом  $T = \frac{2\pi}{\omega_0} + O(\varepsilon)$ .

**3. Локализация скрытого колебания упругой ракеты-носителя.** Рассмотрим следующую модель динамики ракеты-носителя (РН) с учетом первого тона упругих колебаний корпуса [2, 3, 10, 41]:

$$\begin{cases} \ddot{\psi}(t) + a_y^\psi \dot{\psi}(t) + a_y^\psi \psi(t) = a_{y_r}^{\delta_r} \delta_r(t) + f_y(t), \\ \ddot{\tilde{\psi}}(t) + 2\xi_1 \omega_1 \dot{\tilde{\psi}}(t) + \omega_1^2 \tilde{\psi}(t) = l_1 \omega_1^2 \delta_r(t) + \tilde{f}_y(t), \\ \psi_g(t) = \psi(t) + \tilde{\psi}(t), \end{cases} \quad (7)$$

где  $\psi$  — угол рыскания,  $\delta_r$  — отклонение руля направления;  $\tilde{\psi}$  — угол упругих колебаний в точке расположения гироскопического датчика;  $\psi_g$  — сигнал измерений с гироскопического датчика;  $a_y^\psi$ ,  $a_{y_r}^{\delta_r}$  — параметры РН как твердого тела на рассматриваемом участке полета;  $\xi_1$ ,  $\omega_1$ ,  $l_1$  — параметры модели первого тона упругих колебаний корпуса РН;  $f_y(t)$ ,  $\tilde{f}_y(t)$  —

внешние (атмосферные) возмущения.

Пренебрегая динамикой рулевого привода, но с учетом его насыщения, используем следующую модель привода:

$$\delta_r(t) = M \operatorname{sat} \left( \frac{u(t)}{M} \right), \quad (8)$$

где  $u(t)$  — сигнал управления.

Рассмотрим использование типового ПД-закона стабилизации:

$$u(t) = -k_P \psi_g(t) - k_D \dot{\psi}_g(t), \quad (9)$$

с параметрами  $k_P, k_D$ .

Пусть координатный вектор имеет следующий вид  $x \equiv (x_1, x_2, x_3, x_4) = (\psi, \tilde{\psi}, \dot{\psi}, \dot{\tilde{\psi}})$ . Тогда система (7) представляется в виде (1) со следующими матрицами:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_y^\psi & 0 & -a_y^{\dot{\psi}} & 0 \\ 0 & -\omega_1^2 & 0 & -2\xi_1\omega_1 \end{pmatrix}, q = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a_y^{\delta_r} \\ l_1\omega_1^2 \end{pmatrix}, r = - \begin{pmatrix} k_P \\ k_P \\ k_D \\ k_D \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Пусть параметры системы имеют следующие безразмерные значения:

$$a_y^{\delta_r} = 12.6, a_y^\psi = -4, a_y^{\dot{\psi}} = 0.4, l_1 = -0.108, \xi_1 = 0.03, \quad (11)$$

$$\omega_1 = 2, M = 0.0873, k_P = 6, k_D = 2.$$

С помощью линейного невырожденного преобразования координат  $x = Sy$  приведем систему (7) к соответствующей системе вида (3), где:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_0 & 0 & 0 \\ \omega_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -d_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -d_2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -h_1 \\ -h_2 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Для параметров (11) получаем следующие значения матрицы преобразования:

$$S = \begin{pmatrix} -0.0841 & -0.0084 & 284.9 & 65.81 \\ -0.0321 & 0.085 & 9.846 & 0.5826 \\ 0.0166 & -0.1663 & -28.93 & -112.9 \\ -0.1681 & -0.0634 & -1.0 & -1.0 \end{pmatrix}$$

и параметров в уравнениях (12):

$$\begin{aligned} \omega_0 &= -1.9775, k = 0.0533, d_1 = -0.1016, d_2 = -1.7164, \\ b_1 &= 3.5162, b_2 = 1.1096, b_3 = 0.0279, b_4 = -0.1166, \\ h_1 &= 1708, h_2 = 170.4. \end{aligned}$$

Теперь воспользуемся теоремой 1 и выберем начальные данные для локализации периодической орбиты как  $x(0) = Sy(0) = (a_0s_{11}, a_0s_{21}, a_0s_{31})$ . Значение  $a_0$  можно вычислить из равенства  $\Phi(a_0) = 0$ . Для нелинейности (8) интеграл берется и описывающая функция примет следующий вид:

$$\Phi(a_0) = 2 \left( \frac{\pi a}{2} - a \arccos \frac{M}{a} + M \sqrt{1 - \frac{M^2}{a^2}} \right) - \pi a k = 0,$$

а ее производная соответственно:

$$\frac{d\Phi(a)}{da} = 2 \left( \arcsin \frac{M}{a} - \frac{M}{a} \sqrt{1 - \frac{M^2}{a^2}} \right) - \pi k.$$

Для параметров (11) получаем:

$$a_0 = 2.0825, b_1 \frac{d\Phi(a)}{da} \Big|_{a=a_0} = -0.5888,$$

и численное моделирование показывает, что при  $\varepsilon = 0.1$  можно локализовать периодическое решение. Таким образом, применяя метод гармонической линеаризации и процедуру продолжения по параметру можно локализовать скрытое колебание в системе (7) (рисунок 1).

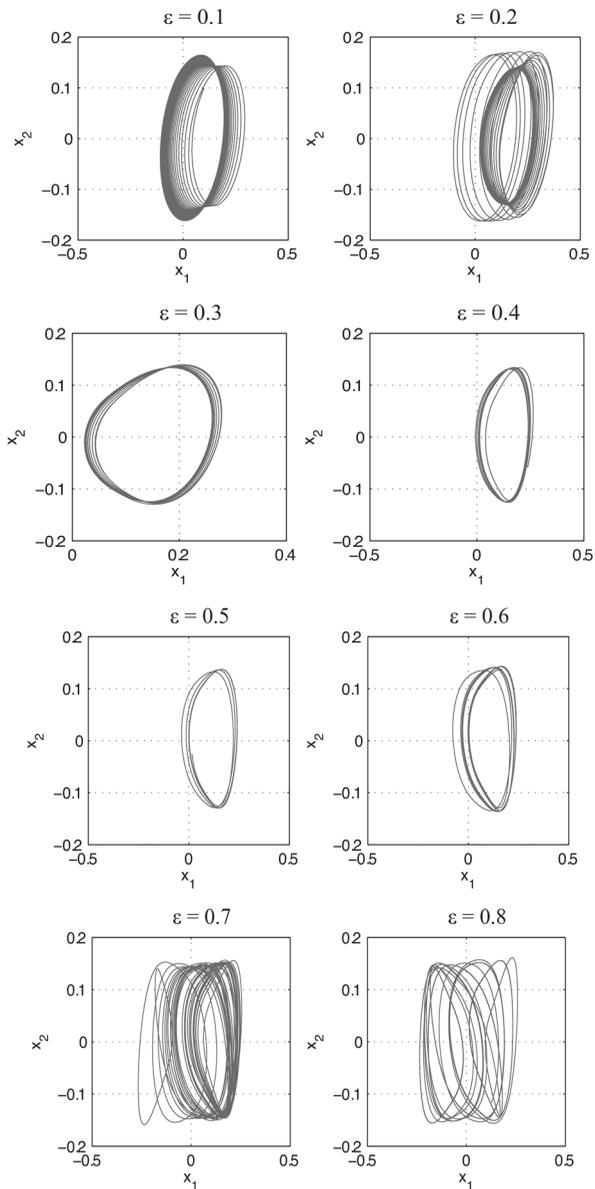


Рис. 1 (а). Процедура локализации скрытого колебания в системе (7), описывающей динамику упругой ракеты-носителя для  $\varepsilon$  от 0.1 до 0.8

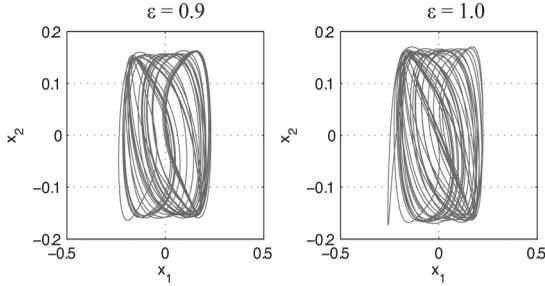


Рис. 1 (b). Процедура локализации скрытого колебания в системе (7), описывающей динамику упругой ракеты-носителя для  $\varepsilon$  от 0.9 до 1.0

**4. Локализация скрытого колебания в системе управления углом атаки ЛА.** Рассмотрим следующую модель динамики короткопериодического углового движения самолета относительно продольной оси, линеаризованную в окрестности баланси́ровочных значений углов атаки и отклонения рулей высоты  $\alpha_{\text{trim}}$ ,  $\delta_{e,\text{trim}}$  [51-53]:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = Z_{\alpha}\alpha + \omega_z + Z_{\delta}\delta_e, \\ \dot{\omega}_z = M_{\alpha}\alpha + M_{\omega_z}\omega_z + M_{\delta}\delta_e, \end{cases} \quad (13)$$

где  $\alpha$ ,  $\delta_e$  — отклонения углов атаки и рулей высоты от баланси́ровочных значений для данных условий полета,  $\omega_z$  — скорость тангажа в связанной системе координат [1, 54],  $M_{\alpha}$ ,  $M_q$ ,  $M_{\delta}$ ,  $Z_{\alpha}$ ,  $Z_{\delta}$  — параметры линеаризованной модели для данных условий полета. Положим, что угол отклонения руля высоты ограничен симметрично относительно баланси́ровочного значения:  $\delta_{e,\text{trim}} : |\delta_e| \leq \bar{\delta}_e$ . Также будем рассматривать использование пропорционально-интегрально-дифференцирующего (ПИД) автопилота для управления углом атаки, обозначив управляющий сигнал на выходе через  $u(t)$ , и описывать динамику привода руля высоты к переменной  $\tilde{\delta}_e(t)$  (без учета насыщения) вместе с последовательным корректирующим звеном в канале тангажа следующей передаточной функцией:

$$W(s) = \left\{ \frac{\tilde{\delta}_e}{u} \right\} = \frac{k(T_2^2 s^2 + 2\xi_2 T_2 s + 1)}{T_1^2 s^2 + 2\xi_1 T_1 s + 1}, \quad (14)$$

где  $k$  — статический коэффициент передачи привода;  $T_1$ ,  $T_1$  — постоянные времени;  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  — коэффициенты демпфирования.

Окончательно отклонение выхода привода (отклонение руля высоты) с учетом насыщения находится как:

$$\delta_e(t) = \bar{\delta}_e \text{sat}\left(\frac{\tilde{\delta}_e(t)}{\bar{\delta}_e}\right), \quad (15)$$

где  $\text{sat}(\cdot)$  — функция насыщения.

Далее используются следующие значения параметров [55]:  $Z_\alpha = -1.0 \text{ с}^{-1}$ ,  $Z_\delta \approx 0$ ,  $M_\alpha = 15 \text{ с}^{-2}$ ,  $M_q = 3.0 \text{ с}^{-1}$ ,  $M_\delta = -18$ ,  $\bar{\delta}_e = 20$  град ( $\approx 0.35$  рад),  $k = 10$ ,  $T_1 = 0.083 \text{ с}$ ,  $T_2 = 0.057 \text{ с}$ ,  $\xi_1 = 0.1$ ,  $\xi_2 = 0.4$ . Нетрудно убедиться, что рассматриваемый ЛА статически неустойчив — собственные числа  $s_{1,2}$  системы (38) имеют значения  $s_1 = -6$ ,  $s_2 = 2$ .

Пусть цель управления состоит в отработке командного угла атаки  $\alpha^*(t)$ . Для устранения статической ошибки и обеспечения заданных характеристик переходного процесса по углу атаки для «номинальной системы» (при отсутствии насыщения) можно использовать следующий классический ПИД-регулятор:

$$u(t) = k_I \sigma_I(t) + k_P e(t) + k_D \omega_z(t),$$

$$\sigma_I(t) = \int_0^t e(\tau) d\tau, \sigma(0) = 0, \quad (16)$$

где  $e(t) = \alpha(t) - \alpha^*(t)$  — ошибка слежения,  $k_P$ ,  $k_I$ ,  $k_D$  — коэффициенты усиления пропорциональной, интегрирующей и дифференцирующей составляющих регулятора соответственно.

Коэффициенты  $k_I$ ,  $k_P$ ,  $k_D$  найдем для номинального режима используя корневой метод так, чтобы обеспечить наименьшую степень устойчивости  $\eta = 5.6$  (чтобы удовлетворить требованиям по быстродействию системы) и минимальным коэффициентом демпфирования  $\xi = 0.3$  (для избежания перерегулирования). Получим следующие значения:  $k_P = 5.5$ ,  $k_D = 0.55 \text{ с}$ ,  $k_I = 19 \text{ с}^{-1}$ . Для выбранных параметров показатель колебательности [49]  $M = H_\infty$  замкнутой системы имеет значение  $H_\infty = 1.13$ , а запас устойчивости по фазе  $\mu = 75$  град.

Наличие насыщения (15) в контуре управления может кардинально изменить поведение замкнутой системы, как это видно из сравнения процессов (а) и (б) на рисунке 2.

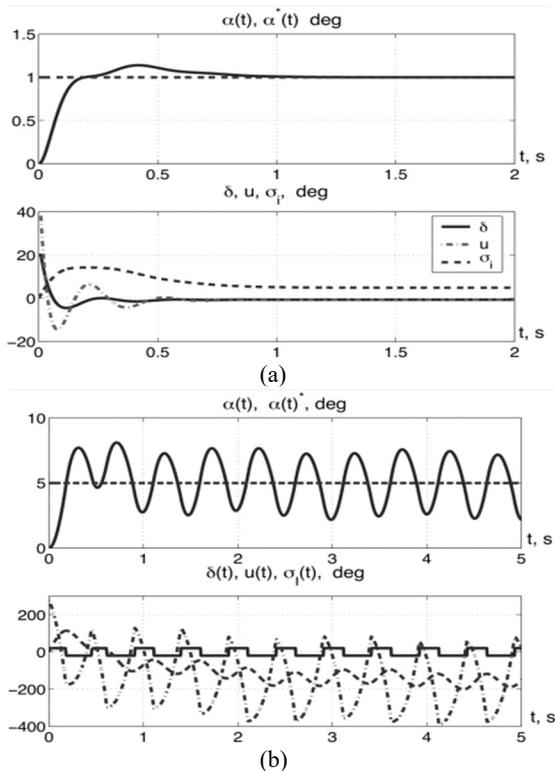


Рис. 2. Графики процессов  $\alpha$ ,  $\delta_e$ ,  $u$ ,  $\sigma_I$  при  $\alpha^* = 1$  град: (а) насыщение не активно, (б) насыщение проявляется

Рассмотрим поведение замкнутой системы управления при действии насыщения привода руля высоты. Основное внимание в исследовании уделим возможности возникновения скрытых колебаний в замкнутой системе. С этой целью используем применение описанного в разделе 2 метода к системе (13)-(16).

На первом шаге найдем для рассматриваемой системы матрицы  $P$ ,  $q$ ,  $r$  в (1). Несложно получить, что модель (13), (14), (16) в уравнениях состояния представляется следующими матрицами:

$$P = \begin{pmatrix} Z_\alpha & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_\alpha & 0 & M_q & 0 & 0 \\ -k_P & k_I & -k_D & -2\xi_1 T_1^{-1} & -T_1^{-2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, q = \begin{pmatrix} -Z_\delta \\ 0 \\ -M_\delta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$r^* = (-kk_p T_2^2 T_1^{-2}, kk_i T_2^2 T_1^{-2}, -kk_D T_2^2 T_1^{-2}, \\ k(2\xi_2 T_2 - 2\xi_1 T_2^2 T_1^{-1}) T_1^{-2}, k(1 - T_2^2 T_1^{-2}) T_1^{-2}).$$

Нелинейность  $\psi(\cdot)$  в (1) имеет вид (15).

Численно, при указанных выше значениях параметров, матрицы  $P$ ,  $q$ ,  $r$  имеют вид:

$$P = \begin{pmatrix} -1.0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 15.0 & 0 & -3.0 & 0 & 0 \\ -5.56 & 19.1 & -0.556 & -2.41 & -145 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, q = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 18.0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ r^* = (-26.1, 89.6, -2.61, 54.5, 763).$$

Применение описанной выше многошаговой процедуры локализации позволяет в конечном итоге найти скрытые колебания в рассматриваемой системе (рисунок 3).

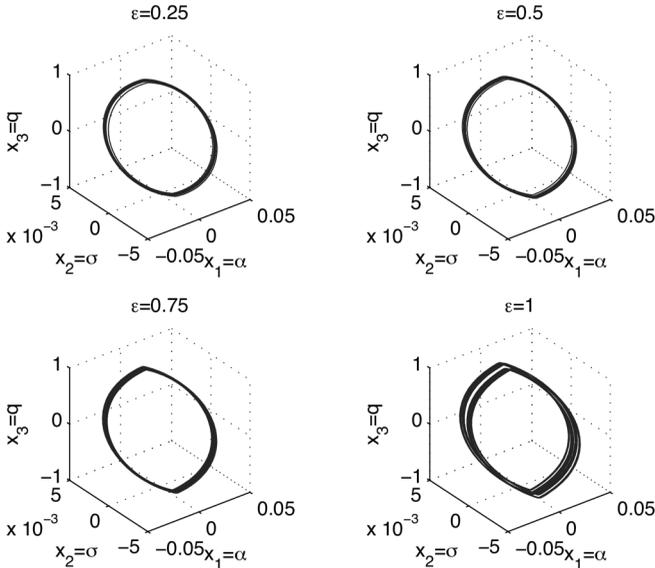


Рис. 3. Многошаговая локализация скрытых колебаний:  $\epsilon^j = j/4$ . На последнем шаге (т.е. при  $j = m$  в (2)) находится устойчивое нулевое состояние равновесия, сосуществующее с устойчивыми колебаниями (скрытыми колебаниями)

**5. Скрытые колебания в системе самолет-пилот.** Обратимся к задаче управления пилотируемым самолетом со средствами автоматизации. В данной системе пилот включается в замкнутый контур управления, и следовательно, динамика замкнутой системы зависит также от реакции пилота.

В качестве примера рассмотрим задачу управления по тангажу исследовательским самолетом *X-15*, передаточная функция которого от угла отклонения рулей к углу тангажа  $\vartheta$  имеет вид [56, 57]:

$$W_{\delta_e}^{\vartheta}(s) = \left\{ \frac{\vartheta}{\delta_e} \right\} = \frac{86.9(s + 0.883)(s + 0.0292)}{(s + 25)(s + 0.3516)(s + 0.02845)(s^2 + 1.68s + 5.29)}, \quad (17)$$

где  $\delta_e(t)$  — отклонение руля высоты от балансировочного значения,  $\vartheta(t)$  — угол тангажа (численные значения всех переменных даны в системе СИ),  $s \in \mathbb{C}$  — аргумент преобразования Лапласа.

Привод описываем аperiodическим звеном первого порядка с ограничением на скорость отклонения:

$$\dot{\delta}_e(t) = \text{sat}_{\bar{\omega}}(T^{-1}(u(t) - \delta_e(t))), \quad (18)$$

где  $\text{sat}_{\bar{\omega}}(\cdot)$  — функция насыщения на уровне  $\bar{\omega}$  (для простоты изложения принято, что привод имеет единичный статический коэффициент передачи).

Пилот обычно моделируется как последовательно включенный элемент в контуре управления [4, 58, 59]. Рассматриваются модели пилота в виде статического (безынерционного) элемента [56, 57, 60, 61] с коэффициентом передачи  $K_p$ , воздействующего на сигнал рассогласования по тангажу, то есть:

$$u(t) = K_p(\vartheta^*(t) - \vartheta(t)), \quad (19)$$

либо, более сложно, как интегро-дифференцирующее звено с запаздыванием [11, 55, 58, 62, 63]:

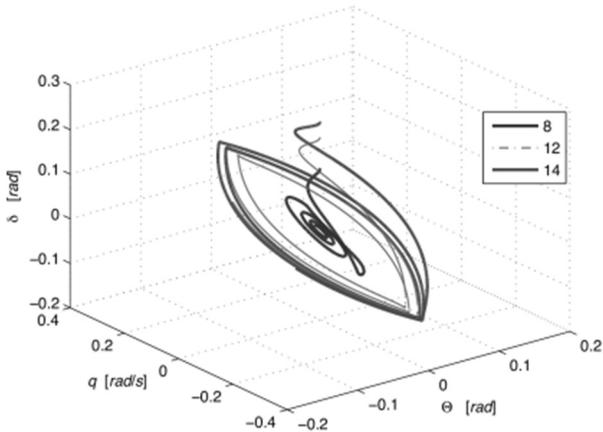
$$W_p(s) = \left\{ \frac{u}{\Delta\vartheta} \right\} = K_p \frac{T_L s + 1}{T_I s + 1} e^{-\tau_e s}, \quad (20)$$

где  $\Delta\vartheta$  — ошибка слежения по тангажу;  $u(t)$  — управляющее воздействие пилота на регулятор сервопривода руля;  $K_p$  —

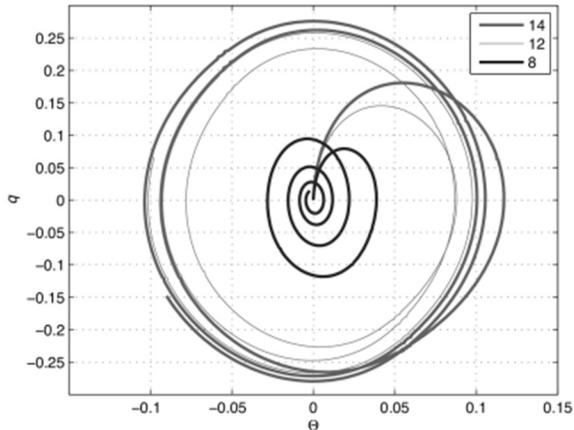
статический коэффициент передачи пилота;  $T_L$  — постоянная времени дифференцирования;  $T_I$  — постоянная времени замедления;  $\tau_e$  — эффективное временное запаздывание, включающее транспортное запаздывание и нервно-мышечные задержки в области высоких частот. Как указано в [4, 11, 58, 59, 64, 65], пилот старается настроить постоянные времени дифференцирования и замедления так, чтобы чувствительность системы к их изменениям в области нижних частот была малой и оставляя эффективную временную задержку в качестве своего основного средства для контроля за устойчивостью замкнутого контура и доминирующих режимов.

Исследуем численно поведение замкнутой системы (17)-(20) предполагая, что действие пилота  $u(t)$  получается как обратная связь по рассогласованию по тангажу. Следуя [56, 57], примем, что имеется ограничение по скорости руля  $\bar{\omega} = 15/57.3$  градус/с. Постоянную времени привода (18) примем равной  $T = 0.02$  с, а модель пилота возьмем в виде статического коэффициента передачи (19). Таким образом, мы рассматриваем систему (17), (18), (19).

*Динамика собственных движений.* Пусть в (19) принято значение  $K_p = 2.8$ . Линеаризация уравнений (17), (18), (19) в окрестности состояния равновесия показывает, что замкнутая система асимптотически устойчива в некоторой окрестности нуля. Собственные числа  $\lambda_i$  линеаризованной модели системы имеют значения  $\lambda_i = \{-50, -26, -0.36 \pm 3.7i, -0.72, -0.03\}$ . Однако, применяя описанный в разделе 2 метод, получим существование у замкнутой системы скрытого аттрактора, что иллюстрируется графиками на рисунке 4. На рисунке показаны фазовые траектории в пространстве  $(\vartheta, \omega_z, \delta_e)$  и переходные процессы в системах (17), (18), (19) для различных начальных значений  $\delta_e(0)$  (начальные значения остальных переменных состояния взяты нулевыми). Значение  $\delta_e(0) = 12$  град (при нулевых начальных условиях для остальных переменных) может рассматриваться как некоторая граница скрытого аттрактора — траектории, начинающиеся при меньших значениях  $\delta_e(0)$  стремятся к состоянию устойчивого равновесия. Соответствующие переходные процессы в системе (17), (18), (19) при  $K_p = 2.8$  для  $\delta_e(0) \in \{8, 12, 14\}$  град показаны на рисунке 5а.



(a)

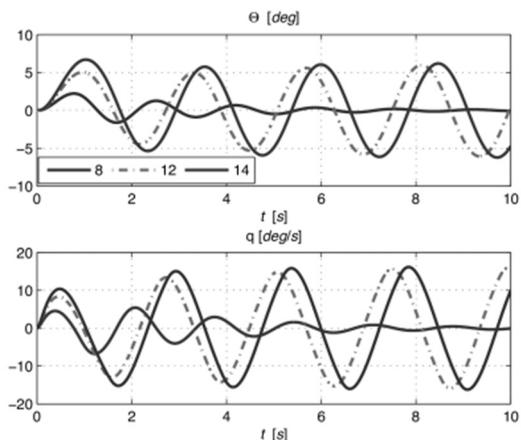


(b)

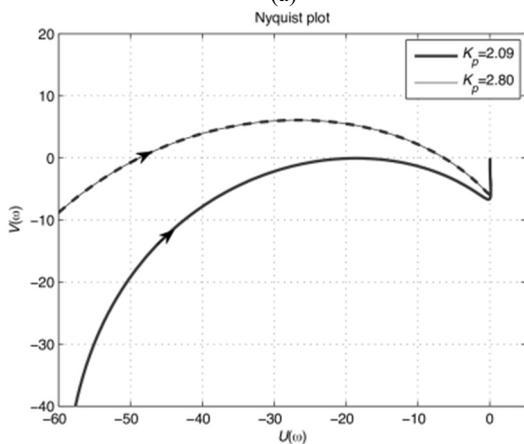
Рис. 4. Проекция фазовых траекторий системы (17), (18), (19) при  $\delta_e(0) \in \{8, 12, 14\}$  град.  $K_p = 2.8$  на подпространства  $(\theta, \omega_z, \delta_e)$  и  $(\theta, \omega_z)$ . Видно наличие скрытого аттрактора (а) фазовые траектории в пространстве  $(\theta, \omega_z, \delta_e)$ , (б) фазовые траектории в пространстве  $(\theta, \omega_z)$

Кривые Найквиста линейной части системы, приведенные на рисунке 5б, показывают что, согласно методу гармонического баланса, значение  $K_p = 2.09$  является некоторой границей, ниже которой скрытые колебания отсутствуют и траектории свободного движения системы стремятся к началу координат. Этот вывод подтверждается численной процедурой раздела 2 и компьютерным моделированием.

Кривая Найквиста на рисунке 5б позволяет сделать вывод, что при  $K_p \geq 2.09$  в системе может иметься два предельных цикла — устойчивый и неустойчивый.



(a)



(b)

Рис. 5. Переходные процессы в системе (17), (18), (19) и кривые Найквиста линейной части системы: (а) переходные процессы по углу и угловой скорости тангажа в системе (42), (43), (44) при  $\delta_e(0) \in \{8,12,14\}$  град,  $K_p = 2.8$ , (б) кривые Найквиста линейной части системы при  $K_p \in \{2.09,2.80\}$

*Динамика вынужденных движений.* Поведение неавтономной системы имеет сложный характер, так как оно зависит не только от

начальных условий, но и от внешних воздействий, которые могут иметь самый разнообразный характер. Рисунки 6а, 6б показывают реакцию системы (17), (18), (19) на кусочно-постоянное задающее воздействие по тангажу  $\vartheta^*(t)$  при нулевых начальных условиях и  $K_p = 2.80$ ,  $K_p = 2.09$ . Из графиков видно, что если  $\vartheta^*$  достаточно велико, то при  $K_p = 2.80$  в системе возникают колебания, которых нет при  $K_p = 2.09$ .

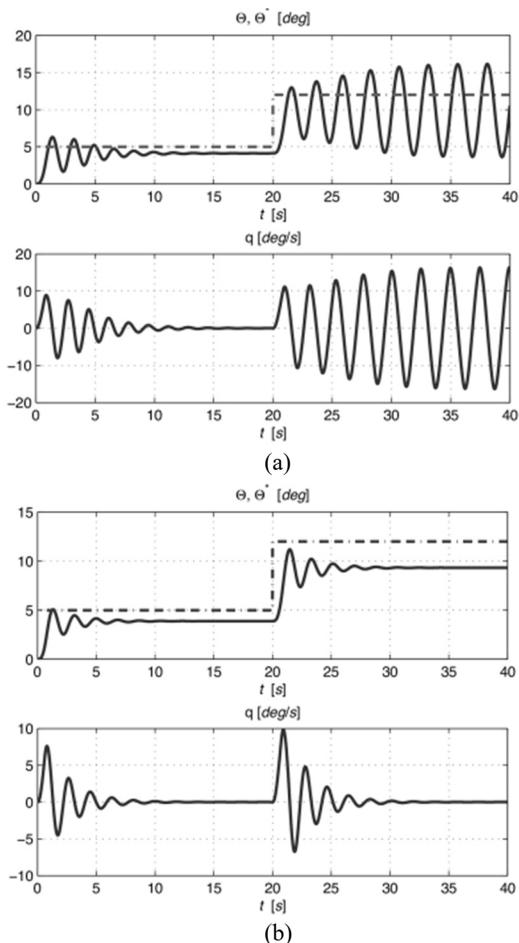


Рис. 6. Переходные процессы в системе (17), (18), (19) при кусочно-постоянном задающем воздействии  $\vartheta^*(t)$ : (а)  $K_p = 2.80$ , (б)  $K_p = 2.09$

Для предотвращения появления нелинейных колебаний в системах управления ЛА предложено использование последовательных корректирующих устройств (префильтров) [34, 57, 60, 61] и методов антивиндап коррекции [7, 30-33, 39, 40-43, 52, 53, 55].

**6. Заключение.** Задача управления с ограничениями на величину, скорость, энергию управляющего воздействия весьма актуальны для разработки систем автоматического управления летательными аппаратами (ЛА). При определенных сочетаниях характеристик ЛА и внешних воздействиях в системе с ограничениями на скорость и величину отклонения рулевых органов могут возникнуть автоколебания значительной амплитуды, так называемая «потеря устойчивости в большом». Влияние нелинейностей типа «насыщение» может вызвать и так называемую «раскачку самолета зреником» (РСЛ), которая является весьма опасным явлением с точки зрения безопасности полета. Для исследования процессов, которые могут возникнуть в нелинейных системах управления ЛА, простое компьютерное моделирование может привести к неправильным выводам. Для численного нахождения возможных предельных процессов можно применить специальные аналитико-численные методы, позволяющие найти скрытые колебания. Применение такого метода для анализа систем управления ЛА показано в настоящей статье. Описана модификация метода гармонической линеаризации, основанная на методе малого параметра, которая позволяет получить строгое обоснование существования периодического решения и определить его начальные условия, а многошаговая численная процедура позволяет затем численно преобразовывать исходное периодическое решение для некоторой вспомогательной системы к периодическому решению или хаотическому аттрактору исходной системы. Показано применение метода к локализации и определению параметров скрытых колебаний для конкретных числовых примеров различных летательных аппаратов — ракеты-носителя с учетом нежесткости конструкции, системы автопилотирования самолета при управлении углом атаки и человеко-машинной системы самолет-пилот, снабженной средствами автоматизации управления.

### Литература

1. Буков В.Н. Адаптивные прогнозирующие системы управления полетом // М.: Наука. 1987. 232 с.
2. Топчев Ю.И., Потемкин В.Г., Иваненко В.Г. Системы стабилизации // М.: Машиностроение. 1974. 248 с.
3. Боднер В.А. Системы управления летательными аппаратами // М.: Машиностроение. 1973. 504 с.
4. Бюнгенс Г. С., Студнев Р. В. Аэродинамика самолета: Динамика продольного и

- бокового движения // М.: Машиностроение. 1979. 352 с.
5. Aviation Safety and Pilot Control: Understanding and Preventing Unfavorable Pilot-Vehicle Interactions / Edited by D. T. McRuer and J. D. Warner // Washington. DC: Committee on the Effects of Aircraft-Pilot Coupling on Flight Safety Aeronautics and Space Engineering Board Commission on Engineering and Technical Systems National Research Council National Academy Press. 1997. 208 p. URL: <http://www.nap.edu/catalog/5469.html>. (дата обращения: 28.11.2016).
  6. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов / Под ред. Г.С. Бюшгенга // М.: Наука. Физматлит. 1998. 816 с.
  7. Brieger O. et al. Anti-windup compensation of rate saturation in an experimental aircraft // Proceedings of American Control Conference (ACC 2007). 2007. pp. 924–929.
  8. Раушенбах Б.В., Токарь Е.Н. Управление ориентацией космических аппаратов // М.: Наука. 1974. 600 с.
  9. Каргу Л.И. Системы угловой стабилизации космических аппаратов: изд. 2-е, перераб. и доп. // М.: Машиностроение. 1980. 172 с.
  10. Абгарян К.А., Калязин Э.Л., Мишин В.П. и др. Динамика ракет: Учебник для студентов вузов // М.: Машиностроение. 1990. 464 с.
  11. Ефремов А.В. и др. Математическое моделирование характеристик управляющих действий летчика при исследовании задач ручного управления // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2015. Т. 2. С. 34–40.
  12. Zubov N., Mikrin E., Misrikhanov M., Ryabchenko V. Output control of the spectrum of a descriptor dynamical system // Doklady Mathematics. 2016. vol. 93. no. 3. pp. 259–261.
  13. Zubov N., Mikrin E., Oleinik A., Ryabchenko V. Terminal control of the trajectory and rotational motion of an active spacecraft during a rendezvous with a passive spacecraft // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2016. vol. 55. no. 3. pp. 435–445.
  14. Zubov N., Mikrin E., Misrikhanov M., Ryabchenko V. Output control of the longitudinal motion of a flying vehicle // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2015. vol. 54. no. 5. pp. 825–837.
  15. Zubov N., Mikrin E., Misrikhanov M., Ryabchenko V. Spacecraft attitude control with simultaneous unloading of the angular momentum of inertial actuators // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2015. vol. 54. no. 4. pp. 621–628.
  16. Zubov N., Mikrin E., Ryabchenko V., Proletarskii A. Analytical synthesis of control laws for lateral motion of aircraft // Russian Aeronautics. 2015. vol. 58. no. 3. pp. 263–270.
  17. Zubov N., Mikrin E., Misrikhanov M., Ryabchenko V. Stabilization of coupled motions of an aircraft in the pitch-yaw channels in the absence of information about the sliding angle: Analytical synthesis // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2015. vol. 54. no. 1. pp. 93–103.
  18. Zubov N., Mikrin E., Misrikhanov M., Ryabchenko V. Finite eigenvalue assignment for a descriptor system // Doklady Mathematics. 2015. vol. 91. no. 1. pp. 64–67.
  19. Zubov N. et al. Terminal bang-bang impulsive control of linear time invariant dynamic systems // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2014. vol. 53. no. 3. pp. 430–444.
  20. Zubov N. et al. Output control of a spacecraft motion spectrum // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2014. vol. 53. no. 4. pp. 576–586.
  21. Zubov N., Lapin A., Mikrin E. Synthesis of decoupling laws for controlling the angular motion of landing module with solid-fuel landing engine minimizing the transient time // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2013. vol. 52. no. 3. pp. 480–490.
  22. Zubov N., Mikrin E., Misrikhanov M., Ryabchenko V. Modification of the exact pole placement method and its application for the control of spacecraft motion // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2013. vol. 52. no. 2. pp. 279–292.

23. *Zubov N. et al.* The use of the exact pole placement algorithm for the control of spacecraft motion // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2013. vol. 52. no. 1. pp. 129–144.
24. *Zubov N., Mikrin E., Misrikhanov M., Ryabchenko V.* Synthesis of controls for a spacecraft that optimize the pole placement of the closed-loop control system // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2012. vol. 51. no. 3. pp. 431–444.
25. *Zubov N., Mikrin E., Misrikhanov M., Ryabchenko V.* Synthesis of decoupling laws for attitude stabilization of a spacecraft // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2012. vol. 51. no. 1. pp. 80–96.
26. *Zubov N. et al.* Synthesis of stabilizing spacecraft control based on generalized Ackermann's formula // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2011. vol. 50. no. 1. pp. 93–103.
27. *Берко В.С., Живов Ю.Г., Поединок А.М.* Приближенный критерий устойчивости вынужденных колебаний регулируемых объектов с нелинейным приводом // Ученые записки ЦАГИ. 1984. Т. XV. №. 4. С. 72–80.
28. *Powers B.* Space Shuttle Pilot-Induced-Oscillation Research Testing // Report No. AGARDograph No. 262. In AGARD Ground and Flight Testing for Aircraft Guidance and Control (N85-22350 13-01). 1984.
29. *Pachter M., Miller R.* Manual flight control with saturating actuators // IEEE Control Syst. Mag. 1998. vol. 18. no. 1. pp. 10–19.
30. *Brieger O. et al.* Flight testing of low-order anti-windup compensators for improved handling and PIO suppression // Proceedings of American Control Conference (ACC 2008). 2008. pp. 1776–1781.
31. *Brieger O. et al.* Flight testing of a rate saturation compensation scheme on the ATTAS aircraft // Aerospace Science and Technology. 2009. vol. 13. no. 2–3. pp. 92–104.
32. *Brieger O. et al.* Pilot-Involved-Oscillation Suppression Using Low-Order Antiwindup: Flight-Test Evaluation // J. Guidance, Control, and Dynamics. 2012. vol. 35. no. 2. pp. 471–483.
33. *Acosta D.M., Yildiz Y., Klyde D.H.* Avoiding Pilot-Induced Oscillations in Energy-Efficient Aircraft Designs // The Impact of Control Technology – 2<sup>nd</sup> Ed. (IEEE CSS). 2014. URL: <http://ieeecs.org/sites/ieeecs.org/files/CSSIoCT2Update/IoCT2-RC-Acosta-1.pdf>. (дата обращения: 28.11.2016).
34. *Duda H.* Flight control system design considering rate saturation // Aerospace Science and Technology. 1998. vol. 4. pp. 265–215.
35. *Bragin V.O., Vagaitsev V.I., Kuznetsov N.V., Leonov G.A.* Algorithms for Finding Hidden Oscillations in Nonlinear Systems. The Aizerman and Kalman Conjectures and Chua's Circuits // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2011. vol. 50. no. 4. pp. 511–543.
36. *Leonov G.A., Kuznetsov N.V.* Hidden attractors in dynamical systems. From hidden oscillations in Hilbert-Kolmogorov, Aizerman, and Kalman problems to hidden chaotic attractors in Chua circuits // Int J. Bifurcation and Chaos. 2013. vol. 23. no. 1. pp. 1–69.
37. *Kuznetsov N.V., Leonov G.A.* Hidden Periodic and Chaotic Oscillations in Nonlinear Dynamical Systems // Proc. 19th IFAC World Congress. IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). 2014. vol. 19. pp. 5445–5454. URL: <http://www.ifac-papersonline.net/Detailed/66959.html>. (дата обращения: 28.11.2016).
38. *Dudkowski D. et al.* Hidden attractors in dynamical systems // Physics Reports. 2016. vol. 637. pp. 1 – 50. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157316300928>. (дата обращения: 28.11.2016).
39. *Andrievsky B.R., Kuznetsov N.V., Leonov G.A., Seledzhi S.M.* Hidden oscillations in stabilization system of flexible launcher with saturating actuators // Proc. 19th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace (ACA 2013). IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). 2013. vol. 19(1). pp. 37–41. URL:

- <http://www.ifac-papersonline.net/Detailed/63129.html>. (дата обращения: 28.11.2016).
40. *Andrievsky B.R., Kuznetsov N.V., Leonov G.A., Pogromsky A.Y.* Hidden Oscillations in Aircraft Flight Control System with Input Saturation // IFAC Proceedings Volumes. 2013. vol. 46. no. 12. pp. 75–79.
  41. *van den Berg R., Pogromsky A.Y., Rooda J.E.* Convergent Systems Design: Anti-Windup for Marginally Stable Plants // Proc. 45th IEEE Conf. Decision & Control (CDC 2006). IEEE Press. 2006. pp. 5441–5446.
  42. *Pogromsky A., Andrievsky B., Rooda J.* Aircraft flight control with convergence-based anti-windup strategy // Proc. IFAC Workshop Aerospace Guidance, Navigation and Flight Control Systems (AGNFCS 09). IFAC. 2009.
  43. *Leonov G.A., Andrievsky B.R., Kuznetsov N.V., Pogromsky A.Y.* Control of aircrafts with AW-compensation // Differential Equations. 2012. vol. 48. no. 13. pp. 1700–1720.
  44. *Pogromsky A.Y., van Den Berg R.* Frequency domain performance analysis of Lur'e systems // IEEE Trans. Contr. Syst. Technol. 2014. vol. 22. no. 5. pp. 1949–1955.
  45. *Леонов Г.А.* Эффективные методы поиска периодических колебаний в динамических системах // Прикладная математика и механика. 2010. Вып. 74. №. 1. С. 37–73.
  46. *Leonov G. A., Kuznetsov N. V.* Analytical-numerical methods for investigation of hidden oscillations in nonlinear control systems // IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). 2011. vol. 18. no. 1. pp. 2494–2505.
  47. *Leonov G.A., Kuznetsov N.V., Vagaitsev V.I.* Localization of hidden Chua's attractors // Physics Letters A. 2011. vol. 375. no. 23. pp. 2230–2233.
  48. *Leonov G.A., Kuznetsov N.V., Vagaitsev V.I.* Hidden attractor in smooth Chua systems // Physica D. 2012. vol. 241. no. 18. pp. 1482–1486.
  49. *Бесекерский В.А., Попов Е.П.* Теория систем автоматического регулирования // М.: Наука. 1975. 768 с.
  50. *Леонов Г.А., Кузнецов Н.В., Юлдашев М.В., Юлдашев Р.В.* Вычисление характеристик фазового для сигналов общего вида // Доклады Академии Наук. 2011. Т. 439. № 4. С. 459–463.
  51. *Reichert R.* Dynamic scheduling of modern robust control autopilot design for missiles // IEEE Control Syst. Mag. 1992. vol. 12. no. 5. pp. 35–42.
  52. *Ferreres G., Biannic J.* Convex Design of a Robust Antiwindup Controller for an LFT Model // IEEE Trans. Automat. Contr. 2007. vol. 52. no. 11. pp. 2173–2177.
  53. *Biannic J., Tarbouriech S.* Optimization and implementation of dynamic anti-windup compensators with multiple saturations in flight control systems // Control Engineering Practice. 2009. vol. 17. pp. 703–713.
  54. ГОСТ 20058-80. Динамика летательных аппаратов в атмосфере: Термины, определения и обозначения // М.: Изд-во стандартов. 1981.
  55. *Barbu C., Reginatto R., Teel A. R., Zaccarian L.* Anti-windup design for manual flight control // Proc. American Control Conf. (ACC'99). 1999. vol. 5. pp. 3186–3190.
  56. *Mehra R., Prasanth R.* Application of nonlinear global analysis and system identification to aircraft-pilot coupled oscillations // Proc. Int. Conf. Control Applications (CCA'98). 1998. vol. 2. pp. 1404–1408.
  57. *Alcalá I., Gordillo E., Aracil J.* Phase compensation design for prevention of PIO due to actuator rate saturation // Proc. American Control Conf. (ACC 2004). AACC. 2004. pp. 4686–4691.
  58. *McRuer D. T., Jex H. R.* A Review of Quasi-Linear Pilot Models // IEEE Trans. Hum. Factors Electron. 1967. vol. HFE-8. no. 3. pp. 231–249.
  59. *Ефремов А.В., Оглоблин А.В., Предтеченский А.Н., Родченко В.В.* Летчик как динамическая система // М.: Машиностроение. 1992. 330 с.
  60. *Rundqvist L., Stahl-Gunnarsson K.* Phase compensation of rate limiters in unstable aircraft // Proc. Int. Conf. Control Applications (CCA'96). 1996. pp. 19–24.
  61. *Andrievsky B. et al.* Nonlinear Phase Shift Compensator for Pilot-Induced Oscillations Prevention // Proc. 9th IEEE Europ. Modelling Symp. on Mathematical Modelling

- and Computer Simulation (EMS 2015). 2015. URL: <http://uksim.info/ems2015/start.pdf>. (дата обращения: 28.11.2016).
62. *Efremov A. V., Ogloblin A. V.* Progress in pilot-in the loop investigations for flying qualities prediction and evaluation // Proc. 25th International Congress of Aeronautical Sciences (ICAS 2006). 2006. URL: [http://www.icas.org/ICAS\\_ARCHIVE/ICAS2006/PAPERS/175.PDF](http://www.icas.org/ICAS_ARCHIVE/ICAS2006/PAPERS/175.PDF). (дата обращения: 28.11.2016).
63. *Lone M., Cooke A.* Review of pilot models used in aircraft flight dynamics // Aerospace Science and Technology. 2014. vol. 34. pp. 55–74.
64. *McRuer D.T., Krendel E.S.* The human operator as a servo system element // J. Franklin Inst. 1959. vol. 267. pp. 381–403.
65. *McRuer D., Graham D., Krendel E., Reiserer, Jr.W.* Human pilot dynamics in compensatory systems-theory, models, and experiments with controlled element and forcing function variations // Wright-Patterson AFB (OH): Air Force Flight Dynamics Laboratory. 1965.

**Андривский Борис Ростиславич** — д-р техн. наук, доцент, ведущий научный сотрудник лаборатории управления сложными системами, Институт проблем машиноведения РАН (ИПМаш РАН), профессор кафедры управления сложными системами, Университет ИТМО. Область научных интересов: автоматическое управление, адаптация, нелинейные колебания, скользящие режимы, робастное управление, применения в управлении полетом, подвижными роботами. Число научных публикаций — 230. [bandri@yandex.ru](mailto:bandri@yandex.ru), <http://www.ipme.ru/ipme/labs/csc/win/andri.htm>; Большой пр. В.О., 61, к. 43, Санкт-Петербург, 199178; р.т.: +7 812 321 4766, Факс: +7 812 321 4771.

**Кузнецов Николай Владимирович** — к-т физ.-мат. наук, доцент кафедры прикладной кибернетики, математико-механического факультета, Санкт-Петербургский государственный университет (СПбГУ). Область научных интересов: теория колебаний, динамические системы. Число научных публикаций — 200. [nkuznetsov239@gmail.com](mailto:nkuznetsov239@gmail.com); Университетский пр., 28, Старый Петергоф, Санкт-Петербург, 198504; р.т.: +7(812)428-4015, Факс: +7(812)428-6998.

**Кузнецова Ольга Александровна** — к-т физ.-мат. наук, главный научный сотрудник кафедры прикладной кибернетики математико-механического факультета, Санкт-Петербургский государственный университет (СПбГУ). Область научных интересов: системы фазовой автоподстройки, динамические системы. Число научных публикаций — 30. [kuznetsova@mail.ru](mailto:kuznetsova@mail.ru); Университетский пр., 28, Старый Петергоф, Санкт-Петербург, 198504; р.т.: +7(812)428-4015, Факс: +7(812)428-6998.

**Леонов Геннадий Алексеевич** — д-р физ.-мат. наук, профессор, член-корреспондент РАН, декан математико-механического факультета, Санкт-Петербургский государственный университет, заведующий кафедрой прикладной кибернетики, Санкт-Петербургский государственный университет. Область научных интересов: теория колебаний, фазовая синхронизация, динамические системы. Число научных публикаций — 491. [leonov@math.spbu.ru](mailto:leonov@math.spbu.ru); Университетский пр., 28, Старый Петергоф, Санкт-Петербург, 198504; р.т.: +7-812-428-6944, Факс: +7-812-428-6944.

**Мокаев Тимур Назирович** — к-т физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник кафедры прикладной кибернетики математико-механического факультета, Санкт-Петербургский государственный университет (СПбГУ). Область научных интересов: теория динамических систем, хаотическая динамика, теория размерности. Число научных публикаций — 10. [tim.mokaev@gmail.com](mailto:tim.mokaev@gmail.com); Университетский пр., 28, Старый Петергоф, Санкт-Петербург, 198504; р.т.: +7(812)428-6944, Факс: +7(812)428-6944.

**Поддержка исследований.** Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-51-45002).

B.R. ANDRIEVSKY, N.V. KUZNETSOV, O.A.KUZNETSOVA, G.A.LEONOV,  
T.N. MOKAEV

## LOCALIZATION OF HIDDEN OSCILLATIONS IN FLIGHT CONTROL SYSTEMS

*Andrievsky B.R., Kuznetsov N.V., Kuznetsova O.A., Leonov G.A., Mokaev T.N. Localization of hidden oscillations in flight control systems.*

**Abstract.** In the paper we study the problem of control under the magnitude and rate limitations imposed to the control input in application to flight control systems. In the case of the control surfaces magnitude and rate limitations, the self-oscillations of considerable amplitude may occur, which is often referred to as “the loss of stability in large”. If the aircraft is weathercock stable, then two limit cycles may co-exist: a stable cycle of small magnitude and an unstable one with a large magnitude. If the aircraft is weathercock unstable, then one cycle from a pair of stable limit cycles with small magnitude may arise. In addition, there is also an unstable limit cycle, the presence of which makes it necessary to study the stability of the aircraft with automatic longitudinal control “in large”, i.e. when large disturbances act onto the aircraft and move the aircraft out of the border of unstable limit cycle. Influence of such nonlinearities as “saturation” may cause the so-called “*Pilot Involved Oscillations*”, which degrades the piloting of the aircraft.

For studying the processes that occur in nonlinear flight control systems (including nonlinear oscillations), a simple computer simulation is an unreliable tool, which can lead to wrong conclusions. To obtain reliable simulation results, analytical validation of the condition of the uniqueness of the limit solution should be fulfilled or special analytical and numerical methods to find the hidden oscillations should be employed.

In the paper, the analytical-numerical procedure and numerical methods for localization and parameter determination of hidden oscillations in nonlinear systems are described, and their applications are demonstrated for an analysis of dynamics for various kinds of flying vehicles, such as yaw control of non-rigid rocket carrier, automatic control of aircraft angle of attack, as well as man-machine aircraft-pilot system, supplied by stability augmentation system.

**Keywords:** describing function, hidden oscillations, position and rate limitations, flight control, pilot-aircraft, pilot-involved oscillations.

**Andrievsky Boris Rostislavich** — Ph.D., Dr. Sci., associate professor, leading research of control of complex systems laboratory, Institute of Problems in Mechanical Engineering of Russian academy of science (IPME RAS), professor of control of complex systems department, ITMO University. Research interests: adaptive and variable structure control, control of oscillations, computer-aided control systems design, applications to control in aerospace, control of mechanical systems and signal processing. The number of publications — 230. [bandri@yandex.ru](mailto:bandri@yandex.ru), <http://www.ipme.ru/ipme/labs/ccs/win/andri.htm>; 61, Bolshoj pr., V.O., St. Petersburg, 199178; office phone: +7 812 321 4766, Fax: +7(812)321-47-71.

**Kuznetsov Nikolay Vladimirovich** — Ph.D., associate professor of applied cybernetics department of mathematics and mechanics faculty, St.Petersburg State University. Research interests: theory of oscillations, dynamical systems. The number of publications — 200. [nkuznetsov239@gmail.com](mailto:nkuznetsov239@gmail.com); 28, Universitetsky pr., St. Petersburg, 198504; office phone: +7(812)428-4015, Fax: +7(812)428-6998.

**Kuznetsova Olga Aleksandrovna** — Ph.D., chief researcher of applied cybernetics department of mathematics and mechanics faculty, St.Petersburg State University. Research interests: phase synchronization, dynamical systems. The number of publications — 30. [o\\_a\\_kuznetsova@mail.ru](mailto:o_a_kuznetsova@mail.ru); 28, Universitetsky pr., St. Petersburg, 198504; office phone: +7(812)428-4015, Fax: +7(812)428-6998.

**Leonov Gennady Alekseevich** — Ph.D., Dr. Sci., professor, Corr. Member of RAS, dean of mathematics and mechanics faculty, St.Petersburg State University, head of applied cybernetics department of mathematics and mechanics faculty, St.Petersburg State University. Research interests: theory of oscillations, phase synchronization, dynamical systems. The number of publications — 491. leonov@math.spbu.ru; 28, Universitetsky pr., St. Petersburg, 198504; office phone: +7-812-428-6944, Fax: +7-812-428-6944.

**Mokaev Timur Nazirovich** — Ph.D., leading researcher of applied cybernetics department of mathematics and mechanics faculty, St.Petersburg State University. Research interests: dynamical systems, chaotic dynamics. The number of publications — 10. tim.mokaev@gmail.com; 28, Universitetsky pr., St. Petersburg, 198504; office phone: +7(812)428-6944, Fax: +7(812)428-6944.

**Acknowledgements.** This research is supported by RFBR (grant 16-51-45002).

## References

1. Bukov V.N. *Adaptivnyye prognozirujushhie sistemy upravlenija poletom* [Adaptive predictive flight control system]. M.: Nauka. 1987. 232 p. (In Russ.).
2. Topcheev Ju.I., Potemkin V.G., Ivanenko V.G. *Sistemy stabilizacii* [Stabilization systems]. M.: Mashinostroenie. 1974. 248 p. (In Russ.).
3. Bodner V.A. *Sistemy upravlenija letatel'nyimi apparatami* [Aircraft control systems]. M.: Mashinostroenie. 1973. 504 p. (In Russ.).
4. Bjughgens G.S., Studnev R.V. *Ajerodinamika samoleta: Dinamika prodol'nogo i bokovogo dvizhenija* [Aircraft aerodynamics: Dynamics of longitudinal and lateral movement]. M.: Mashinostroenie. 1979. 352 p. (In Russ.).
5. Aviation Safety and Pilot Control: Understanding and Preventing Unfavorable Pilot-Vehicle Interactions. Edited by D.T. McRuer and J.D. Warner. Washington. DC: Committee on the Effects of Aircraft-Pilot Coupling on Flight Safety Aeronautics and Space Engineering Board Commission on Engineering and Technical Systems National Research Council National Academy Press. 1997. 208 p. Available at: <http://www.nap.edu/catalog/5469.html>. (accessed 28.11.2016).
6. *Ajerodinamika, ustojchivost' i upravljaemost' sverhzvukovyh samoletov. Pod red. G.S. Bjughgensa* [Aerodynamics, stability and control of supersonic aircraft. Edited by Bjughgens G.S.]. M.: Nauka. Fizmatlit. 1998. 816 p. (In Russ.).
7. Brieger O. et al. Anti-windup compensation of rate saturation in an experimental aircraft. Proc. American Control Conf. (ACC 2007). 2007. pp. 924–929.
8. Raushenbah B.V., Tokar' E.N. *Upravlenie orientaciej kosmicheskikh apparatov* [Spacecraft orientation Control]. M.: Nauka. 1974. 600 p. (In Russ.).
9. Kargu L.I. *Sistemy uglovoj stabilizacii kosmicheskikh apparatov* [Angular stabilization systems of spacecrafts]. M.: Mashinostroenie. 1980. 172 p. (In Russ.).
10. Abgarjan K.A., Kaljazin Je.L., Mishin V.P. *Dinamika raket: Uchebnik dlja studentov vuzov* [Rocket dynamics: A textbook for university students]. M.: Mashinostroenie. 1990. 464 p. (In Russ.).
11. Efremov A.V. et al. [Mathematical modeling of pilot control response characteristics in studying the manual control tasks]. *Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij. Aviacionnaja tehnika. – Russian Aeronautics (Iz VUZ)*. 2015. vol. 2. pp. 34–40. (In Russ.).
12. Zubov N., Mikrin E., Misrikhanov M., Ryabchenko V. Output control of the spectrum of a descriptor dynamical system. *Doklady Mathematics*. 2016. vol. 93. no. 3. pp. 259–261.
13. Zubov N., Mikrin E., Oleinik A., Ryabchenko V. Terminal control of the trajectory and rotational motion of an active spacecraft during a rendezvous with a passive

- spacecraft. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2016. vol. 55. no. 3. pp. 435–445.
14. Zubov N., Mikrin E., Misrikhanov M., Ryabchenko V. Output control of the longitudinal motion of a flying vehicle. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2015. vol. 54. no. 5. pp. 825–837.
  15. Zubov N., Mikrin E., Misrikhanov M., Ryabchenko V. Spacecraft attitude control with simultaneous unloading of the angular momentum of inertial actuators. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2015. vol. 54. no. 4. pp. 621–628.
  16. Zubov N., Mikrin E., Ryabchenko V., Proletarskii A. Analytical synthesis of control laws for lateral motion of aircraft. *Russian Aeronautics*. 2015. vol. 58. no. 3. pp. 263–270.
  17. Zubov N., Mikrin E., Misrikhanov M., Ryabchenko V. Stabilization of coupled motions of an aircraft in the pitch-yaw channels in the absence of information about the sliding angle: Analytical synthesis. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2015. vol. 54. no. 1. pp. 93–103.
  18. Zubov N., Mikrin E., Misrikhanov M., Ryabchenko V. Finite eigenvalue assignment for a descriptor system. *Doklady Mathematics*. 2015. vol. 91. no. 1. pp. 64–67.
  19. Zubov N. et al. Terminal bang-bang impulsive control of linear time invariant dynamic systems. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2014. vol. 53. no. 3. pp. 430–444.
  20. Zubov N. et al. Output control of a spacecraft motion spectrum. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2014. vol. 53. no. 4. pp. 576–586.
  21. Zubov N., Lapin A., Mikrin E. Synthesis of decoupling laws for controlling the angular motion of landing module with solid-fuel landing engine minimizing the transient time. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2013. vol. 52. no. 3. pp. 480–490.
  22. Zubov N., Mikrin E., Misrikhanov M., Ryabchenko V. Modification of the exact pole placement method and its application for the control of spacecraft motion. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2013. vol. 52. no. 2. pp. 279–292.
  23. Zubov N. et al. The use of the exact pole placement algorithm for the control of spacecraft motion. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2013. vol. 52. no. 1. pp. 129–144.
  24. Zubov N., Mikrin E., Misrikhanov M., Ryabchenko V. Synthesis of controls for a spacecraft that optimize the pole placement of the closed-loop control system. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2012. vol. 51. no. 3. pp. 431–444.
  25. Zubov N., Mikrin E., Misrikhanov M., Ryabchenko V. Synthesis of decoupling laws for attitude stabilization of a spacecraft. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2012. vol. 51. no. 1. pp. 80–96.
  26. Zubov N. et al. Synthesis of stabilizing spacecraft control based on generalized Ackermann's formula. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2011. vol. 50. no. 1. pp. 93–103.
  27. Berko V.S., Zhivov Ju.G., Poedinok A.M. An approximate stability criterion of forced oscillations of the controlled object with a non-linear drive. *Uchenye zapiski CAGI - Central Aerohydrodynamic Institute Science Journal*. 1984. Issue XV. vol. 4. pp. 72–80. (In Russ.).
  28. Powers B. Space Shuttle Pilot-Induced-Oscillation Research Testing. Report No. AGARDograph No. 262. In AGARD Ground and Flight Testing for Aircraft Guidance and Control (N85-22350 13-01). 1984.
  29. Pachter M., Miller R. Manual flight control with saturating actuators. *IEEE Control Syst. Mag.* 1998. vol. 18. no. 1. pp. 10–19.
  30. Brieger O. et al. Flight testing of low-order anti-windup compensators for improved handling and PIO suppression. Proceedings of American Control Conference (ACC 2008). 2008. pp. 1776–1781.

31. Brieger O. et al. Flight testing of a rate saturation compensation scheme on the ATTAS aircraft. *Aerospace Science and Technology*. 2009. vol. 13. no. 2–3. pp. 92–104.
32. Brieger O. et al. Pilot-Involved-Oscillation Suppression Using Low-Order Antiwindup: Flight-Test Evaluation. *J. Guidance, Control, and Dynamics*. 2012. Vol. 35, no. 2. pp. 471–483.
33. Acosta D.M., Yildiz Y., Klyde D.H. Avoiding Pilot-Induced Oscillations in Energy-Efficient Aircraft Designs. The Impact of Control Technology – 2<sup>nd</sup> Ed. (IEEE CSS). 2014. Available at: <http://ieeecss.org/sites/ieeecss.org/files/CSSIoCT2Update/loCT2-RC-Acosta-1.pdf>. (accessed 28.11.2016).
34. Duda H. Flight control system design considering rate saturation. *Aerospace Science and Technology*. 1998. vol. 4. pp. 265–215.
35. Bragin V.O., Vagaitsev V.I., Kuznetsov N.V., Leonov G.A. Algorithms for Finding Hidden Oscillations in Nonlinear Systems. The Aizerman and Kalman Conjectures and Chua’s Circuits. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2011. vol. 50. no. 4. pp. 511–543.
36. Leonov G.A., Kuznetsov N.V. Hidden attractors in dynamical systems. From hidden oscillations in Hilbert-Kolmogorov. Aizerman and Kalman problems to hidden chaotic attractors in Chua circuits. *Int J. Bifurcation and Chaos*. 2013. vol. 23, no. 1. pp. 1–69.
37. Kuznetsov N.V., Leonov G.A. Hidden Periodic and Chaotic Oscillations in Nonlinear Dynamical Systems. Proc. 19th IFAC World Congress. IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). 2014. vol. 19. pp. 5445–5454. Available at: <http://www.ifac-papersonline.net/Detailed/66959.html>. (accessed 28.11.2016).
38. Dudkowski D. et al. Hidden attractors in dynamical systems. Physics Reports. 2016. vol. 637. pp. 1–50. Available at: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157316300928>. (accessed 28.11.2016).
39. Andrievsky B.R., Kuznetsov N.V., Leonov G.A., Seledzhi S.M. Hidden oscillations in stabilization system of flexible launcher with saturating actuators. Proc. 19th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace (ACA 2013). IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). 2013. vol. 19(1). pp. 37–41. Available at: <http://www.ifac-papersonline.net/Detailed/63129.html>. (accessed 28.11.2016).
40. Andrievsky B.R., Kuznetsov N.V., Leonov G.A., Pogromsky A.Y. Hidden Oscillations in Aircraft Flight Control System with Input Saturation. IFAC Proceedings Volumes. 2013. vol. 46. no. 12. pp. 75–79.
41. van den Berg R., Pogromsky A.Y., Rooda J.E. Convergent Systems Design: Anti-Windup for Marginally Stable Plants. Proc. 45th IEEE Conf. Decision & Control (CDC 2006). IEEE Press. 2006. pp. 5441–5446.
42. Pogromsky A.Y., Andrievsky B.R., Rooda J. Aircraft flight control with convergence-based anti-windup strategy. Proc. IFAC Workshop Aerospace Guidance, Navigation and Flight Control Systems (AGNFC 09). IFAC. 2009.
43. Leonov G.A., Andrievsky B.R., Kuznetsov N.V., Pogromsky A.Y. Control of aircrafts with AW-compensation. *Differential Equations*. 2012. vol. 48. no. 13. pp. 1700–1720.
44. Pogromsky A., van Den Berg R. Frequency domain performance analysis of Lur’e systems. *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.* 2014. vol. 22. no. 5. pp. 1949–1955.
45. Leonov G.A. [Effective methods for finding periodic oscillations in dynamic systems] *Prikladnaja matematika i mehanika – Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2010. vol. 74. no. 1. pp. 37–73. (In Russ.).
46. Leonov G.A., Kuznetsov N.V. Analytical-numerical methods for investigation of hidden oscillations in nonlinear control systems. IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). 2011. vol. 18. no. 1. pp. 2494–2505.

47. Leonov G.A., Kuznetsov N.V., Vagaitsev V.I. Localization of hidden Chua's attractors. *Physics Letters A*. 2011. vol. 375. no. 23. pp. 2230–2233.
48. Leonov G.A., Kuznetsov N.V., Vagaitsev V.I. Hidden attractor in smooth Chua systems. *Physica D*. 2012. vol. 241. no. 18. pp. 1482–1486.
49. Besekerskiy V.A., Popov E.P. *Teorija sistem avtomaticheskogo regulirovanija* [The theory of automatic control systems]. M.: Nauka. 1975. 768 p. (In Russ.).
50. Leonov G.A., Kuznetsov N.V., Yuldashev M.V., Yuldashev R.V. [Computation of phase detector characteristics in synchronization systems]. *Doklady Akademii Nauk – Doklady Mathematics*. 2011. vol. 439. no. 4. pp. 459–463. (In Russ.).
51. Reichert R. Dynamic scheduling of modern robust control autopilot design for missiles. *IEEE Control Syst. Mag.* 1992. vol. 12. no. 5. pp. 35–42.
52. Ferreres G., Biannic J. Convex Design of a Robust Antiwindup Controller for an LFT Model. *IEEE Trans. Automat. Contr.* 2007. vol. 52. no. 11. pp. 2173–2177.
53. Biannic J., Tarbouriech S. Optimization and implementation of dynamic anti-windup compensators with multiple saturations in flight control systems. *Control Engineering Practice*. 2009. vol. 17. pp. 703–713.
54. GOST 20058-80. [Dynamics of aircraft in the atmosphere: Terms, definitions and notations]. M.: Izdatelstvo standartov. 1981. (In Russ.).
55. Barbu C., Reginatto R., Teel A. R., Zaccarian L. Anti-windup design for manual flight control. Proc. American Control Conf. (ACC'99). 1999. vol. 5. pp. 3186–3190.
56. Mehra R., Prasanth R. Application of nonlinear global analysis and system identification to aircraft-pilot coupled oscillations. Proc. Int. Conf. Control Applications (CCA'98). 1998. vol. 2. pp. 1404–1408.
57. Alcalá I., Gordillo E., Aracil J. Phase compensation design for prevention of PIO due to actuator rate saturation. Proc. American Control Conf. (ACC 2004). AACC. 2004. pp. 4686–4691.
58. McRuer D.T., Jex H.R. A Review of Quasi-Linear Pilot Models. *IEEE Trans. Hum. Factors Electron.* 1967. vol. HFE-8. no. 3. pp. 231–249.
59. Efremov A.V., Ogloblin A.V., Predtechenskiy A.N., Rodchenko V.V. *Letchik kak dinamicheskaja sistema* [Pilot as a dynamic system]. M.: Mashinostroenie. 1992. 330 p. (In Russ.).
60. Rundqwist L., Stahl-Gunnarsson K. Phase compensation of rate limiters in unstable aircraft. Proc. Int. Conf. Control Applications (CCA'96). 1996. pp. 19–24.
61. Andrievsky B.R. et al. Nonlinear Phase Shift Compensator for Pilot-Induced Oscillations Prevention. Proc. 9th IEEE Europ. Modelling Symp. on Mathematical Modelling and Computer Simulation (EMS 2015). 2015. Available at: <http://uksim.info/ems2015/start.pdf>. (accessed 28.11.2016).
62. Efremov A. V., Ogloblin A. V. Progress in pilot-in-the loop investigations for flying qualities prediction and evaluation Proc. 25th International Congress of Aeronautical Sciences (ICAS 2006), 2006. Available at: [http://www.icas.org/ICAS\\_ARCHIVE/ICAS2006/PAPERS/175.PDF](http://www.icas.org/ICAS_ARCHIVE/ICAS2006/PAPERS/175.PDF). (accessed 28.11.2016).
63. Lone M., Cooke A. Review of pilot models used in aircraft flight dynamics. *Aerospace Science and Technology*. 2014. vol. 34. pp. 55–74.
64. McRuer D.T., Krendel E.S. The human operator as a servo system element. *J. Franklin Inst.* 1959. vol. 267. pp. 381–403.
65. McRuer D., Graham D., Krendel E., Reisener, Jr.W. Human pilot dynamics in compensatory systems-theory, models, and experiments with controlled element and forcing function variations. Wright-Patterson AFB (OH): Air Force Flight Dynamics Laboratory. 1965.

И.С. ПОЛЯНСКИЙ  
**БАРИЦЕНТРИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ ПУАССОНА —  
 РИМАНА**

*Полянский И.С. Бариеентрические координаты Пуассона — Римана.*

**Аннотация.** В статье выполнено решение задачи нахождения барицентрических координат для произвольных односвязных замкнутых дискретных областей, заданных в  $\mathbb{R}^2$  и  $\mathbb{R}^3$ . Барицентрические координаты задаются набором скалярных параметров, однозначно определяющих точку аффинного пространства внутри односвязной замкнутой дискретной области через заданный точечный базис. Точечный базис задается вершинами односвязной замкнутой дискретной области. Определяемые барицентрические координаты для односвязной замкнутой дискретной области являются гармоническими и удовлетворяют свойствам аффинной инвариантности, положительной определенности и равенстве единице. Решение основано на теореме Римана о единственности конформного отображения и интегральной формуле Пуассона для шара. Приведены примеры аппроксимации потенциала внутри произвольных односвязных замкнутых дискретных областей по предложенному методу в сравнении с аппроксимацией методом конечных элементов.

**Ключевые слова:** гармонические барицентрические координаты, интеграл Пуассона, односвязная замкнутая дискретная область.

**1. Введение.** Применение барицентрических координат (БК) распространяется на эффективное численное решение широкого класса краевых задач математической физики в постановке барицентрического метода [1] и метода конечных ячеек [2, 3]. Барицентрические координаты задаются набором скалярных параметров  $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_N$ , однозначно определяющих точку  $P$  аффинного пространства через заданный точечный базис  $P_1, P_2, \dots, P_N$ . Для БК аффинное пространство с заданным точечным базисом обобщает аффинные свойства Евклидова пространства  $\mathbb{R}^n$  ( $n \geq 2$ ) в дискретной односвязной замкнутой области  $\Omega$ . Точечный базис задан  $N$  вершинами  $\Omega$ . Основная особенность нахождения БК заключается в том, что в общем случае  $N-1 \geq n$ . При этом для  $N-1 > n$  неполнота формируемой системы линейных уравнений [4] при сопоставлении прямоугольных координат Евклидова пространства  $\mathbb{R}^n$  затрудняет обобщение некоторых свойств БК при  $N-1 = n$  из геометрии масс [5]. Для устранения указанной особенности при сохранении свойств

аффинной инвариантности 
$$\sum_{j=1}^N \zeta_j(P) P_j = P, \quad \text{положительной}$$

определенности  $\zeta_j \geq 0$  ( $j = \overline{1, N}$ ) и равенстве единице  $\sum_{j=1}^N \zeta_j = 1$  БК в [6] определено, что БК должны быть гармоническими  $\Delta \zeta_j = 0$ . Краткий обзор существующих методов определения БК с представлением дополнительных решений проведен в [7, 8].

На сегодняшний момент известны следующие основные методы определения БК [7]:

1) Wachspress (WP) координаты — одни из первых БК, введенные для выпуклых  $\Omega$  [9];

2) Mean value coordinates (MVC) — БК, введенные Флотером [10] для произвольного  $\Omega$  без самопересечений, и Positive (положительные) MVC (PMVC) [11];

3) Gordon-Wixom (GP) [12] и Positive (положительные) GP (PGP) координаты [13];

4) Maximum entropy coordinates (максимальной энтропии — MCE) [14];

5) Moving least squares coordinates (перемещающихся наименьших квадратов — MLSC) [15];

6) Poisson coordinates (БК Пуассона — PC) [7, 8, 16].

Беляевым в [6] доказано, что ни WP, ни MVC БК не являются псевдогармоническими. Бариецентрические координаты GP, PGP, MCE, MLSC являются всегда положительными и гладкими, однако их определение для произвольной точки  $P \in \Omega$  сопряжено со значительными вычислительными затратами. Подробное сравнение GP, PGP, MCE, MLSC БК выполнено в [17] при этом указано, что они являются псевдогармоническими. В [16] показано, что БК PC псевдогармонические.

Таким образом, существующие методы позволяют в лучшем случае определять псевдогармонические БК для выпуклой  $\Omega$ , заданной в  $\mathbb{R}^2$  и  $\mathbb{R}^3$ . При этом в большинстве случаев предполагается [8, 18], что грани области  $\Omega$  в  $\mathbb{R}^3$  при определении БК заданы в виде треугольников. В работе [19] предложено решение по определению сферических БК (Spherical barycentric coordinates — SBC) для области  $\Omega$  в  $\mathbb{R}^3$  с произвольными гранями. Однако SBC не являются гармоническими. Вышеизложенное приводит к ограничению барицентрического метода [1] и метода конечных ячеек [2, 3] и к возникновению ошибок интерполяции [20] при применении известных методов нахождения БК для  $\Omega$  при решении задач математической физики.

Целью настоящей работы является определение методов нахождения гармонических БК для дискретной односвязной замкнутой области  $\Omega$ , заданной в  $\mathbb{R}^2$  и  $\mathbb{R}^3$ .

**2. Бариецентрические координаты Пуассона — Римана для многоугольника.** В [6] предложено обобщение БК для  $\Omega$  с конечным множеством вершин до непрерывных (трансфинитных [21]) БК односвязной области  $\tilde{\Omega}$  с непрерывной замкнутой границей  $\tilde{\Gamma}$ . Трансфинитные БК определяются некоторой вещественной функцией ядра  $H(\zeta, P)$ , где  $\zeta \in \tilde{\Gamma}$ ,  $P \in \tilde{\Omega}$ . Аппроксимация потенциала  $\Phi(P)$  в  $\tilde{\Omega}$  задается средневзвешенным значением:

$$\Phi(P) = \oint_{\tilde{\Gamma}} H(\zeta, P) \Phi(\zeta) dS(\zeta), \quad (1)$$

где  $dS(\zeta)$  — элемент площади  $\tilde{\Omega}$ .

Согласно [6] ядро  $H(\zeta, P)$  должно быть гладким и удовлетворять требованиям: 1) положительной определенности  $H(\zeta, P) \geq 0$ ; 2) равенства единице  $\oint_{\tilde{\Gamma}} H(\zeta, P) dS(\zeta) = 1$ ; 3) линейной прецессии  $\oint_{\tilde{\Gamma}} \zeta H(\zeta, P) dS(\zeta) = P$ .

Одним из основных свойств  $H(\zeta, P)$  при формировании БК является:

$$\oint_{\tilde{\Gamma}} (\zeta - P) H(\zeta, P) dS(\zeta) = 0. \quad (2)$$

С одной стороны, известно, что ядро  $H(\zeta, z)$ , задающее гармоническую аппроксимацию для единичного круга  $B'_P$ , называется ядром Пуассона и задается для (1) соотношением [16]

$$H(\zeta, z) = |\zeta - z|^{-2}. \quad (3)$$

С другой стороны, одним из важных свойств конформных отображений [22, 23] является сохранение гармоничности некоторой функции. С учетом теоремы Римана об отображении для односвязной

области  $\tilde{\Omega}$  существует голоморфная функция  $f$  на единичном круге  $B'_p$ , отображающая его на  $\tilde{\Omega}$  взаимно однозначно.

Указанные соображения позволяют определить для  $\Omega \subset \mathbb{C}$  (нумерация вершин  $P_j = r_j e^{i\varphi_j}$  задана в порядке положительного обхода  $\Omega : \varphi_1 < \varphi_2 < \dots < \varphi_N$ ) БК Пуассона — Римана, являющиеся гармоническими  $\Delta \zeta_j = 0$  ( $j = \overline{1, N}$ ) и удовлетворяющие для произвольного  $\Omega$  в  $\mathbb{R}^2$  требованиям [7].

*Теорема 1.* Бариецентрические координаты  $\zeta_j(P)$  ( $j = \overline{1, N}$ ) для  $\Omega \subset \mathbb{C}$  с вершинами  $P_j = r_j e^{i\varphi_j}$  при  $\varphi_1 < \varphi_2 < \dots < \varphi_N$  определяются выражением:

$$\zeta_j(P) = \frac{w_j(P)}{\sum_{j=1}^N w_j(P)}; \quad (4)$$

$$w_j(P) = \frac{|\overline{PP'}_{j-1}| - |\overline{PP'}_j| \cos \phi_{j-1}}{|\overline{PP'}_j| \sin \phi_{j-1}} + \frac{|\overline{PP'}_{j+1}| - |\overline{PP'}_j| \cos \phi_{j-1}}{|\overline{PP'}_j| \sin \phi_{j-1}}.$$

В выражении (4)  $P'_j = e^{i\varphi_j} + \kappa$  — прообразы вершин  $P_j$  многоугольника  $\Omega$  при его конформном отображении на единичный круг  $B'_p = \{z \in \mathbb{C} : |z - \kappa| < 1\}$  с центром в  $\kappa = P - P'$  при  $\overline{PP'}_{j-1} \cdot \overline{PP'}_{j-1} = \overline{PP'}_j \cdot \overline{PP'}_j = \overline{PP'}_{j+1} \cdot \overline{PP'}_{j+1} = 0$ ;  $P'$  — точка, заданная конформным отображением  $P \in \Omega$  на единичный круг с центром в 0.

*Доказательство.* Пусть точки  $P'_j = e^{i\varphi_j} + \kappa$ , расположенные на единичной окружности  $\partial B'_p \subset \mathbb{C}$  с центром в  $\kappa$ , являются прообразами вершин  $P_j$  многоугольника  $\Omega$  при его конформном отображении на единичный круг  $B'_p = \{z \in \mathbb{C} : |z - \kappa| < 1\}$ . При этом точки  $P'_j$  расположены так, что  $\overline{PP'}_{j-1} \cdot \overline{PP'}_{j-1} = \overline{PP'}_j \cdot \overline{PP'}_j = \overline{PP'}_{j+1} \cdot \overline{PP'}_{j+1} = 0$  (рисунок 1), а прямое и обратное конформное отображение задают некоторые функции  $f : B'_p \rightarrow \Omega$  и  $F : \Omega \rightarrow B'_p$ .

Тогда из (1), (2) и теоремы о циркуляции для  $H(\tau, P) = \left| 1 - e^{i\tau \bar{P}} \right|^{-2}$  следует:

$$\int_0^{2\pi} (e^{i\tau} - P') H(\tau, P') d\tau = 0;$$

$$\int_{\varphi'_{j-1}}^{\varphi'_j} (e^{i\tau} - P') H(\tau, P') = \bar{r}_{j-1}; \quad \int_{\varphi'_j}^{\varphi'_{j+1}} (e^{i\tau} - P') H(\tau, P') = \bar{r}_j, \quad (5)$$

где  $\bar{r}_{j-1}, \bar{r}_j$  — внешние нормали к соответствующим дугам  $e'_{j-1} = \{P'_{j-1}, P'_j\}$ ,  $e'_j = \{P'_j, P'_{j+1}\}$  единичной окружности  $\partial B'_P$  (рисунок 1).

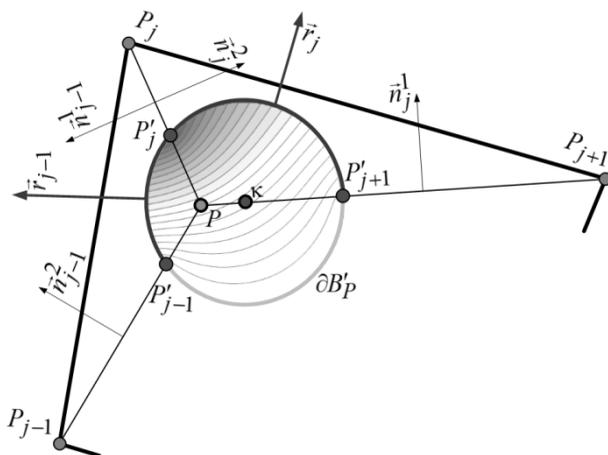


Рис. 1. Геометрия задачи определения БК Пуассона — Римана

С учетом свойств БК [7] определим значение для  $j$ -й граничной функции  $\Phi_j(\tau)$ , поставленное в соответствие  $\zeta_j(z)$ , для  $\tau \in \partial B'_P$ ,  $z \in B'_P$  с учетом правила:

$$\Phi_j(\tau) = \begin{cases} (\tau - \varphi'_{j-1}) / \varphi_j'^{\Delta} & \text{if } \varphi'_{j-1} \leq \tau \leq \varphi'_j; \\ (\varphi'_{j+1} - \tau) / \varphi_{j+1}'^{\Delta} & \text{if } \varphi'_j < \tau \leq \varphi'_{j+1}; \\ 0 & \text{иначе,} \end{cases} \quad (6)$$

где  $\varphi_j'^{\Delta} = \varphi'_j - \varphi'_{j-1}$ .

Из (1), (6) при  $\varphi'_{j+1} \leq \tau \wedge \tau \leq \varphi'_{j-1}$ :  $\Phi_j(\tau) = 0$ ,  
 $H(\tau, P) = |1 - e^{i\tau \bar{P}}|^{-2}$  интеграл:

$$\zeta_j(z) = \frac{1 - |z - \kappa|^2}{2\pi} \int_{\varphi'_{j-1}}^{\varphi'_{j+1}} \Phi_j(\tau) H(\tau, z - \kappa) d\tau \quad (7)$$

определяет  $\zeta_j(z)$ , где  $z \in B'_P$ .

Поскольку (7) удовлетворяет уравнению Лапласа  $\Delta \zeta_j(z) = 0$  при  $z \in B'_P$  для граничных условий (6), то подставив определение  $z = F(P)$  в  $\Delta \zeta_j(z) = 0$  и применив правило дифференцирование сложных функций, получим:

$$\Delta \zeta_j(z) = \Delta \zeta_j(P) |F'(P)|^2 = 0, \quad (8)$$

что  $\zeta_j(P)$  является решением уравнения Лапласа  $\Delta \zeta_j(P) = 0$  для  $\Omega$ .

Известно [24], что  $\zeta_j(P)$  может быть задана  $\zeta_j(P) = w_j(P) / \sum_{j=1}^N w_j(P)$  через однородные весовые функции  $w_j(P)$ .

Для дискретного случая (2)  $w_j(P)$  условия (5) запишутся в виде:

$$\sum_{j=1}^N w_j(P) (P_j - P) = 0; \quad \frac{w_{j-1}(P) \overline{PP}_{j-1} + w_j(P) \overline{PP}_j}{|w_{j-1}(P) \overline{PP}_{j-1} + w_j(P) \overline{PP}_j|} = \frac{\bar{r}_{j-1}}{|\bar{r}_{j-1}|}; \quad (8)$$

$$\frac{w_j(P) \overline{PP}_j + w_{j+1}(P) \overline{PP}_{j+1}}{|w_j(P) \overline{PP}_j + w_{j+1}(P) \overline{PP}_{j+1}|} = \frac{\bar{r}_j}{|\bar{r}_j|}.$$

По правилу параллелограмма через пару векторов  $\overline{PP}_{j-1}$ ,  $\overline{PP}_j$  можно представить вектор  $\vec{r}_{j-1}$  соотношением:

$$\vec{r}_{j-1} = u_{j-1}^1 \overline{PP}_{j-1} + u_{j-1}^2 \overline{PP}_j, \quad (9)$$

где  $u_{j-1}^1$ ,  $u_{j-1}^2$  — некоторые коэффициенты.

Из (8), (9) и теоремы о среднем следует, что  $w_j(P)$  может быть задана суммой коэффициентов:

$$w_j(P) = u_{j-1}^1 + u_j^2, \quad (10)$$

при определении  $w_j(P)$  в качестве средневзвешенного значения точки  $P \in \Omega$  по отношению к вершине  $P_j$  [24].

Из того, что вектора  $\vec{r}_{j-1}$ ,  $\vec{r}_j$  определяются через единичные нормали соответствующих треугольных областей [4] и (9) следует, что коэффициенты  $u_{j-1}^1$  и  $u_j^2$  могут быть определены в виде:

$$u_{j-1}^1 = \vec{r}_{j-1} \vec{n}_{j-1}^2 / (\overline{PP}_j \vec{n}_{j-1}^2); \quad u_j^2 = \vec{r}_j \vec{n}_j^1 / (\overline{PP}_j \vec{n}_j^1). \quad (11)$$

Используя определение единичных нормалей  $\vec{n}_{j-1}^2 = \vec{N}_{j-1}^2 / |\vec{N}_{j-1}^2|$ ,  $\vec{n}_j^1 = \vec{N}_j^1 / |\vec{N}_j^1|$  при нормировке приведем (11) к виду:

$$\begin{aligned} u_{j-1}^1 &= (d_j \vec{N}_{j-1}^1 \vec{N}_{j-1}^2 / |\vec{N}_{j-1}^1| + d_{j-1} |\vec{N}_{j-1}^2|) / (\overline{PP}_{j-1} \wedge \overline{PP}_j); \\ u_j^2 &= (d_j \vec{N}_j^1 \vec{N}_j^2 / |\vec{N}_j^2| + d_{j+1} |\vec{N}_j^1|) / (\overline{PP}_j \wedge \overline{PP}_{j+1}), \end{aligned} \quad (12)$$

где:

$$\vec{N}_{j-1}^1 = \begin{pmatrix} y_j - y \\ x - x_j \end{pmatrix} \overline{PP}_{j-1} \wedge \overline{PP}_j; \quad \vec{N}_j^1 = \begin{pmatrix} y_{j+1} - y \\ x - x_{j+1} \end{pmatrix} \overline{PP}_j \wedge \overline{PP}_{j+1}; \quad (13)$$

$$\vec{N}_{j-1}^2 = \begin{pmatrix} y - y_{j-1} \\ x_{j-1} - x \end{pmatrix} \overline{PP}_{j-1} \wedge \overline{PP}_j; \quad \vec{N}_j^2 = \begin{pmatrix} y_j - y \\ x - x_j \end{pmatrix} \overline{PP}_j \wedge \overline{PP}_{j+1}. \quad (14)$$

В выражениях (13), (14)  $\wedge$  — внешнее произведение векторов в  $\mathbb{R}^2$ . Подставив в (12) выражения (13), (14) получим:

$$\begin{aligned}
u_{j-1}^1 &= \frac{d_{j-1} \left| \overline{PP}_{j-1} \right| \left| \overline{PP}_j \right| - d_j \overline{PP}_{j-1} \overline{PP}_j}{\left| \overline{PP}_j \right| \left| \overline{PP}_{j-1} \wedge \overline{PP}_j \right|}; \\
u_j^2 &= \frac{d_{j+1} \left| \overline{PP}_{j+1} \right| \left| \overline{PP}_j \right| - d_j \overline{PP}_j \overline{PP}_{j+1}}{\left| \overline{PP}_j \right| \left| \overline{PP}_j \wedge \overline{PP}_{j+1} \right|}.
\end{aligned} \tag{15}$$

С учетом равенств  $\cos \phi_j = \overline{PP}_j \overline{PP}_{j+1} \left| \overline{PP}_j \right|^{-1} \left| \overline{PP}_{j+1} \right|^{-1}$ ;  
 $d_j = \overline{PP}'_j \overline{PP}_j / \left| \overline{PP}_j \right|$ ;  $\sin \phi_j = \overline{PP}_j \wedge \overline{PP}_{j+1} \left| \overline{PP}_j \right|^{-1} \left| \overline{PP}_{j+1} \right|^{-1}$   
представим (15) соотношением:

$$u_{j-1}^1 = \frac{\left| \overline{PP}'_{j-1} \right| - \left| \overline{PP}'_j \right| \cos \phi_{j-1}}{\left| \overline{PP}_j \right| \sin \phi_{j-1}}; \quad u_j^2 = \frac{\left| \overline{PP}'_{j+1} \right| - \left| \overline{PP}'_j \right| \cos \phi_j}{\left| \overline{PP}_j \right| \sin \phi_j}. \tag{16}$$

Подставив (16) в (10) получим соотношение (4), что и требовалось доказать.

Полученное соотношение (4) согласуется с результатами [24-26], обобщающими представление БК.

Определение БК  $\zeta_j(P)$  Пуассона — Римана по правилу (4) допустимо, если  $\arg(\overline{PP}'_{j-1}) < \arg(\overline{PP}'_j) < \arg(\overline{PP}'_{j+1})$ . В противном случае для некоторых точек  $P \in \Omega$  вогнутых  $\Omega$  с учетом свойств конформного отображения (8) и выражений (6), (7) БК  $\zeta_j(P)$  Пуассона — Римана задаются следующим образом.

*Следствие 1.* Для  $\Omega \subset \mathbb{C}$  весовые функции  $w_j(P)$  БК  $\zeta_j(P)$  Пуассона–Римана в точке  $P \in \Omega$  определяются соотношением:

$$w_j(P) = D_j(P) + G_j(P), \tag{17}$$

где при  $\varphi_j^{\Delta} = \varphi'_j - \varphi'_{j-1}$  и  $b_j = e^{i\varphi_j^{\Delta}}$  параметры  $D_j(P)$  и  $G_j(P)$  определяются выражениями:

$$D_j(P) = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{\Phi'_{j-1}}{\Delta\Phi'_j} C_{j-1}(P) + \frac{\Phi'_{j+1}}{\Delta\Phi'_{j+1}} C_{j+1}(P) - \frac{\Phi'_{j+1}\Delta\Phi'_j + \Phi'_{j-1}\Delta\Phi'_{j+1}}{\Delta\Phi'_{j+1}\Delta\Phi'_j} C_j(P) \right];$$

$$G_j(P) = \frac{1 - |F(P)|^2}{2\pi\Delta\Phi'_{j+1}\Delta\Phi'_j} \left[ \Delta\Phi'_{j+1} \int_{\Phi'_j}^{\Phi'_{j+1}} \frac{\tau}{|1 - e^{i\tau} F(z)|^2} d\tau - \Delta\Phi'_j \int_{\Phi'_{j-1}}^{\Phi'_j} \frac{\tau}{|1 - e^{i\tau} F(z)|^2} d\tau \right];$$

$$C_j(P) = \arctg \frac{|F(P)| (b_j (1 + |F(P)|) - F(P)) - F(P)}{i (|F(P)| (b_j (1 - |F(P)|) - F(P)) + F(P))}.$$

С учетом заданных соотношений и геометрических представлений по формированию гармонических БК в  $\mathbb{R}^2$  определим решение задачи в  $\mathbb{R}^3$ .

**3. Бариецентрические координаты Пуассона — Римана для многогранника с произвольными гранями.** Геометрия задачи определения БК Пуассона—Римана для  $\Omega$  в  $\mathbb{R}^3$  представлена на рисунке 2.

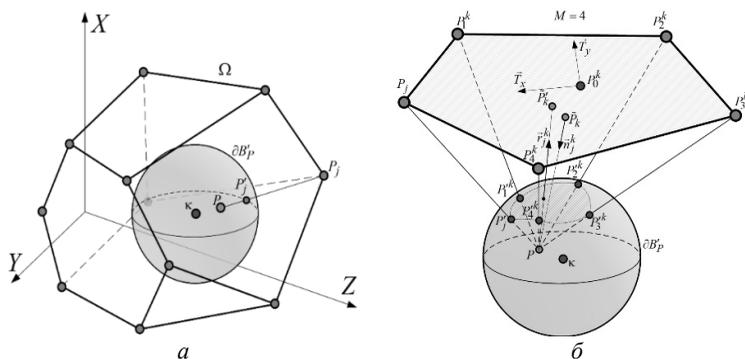


Рис. 2. Геометрическое представление определения проекции граней произвольного многогранника  $\Omega$  на сегмент  $E_j$  единичной сферы  $\partial B_P$  для

бариецентрических координат Пуассона — Римана

Основной момент нахождения БК  $\zeta_j(P)$  для произвольной  $P \in \Omega$  связан [3, 19] с проекцией  $K$  граней  $E_j^k = \{P_j, P_1^k, \dots, P_M^k\}$ ,  $k = \overline{1, K}$  многогранника  $\Omega$  на соответствующие сегменты  $E_j^{k'} = \{P_j', P_1^{k'}, \dots, P_M^{k'}\}$ , единичной сферы  $\partial B_p'$  с центром в  $\kappa$  (рисунок 2,б). Набор граней  $E_j^k$  формируют грани  $\Omega$ , содержащие вершину  $P_j$ . Переменная  $M+1$  определяет число вершин грани  $E_j^k$ . Точки  $P_j', P_1^{k'}, \dots, P_M^{k'}$  — прообразы вершин  $P_j, P_1^k, \dots, P_M^k$  грани  $E_j^k$  многогранника  $\Omega$  при его конформном отображении на единичный шар  $B_p'$  с центром в  $\kappa = P - P'$  при  $\overline{PP'}_j \cdot \overline{PP'}_j = \overline{PP'}_1^k \cdot \overline{PP'}_1^k = \dots = \overline{PP'}_M^k \cdot \overline{PP'}_M^k = 0$ ;  $P'$  — точка, заданная конформным отображением  $P \in \Omega$  на единичный шар с центром в 0.

*Теорема 2.* Бариецентрические координаты  $\zeta_j(P)$  ( $j = \overline{1, N}$ ) для  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  с вершинами  $P_j$  определяются выражением:

$$\zeta_j(P) = w_j(P) / \sum_{j=1}^N w_j(P); \quad w_j(P) = \sum_{k=1}^K \tilde{\zeta}_j^k(P) \frac{\vec{r}_j^k \vec{n}_j^k}{|P - \tilde{P}_k| |\vec{r}_j^k|}, \quad (18)$$

где  $\tilde{\zeta}_j^k(P)$  — бариецентрическая координата многоугольника  $E_j^k$  относительно точки  $\tilde{P}'_k$  проекции  $P \in \Omega$  на грань  $E_j^k$  в направлении вектора  $\vec{r}_j^k$  внешней нормали к сегменту  $E_j^{k'}$ ;  $\vec{n}_j^k = \overline{P_j P_1^k} \times \overline{P_j P_M^k} / \left| \overline{P_j P_1^k} \times \overline{P_j P_M^k} \right|$  — единичная внутренняя нормаль к  $E_j^k$ ;  $\tilde{P}_k = P - \vec{n}_j^k \left[ (P - P_0^k) \vec{n}_j^k \right]$  — точка проекции  $P \in \Omega$  на грань  $E_j^k$ ;  $P_0^k = \frac{1}{M+1} \left( P_j + \sum_{m=1}^M P_m^k \right)$ .

*Доказательство.* С учетом (8) и обобщении (5), (6) в  $\mathbb{R}^3$  и сохранения гармоничности функции  $\zeta_j(P)$  при конформном

отображение  $F: \Omega \rightarrow B'_P$  требования к  $w_j(P)$  для произвольного многогранника  $\Omega$  примут вид:

$$\sum_{j=1}^N w_j(P)(P_j - P) = 0; \quad \frac{w_j(P)\overline{PP}_j + \sum_{m=1}^M w_{j,k}^m(P)\overline{PP}_m^k}{\left| w_j(P)\overline{PP}_j + \sum_{m=1}^M w_{j,k}^m(P)\overline{PP}_m^k \right|} = \frac{\vec{r}_j}{|\vec{r}_j|}, \quad (19)$$

где  $k = \overline{1, K}$ ;  $w_{j,k}^m(P)$  — весовые функции вершин  $P_m^k$ .

С одной стороны, с учетом свойств барицентрических координат, заданных для многоугольника  $E_j^k$ , определим вектор  $\vec{r}_j^k$  аффинным преобразованием:

$$\vec{r}_j^k = \zeta_j^k(P)\overline{PP}_j^k + \sum_{m=1}^M \zeta_{j,k}^m(P)\overline{PP}_m^k, \quad (20)$$

где  $\zeta_j^k(P)$ ,  $\zeta_{j,k}^m(P)$  — БК в плоскости многоугольника  $E_j^k$ .

Для того чтобы равенство (20) выполнялось, БК  $\zeta_j^k(P)$ ,  $\zeta_{j,k}^m(P)$  должны быть определены в точке  $\tilde{P}'_k = (x'_k, y'_k)$  проекции  $P \in \Omega$  на грань  $E_j^k$  в направлении вектора  $\vec{r}_j^k$ :

$$x'_k = (\tilde{P}'_k - P_0^k)\vec{T}_x; \quad y'_k = (\tilde{P}'_k - P_0^k)\vec{T}_y; \quad \tilde{P}'_k = P - \vec{r}_j^k \left[ (P - P_0^k)\vec{r}_j^k \right], \quad (21)$$

где  $\vec{T}_x$ ,  $\vec{T}_y$  — единичные векторы, задающие ориентацию соответствующих координатных осей  $\overline{OX}$  и  $\overline{OY}$  в плоскости грани  $E_j^k$ .

С другой стороны, вектор  $\vec{r}_j^k$  может быть задан через единичные нормали  $\vec{n}_{j,k}^m$  граней (рисунок 2) пирамиды  $\Delta(P, P_j, P_1^k, \dots, P_M^k)$  с вершиной в  $P$  и основанием  $(P_j, P_1^k, \dots, P_M^k)$  выражением:

$$\vec{r}_j^k = \sum_{m=1}^M d_{j,k}^m \vec{n}_{j,k}^m, \quad (22)$$

где  $\vec{n}_{j,k}^1, \vec{n}_{j,k}^2, \dots, \vec{n}_{j,k}^M$  — орты нормалей к соответствующим граням  $(P, P_j, P_1^k), (P, P_1^k, P_2^k), \dots, (P, P_M^k, P_j)$  пирамиды  $\Delta(P, P_j, P_1^k, \dots, P_M^k)$ ;  $d_{j,k}^1, d_{j,k}^m, \dots, d_{j,k}^m$  — площади секторов единичного круга, образованного сечением шара  $B'_P$  соответствующими гранями  $(P, P_j, P_1^k), (P, P_1^k, P_2^k), \dots, (P, P_M^k, P_j)$  пирамиды  $\Delta(P, P_j, P_1^k, \dots, P_M^k)$ .

Объединив (19), (20) и (22) получим выражение:

$$w_j(P) = \sum_{k=1}^K \zeta_j^k(P) \frac{\vec{r}_j^k \vec{n}_j^k}{|P - \tilde{P}_k| |\vec{r}_j^k|}, \quad (23)$$

соответствующее исходному (18), что и требовалось доказать.

В заданном геометрическом представлении (рисунок 2) при конформном отображении  $F: \Omega \rightarrow B'_P$  координаты точек  $P'_j$  прообразов вершин  $P_j$  является корнями системы трех уравнений пересечения вектора  $\overline{PP}_j$  с единичной сферой  $\partial B'_P$ . Корнями этой системы уравнений являются координаты:

$$\begin{aligned} x'_j &= \frac{(x \operatorname{tg} \varphi + \kappa_3 - z) \operatorname{tg} \varphi + (x \operatorname{tg} \theta + \kappa_2 - y) \operatorname{tg} \theta + \kappa_1 \pm \sqrt{D}}{\operatorname{tg}^2 \theta + \operatorname{tg}^2 \varphi + 1}; \\ y'_j &= (x'_j - x) \operatorname{tg} \theta + y; \quad z'_j = (x'_j - x) \operatorname{tg} \varphi + z, \end{aligned} \quad (24)$$

где

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &= (x_j - y) / (y_j - x); \quad \operatorname{tg} \varphi = (z_j - z) / (x_j - x); \\ D &= \operatorname{tg}^2 \theta + \operatorname{tg}^2 \varphi + 1 - [(z - \kappa_3) \operatorname{tg} \theta - (y - \kappa_2) \operatorname{tg} \varphi]^2 - \\ &- [(x - \kappa_1) \operatorname{tg} \varphi - (z - \kappa_3)]^2 - [(x - \kappa_1) \operatorname{tg} \theta - (y - \kappa_2)]^2, \\ &\text{при } P = (x, y, z); \quad P_j = (x_j, y_j, z_j). \end{aligned} \quad (25)$$

Из пары корней (24) точка, соответствующая  $P'_j$ , выбирается аналогично двумерному решению [7]: из условия минимального расстояния до вершины  $P_j$ .

На рисунке 3 приведены примеры аппроксимации скалярного потенциала БК Пуассона — Римана и кусочно-линейными функциями (методом конечных элементов, дискретизация области выполнена путем разбиения на 400 треугольных элементов) внутри вогнутой области  $\Omega$  в случае задание значения потенциала единицы в одной вершине и нулю для всех остальных.

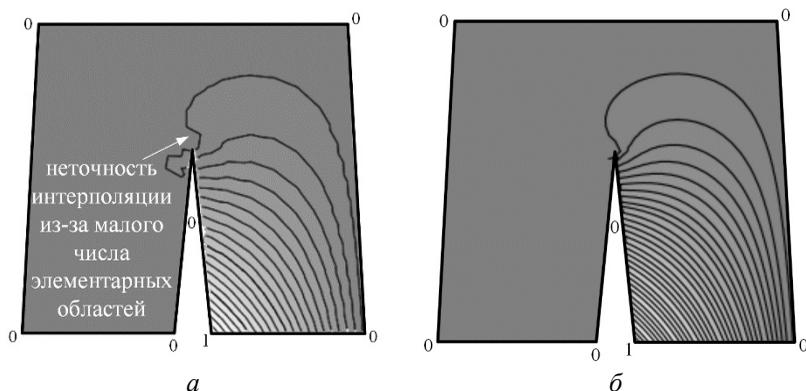


Рис. 3. Пример аппроксимации потенциала внутри вогнутого многоугольника: *а* – методом конечных элементов; *б* – БК Пуассона–Римана

На рисунке 4 представлены примеры аппроксимации потенциала внутри куба БК Пуассона — Римана в случае равенства минус единицы его значений для одной вершины и нулю для всех остальных.

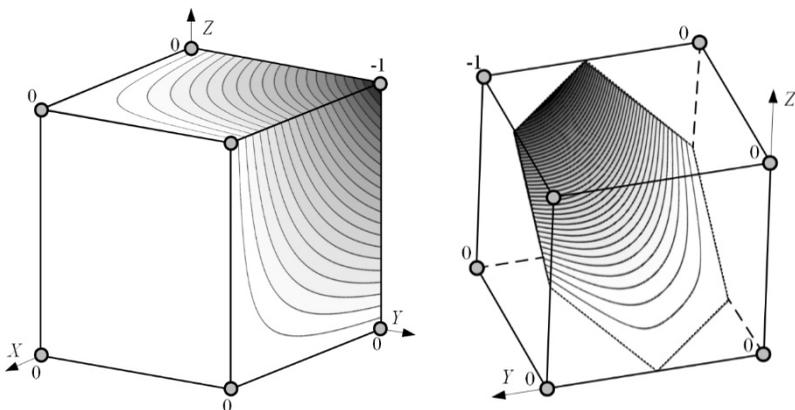


Рис. 4. Аппроксимация потенциала барицентрическими координатами Пуассона — Римана внутри куба

**4. Заключение.** Полученные соотношения (4), (17) позволяют определить БК, являющиеся с учетом теоремы Римана о единственности конформного отображения гармоническими для  $\Omega$  в  $\mathbb{R}^2$ . С позиции вычислительных затрат критическим является построение обратного конформного отображения  $F: \Omega \rightarrow B'_p$  [22] и

вычисление интегралов вида  $\int_a^b \tau / |1 - e^{i\tau/t}|^2 d\tau$  в (16) в точках  $P \in \Omega$ ,

для которых условие  $\arg(\overline{PP'_{j-1}}) < \arg(\overline{PP'_j}) < \arg(\overline{PP'_{j+1}})$  не выполняется. Однако в сравнении с кусочно-линейной аппроксимацией вычислительные затраты определения БК Пуассона — Римана значительно ниже. Это связано с тем, что для получения требуемой точности аппроксимации БК Пуассона — Римана не требуют применения дополнительных процедур дискретизации  $\Omega$  на как можно большее число элементарных подобластей (рисунок 3).

Заданное выражение (18) позволяет определить БК Пуассона—Римана для  $\Omega$  в  $\mathbb{R}^3$  с произвольными гранями. При этом если многогранник вогнутый, то БК  $\tilde{\zeta}_j^k(P)$  в точке  $\check{P}'_k$  проекции  $P$  для грани  $E_j^k$ , представленной вогнутым многоугольником, определяются с учетом правил (4), (17).

### Литература

1. *Архипов Н.С., Полянский И.С., Степанов Д.Е.* Бариецентрический метод в задачах анализа поля в регулярном волноводе с произвольным поперечным сечением // Антенны. 2014. № 10. С. 10–21.
2. *Duczek S., Gabbert U.* The finite cell method for polygonal meshes: poly-FCM // Computational Mechanics. 2016. vol. 58. pp. 587–618.
3. *Kraus M., Steinmann P.* Finite element formulations for 3D convex polyhedra in nonlinear continuum mechanics // International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics. 2012. vol. 19. pp. 121–134.
4. *Голованов Н.Н.* Геометрическое моделирование // Москва: Изд-во физ.-мат. лит. 2002. 472 с.
5. *Балк М.Б., Болтянский В.Г.* Геометрия масс // М.: Наука. 1973. 197 с.
6. *Belyaev A.* On Transfinite Barycentric Coordinates // Proc. Fourth Eurographics Symp. Geometry Processing (SGP '06). 2006. pp. 89–99.
7. *Полянский И.С.* Бариецентрические координаты Пуассона для многомерной аппроксимации скалярного потенциала внутри произвольной области (Часть 1) // Вестник СГТУ. 2015. № 1(78). С. 30–36.
8. *Полянский И.С.* Бариецентрические координаты Пуассона для многомерной аппроксимации скалярного потенциала внутри произвольной области (Часть 2) // Вестник СГТУ. 2015. № 1(78). С. 36–42.
9. *Wachspress E.L.* A Rational Finite Element Basis // New York: Academic Press. 1975. 331 p.

10. *Michael S. Floater* Mean value coordinates // *Computer Aided Geometric Design*. 2003. vol. 1(20). pp. 19–27.
11. *Lipman Ya., Kopf J., Cohen-Or D., Levin D.* In A. Belyaev and M. Garland editors. GPU-assisted Positive Mean Value Coordinates for Mesh Deformations // *Geometry Processing, Eurographics Symposium Proceedings*. 2007. pp. 117–123.
12. *Gordon W.J., Wixom J.A.* Pseudo-harmonic interpolation on convex domains // *SIAM J. Numer. Anal.* 1974. vol 11. pp. 909–933.
13. *Manson J., Li K., Schaefer S.* Positive Gordon-Wixom Coordinates. *Computer Aided Design*. 2011. vol. 43. no. 11. pp. 1422–1426.
14. *Hormann K., Sukumar N.* Maximum Entropy Coordinates for Arbitrary Polytopes // *Computer Graphics Forum*. 2008. vol. 27. no. 5. pp. 1513–1520.
15. *Manson J., Schaefer S.* Moving Least Squares Coordinates // *Proc. Symp. Geometry Processing*. 2010. pp. 1517–1524.
16. *Li X.Y., Hu S.M.* Poisson Coordinates // *IEEE Transactions on visualization and computer graphics*. 2013. vol. 19. no. 2. pp. 344–352.
17. *Chan R., Gotsman C.* On pseudo-harmonic barycentric coordinates // *Computer aided geometric design*. 2016. vol. 44. pp. 15–35.
18. *Thiery J.-M., Tierny J., Boubekeur T.* Jacobians and Hessians of mean value coordinates for closed triangular meshes // *The Visual Computer*. 2013.
19. *Langer T., Belyaev A., Seidel H.-P.* Spherical barycentric coordinates // *SGP 2006: Fourth Eurographics/ACM SIGGRAPH Symposium on Geometry Processing*. 2006. pp. 81–88.
20. *Gillette A., Rand A., Bajaj C.* Error estimates for generalized barycentric interpolation // *Adv. Comp. Math*. 2012. vol 37. pp. 417–439.
21. *Chan R., Gotsman C.* Complex transfinite barycentric mappings with similarity kernels // *Eurographics Symposium on Geometry Processing*. 2016. vol. 35. no. 19.
22. *Радыгин В.М., Полянский И.С.* Модифицированный метод последовательных конформных отображений наперед заданных многоугольных областей // *Вестник ТГУ. Математика и механика*. 2016. №1(39). С. 25–35.
23. *Лаврентьев М.А.* Конформное отображение с приложениями к некоторым вопросам механики. Москва: ОГИЗ. 1946. 159 с.
24. *Ju T., Liepa P., Warren J.* A general geometric construction of coordinates in a convex simplicial polytope // *Computer Aided Geometric Design*. 2007. vol. 3(24). pp. 161–178.
25. *Floter M.S.* Generalized barycentric coordinates and applications // *Cambridge University Press*. 2016. 50 p.
26. *Floter M.S., Hormann K., Kos G.* A general construction of barycentric coordinates over convex polygons // *Advances in Computational Mathematics*. 2006. vol. 24. no. 1–4. pp. 311–331.

**Полянский Иван Сергеевич** — к-т техн. наук, сотрудник, Академия Федеральной службы охраны Российской Федерации. Область научных интересов: математическое моделирование, динамические системы, дифференциальные уравнения, методы оптимизации, оптимальное управление, конформные отображения. Число научных публикаций — 112. van341@mail.ru; Приборостроительная, 35, Орел, 302034; р.т.: +7(953) 618-71-00.

I.S. POLANSKY

**BARYCENTRIC COORDINATES OF POISSON — RIEMANN***Polansky I.S. Barycentric coordinates of Poisson — Riemann.*

**Abstract.** The article deals with the problem of finding barycentric coordinates for arbitrary, simply connected, closed, discrete regions that are defined in  $\mathbb{R}^2$  and  $\mathbb{R}^3$ . Barycentric coordinates are given by a set of scalar parameters that unambiguously define a point of the affine space inside a simply connected, closed, discrete region through a specified point basis, which is given by the vertices of the region. Barycentric coordinates being defined for the simply connected, closed, discrete region are harmonic and satisfy the properties of affine invariance, positive definiteness and equality to unit. The solution is based on the Riemann theorem on the uniqueness of conformal mapping and the Poisson integral formula for the ball. The paper shows the examples of approximation of the potential inside arbitrary, simply connected, closed, discrete regions using the proposed method, compared with the approximation using the finite element method.

**Keywords:** harmonic barycentric coordinates, the Poisson integral, simply connected closed discrete area.

**Polansky Ivan Sergeyevich** — Ph.D., researcher, The Academy of Federal Security Guard Service of the Russian Federation. Research interests: mathematical modeling, dynamical systems, differential equations, optimization methods, optimal control, conformal mapping. The number of publications — 112. van341@mail.ru; 35, Priborostroitel'naya Street, Orel, 302034, Russia; office phone: +7(953) 618-71-00.

**References**

1. Arkhipov N.S., Polansky I.S., Stepanov D.E. [Barycentric method in problems of analysis of the field in a regular waveguide with arbitrary cross section]. *Antenny – Antenna*. 2014. vol. 10. pp. 10–21. (In Russ.).
2. Sascha Duzcek, Ulrich Gabbert. The finite cell method for polygonal meshes: poly-FCM. *Computational Mechanics*. 2016. vol. 58. pp. 587–618.
3. Kraus M., Steinmann P. Finite element formulations for 3D convex polyhedra in nonlinear continuum mechanics. *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics*. 2012. vol. 19. pp. 121–134.
4. Golovanov N.N. *Geometricheskoe modelirovanie* [Geometric modeling]. Moscow: Publishing house of physico-mathematical literature. 2002. 472 p. (In Russ.).
5. Balk M.B., Boltjanskij V.G. *Geometrija mass* [The geometry of the masses]. Moscow: Science. 1973. 197 p. (In Russ.).
6. Belyaev A. On Transfinite Barycentric Coordinates. Proc. Fourth Eurographics Symp. Geometry Processing (SGP '06). 2006. pp. 89–99.
7. Polansky I.S. [Barycentric coordinates for the multidimensional Poisson approximation of the scalar potential inside an arbitrary region (Part 1)]. *Vestnik SGTU – Herald SGTU*. 2015. vol. 1(78). pp. 30–36. (In Russ.).
8. Polansky I.S. [Barycentric coordinates for the multidimensional Poisson approximation of the scalar potential inside an arbitrary region (Part 2)]. *Vestnik SGTU – Herald SGTU*. 2015. vol. 1(78). pp. 36–42. (In Russ.).
9. Wachspress E.L. *A Rational Finite Element Basis*. New York: Academic Press. 1975. 331 p.

10. Michael S. Floater Mean value coordinates. *Computer Aided Geometric Design*. 2003. vol. 1(20). pp. 19–27.
11. Lipman Ya., Kopf J., Cohen-Or D., Levin D. In A. Belyaev and M. Garland editors. GPU-assisted Positive Mean Value Coordinates for Mesh Deformations. *Geometry Processing, Eurographics Symposium Proceedings*. 2007. pp. 117–123.
12. Gordon W.J., Wixom J.A. Pseudo-harmonic interpolation on convex domains. *SIAM J. Numer. Anal.* 1974. vol 11. pp. 909–933.
13. Manson J., Li K., Schaefer S. Positive Gordon-Wixom Coordinates. *Computer Aided Design*. 2011. vol. 43. no. 11. pp. 1422–1426.
14. Hormann K., Sukumar N. Maximum Entropy Coordinates for Arbitrary Polytopes. *Computer Graphics Forum*. 2008. vol. 27. no. 5. pp. 1513–1520.
15. Manson J., Schaefer S. Moving Least Squares Coordinates. *Proc. Symp. Geometry Processing*. 2010. pp. 1517–1524.
16. Li X.Y., Hu Sh.M. Poisson Coordinates. *IEEE Transactions on visualization and computer graphics*. 2013. vol. 19. no. 2. pp. 344–352.
17. Chan R., Gotsman C. On pseudo-harmonic barycentric coordinates. *Computer aided geometric design*. 2016. vol. 44. pp. 15–35.
18. Thierry J.-M., Tierny J., Boubekur T. Jacobians and Hessians of mean value coordinates for closed triangular meshes. *The Visual Computer*. 2013.
19. Langer T., Belyaev A., Seidel H.-P. Spherical barycentric coordinates. *SGP 2006: Fourth Eurographics/ACM SIGGRAPH Symposium on Geometry Processing*. 2006. pp. 81–88.
20. Gillette A., Rand A., Bajaj C. Error estimates for generalized barycentric interpolation. *Adv. Comp. Math*. 2012. vol 37. pp. 417–439.
21. Chan R., Gotsman C. Complex transfinite barycentric mappings with similarity kernels. *Eurographics Symposium on Geometry Processing*. 2016. vol. 35. no. 19.
22. Radygin V.M., Poljansky I.S. [Modified method of consecutive conformal mappings beforehand polygon areas]. *Vestnik TGU. Matematika i mehanika – Herald TGU. Mathematics and mechanics*. 2016. vol. 1(39). pp. 25–35. (In Russ.).
23. Lavrentev M.A. *Konformnoe otobrazhenie s prilozhenijami k nekotorym voprosam mehaniki* [Conformal mapping with applications to some problems of mechanics]. Moscow: OGIZ, 1946. 159 p. (In Russ.).
24. Ju T., Liepa P., Warren J. A general geometric construction of coordinates in a convex simplicial polytope. *Computer Aided Geometric Design*. 2007. vol. 3(24). pp. 161–178.
25. Floater M.S. *Generalized barycentric coordinates and applications*. Cambridge University Press. 2016. 50 p.
26. Floater M.S., Hormann K., Kos G. A general construction of barycentric coordinates over convex polygons. *Advances in Computational Mathematics*. 2016. vol. 24. no. 1–4. pp. 311–331.

A.D. KHOMONENKO, M.M. KHALIL, D.T. KASSYMOVA  
**PROBABILISTIC MODELS FOR EVALUATING THE  
PERFORMANCE OF CLOUD COMPUTING SYSTEMS WITH WEB  
INTERFACE**

---

*Khomonenko A.D., Khalil M.M., Kassymova D.T., Probabilistic Models for Evaluating the Performance of Cloud Computing Systems with Web Interface.*

**Abstract.** For cloud computing systems with web interface a set of probabilistic models is proposed. At the same time a model of Java applications with a web interface based on servlet and filters is considered. These models are based on queuing theory and extend its applications by studying the multichannel systems with “warm-up”, “cooling” and phase-type approximation of Markovian and non-Markovian processes. Transition diagrams and matrices for the microstates of queuing systems being models of applications with a web interface are described, and a scheme for computing the stationary probability distributions for requests number, waiting time and expected time in system is being developed. The paper discusses the received computation results of the proposed modeling approach and their application to assessing the performance of the cloud systems using applications based on servlet and filters.

**Keywords:** cloud computing, web interface, servlet and filters, performance evaluation, queuing system, warm-up and cooling, waiting time in queue.

---

**1. Introduction.** An important aspect of software products is their performance. It has become critical for the cloud computing services generally accessed from the web, where the nature of service depends heavily on the performance level. Measuring the performance starts from early design phase with the preliminary efficiency evaluation. This allows estimating in advance the planned performance level and preventing service unavailability under loading, helping plan the equipment costs for the given parameters of the system configuration and performance metrics. With effective planning of computing resources during the development phase, the development time frames could be reduced and, therefore, the costs.

Mathematical modelling plays an important role in analysis the performance parameters of modern cloud computing systems. As they grow bigger and become more complex, the mathematical models respectively take steps from simple ones, when the solution is obtained analytically, towards models, where it is only possible to compute the solution during simulation process. Performance estimates are based on the queuing theory, a discipline within the mathematical theory of probability, which studies waiting lines, or queues. In queuing theory a model of queuing system (QS) is constructed and its life cycle is scrutinized as a stochastic process to predict the probability characteristics of efficiency such as queue lengths and waiting times.

This paper examines multichannel Markovian and non-Markovian queues with warm-up and/or with cooling, which take account of the features

of the functioning of Java applications with web interface. Transition diagrams and matrices for the microstates of a multichannel queues modeling a sample applications with web interface on the basis of servlet and filters are described and a scheme for computing the stationary probability distributions for requests number and waiting time is developed. The paper discusses the received computation results of the proposed modeling approach and their application to assessing the performance of the cloud systems using applications with web interface on the basis of servlet and filters.

**2. Common Characteristics of Cloud Computing with Web Interface.** Cloud computing is a number of computing resources that are delivered as a service over a network connection (usually the Internet). Therefore, cloud computing relies on sharing a pool of physical and/or virtual resources, rather than deploying local or personal hardware and software. A user is able to connect into a supply of computing resources rather than managing, operating, maintaining, securing and servicing the equipment needed to generate it themselves; just as the same way as a consumer tapping into the national electricity supply, instead of running their own electric generator. Thereby the service is billed likewise where you pay for the amount of service that you consume.

Also likewise cloud computing is more reliable, flexible, scalable and most importantly more economical. You can choose between different types of clouds depending on the amount of security that you demand for your business, these types are: public, private and hybrid cloud. You can also choose the type of service that you need for your business, the major types of services are: SaaS (Software as a service); PaaS (Platform as a service) and IaaS (Infrastructure as a service).

SaaS, or Software as a Service, describes any cloud service where consumers are able to access software applications over the Internet. The applications are hosted in “the cloud” and can be used for a wide range of tasks for both individuals and organisations. Google, Twitter, Facebook and Flickr are all examples of SaaS, with users able to access the services via any Internet enabled device.

In order to connect with devices that are different in size, shape, capacity, power, user language and operating system, a very simple and global interface is needed, that can connect to devices using very simple protocols. Today almost any device can be connected to the Internet and use different protocols to communicate, that’s why if you need to move your applications and data to the cloud, it would be easier and better if the applications had a web interface, as the whole idea of moving to the cloud is so that you can have access anytime from any device with maximum reliability and unlimited computing power.

Internet connections use protocols to connect between different devices, so that after every handshake every device knows what it should do

and how to do it. A web service, in very broad terms, is a method of communication between two applications or electronic devices over the WWW. Web services are of two kinds: Simple Object Access Protocol (SOAP) and Representational State Transfer (REST).

For development applications with web interface the Java platform is widely used.

**3. Web Interface on Basis of Java Platform.** Applications with web interface on Java platform used servlets and applets. *Servlet* is a Java-program running on the server side and expand server functionality. The servlet communicates with clients by processing HTTP requests. *Filters* allow performing actions on the request before it is processed by the servlet or on the response after its formation. Filters implement model "interceptor request", and for each resource in the web application has its own filter chain can be arranged.

The *client* can use any device he likes, as long as that device has a connection to the Internet and a web browser. Almost no or very little amount of data need to be stored or computed in the client side, all the data is stored and processed in the cloud's side.

The request then reaches the servlet container in the web application to be processed, the servlet must process the request and generate as much of the response as the application requires. A servlet is a small program that runs on a *server*. The term usually refers to a Java applet that runs within a web server environment.

The `HttpServlet` class reads the HTTP request, and determines if the request is an HTTP GET, POST, PUT, DELETE, HEAD etc. and calls one the corresponding method.

But, there are many cases where some pre-processing of the request for servlets would be useful. In addition, it is sometimes useful to modify the response from a class of servlets. One example is encryption. A servlet, or a group of servlets in an application, might generate response data that is sensitive and should not go out over the network in clear-text form, especially when the connection has been made using a non-secure protocol such as HTTP.

A filter can encrypt the responses. A filter is where you want to apply pre-processing or post-processing to requests or responses for a group of servlets, not just a single servlet, so when your application is working in a cloud environment filters are very useful tools. Filters are designed to be able to manipulate a request or response (or both) that is sent to a web application, yet provide this functionality in a method that won't affect servlets and JSPs being used by the web application unless that is the desired effect.

A good way to use filters is as a chain of steps that a request and response must go through before reaching a servlet, JSP, or static resource such

as an HTML page in a web application. Figure 1 shows the commonly used illustration of this concept.

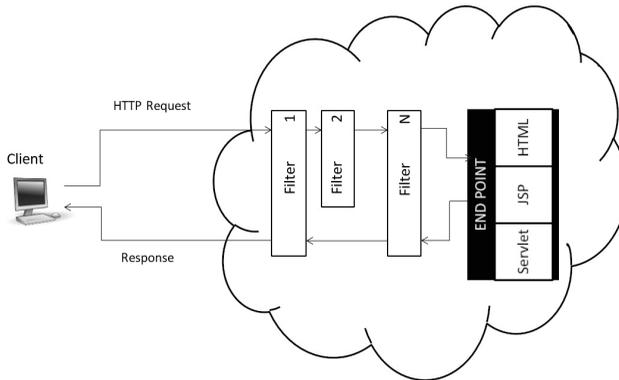


Fig. 1. Using filters with servlets

Possible main usage of filter include following:

- recording all incoming requests;
- logs the IP addresses of the computers from which the requests originate;
- conversion;
- data compression;
- encryption and decryption;
- input validation etc.

In listing 1 an example of a simple log filter is shown:

```
public class LogFilter implements Filter {
    public void doFilter(ServletRequest request,
        ServletResponse response,
        FilterChain chain)
        throws java.io.IOException, ServletException {
        // Get the IP address of client machine.
        String ipAddress = request.getRemoteAddr();
        // Log the IP address and current timestamp.
        System.out.println("IP " + ipAddress + ", Time "
            + new Date().toString());
        // Pass request back down the filter chain
        chain.doFilter(request,response);
    }
}
```

Listing 1. Example of a simple log filter

As can be seen from Figure 1 the filter or filter chain can run before call of servlet (or JSP, or HTML) and/or after finishing servlet execution. In first case (at the entry of servlet) filter can make any preparatory work (for example, decompression of data), that named by “*warming-up*” or “*warm-up*”. In second case (after returning from servlet) filter can make any final work (for example, data compression), that named by “*cooling*”.

Let us consider how possible modeling peculiar properties of the process functioning of application with web interface using models of queuing theory.

**4. Existing Models.** In queuing theory, the Kendall's notation is the standard system to describe and classify a queuing node. It uses three factors written  $A/S/n$ , where  $A$  denotes the time between arrivals to the queue,  $S$  — the service time distribution and  $n$  denotes the number of servers at the node. It been extended to  $A/S/n/K/N/D$  where  $K$  and  $D$  mean the capacity of the queue and queuing discipline and  $N$  denotes the size of the population of jobs to be served. Best studied QS  $M/M/n$  — with  $n$  channels, service time distribution and the distribution for the time between arrivals follow an exponential distribution. Because of the assumptions made, such models known as Markov models, have limited appliance and do not fit for most practical systems.

The most examined are the relatively simple  $M/M/n$  models. The simplest example is  $M/M/1$  queue, for which textbooks pertaining to performance evaluation usually present the results to compute the steady state distribution of number of requests. Well studied class of one-channel models with specific flow characteristics, discussed e.g. by Ryzhikov in [22] or Eremin [9], which analyse the behaviour QS with determined delay in starting the service.

The biggest interest was recently been focused on the investigations in multichannel non-Markovian queues where flows are approximated by phase-type distributions. For example, Bubnov et al. [4] or Danilov et al. [8] models to forecast software reliability characteristics, such as number of corrected errors, required debugging time, etc. Brandwajn and Begin in [2] propose a semi-numerical approach to compute the steady-state probability distribution for the number of requests at arbitrary and at arrival time instants in Ph/M/c-like systems.

Cox showed in [7] that an arbitrary distribution of length of a random variable can be represented by a compound of exponential stages or phase-type distribution. The advantage of such a representation is that it ensures convenience of approximation of the random process to a Markov process and gives the power of creating and solving the system of equations describing the behaviour of the corresponding model.

Described here multichannel non-Markovian QS with warm-up require more complex mathematical description, compared to the Markov mod-

els, e.g. the request flow can be recurrent or represented by an arbitrary stochastic function. Examples of previous works addressing QS with warm-up are by Kolahi in [18] or by Kreinin in [19] for the characteristics of single channel QS, or by Bin Sun, A. N. Dudin in [1] studying the MAP/PH/n multichannel QS with warm-up and broadcasting service discipline. Mao and Humphrey in [20] examine the influence of the warm-up during virtual machine start-up in the cloud system.

Examples of early works on cloud performance subject can be found in [9] and [23]. In a fairly recent work of several authors investigate questions of evaluation of performance of cloud and other systems on the basis of models of multi-channel queuing systems with heating [15, 16] and cooling [17, 21].

In cloud computing application with web interface the usage of filter adds additional costs:

- for the “warm-up” (for example, for decompression of data) when filter is used at the entry of servlet;

- for the “cooling” (for example, data compression) when filter act after returning from servlet.

- To study the cloud systems with described *warm-up* it is useful to introduce an enhanced notation  $A/W/S/n$ , which compared to original Kendall’s notation contains additional  $W$  denoting the warm-up time distribution.

### **5. Cloud Computing Using Web Interface Models with “Warm-up”.**

Principally, in real systems all three properties might be non-Markovian. The systems where  $A$  — the incoming flow — is approximated by two-phase Hyper exponential distribution ( $H_2$ ) have been studied in [7] and [8]. Below a model with two-phase  $H_2$ -distribution of warm-up process ( $W$ ) is examined.

Let’s describe the parameters of a model which is set up. For modelling simplicity let’s denote status of a multichannel non-Markov QS in the form of a set of microstates. Microstates are all sorts of states which the system might be in while in operation.

The QS has the classification  $M/H_2/M/n$  and has the microstate diagram, as shown in Figure 2.

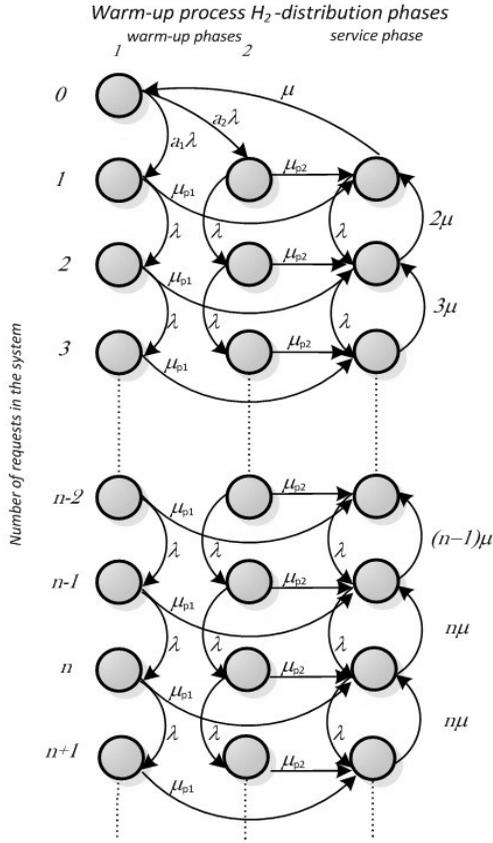


Fig. 2. Diagram for  $M/H_2/M/n$  system with “warm-up”

The warm-up process has Hyper exponential distribution  $H_2$  with parameters:  $\mu_{p1}$  and  $\mu_{p2}$  — intensities of transition in corresponding phases,  $a_1$  — probability of choosing the first phase,  $a_2 = 1 - a_1$  — probability of choosing the second phase; parameters  $\lambda$  and  $\mu$  describe the intensity of the input and service flows in the system.

The column on the left shows the number of requests in the system. An  $n$ -channel system after reaching the full load (on the diagrams — layers with numbers greater than  $n$ ) eventually stabilizes.

Let us consider the QS  $M/H_2/M/n$  for  $n = 3$ . For computation a numerical method for the steady-state probabilities of a  $GI/G/n$  QS in a general

class, introduced by Takahashi and Takami [22], and widely used for different multi-channel not Markov QS (for example [14]) can be used.

Denote as  $S_j$  the set of system microstates when exactly  $j$  requests are served, and by  $\sigma_j$  — number of elements in  $S_j$ . Then from the microstates diagram, analytically the following matrices describing the system are defined:

- $A_j[\sigma_j \times \sigma_{j+1}]$  — in  $S_{j-1}$  (request arrival);
- $B_j[\sigma_j \times \sigma_{j-1}]$  — in  $S_{j-1}$  (request service completion);
- $C_j[\sigma_j \times \sigma_j]$  — in  $S_j$  (request service in progress);
- $D_j[\sigma_j \times \sigma_j]$  — leaving microstates of tier  $j$  (a diagonal matrix).

For each tier  $j$  denote by vectors  $\gamma_j = \{\gamma_{j,1}, \gamma_{j,1}, \dots, \gamma_{j,\sigma_j}\}$  the probability that a QS is in microstate  $(j, i), j = 0, 1, \dots$ . Then it is possible to write the system of vector-matrix balance equations describing transitions between microstates:

$$\begin{aligned} \gamma_0 D_0 &= \gamma_0 C_0 + \gamma_1 B_1, \\ \gamma_j D_j &= \gamma_{j-1} A_{j-1} + \gamma_j C_j + \gamma_{j+1} B_{j+1}, \quad j = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

An iterative numerical method introduced by Takahashi and Takami in [24] is then used to solve the system and find the steady-state microstates probability distribution. This classical iterative method chosen for it well known convergence properties [6]. To the authors' is known about global convergence theorem and speed of convergence for competitive iterative algorithms except the direct successive substitution method.

After that the mean parameters of requests servicing process are obtained using Little's law and the waiting time distributions for waiting time in the queue, time in the system, the distribution of the number of requests in the queue and in the system are obtained using the results of [13] to compute the Laplace-Stieltjes transform.

**6. Models with “Cooling”.** To study the cloud systems with described “cooling” it is useful to introduce an enhanced notation  $A/C/S/n$ , which compared to original Kendall's notation contains additional  $C$  denoting the cooling time distribution.

Let's describe the parameters of a model which is set up. For example note that QS  $M/M/n$  with cooling has the microstate diagram and matrixes, shown in the Figure 3 a) and b).

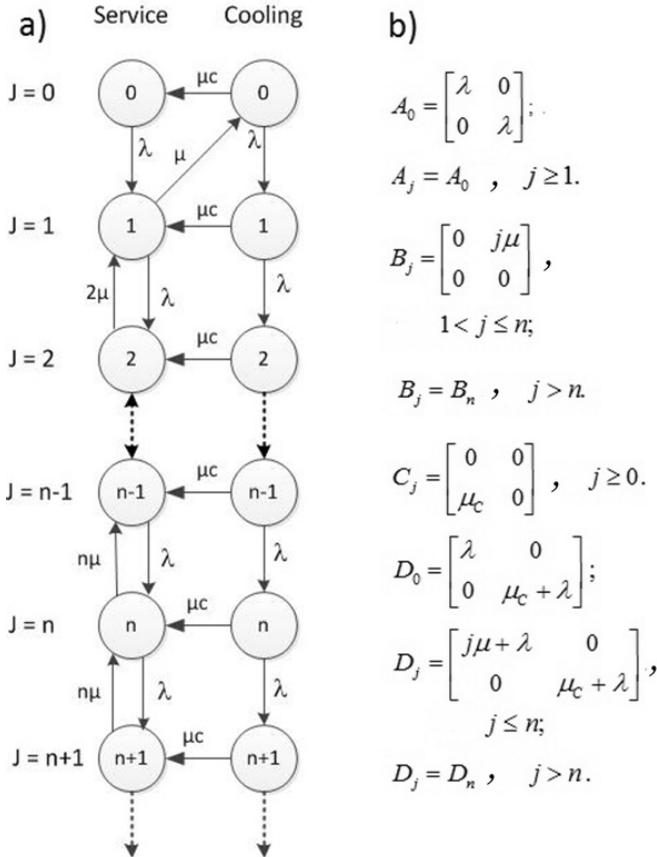


Fig. 3. Diagram and matrix for  $M/M/n$  QS with “cooling”

The cooling process has only one parameter  $\mu_c$ — intensity of “cooling”.

**7. Practical Results.** A Java program has been developed to implement the described numeric method. It has been designed to perform actions on matrices in general, and therefore it allows obtaining results for both presented models as well as for models of other systems within the comparable classes of phase-type distributions.

The initial data has been produced from test statistics gathered for a sample cloud system as shown on Figure 1. To collect it a simulation performance testing in an Apache JMeter tool was run with 300 threads in parallel and independently performing queries of various kinds.

The following computational resources were used to perform the testing:

Application servers have the following characteristics:

- CPU Intel Xeon X7560 (2.26 GHz), 8 cores.
- Hyperthreading disabled.
- 512Gb RAM.
- Memory allocated in the range of 6-8 Gb per node.
- Average CPU load in the range 0.3-0.5 per core.

Network segments have the following characteristics:

- Nodes reside in the same logical network segment.
- 100/1000 Mbps Ethernet ports are used.

It is useful to experiment with the model parameters under different scenarios and determine the conditions for receiving the desired QoS level.

In a simulation for a system corresponding to the model shown on Figure 4 with static parameters: mean warm-up time changing between 0.1 and 0.9 seconds the following results were received for the expected waiting time in the queue at different values, as described in Figure 4.

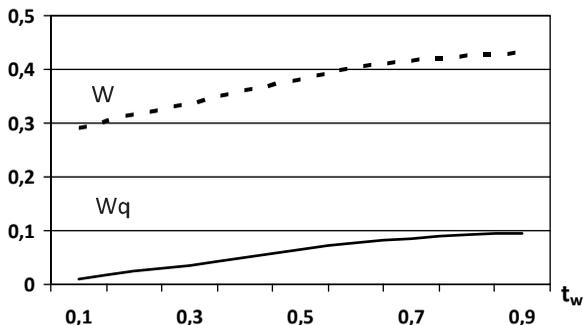


Fig. 4. Expected waiting and sojourn time in H2/M/M/3 QS with “warm-up”

The corresponding experiment results shown in Figure 4 show waiting time in the queue —  $W_q$ , and expected time in system, including service time —  $W$  at different values of the mean warm-up time  $t_w$  between 0,1 and 0,9 seconds.

Results show that the “warm-up” time change may significantly affect the waiting time and service time, especially when the “warm-up” and service times are of the same order of magnitude. On the right side of the Figure 4,

when the “warm-up” time is similar or even bigger to the service time, reducing the “warm-up” would result in a substance speed up of the service. But in the left side of Figure 4, the performance curve gets steeper as the “warm-up” time starts to be similar or less than the service time.

A simulation in [17] has been held for a  $M/M/M/n$  queuing system with “cooling” with a stable input flow to examine the behaviour changes of the expected number of customers in the system —  $L$ , expected queue length —  $Lq$ , waiting time in the queue —  $Wq$ , and expected time in system —  $W$ , while changing the cooling frequency. The parameters for that run were:  $\lambda=4.0$ ,  $\mu=1.8$ ,  $\mu_c$ =ranges from 0.5 to 3.5 seconds. The following results were received, as described in Figure 5.

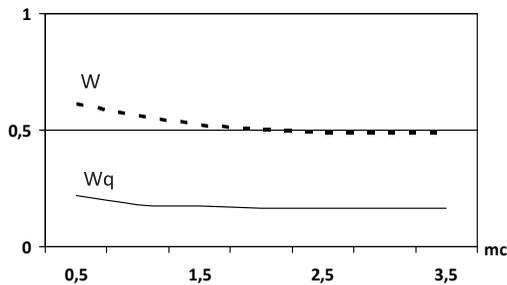


Fig. 5. Average waiting and sojourn time in  $M/M/M/n$  with “cooling”

The study demonstrates the influence of the cooling patterns on the performance and shows the need to collect data and examine cooling patterns to assure that the system capabilities are appropriate for significantly different levels and patterns of demand that might be relevant during a given time period.

**8. Conclusion.** Our paper proposed uses of models of multi-channel queuing systems with “warm-up” and “cooling”, which for the user interface of the web application allows to take into account the additional costs of employment of the filter, respectively: when the filter is used in the servlet's input; when the filter is used after the return from the servlet.

The further study is to focus on:

- Expanding the characteristic distribution function of the described models on to the networks of QS with multiple nodes;
- Expanding the research on Hyper exponential distribution case with complex coefficients;
- Expanding the modelling class on multichannel systems with both the warm-up time distribution and the distribution for the time between arrivals approximated by phase-type distributions.

Further investigation advisable to continue in the direction of the development of models of multi-channel QS with phase-type distributions (Erlang, Hyper exponential et al.). For example, Figure 6 proposed transition diagram for the QS type  $M / E_2 / E_2 / M / n$  — with a Poisson input flow with intensity  $\lambda$ , generalized Erlang distribution of order 2 the duration of the “warm-up” and “cooling” with parameters  $\{\mu_{w1}, \mu_{w2}\}$  and  $\{\mu_{c1}, \mu_{c2}\}$ , exponentially distributed service time with intensity  $\mu$ .

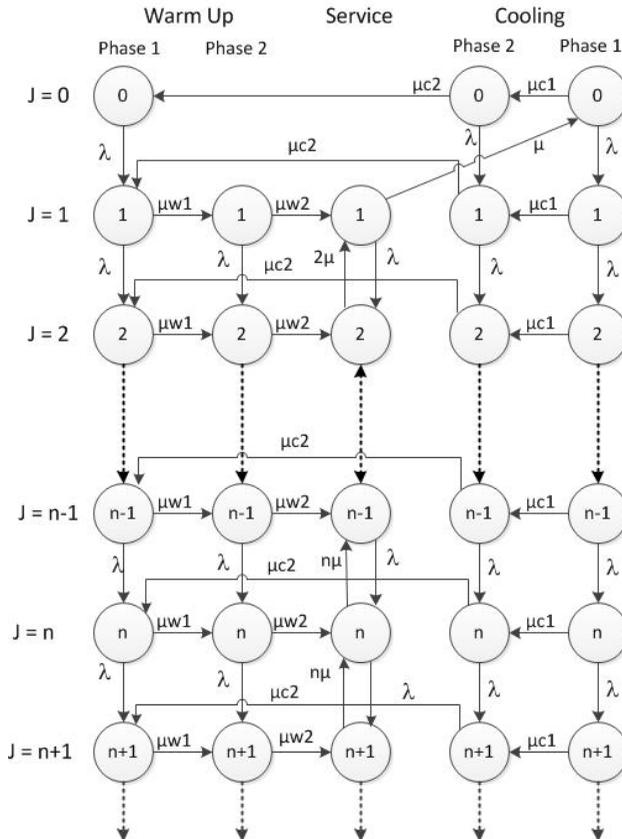


Fig. 6. Diagram for  $M / E_2 / E_2 / M / n$  QS with “warm-up” and “cooling”

For the proposed model QS it is required to check, as far as the transition between the microstates correspond to the behavior of the application with a web interface. In addition, it should develop a matrix of transitions between states of the QS and implement a calculation of the basic output characteristics.

## References

1. Sun B., Dudin A.N. The MAP/PH/N multi-server queuing system with broadcasting service discipline and server heating. *Automatic Control and Computer Sciences*. 2013. vol. 47. no. 4. pp. 173–182.
2. Brandwajn A., Begin. T. A recurrent solution of Ph/M/c/N-like and Ph/M/c-like queues. *Journal of Applied Probability*. 2012. vol. 49(1). pp. 84–99.
3. Bruneo D. A stochastic model to investigate data center performance and qos in iaas cloud computing systems. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*. 2014. pp. 560–569.
4. Mukhar K. et al. *Beginning Java EE 5 From Novice to Professional*. Apress. 2006. 641 p.
5. Bubnov V.P., Tyrva A.V., Khomonenko A.D. Model of reliability of the software with Coxian distribution of length of intervals between the moments of detection of errors. In proceedings of 34th Annual IEEE Computer Software and Applications Conference (COMPSAC 2010). 2010. pp. 238–243.
6. Cao W., Stewart W.T. Iterative Aggregation/Disaggregation Techniques for Nearly Uncoupled Markov Chains. *Journal of the ACM*. 1985. vol. 32. pp. 702–719.
7. Cox D.R. A use of complex probabilities in the theory of stochastic processes. *Proc. Camb. Phil. Soc.* 1955. vol. 51. no. 2. pp. 313–319.
8. Homonenko A.D., Danilov A.I., Danilov A.A., Gerasimenko P.V. [Nonstationary models of debugging of programs with Cox's distribution duration of correction of errors]. *XIX Mezhdunarodnaja konferencija po mjagkim vychislenijam i izmerenijam (SCM-2016)* [XIX International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM-2016)]. 2016. Issue 1. pp. 163–166. (In Russ.).
9. Eremin A.S. A Queuing System with Determined Delay in Starting the Service. *Intel'lektual'nye tehnologii na transporte – Intellectual Technologies on Transport*. 2015. vol. 4. pp. 23–26.
10. Gong C. et al. The characteristics of cloud computing. 39th International Conference on Parallel Processing Workshops (ICPPW). IEEE Press. 2010. pp. 275-279.
11. Grassmann, W.K. Warm-up periods in simulation can be detrimental. *Probab. Engrg. Inform. Sci.* 2008. vol. 22(3). pp. 415–429.
12. van Hoorn M.H., Seelen L.P. Approximations for the GI/G/c Queue. *Journal of Appl. Probability*. 1986. vol. 23. no. 2. pp. 484–494.
13. Khomonenko A.D. [Waiting time distribution in queuing systems of type GIq/Hk/n/R≤∞]. *Avtomatika-i-telemekhanika – Automation and Remote Control*. 1990. no. 8. pp. 91–98. (In Russ.).
14. Khomonenko A.D., Bubnov V.P. A use of Coxian distribution for iterative solution of M/G/N/R≤∞ queuing systems. *Problems of Control and Information Theory*. 1985. vol. 14. no. 2. pp. 143–153.
15. Khomonenko A.D., Gindin S.I. Stochastic models for cloud computing performance evaluation. Proceedings of the 10th Central and Eastern European Software Engineering Conference in Russia. ACM. 2014. pp. 20. Available at: <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=2687233>. (accessed 25.11.2016).
16. Khomonenko A., Gindin S. Performance evaluation of cloud computing accounting for expenses on information security. 18th Conference of Open Innovations Association and Seminar on Information Security and Protection of Information Technology (FRUCT-ISPIT). 2016. pp. 100–105.
17. Khomonenko A.D., Khalil M.M., Gindin S.I. [A cloud computing model using multi-channel queuing system with control]. *XIX Mezhdunarodnaja konferencija po mjagkim*

- vychislenijam i izmerenijam (SCM-2016)* [XIX International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM-2016)]. 2016. Issue 1. pp. 247–251. (In Russ.).
18. Kolahi S.S. Simulation Model, Warm-up Period, and Simulation Length of Cellular Systems. Second International Conference on Intelligent Systems, Modelling and Simulation. IEEE. 2011. pp. 375–379.
  19. Kreinin Ya. Single-channel queuing system with warm up. *Automation and Remote Control*. 1980. vol. 41. no. 6. pp. 771–776.
  20. Mao M., Humphrey M. A performance study on the vm startup time in the cloud. IEEE 5th International Conference on Cloud Computing (CLOUD). IEEE Press. 2012. pp. 423–430.
  21. Lokhvitskii V.A., Ulanov A.V. [Numerical analysis of queuing systems with Hyper exponential "cooling"]. *Vestnik-tomskogo-gosudarstvennogo-universiteta-upravleniye-vychislitel'naya-tehnika-i-informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 2016. no. 4(37). (In Print) (In Russ.).
  22. Ryzhikov Yu.I. [Distribution of the Number of Requests in a Queuing System with warm-up]. *Problemy-peredachi-informacii – Problems of Information Transmission*. 1973. vol. 9(1). pp. 88–97. (In Russ.).
  23. Takahashi Y., Takami Y. A numerical method for the steady-state probabilities of a GI/G/c queuing system in a general class. *J. of the Operat. Res. Soc. of Japan*. 1976. vol. 19. no. 2. pp. 147–157.
  24. *Xiong K., Perros H.* Service performance and analysis in cloud computing. World Conference on Services-I. IEEE Press. 2009. pp. 693–700.

**Khomonenko Anatoly Dmitrievich** — Ph.D., Dr. Sci., professor, head of information and computing systems department, Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University. Research interests: queuing systems, artificial intelligence, databases. The number of publications — 150. khomon@mail.ru, <http://www.pgups.ru>; 9, Moskovsky pr., Saint Petersburg, 190031; office phone: 8(812)457-80-23, Fax: 8(812)310-75-25.

**Khalil Maad Modher** — Ph.D. student, Emperor Alexandr I Petersburg State Transport University. Research interests: cloud computing, modelling, queuing systems. The number of publications — 4. maadalomar@gmail.com; 9, Moskovsky pr., Saint Petersburg, 190031; office phone: +79643312131, Fax: +7(812)310-75-25.

**Kassymova Dinara Tugelbekovna** — Ph.D. student of information and computer technology institute, Kazakh National Research Technical University named after K.I.Satpayev (KazNTU after K.I.Satpaev), senior lecturer, Turan University. Research interests: cloud computing, modelling. The number of publications — 2. dika.cat@mail.ru; 110, Dostyk Ave., Almaty, 050010; office phone: +7(727)2463982, Fax: +7(727)2604023.

А.Д. ХОМОНЕНКО, М.М. ХАЛИЛ, Д.Т. КАСИМОВА  
**ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ  
 ОПЕРАТИВНОСТИ СИСТЕМ ОБЛАЧНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ С  
 ВЕБ-ИНТЕРФЕЙСОМ**

*Хомоненко А.Д., Халил М.М., Касимова Д.Т.* **Вероятностные модели для оценивания оперативности систем облачных вычислений с веб-интерфейсом.**

**Аннотация.** Для систем облачных вычислений с веб-интерфейсом предлагается ряд вероятностных моделей. При этом рассматриваются модели Java-приложений с веб-интерфейсом, построенных на основе сервлетов и фильтров. Эти модели основаны на теории массового обслуживания и расширяют ее приложения путем изучения многоканальных систем с «разогревом», «охлаждением» и аппроксимирующими распределениями фазового типа для Марковских и немарковских процессов. Приводятся примеры диаграмм и матриц переходов между микросостояниями систем массового обслуживания, являющихся моделями приложений с веб-интерфейсом, а также разрабатывается схема для вычисления стационарного распределения числа заявок в системе, времени ожидания в очереди и пребывания в системе. В статье обсуждаются результаты численных расчетов, полученные с помощью предлагаемого подхода и их применение для оценки оперативности функционирования облачных систем с приложениями на основе сервлетов и фильтров.

**Ключевые слова:** облачные вычисления, веб-интерфейс; сервлеты и фильтры, оценка оперативности; системы массового обслуживания; разогрев и охлаждение; время ожидания в очереди.

**Хомоненко Анатолий Дмитриевич** — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой информационных и вычислительных систем, ФГБОУ ВО Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I. Область научных интересов: численная теория массового обслуживания, программирование, операционные и информационные системы. Число научных публикаций — 150. khomon@mail.ru, http://www.pgups.ru; Московский пр., 9, Санкт-Петербург, 190031; р.т.: 8(812)457-80-23, Факс: 8(812)310-75-25.

**Халил Маад Модер** — аспирант, ФГБОУ ВО Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I. Область научных интересов: облачные вычисления, моделирование, системы массового обслуживания. Число научных публикаций — 4. maadalomar@gmail.com; Московский пр., 9, Санкт-Петербург, 190031; р.т.: +79643312131, Факс: +7(812)310-75-25.

**Касимова Динара Тугелбековна** — докторант института информации и компьютерных технологий, Казахский национальный исследовательский технический университет имени К.И. Сатпаева (КазНТУ им. К.И. Сатпаева), старший преподаватель, Университет "Туран". Область научных интересов: облачные вычисления, моделирование. Число научных публикаций — 2. dika.cat@mail.ru; пр. Достык, 110, Алматы, 050010; р.т.: +7(727)2463982, Факс: +7(727)2604023.

### Литература

1. *Sun B., Dudin A. N.* The MAP/PH/N multi-server queuing system with broadcasting service discipline and server heating // Automatic Control and Computer Sciences. 2013. vol. 47. no. 4. pp. 173–182.

2. *Brandwajn A., Begin. T.* A recurrent solution of Ph/M/c/N-like and Ph/M/c-like queues // Journal of Applied Probability. 2012. vol. 49(1). pp. 84–99.
3. *Bruno D.* A stochastic model to investigate data center performance and qos in iaas cloud computing systems // IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems. 2014. pp. 560–569.
4. *Mukhar K. et al.* Beginning Java EE 5 From Novice to Professional // Apress. 2006. 641 p.
5. *Bubnov V.P., Tyrva A.V., Khomonenko A.D.* Model of reliability of the software with Coxian distribution of length of intervals between the moments of detection of errors // In proceedings of 34th Annual IEEE Computer Software and Applications Conference (COMPSAC 2010). 2010. pp. 238–243.
6. *Cao W., Stewart, W.T.* Iterative Aggregation/Disaggregation Techniques for Nearly Uncoupled Markov Chains // Journal of the ACM. 1985. vol. 32. pp. 702–719.
7. *Cox D.R.* A use of complex probabilities in the theory of stochastic processes // Proc. Camb. Phil. Soc. 1955. vol. 51. no. 2. pp. 313–319.
8. *Хомоненко А.Д., Данилов А.И., Данилов А.А., Герасименко П.В.* Нестационарные модели отладки программ с распределением Кокса длительности исправления ошибок // XIX Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям (SCM-2016). 2016. Т. 1. С. 163–166.
9. *Eremin A.S.* A Queuing System with Determined Delay in Starting the Service // Интеллектуальные технологии на транспорте. 2015. № 4. С. 23–26.
10. *Gong C. et al.*, The characteristics of cloud computing // 39th International Conference on Parallel Processing Workshops (ICPPW). IEEE Press. 2010. pp. 275–279.
11. *Grassmann W.K.* Warm-up periods in simulation can be detrimental // Probab. Engrg. Inform. Sci. 2008. vol. 22(3). pp. 415–429.
12. *van Hoorn M. H., Seelen L. P.* Approximations for the GI/G/c Queue // Journal of Appl. Probability. 1986. vol. 23. no. 2. pp. 484–494.
13. *Хомоненко А.Д.* Распределение времени ожидания в системах массового обслуживания типа GI/q/Hk/n/R≤∞ // Автоматика и телемеханика. 1990. № 8. С. 91–98.
14. *Khomonenko A.D., Bubnov V.P.* A use of Coxian distribution for iterative solution of M/G/N/R≤∞ queuing systems // Problems of Control and Information Theory. 1985. vol. 14. no. 2. pp. 143–153.
15. *Khomonenko A. D., Gindin S. I.* Stochastic models for cloud computing performance evaluation // Proceedings of the 10th Central and Eastern European Software Engineering Conference in Russia. ACM. 2014. pp. 20. URL: <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=2687233>. (дата обращения: 25.11.2016).
16. *Khomonenko A. D., Gindin S. I.* Performance Evaluation of Cloud Computing Accounting for Expenses on Information Security // 18th Conference of Open Innovations Association and Seminar on Information Security and Protection of Information Technology (FRUCT-ISPIT). 2016. pp. 100–105.
17. *Хомоненко А.Д., Халль М.М., Гиндин С.И.* Моделирование облачных вычислений с использованием многоканальной системы массового обслуживания с «охлаждением» // XIX Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям (SCM-2016). 2016. Т. 1. С. 247–251.
18. *Kolahi S.S.* Simulation Model, Warm-up Period, and Simulation Length of Cellular Systems // Second International Conference on Intelligent Systems, Modelling and Simulation. IEEE. 2011. pp. 375–379.
19. *Kreinin Ya.* Single-channel queuing system with warm up // Automation and Remote Control. 1980. vol. 41. no. 6. pp. 771–776.
20. *Mao M., Humphrey M.* A performance study on the vm startup time in the cloud // IEEE 5th International Conference on Cloud Computing (CLOUD). IEEE Press. 2012. pp. 423–430.

21. *Лохвитский В.А., Уланов А.В.* Численный анализ системы массового обслуживания с гиперэкспоненциальным «охлаждением» // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2016. №4(37). (в печати).
22. *Рыжиков Ю.И.* Распределение числа требований в системе массового обслуживания с “разогревом” // Пробл. передачи информ. 1973. № 9(1). С. 88–97.
23. *Takahashi Y., Takami Y.* A numerical method for the steady-state probabilities of a GI/G/c queuing system in a general class // J. of the Operat. Res. Soc. of Japan. 1976. vol. 19. no. 2. pp. 147–157.
24. *Xiong K., Perros H.* Service performance and analysis in cloud computing // World Conference on Services-I. IEEE Press. 2009. pp. 693–700.

Н.В. ПРЫТКОВ, А.Л. ПЕРЕЖОГИН  
**АЛГОРИТМЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДИСКРЕТНЫХ  
ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПОРОГОВЫМИ ФУНКЦИЯМИ**

---

*Прытков Н.В., Пережогин А.Л.* Алгоритмы восстановления дискретных динамических систем с пороговыми функциями.

**Аннотация.** Задача восстановления динамической системы по ее функционированию актуальна в теории управляющих систем. В качестве модели поведения регуляторного контура геновой сети была предложена дискретная динамическая система, в которой координаты соответствуют концентрации веществ, а за их увеличение или уменьшения отвечают специальные функции, зависящие от значений системы в предыдущий момент времени. Ранее были получены псевдополиномиальные алгоритмы восстановления таких дискретных динамических систем с аддитивными и мультипликативными функциями. В настоящей статье рассматривается обобщение на случай произвольных пороговых функций. Приведены алгоритмы восстановления существенных переменных и алгоритм упорядочивания весов пороговых функций, имеющие псевдополиномиальную сложность тестирования. Эти алгоритмы позволяют либо полностью восстановить систему, либо уменьшить размерность пороговых функций.

**Ключевые слова:** Дискретная динамическая система, геновая сеть, пороговая функция, тестирование, задача восстановления.

---

**1. Введение.** Дискретные динамические системы активно используются для моделирования разнообразных структур и процессов. Примером таких структур являются геновые сети, которые представляют собой сложные системы, состоящие из генов, РНК, белков, кодируемых соответствующими генами, а также других веществ и соединений. Функционирование геновой сети можно представить как изменение с течением времени концентраций веществ, входящих в ее состав. Одним из важнейших свойств геновых сетей является способность изменять концентрацию веществ сети в ответ на изменение условий внешней и внутренней среды. В связи с массовым секвенированием геномов резко возросла актуальность изучения закономерностей функционирования геновых сетей в живых системах. В частности, стоит проблема восстановления структурно-функциональных связей в геновых сетях по данным экспериментального анализа временных траекторий изменения концентраций веществ, синтезируемых в процессе функционирования геновых сетей. Подробнее о дискретных моделях геновых сетей можно прочитать в [1].

Задача восстановления структуры геновой сети с использованием модели дискретной динамической системы с аддитивными и мультипликативными функциями была рассмотрена в [2, 3], а в [4] изучался вопрос восстановления структуры геновой сети с произвольными булевыми функциями при фиксации значений некоторых переменных. В данной

работе исследуется модель дискретной динамической системы с пороговыми функциями. Целью работы является разработка и анализ алгоритмов восстановления частичной информации о функциях, а также всей системы в целом и оценивание сложности тестирования данных систем.

**2. Дискретная динамическая система.** Дискретная динамическая система (ДДС) представляет собой пару  $(S, \delta)$ , где  $S$  — непустое множество, элементы которого называются состояниями системы, а отображение  $\delta: S \rightarrow S$  определяет функционирование системы. Восстановление дискретной динамической системы подразумевает нахождение множества тестов, однозначно определяющих систему по экспериментальным данным. Тестом будем называть пару  $\langle s, \delta(s) \rangle$ , где  $s \in S$ , причем  $s$  будем называть запросом, а  $\delta(s)$  — результатом теста. Задача алгоритмов восстановления состоит в нахождении множества тестов, восстанавливающих информацию о системе. Мощность этого множества назовем тестовой сложностью алгоритма восстановления.

В данной работе рассматриваются ДДС  $n$ -мерных векторов из  $Z_p^n$ , функционирование которых происходит следующим образом: пусть  $x = (x_0, \dots, x_{n-1})$  — состояние системы, тогда следующее состояние определяется как:

$$x' = \delta(x) = (\delta_0(x_0, \dots, x_{n-1}), \dots, \delta_{n-1}(x_0, \dots, x_{n-1})),$$

где  $\delta_i: Z_p^n \rightarrow Z_p$  — некоторая функция, отвечающая за изменение значений  $i$ -ой компоненты системы в очередной момент времени,  $0 \leq i \leq n-1$ . В [5,6] исследовалось функционирование ДДС с линейными функциями  $\delta_i$ . В [7] в качестве дискретной модели регуляторного контура геной сети была введена и рассмотрена ДДС со следующими функциями:

$$\delta_i(x) = \begin{cases} x_i - 1, & \text{если } f_i(x) = 1 \text{ и } x_i > 0, \\ x_i + 1, & \text{если } f_i(x) = 0 \text{ и } x_i < p - 1, \\ x_i, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (1)$$

В [8] в качестве функций  $f_i$  предлагалось рассматривать аддитивную функцию:

$$f_i(x_0, \dots, x_{n-1}) = 1 \Leftrightarrow \sum_{k=0}^{n-1} \alpha_{i_k} x_k \geq 1, \alpha_{i_k} \in \{0, 1\} \forall k$$

или мультипликативную функцию:

$$f_i(x_0, \dots, x_{n-1}) = 1 \Leftrightarrow \prod_{k=0}^{n-1} y_{ik} > 0, \text{ где } y_{ik} = \begin{cases} x_k, & \text{если } \alpha_{ik} = 1, \\ 1, & \text{если } \alpha_{ik} = 0. \end{cases}$$

Коэффициенты  $\alpha_{i_0}, \alpha_{i_1}, \dots, \alpha_{i_{n-1}}$  фиксированы и отвечают за набор переменных, от которых существенно зависит функция  $f_i$ .

В работах [5, 6, 8-15] для визуализации множества существенных переменных рассматривается граф-носитель ДДС:  $G = (V, E)$ , где  $V = \{0, \dots, n-1\}$ ,  $E = \{ji \mid j\text{-ая координата функции } f_i \text{ существенная}\}$ . В [8, 9] исследовалось функционирование ДДС с аддитивными функциями  $f_i$ , у которых граф-носитель является циркулянтном. В частности, описаны неподвижные состояния, состояния, в которые нельзя перейти из другого, некоторые закливающиеся серии состояний. В [10] анализировались ДДС с другими графами-носителями.

В [2, 3] рассматривалось восстановление ДДС с аддитивными и мультипликативными функциями. В [2] приведен алгоритм с тестовой сложностью  $2n$ , определяющий тип функций  $f_i$  для любого  $i$ . В [3] показано, что для полного восстановления ДДС с аддитивными и мультипликативными функциями при ограничениях  $d$  на количество существенных переменных и длину теста необходимо  $O(n^d)$  и достаточно  $O(n^{d+1})$  тестов.

В настоящей статье в качестве функций  $f_i$  рассматриваются пороговые функции:

$$f_i(x_0, \dots, x_{n-1}) = 1 \Leftrightarrow \sum_{k=0}^{n-1} w_{ik} x_k \geq T_i, \quad (2)$$

причем  $T_i \in \mathbb{Z}$ ,  $w_{i_0}, \dots, w_{i_{n-1}} \in \mathbb{Z}_q$ ,  $q \leq p$ . Заметим, что аддитивные функции, а также мультипликативные в случае  $p = 2$ , являются частными случаями пороговых функций.

Если для некоторой функции  $f_i$  имеем  $T_i \leq 0$  или  $T_i > \sum_{k=0}^{n-1} w_{ik}(p-1)$ , то значение такой функции одинаково для всех состояний системы, а значит, значение соответствующей компоненты всегда будет не убывать или не возрастать. Такие компоненты будем называть вырожденными.

Из определения пороговой функции видно, что компонента  $i$  состояний дискретной динамической системы будет вырожденной тогда и только тогда, когда выполняется одно из условий:

- $f_i(0, \dots, 0) = 1$ ;
- $f_i(p-1, \dots, p-1) = 0$ .

Таким образом результаты 2-х запросов  $(0, \dots, 0)$  и  $(p-1, \dots, p-1)$  определяют все вырожденные компоненты, поэтому в дальнейшем рассматриваются системы без вырожденных компонент.

Рассмотрим множество переменных, соответствующих ненулевым весам пороговой функции  $f_i$ . Такие переменные будем называть существенными для  $f_i$ . Из определения непосредственно следует:

*Утверждение 1.* Переменная  $x_j$  является существенной для пороговой функции  $f_i$  тогда и только тогда, когда существуют  $a_0, \dots, a_{n-1} \in \mathbb{Z}_p$  такие, что  $a_j < p-1$  и

$$f_i(a_0, \dots, a_j, \dots, a_{n-1}) \neq f_i(a_0, \dots, a_{j-1}, a_j + 1, a_{j+1}, \dots, a_{n-1}).$$

В разделе 3 приводятся алгоритмы восстановления множества существенных переменных всех функций  $f_0, \dots, f_{n-1}$  (т.е. графа носителя ДДС). В разделе 4 приводится алгоритм восстановления частичной информации о весах пороговой функции  $f_i$ .

### 3. Восстановление множества существенных переменных.

Будем называть алгоритм восстановления системы условным, если в процессе работы он запрашивает определенные данные, и безусловным, если все необходимые данные он получает до начала работы.

Основополагающим для алгоритма 1 построения множества существенных переменных произвольной пороговой функции  $f_i$  ДДС является следующее утверждение.

*Утверждение 2.* Пусть  $s_1$  и  $s_2$  такие, что

$$s_1 = (\underbrace{0, \dots, 0}_k, \alpha_k, p-1, \dots, p-1), \quad (3)$$

$$s_2 = (\underbrace{0, \dots, 0}_k, \alpha_k + 1, p-1, \dots, p-1), \quad (4)$$

$$f_i(s_1) = 0, f_i(s_2) = 1. \quad (5)$$

Тогда:

– если заменить любой ноль в состоянии  $s_1$  на  $p-1$ , то значение пороговой функции изменится тогда и только тогда, когда соответствующая координата является существенной для  $f_i$ ;

– если заменить любое значение  $p-1$  в состоянии  $s_2$  на ноль, то значение пороговой функции изменится тогда и только тогда, когда соответствующая координата является существенной для  $f_i$ .

*Доказательство:* Если для некоторого  $j$ ,  $0 \leq j < k$ , имеем  $f_i(\underbrace{0, \dots, 0}_j, p-1, 0, \dots, 0, \alpha_k, p-1, \dots, p-1) = 1$ , то по утверждению 1 для  $i$ -ой функции  $j$ -ая переменная является существенной. Если же  $f_i(\underbrace{0, \dots, 0}_j, p-1, 0, \dots, 0, \alpha_k, p-1, \dots, p-1) = 0$ , то в силу того, что  $(p-1)w_j \geq w_k$ ,  $j$ -ая переменная не является существенной для  $i$ -ой функции. Аналогичные рассуждения позволяют однозначно определить существенность каждой переменной  $x_j$ ,  $j > k$ , рассматривая запросы вида  $(\underbrace{0, \dots, 0, \alpha_k, p-1, \dots, p-1}_j, 0, p-1, \dots, p-1)$ . Утвержде-

ние 2 доказано.

*Алгоритм 1 восстановления множества существенных переменных функции  $f_i$ .*

1) Методом бинарного поиска находим состояния  $s_1$ ,  $s_2$  и позицию  $k$ , удовлетворяющие условиям (3-5). Добавляем  $k$  в  $X$ .

2) Для всех  $0 \leq j < k$  тестируем состояние  $s_j = (\underbrace{0, \dots, 0}_j, p-1, 0, \dots, 0, \alpha_k, p-1, \dots, p-1)$ . Если  $f_i(s_j) = 1$ , то добавляем  $j$  в  $X$ .

3) Для всех  $k < j \leq n-1$  тестируем состояние  $s_j = (\underbrace{0, \dots, 0, \alpha_k, p-1, \dots, p-1}_j, 0, p-1, \dots, p-1)$ . Если  $f_i(s_j) = 0$ , то добавляем  $j$  в  $X$ .

4) Выводим  $X$ .

В алгоритме 1 на первом шаге бинарным поиском находятся состояния  $s_1$  и  $s_2$ , удовлетворяющие (3-5). Такие состояния существуют, так как функция  $f_i$  не является вырожденной. На втором и

третьем шагах, последовательно заменяя нулевые значения состояния  $S_1$  на  $p-1$ , а затем значения  $p-1$  состояния  $S_2$  на 0, восстанавливаем все существенные переменные пороговой функции.

Применение данного условного алгоритма к каждой пороговой функции позволяет восстановить все существенные зависимости в системе. Для этого потребуется не более  $n^2 + n \lfloor \log_2(n(p-1)) \rfloor$  тестовых пар. Однако, при использовании этого алгоритма для безусловного тестирования сложность будет  $n^3(p-1)$ . Рассмотрим модификацию алгоритма, позволяющую уменьшить сложность безусловного тестирования.

Идея алгоритма состоит в использовании в качестве запросов только состояний вида:

$$0^a x(p-1)^b 0^c \quad \text{или} \quad (p-1)^a 0^b x(p-1)^c, \quad (6)$$

где  $a+b+c=n-1$ ,  $a, b, c \geq 0$ ,  $0 < x \leq p-1$ , т.е. значения 0 и  $p-1$  идут только подряд, если рассматривать состояние как циклическую структуру.

*Утверждение 3.*

Пусть  $\pi^t(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n, \alpha_{n-1}) = (\alpha_t, \alpha_{t+1}, \dots, \alpha_{n-1}, \alpha_0, \dots, \alpha_{t-1})$ , тогда для любого  $t \in \mathbb{Z}$  существуют позиция  $k$  и состояния  $S_1$  и  $S_2$  такие, что:

$$s_1 = (c_0, \dots, c_{n-1}) = \pi^t(\underbrace{0, \dots, 0}_k, \alpha_k, p-1, \dots, p-1), \quad (7)$$

$$s_2 = (c'_0, \dots, c'_{n-1}) = \pi^t(\underbrace{0, \dots, 0}_k, \alpha_k + 1, p-1, \dots, p-1), \quad (8)$$

$$f_i(s_1) = 0, f_i(s_2) = 1. \quad (9)$$

Это утверждение очевидно следует из монотонности и невырожденности пороговой функции  $f_i$ .

*Алгоритм 2 восстановления множества существенных переменных функции  $f_i$ :*

1) Пусть  $t = 0$ .

2) Если  $t > n-1$ , то переходим на шаг 4, иначе методом бинарного поиска находим состояния  $s_1$ ,  $s_2$  и позицию  $k$ , удовлетворяющие условиям (7-9) для заданного  $t$ . Добавляем в  $X$  номер компоненты, в которой различаются состояния  $s_1$  и  $s_2$ .

3) Тестируем состояние  $s'_2 = \pi^t(\underbrace{0, \dots, 0}_k, \alpha_k + 1, p-1, \dots, p-1, 0)$ .

Увеличиваем значение  $t$  на единицу. Если  $f_i(s'_2) = 0$ , то добавляем номер компоненты, в которой различаются состояния  $s_2$  и  $s'_2$  в  $X$ , и переходим на шаг 2. Иначе переходим на шаг 3.

4) Выводим  $X$ .

В алгоритме 2, после нахождения состояний  $s_1$  и  $s_2$ , удовлетворяющих (7-9), начинается поочередное выполнение двух шагов пока не будут проверены все переменные. Первый шаг состоит в замене нулей на значение  $p-1$  с одного края ненулевых значений состояния, в котором значение пороговой функции равно единице, и увеличении параметра  $t$  на число равное количеству этих замен. Второй шаг заключается в поиске следующих состояний, удовлетворяющих (7-9) для нового значения параметра  $t$ .

Таким образом, сложность безусловного тестирования всей системы равна количеству состояний вида (6), а именно  $n^2(p-1) - n + 1$ , хотя сложность условного тестирования увеличится по сравнению с алгоритмом 2 и будет равна  $n \lfloor \log_2(n(p-1)) \rfloor + n$  для одной пороговой функции.

В дискретной динамической системе при  $q = 2$ , частным случаем которой является система с аддитивными функциями, все ненулевые коэффициенты  $w_i$  равны единице, следовательно, в этом случае алгоритм восстановления существенных переменных восстанавливает всю систему.

**4. Упорядочивание весов пороговой функции.** Рассмотрим пороговую функцию с порогом  $T$ . Введем обозначение  $\tau = \frac{T}{p-1}$  и

$\bar{\tau} = \sum_{i=0}^{n-1} w_i - \frac{T}{p-1}$ . Пусть для всех  $w_i < w_j$  выполняется:

$$w_i < \min \left\{ \left\lceil \frac{(p-1)\tau}{w_j} \right\rceil, \left\lfloor \frac{(p-1)\bar{\tau}}{w_j} \right\rfloor \right\}, \quad (10)$$

Данное условие обеспечивает необходимую разницу между весами при малых или очень больших значениях порога.

Разобьем множество всех весов на четыре множества:

$$\begin{aligned} X_0 &= \{w_i \mid w_i = 0\}, X_1 = \{w_i \mid w_i \geq \tau\}, \\ X_2 &= \{w_i \mid w_i > \bar{\tau}\}, X_3 = \{w_i \mid w_i < \tau \text{ или } w_i \leq \bar{\tau}\}. \end{aligned}$$

Заметим, что хотя бы одно из множеств  $X_1 \setminus X_2$ ,  $X_2 \setminus X_1$  пусто. Очевидно, для любых  $w_i \in X_3$  и  $w_j \in X_1 \cup X_2$  выполняется  $w_i < w_j$ .

Рассмотрим следующий алгоритм упорядочивания весов. На первом шаге алгоритм 3 разделяет все веса на множества  $X_0, X_1, X_2$  и  $X_3$ . Множество  $X_0$  выделяется алгоритмами 1 или 2. Вес  $i$  лежит в множестве  $X_1$  тогда и только тогда, когда  $f(0, \dots, 0, p-1, 0, \dots, 0) = 0$  (ненулевое значение на  $i$ -ом месте). Аналогично, вес  $i$  лежит в множестве  $X_2$  тогда и только тогда, когда  $f(p-1, \dots, p-1, 0, p-1, \dots, p-1) = p-1$  (нулевое значение на  $i$ -ом месте). Следовательно, не более чем за  $2k$  тестов можно определить, к какому множеству принадлежат все ненулевые веса.

На втором шаге алгоритм 3 упорядочивает веса внутри множеств.

Для любого веса  $w_i \in X_1$  определим число  $a_i$ , удовлетворяющее условию

$$(a_i - 1)w_i < T \leq a_i w_i. \quad (11)$$

*Утверждение 4.* Для любых  $w_i$  и  $w_j$  из множества  $X_1$  справедливо  $w_i > w_j$  тогда и только тогда, когда  $a_i < a_j$ .

Доказательство: Пусть  $a_i < a_j$ , тогда, так как  $a_i w_i \geq T > (a_j - 1)w_j$ ,

$$\text{имеем } w_j < \frac{a_i w_i}{a_j - 1} \leq \frac{(a_j - 1)w_i}{a_j - 1} = w_i.$$

Пусть  $w_i > w_j$ , тогда в силу (10)  $w_j < \frac{T}{\lceil \frac{T}{w_i} \rceil}$ . Так как

$\lceil \frac{T}{w_i} \rceil = a_i$ , то  $w_j < \frac{T}{a_i}$ , следовательно,  $a_i w_j < T \leq a_j w_j$ , а значит,  $a_i < a_j$ . Утверждение 4 доказано.

Аналогично, для любого веса  $w_i \in X_2$ , определим число  $b_i$ , удовлетворяющее условию:

$$(b_i - 1)w_i \leq (p-1)\bar{\tau} < b_i w_i. \quad (12)$$

*Утверждение 5.* Для любых  $w_i$  и  $w_j$  из множества  $X_2$  справедливо  $w_i > w_j$  тогда и только тогда, когда  $b_i < b_j$ .

Пусть веса  $w_i, w_j$  из множества  $X_3$ . Состояния  $s_1$  и  $s_2$  разделяют веса  $w_i$  и  $w_j$ , если

- $s_1$  и  $s_2$  удовлетворяют условиям (7-9) для некоторого  $t$ ;
- $c_i = c'_i = p-1$ ;
- $c_j = c'_j = 0$ .

*Утверждение 6.* Пусть  $s_1$  и  $s_2$  разделяют веса  $w_i$  и  $w_j$  из множества  $X_3$ . Тогда  $w_j > w_i$ , если и только если  $f(s'_1) = 1$ , и  $w_j < w_i$ , если и только если  $f(s'_2) = 0$ , где состояния  $s'_1$  и  $s'_2$  получены перестановкой значений  $c_i$  и  $c_j$  в  $s_1$  и  $s_2$  соответственно.

*Доказательство:* Пусть  $w_j > w_i$ , тогда:

$$\begin{aligned} \sum_{k \in \{0, \dots, n-1\} \setminus \{i, j\}} w_k c_k + (p-1)w_j &\geq \sum_{k \in \{0, \dots, n-1\} \setminus \{i, j\}} w_k c_k + (p-1)(w_i + 1) \\ &\geq \sum_{k=0}^{n-1} w_k c'_k \geq T. \end{aligned}$$

Следовательно,  $f(s'_1) = 1$ . Пусть  $f(s'_1) = 1$ , тогда:

$$\sum_{k \in \{0, \dots, n-1\} \setminus \{i, j\}} w_k c_k + (p-1)w_j \geq T > \sum_{k \in \{0, \dots, n-1\} \setminus \{i, j\}} w_k c_k + (p-1)w_i.$$

Следовательно,  $w_j > w_i$ . Случай когда  $w_j < w_i$  доказывается аналогично. Утверждение 6 доказано.

*Алгоритм 3 упорядочивания весов.*

- 1) Удаляем из рассмотрения несущественные переменные.
- 2) Для всех  $i$  тестируем состояния

$$s_i = (\underbrace{0, \dots, 0}_i, p-1, 0, \dots, 0), s'_i = (\underbrace{p-1, \dots, p-1}_i, 0, p-1, \dots, p-1).$$

Если  $f(s_i) = 1$ , то добавляем  $w_i$  в  $X_1$ , если  $f(s'_i) = 0$ , то добавляем  $w_i$  в  $X_2$ , остальные — в  $X_3$ .

3) Для всех  $w_i \in X_1$  бинарным поиском находим значения  $a_i$ , удовлетворяющие (11), упорядочиваем веса по неубыванию  $a_i$ .

4) Для всех  $w_i \in X_2$  бинарным поиском находим значения  $b_i$ , удовлетворяющие (12), упорядочиваем веса по неубыванию  $b_i$ .

5) Используем любой эффективный алгоритм сортировки для весов из множества  $X_3$ . Для нужных пары  $w_i, w_j$  бинарным поиском находим разделяющие состояния и по утверждению 6 упорядочиваем эту пару.

6) Объединяем множества  $X_1, X_2, X_3$  и выводим упорядоченное множество весов  $X$ .

Для сравнения двух весов в  $X_3$  потребуется  $O(\log(n(p-1)))$  тестов, следовательно, тестовая сложность алгоритма упорядочивания весов равна  $O(n \log(n) \log(n(p-1)))$ .

Переменные с одинаковым весом можно заменить одной новой переменной:

$$(x_{i_0} w_i + x_{i_1} w_i + \dots + x_{i_{k-1}} w_i) = y_i w_i, 0 < y_i \leq k(p-1).$$

В результате получим пороговую функцию от  $m$  переменных  $g(y_{j_0}, \dots, y_{j_{m-1}})$ .

Назовем алгоритм восстановления пороговой функции псевдополиномиальным, если он имеет оценку сложности тестирования  $O(\text{Pol}(n, \log(p-1)))$ , где  $\text{Pol}$  — некоторый полином от двух переменных. Известно, что задача восстановления произвольной пороговой функции не разрешима за псевдополиномиальное количество тестов, и в [16] представлен алгоритм восстановления с тестовой сложностью  $O(\log^n(p-1))$ . Таким образом, справедлива теорема: пусть  $D$  —

произвольная дискретная динамическая система (1) с пороговыми функциями (2), удовлетворяющими (10). Тогда алгоритмы 1, 2 и 3 позволяют получить эквивалентную систему  $D'$ , для которой существует алгоритм полного восстановления с тестовой сложностью

$$O\left(\sum_{i=0}^{n-1} \log^{m_i} (n - m_i + 1)(p - 1)\right), \text{ где } m_i \text{ — количество переменных по-}$$

роговой функции  $g_i$ , полученной в результате применения алгоритма 3 к пороговой функции  $f_i$  системы  $D$ ,  $i = 0, \dots, n - 1$ .

**5. Заключение.** Заметим, что если в результате применения алгоритма 3 к пороговой функции  $f_i$  получим:

–  $m_i = 1$ , то полагаем все веса функции  $f_i$  равными единице и однозначно определяем пороговое значение  $T_i$ ,

–  $m_i = q - 1$ , то в определении (2) функции  $f_i$  присутствуют все допустимые веса, а следовательно, они и пороговое значение определяются однозначно алгоритмом упорядочивания весов.

Поскольку при  $q = 2$  и  $q = 3$  для любой пороговой функции  $f_i$  имеем  $m_i \in \{1, q - 1\}$ , то при таких значениях параметра алгоритмы 1-3 восстанавливают дискретную динамическую систему за псевдополиномиальное количество тестов. Остается открытым вопрос существования псевдополиномиальных алгоритмов восстановления системы при других значениях параметра  $q$ .

## Литература

1. Wang R.-S., Saadatpour A., Albert R. Boolean modeling in systems biology: an overview of methodology and applications // Physical Biology. 2012. vol. 9. no. 5.
2. Евдокимов А.А., Комаров А.В. О восстановлении структуры дискретных моделей функционирования генных сетей // Вестник ТГУ. 2005. № 14. С. 213–217.
3. Евдокимов А.А., Комаров А.В. О восстановимости дискретных моделей генных сетей // Вестник ТГУ. 2006. № 3. С. 437–467.
4. Akutsu T., Kuhara S., Maruyama O., Miyano S. Identification of genetic networks by strategic gene disruptions and gene overexpressions under a boolean model // Theoretical Computer Science. 2003. vol. 298. pp. 235–251.
5. Евдокимов А.А., Пережогин А.Л. Дискретные динамические системы циркулянтного типа с линейными функциями в вершинах сети // Дискретн. анализ и исслед. опер. 2011. № 18(3). С. 39–48.
6. Корниенко А.С. Структура функциональных графов для циркулянтов с линейными булевыми функциями в вершинах // Прикладная дискретная математика. 2014. №1. С. 84–95.
7. Демиденко Г.В. и др. Математическое моделирование регулярных контуров генных сетей // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 2004. Т. 44. № 12. С. 2276–2295.

8. Григоренко Е.Д., Евдокимов А.А., Лихошвай В.А., Лобарева И.А. Неподвижные точки и циклы автоматных отображений, моделирующих функционирование генных сетей // Вестник ТГУ. Приложение. 2005. № 14. С. 206–212.
9. Kutumova E.O., Evdokimov A.A. Reversible states of functioning the regulatory circuits discrete models the gene nets // Вестник ТГУ. Управление, вычислительная техника и информатика. 2011. № 14(1). С. 85–94.
10. Нажмиёнова А.М., Пережогин А.Л. Дискретная динамическая система на двойном циркулянте // Дискретн. анализ и исслед. опер. 2014. № 21(4). С. 80–88.
11. Евдокимов А.А., Кочемазов С.Е., Отпущенников И.В., Семенов А.А. Исследование динамических свойств некоторых дискретно-автоматных отображений, заданных случайными графами // Прикладная дискретная математика. Приложение. 2013. № 6. С. 75–76.
12. Евдокимов А.А., Кочемазов С.Е., Отпущенников И.В., Семенов А.А. Исследование дискретно-автоматных моделей генных сетей нерегулярной структуры методами символьных вычислений // Дискретн. анализ и исслед. опер. 2014. № 21(3). С. 25–40.
13. Батуева Ц.Ч.-Д. Свойства генных сетей циркулянтного типа с пороговыми функциями // Прикладная дискретная математика. Приложение. 2013. № 6. С. 72–73.
14. Батуева Ц.Ч.-Д. Дискретные динамические системы циркулянтного типа с пороговыми функциями в вершинах // Дискретн. анализ и исслед. опер. 2014. № 21(4). С. 25–32.
15. Быков И.С. Функционирование дискретной динамической системы циркулянтного типа с пороговыми функциями в вершинах // Прикладная дискретная математика. 2014. №4. С. 84–95.
16. Золотых Н.Ю., Шевченко В.Н. Расшифровка пороговых функций  $k$ -значной логики // Дискретн.анализ и исслед. опер. 1995. Т. 2. № 3. С. 18–23.

**Прытков Николай Владимирович** — магистрант механико-математического факультета, ФГБОУ ВПО «Новосибирский национальный исследовательский государственный университет» (НГУ). Область научных интересов: анализ и синтез управляющих систем, теория графов. Число научных публикаций — 3. nikolass@ngs.ru; ул. Пирогова, 1, Новосибирск, 630090; р.т.: +79139042047.

**Пережогин Алексей Львович** — к-т техн. наук, доцент, старший научный сотрудник лаборатории дискретного анализа, Институт математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук (ИМ СО РАН), доцент кафедры дискретного анализа и исследования операций факультета информационных технологий, ФГБОУ ВПО «Новосибирский национальный исследовательский государственный университет» (НГУ). Область научных интересов: анализ и синтез управляющих систем, комбинаторика, теория графов. Число научных публикаций — 20. pereal@math.nsc.ru; ул. Пирогова, 1, Новосибирск, 630090; р.т.: +79138934890.

**Поддержка исследований.** Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 14-01-00507).

N.V. PRYTKOV, A.L. PEREZHOGIN  
**RECOVERY ALGORITHMS FOR DISCRETE DYNAMIC  
 SYSTEMS WITH THRESHOLD FUNCTIONS**

---

*Prytkov N.V., Perezhogin A.L.* **Recovery Algorithms for Discrete Dynamic System with Threshold Functions.**

**Abstract.** Recovery of a dynamic system from its functioning is a problem of current interest in the theory of control systems. As a behavior model of gene network regulatory circuit, a discrete dynamic system has been proposed, where coordinates correspond to the concentration of substances, while special functions, which depend on the system value in the previous moment, account for their increase or decrease. Pseudo-polynomial discrete dynamic system recovery algorithms with additive and multiplicative functions have been obtained earlier. The generalized case of arbitrary threshold functions is considered in this article. Algorithms for significant variables recovery and threshold functions weight regulation, having pseudo-polynomial testing complexity, are given. These algorithms allow one either to recover the system completely, or to lower the threshold function dimension.

**Keywords:** discrete dynamic system, genetic network, threshold function, testing, recovery problem.

---

**Prytkov Nikolay Vladimirovich** — master of mechanics and mathematics faculty, Novosibirsk State University (NSU). Research interests: control systems analysis and synthesis, combinatorics, graph theory. The number of publications — 3. nikolass@ngs.ru; 1, Pirogova str., Novosibirsk, 630009; office phone: +79139042047.

**Perezhogin Aleksei L'vovich** — Ph.D., associate professor, senior researcher of discrete analysis laboratory, Sobolev Institute of Mathematics of Russian Academy of Science, assistant professor of discrete analysis and operational research department of information technology faculty, Novosibirsk State University (NSU). Research interests: control systems analysis and synthesis, combinatorics, graph theory. The number of publications — 20. pe-real@math.nsc.ru; 1, Pirogova str., Novosibirsk, 630009; office phone: +79138934890.

**Acknowledgements.** This research is supported by RFBR (grant 14-01-00507).

### References

1. Wang R.-S., Saadatpour A., Albert R. Boolean modeling in systems biology: an overview of methodology and applications. *Physical Biology*. 2012. vol. 9. no. 5.
2. Evdokimov A.A., Komarov A.V. [On the gene networks functioning discrete models recovery]. *Vestnik TGU – Herald of TSU*. 2005. vol. 14. pp. 213–217. (In Russ.).
3. Evdokimov A.A., Komarov A.V. [On the reconstruction of gene networks discrete model]. *Vestnik TGU – Herald of TSU*. 2006. vol. 3. pp. 437–467. (In Russ.).
4. Akutsu T., Kuhara S., Maruyama O., Miyano S. Identification of genetic networks by strategic gene disruptions and gene overexpressions under a boolean model. *Theoretical Computer Science*. 2003. vol. 298. pp. 235–251.
5. Evdokimov A.A., Perezhogin A.L. [Discrete dynamical systems of a circulant type with linear functions at vertices of network]. *Diskretnyi analiz i issledovanie operatsii – Discrete analysis and operations research*. 2011. vol. 18(3). pp. 39–48. (In Russ.).

6. Kornienko A.S. [Functional graphs structure of circulants with linear boolean functions at vertices]. *Prikladnaja diskretnaja matematika – Applied Discrete Mathematics*. 2014. vol.1. pp. 84-95. (In Russ.).
7. Demidenko G.V. et al. [Gene network regulatory circuit mathematical modeling]. *Zhurnal vych. matematiki i mat. Fiziki – Computational math. and math. physics*. 2004. Issue 44. vol. 12. pp. 2276–2295. (In Russ.).
8. Grigorenko E.D., Evdokimov A.A., Likhoshvai V.A., Lobareva I.A. [Stationary points and cycles of automatic mappings modeling gene network functioning]. *Vestnik TGU. Prilozhenie – Herald of TSU. Application*. 2005. vol. 14. pp. 206–212. (In Russ.).
9. Kutumova E.O., Evdokimov A.A. Reversible states of functioning the regulatory circuits discrete models the gene nets. *Vestnik TGU. Upravlenie, vych. tehnika i informatika – TSU Journal of Control and Computer Science*. 2011. vol. 14(1). pp. 85–94.
10. Nazhmidenova A.M., Perezhugin A.L. [Discrete dynamic system on double circulant]. *Diskretnyi analiz i issledovanie operatsii – Discrete analysis and operations research*. 2014. vol. 21(4). pp. 80–88. (In Russ.).
11. Evdokimov A.A., Kochemazov S.E. Otpuschennikov I.V., Semenov A.A. [Dynamical properties of some discrete automaton mappings defined by random graphs]. *Prikladnaja diskretnaja matematika. Prilozhenie – Applied Discrete Mathematics. Application*. 2013. vol. 6. pp. 75–76. (In Russ.).
12. Evdokimov A.A., Kochemazov S.E. Otpuschennikov I.V., Semenov A.A. [Analysis of discrete automaton models of gene networks with irregular structure using symbolic algorithms]. *Diskretnyi analiz i issledovanie operatsii – Discrete analysis and operations research*. 2014. vol. 21(3). pp. 25–40. (In Russ.).
13. Batueva Ts.Ch.-D. [Properties of gene networks with threshold functions]. *Prikladnaja diskretnaja matematika. Prilozhenie – Applied Discrete Mathematics. Application*. 2013. vol. 6. pp. 72–73. (In Russ.).
14. Batueva Ts.Ch.-D. [Discrete dynamic systems of a circulant type with threshold function in the vertices]. *Diskretnyi analiz i issledovanie operatsii – Discrete analysis and operations research*. 2014. vol. 21(4). pp. 25–32. (In Russ.).
15. Bykov I.S. [Functioning of discrete dynamic circulant-type systems with threshold functions]. *Prikladnaja diskretnaja matematika – Applied Discrete Mathematics*. 2014. vol. 4. pp. 84-95. (In Russ.).
16. Zolotykh N.Yu., Shevchenko V.N. [Deciphering of threshold functions of k-valued logic]. *Diskretnyi analiz i issledovanie operatsii – Discrete analysis and operations research*. 1995. Issue 2. vol. 3. pp. 18–23. (In Russ.).

И.С. КИПЯТКОВА, А.А. КАРПОВ  
**РАЗНОВИДНОСТИ ГЛУБОКИХ ИСКУССТВЕННЫХ  
НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ СИСТЕМ РАСПОЗНАВАНИЯ РЕЧИ**

*Кипяткова И.С., Карпов А.А. Разновидности глубоких искусственных нейронных сетей для систем распознавания речи.*

**Аннотация.** В статье представлен аналитический обзор основных разновидностей акустических и языковых моделей на основе искусственных нейронных сетей для систем автоматического распознавания речи. Рассмотрены гибридный и тандемный подходы объединения скрытых марковских моделей и искусственных нейронных сетей для акустического моделирования, описано построение языковых моделей с применением сетей прямого распространения и рекуррентных нейросетей. Обзор исследований в данной области показывает, что применение искусственных нейронных сетей как на этапе акустического, так и на этапе языкового моделирования позволяет снизить ошибку распознавания слов.

**Ключевые слова:** автоматическое распознавание речи, нейронные сети, акустические модели, модели языка.

**1. Введение.** Процесс автоматического преобразования речи в текст может быть представлен как поиск наиболее вероятной последовательности слов [1] по двум оценкам: акустической и языковой:

$$W = \operatorname{argmax}_W P(X|A) = \operatorname{argmax}_W P(A|W) \cdot P(W),$$

где  $P(A|W)$  — вероятность появления гипотезы по оценке акустической модели,  $P(W)$  — вероятность появления гипотезы  $W$  по оценке языковой модели.

Для акустического моделирования речи обычно используются скрытые марковские модели (СММ), при этом каждый аллофон (звук речи) представляется одной непрерывной СММ первого порядка. Модель фонемы чаще всего имеет три состояния: первое описывает начало фонемы, второе представляет центральную часть и третье — концовку. СММ слова получается путем соединения в цепочку моделей фонем из соответствующего фонематического алфавита. Аналогичным образом соединяются модели слов друг с другом, образуя модели фраз. Состояния СММ описываются посредством смесей гауссовских распределений плотностей вероятностей (Gaussian mixture model; GMM), обеспечивающих достаточно полное покрытие возможных вариантов произношения фонем с учетом фонетических

контекстов и междикторских различий [2]. Цель обучения акустических моделей, основанных на СММ — по обучающей последовательности наблюдений определить такие параметры модели, с которыми вероятность появления этой последовательности была бы максимальной [3]. В качестве акустических единиц в системах распознавания речи могут использоваться контекстно-независимые фонемы или контекстно-зависимые фонемные реализации. Преимуществом использования контекстно-зависимых единиц является их способность моделировать эффекты коартикуляции между соседними звуками, поэтому в современных системах распознавания речи контекстно-независимые модели (монофоны), которые соответствуют фонологическим единицам фонемного набора, часто заменяются контекстно-зависимыми моделями (трифонами). СММ — наиболее широко распространенный способ моделирования акустических единиц, однако СММ не лишены недостатков, в частности они обладают слабыми дискриминативными способностями, то есть способностью разделять классы образов.

Наиболее распространенными моделями языка являются статистические модели на основе  $n$ -грамм слов, которые оценивают вероятность появления цепочки слов  $W = (w_1, w_2, \dots, w_m)$  в некотором тексте.  $n$ -граммы представляют собой последовательность из  $n$  элементов (например, слов), а  $n$ -граммная модель языка используется для предсказания элемента в последовательности, содержащей  $n-1$  предшественников [4]. Кроме того, было разработано достаточно много разновидностей статистических языковых моделей [5]. Недостаток  $n$ -граммных моделей в том, что они предсказывают слово, основываясь на предшествующем контексте определенной длины. Обычно берется контекст из трех слов (триграммы), реже — из четырех или пяти слов. Использование более длительного контекста проблематично, так как, во-первых, требует очень большого объема обучающих данных, а во-вторых, существенно увеличивает размер модели языка и, как следствие, скорость распознавания речи.

В последнее время в системах распознавания речи все чаще используются искусственные нейронные сети (ИНС), которые позволяют повысить точность распознавания речи по сравнению с базовыми моделями (СММ — в качестве акустических моделей; и  $n$ -граммы — в качестве моделей языка). Основные типы используемых в системах распознавания речи ИНС представлены на рисунке 1.

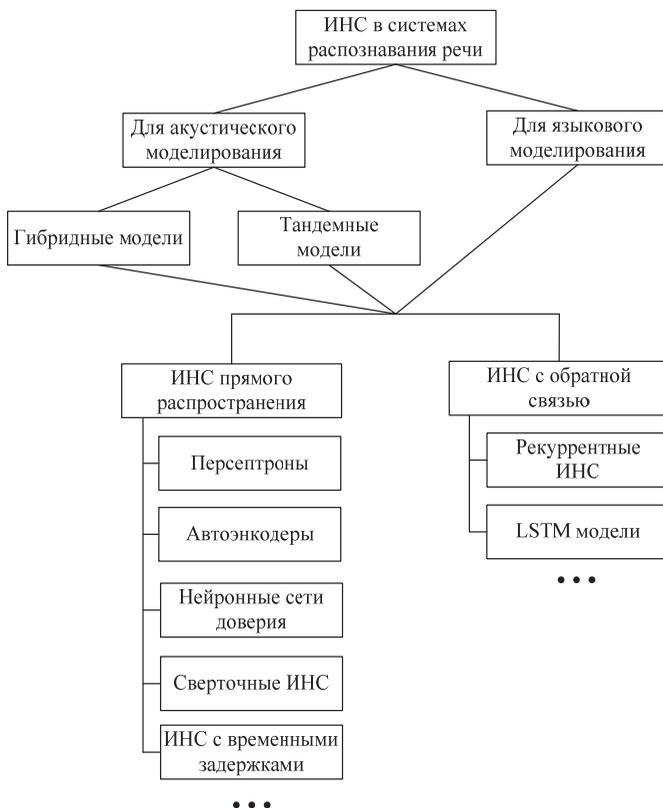


Рис. 1. Классификация ИНС, применяемых в системах распознавания речи

ИНС могут применяться как для акустического, так и для языкового моделирования, позволяя повысить точность распознавания. При акустическом моделировании, в зависимости от способа объединения СММ и ИНС, различают гибридные и тандемные нейросетевые модели (подробнее эти модели описаны в разделе 2). ИНС можно разделить на сети прямого распространения и сети с обратными связями. Существует достаточно много разновидностей ИНС, среди которых можно выделить основные виды: перцептроны, автоэнкодеры, сверточные ИНС (convolution neural network; CNN), ИНС с временными задержками (time delay neural network; TDNN), глубокие нейронные сети доверия (deep belief networks; DBN), ИНС с длительной кратковременной памятью (Long Short-Term Memory; LSTM). В данной ста-

ть приведен обзор основных современных нейросетевых акустических и языковых моделей.

**2. ИНС для акустического моделирования.** Во многих работах (например, [6]) было показано, что использование ИНС совместно со СММ позволяет повысить точность распознавания речи, при этом СММ обеспечивают возможность моделирования долговременных зависимостей, а ИНС — возможность дискриминантного обучения [7]. Акустические модели обычно строятся на основе глубоких ИНС (deep neural networks; DNN), которые представляют собой ИНС прямого распространения, содержащие более одного скрытого слоя между входным и выходным слоями. Для обучения ИНС обычно используется метод обратного распространения ошибки (backpropagation).

Существует множество методов по объединению ИНС и СММ. Основных методов два: 1) построение гибридных моделей СММ/ИНС; 2) построение тандемных моделей. В гибридных системах нейронные сети используются для получения апостериорных вероятностей СММ. Архитектура гибридной модели представлена на рисунке 2.

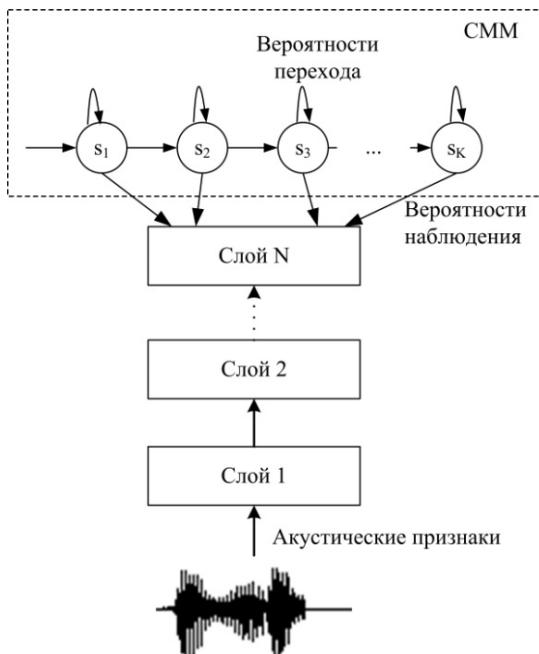


Рис.2. Архитектура гибридной СММ/ИНС модели

В методе тандема выходные данные нейронной сети используются как дополнительный поток признаков для обучения СММ. Архитектура модели, использующей метод тандема, представлена на рисунке 3.

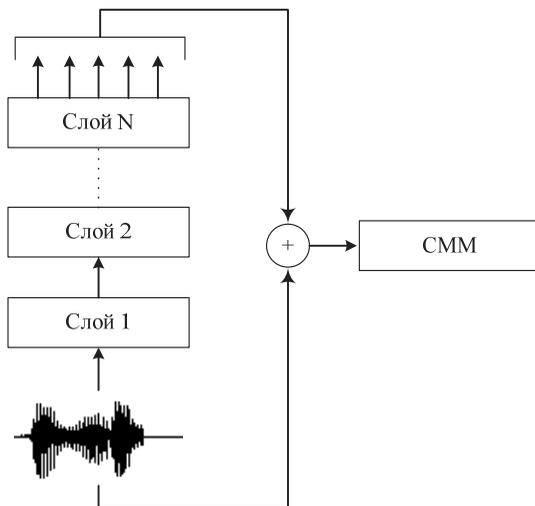


Рис. 3. Архитектура модели с использованием тандемного метода

Для увеличения точности распознавания часто используется метод «узкого горла» (bottleneck). Нейронная сеть с «узким горлом» представляет собой многослойную нейронную сеть, в которой средний слой имеет меньшее число элементов. Входными данными для нейронной сети являются стандартные признаки, такие как мел-частотные кепстральные коэффициенты (mel-frequency cepstral coefficients; MFCC) или коэффициенты перцептивного линейного предсказания (perceptual linear prediction; PLP). После обучения слои, находящиеся за слоем «узкого горла», удаляются. Выходные данные нейронов в слое «узкого горла» служат в качестве акустических признаков для стандартных систем распознавания речи, использующих СММ. Зачастую эти признаки применяются совместно со стандартными признаками путем простого объединения соответствующих векторов, т.е. используются в тандемных моделях.

Исследования по объединению ИНС и СММ для акустического моделирования начались еще в конце 1980-х годов [8]. Однако в то время такие исследования не получили широкого распространения, поскольку обучение ИНС является ресурсоемкой задачей и требует

высокопроизводительных компьютеров. В последнее время в связи с увеличением вычислительной мощности компьютеров применение ИНС в системах распознавания речи, в том числе и для акустического моделирования, приобретает все большую популярность. Разработка платформы параллельных вычислений с использованием графического процессора NVidia CUDA позволила существенно сократить время обучения глубоких ИНС на данных большого объема, что способствовало еще большему распространению нейросетевых моделей в системах распознавания речи [9].

Например, в [10] предложены СММ на основе контекстно-зависимых глубоких нейронных сетей, которые объединяют классические СММ на искусственных нейронных сетях с традиционным контекстно-зависимым акустическим моделированием и предварительным обучением на глубоких ИНС. Эффективность предложенных моделей была проверена на задаче транскрибирования телефонных разговоров: при применении СММ на основе контекстно-зависимых глубоких нейронных сетей ошибка распознавания слов (word error rate; WER) сократилась с 27,4% до 18,5%.

В работе [11] предложена контекстно-зависимая модель для распознавания речи с большим словарем, основанная на глубоких нейронных сетях доверия, которые имеют ненаправленные связи между двумя верхними слоями и направленные связи между остальными слоями и слоем, лежащим выше. В данной работе использовалась гибридная СММ/ИНС модель обучения нейронных сетей. В работе показано, что гибридная модель способна превосходить контекстно-зависимые модели, построенные с использованием гауссовских смесей, по точности распознавания: точность распознавания фраз повысилась на 5,8%.

Применение тандемного подхода для обучения акустических моделей представлено в [12]. Входными данными для нейронной сети являлось окно из последующих векторов признаков (в данном случае — 9 фреймов), которое обеспечивало классификатору временной контекст. Обучение нейронной сети осуществлялось в соответствии с обычной процедурой, используемой для гибридной модели СММ/ИНС, а затем признаки, извлеченные из сети, поступали на вход процедуры обучения СММ. Обучение осуществлялось в соответствии со стандартной процедурой максимизации ожидания. В работе было получено уменьшение ошибки распознавания слов на 31%.

В [13] исследовалась возможность получения признаков непосредственно из нейронной сети без преобразования выходных вероятностей к признакам, подходящим для СММ. Были проведены эксперименты с применением пятислойного перцептрона (multilayer

perceptron; MLP) с «узким горлом» в среднем слое. После обучения сети выходные данные из слоя «узкого горла» были использованы как признаки для системы распознавания речи. При этом было получено увеличение точности распознавания при использовании этих признаков вместо вероятностных признаков; кроме того, уменьшился размер модели, поскольку использовалась только часть нейронной сети.

В работе [14] описано исследование, какие параметры ИНС наиболее важны для работы системы распознавания речи. Было показано, что с увеличением размера и глубины модели эффективность растет только до определенных пределов. Кроме того, было выполнено сравнение стандартных глубоких ИНС, сверточных ИНС и глубоких локально-объединенных ИНС, которое показало, что глубокие локально-объединенные ИНС (deep locally untied neural networks; DLUNNs) позволяют существенно повысить точность распознавания.

Система распознавания детской речи на итальянском языке с нейросетевыми акустическими моделями, построенная с использованием программных средств Kaldi, описана в работе [15]. Были исследованы две реализации обучения ИНС: Керела [16] и Дэна [17]. Результаты распознавания речи, полученные с применением реализации Керела, были немного лучше, но обе реализации позволили повысить точность распознавания по сравнению с результатами, полученными без применения ИНС.

Обучение нейросетевых акустических моделей с использованием платформы CUDA для системы распознавания сербской речи представлено в [18]. Обучение акустических моделей и тестирование системы распознавания проводилось с использованием программных средств Kaldi. В ходе экспериментов по распознаванию речи было получено относительное сокращение ошибки распознавания слов на 15-22% в зависимости от тестовых данных.

В работе [19] обучение нейросетевых акустических моделей осуществлялось с помощью программных средств Kaldi (<http://kaldi-asr.org/>) и PDNN (Python deep learning toolkit). PDNN — программное средство для обучения нейронных сетей, разработанное под программную среду Theano (<http://deeplearning.net/software/theano/>). Обучение акустических моделей производилось следующим образом: вначале с помощью Kaldi создавались акустические модели, использующие гауссовские смеси GMM, затем с помощью PDNN выполнялось обучение глубокой нейронной сети, и наконец обученные нейросетевые модели загружались в Kaldi для распознавания речи. В статье описано четыре варианта реализации: 1) гибридная модель; 2) тандемная модель, использующая признаки, полученные от слоя «узкого горла»;

3) совместное использование методов (1) и (2); 4) гибридная модель на базе сверточной нейронной сети.

Сверточная нейронная сеть состоит из одной или более пар сверточных и объединяющих (pooling) слоев. Архитектура сверточной нейронной сети показана на рисунке 4 [20]. В сверточной нейронной сети сигнал активации каждого нейрона вычисляется путем умножения небольшой части входных данных (например,  $v_1, v_2, v_3$ ) на матрицу весов  $\mathbf{W}$ . Затем матрица весов сдвигается для следующей части входных данных, таким образом происходит сдвиг матрицы весов по всему пространству входных признаков. На выходе слоя формируется карта признаков. Объединяющий слой выполняет понижение размерности входной карты признаков путем выбора максимального элемента. Объединяющий слой позволяет уменьшить влияние дикторской вариативности на параметры модели. Сверточная нейронная сеть для акустического моделирования использовалась в работе [21], где исследовалась нейросетевая адаптация к контексту сверточных нейронных сетей, которая позволила сократить относительную ошибку распознавания на 6%.

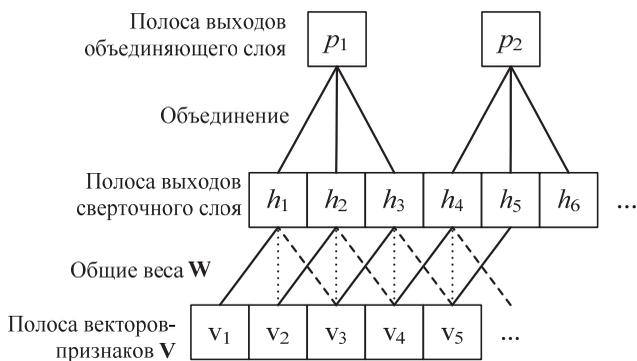


Рис. 4. Архитектура сверточной нейронной сети

Для акустического моделирования также применяются ИНС с временными задержками, которые представляет собой многослойную нейронную сеть прямого распространения, узлы которой модифицированы введением временных задержек [22]. Пример узла с  $N$  задержками показан на рисунке 5. На рисунке  $U_1 \dots U_J$  — входы узла; каждый из  $J$  входов умножается на соответствующий весовой коэффициент  $w$ ;  $D_1 \dots D_n$  — временные задержки  $F$  — активационная функция [23]. Таким образом, в ИНС встраивается кратковременная память. Введение временной задержки позволяет сделать ИНС инвариантной к временным сдвигам. В работе [24] использование ИНС с временными за-

держками позволило получить относительное уменьшение ошибки распознавания слов на 2,6 %.

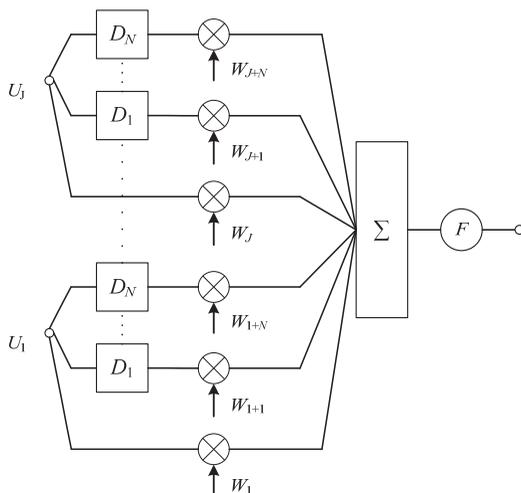


Рис. 5. Пример узла ИНС с временными задержками

Еще одним типом нейронных сетей являются рекуррентные ИНС. Наличие обратной связи наделяет ИНС памятью, благодаря чему появляется возможность моделировать динамические процессы [25]. Одним из типов рекуррентных ИНС, применяемых для акустического моделирования, является сеть LSTM, содержащая специальные элементы, называемые блоками памяти [26]. Блоки памяти содержат ячейки, которые хранят временное состояние сети, а также мультипликативные элементы, называемые гейтами (gates), управляющие потоком информации. Каждый блок памяти содержит входной и выходной гейты, а также гейт забывания. Пример блока памяти сети LSTM показан на рисунке 6 [27]. На рисунке  $x_t$  — входной вектор в момент времени  $t$ ,  $h_t$  — выходной вектор. Ячейка сети LSTM может рассматриваться как сложный элемент сети, способный запоминать информацию на длительное время. Гейты определяют, когда входная информация существенна и ее необходимо запомнить, когда следует продолжать запоминать или забыть информацию и когда следует информацию подать на выход. В работе [27] было показано, что применение LSTM в гибридной ИНС/СММ модели позволяет снизить ошибку распознавания слов по сравнению с применением глубоких ИНС.

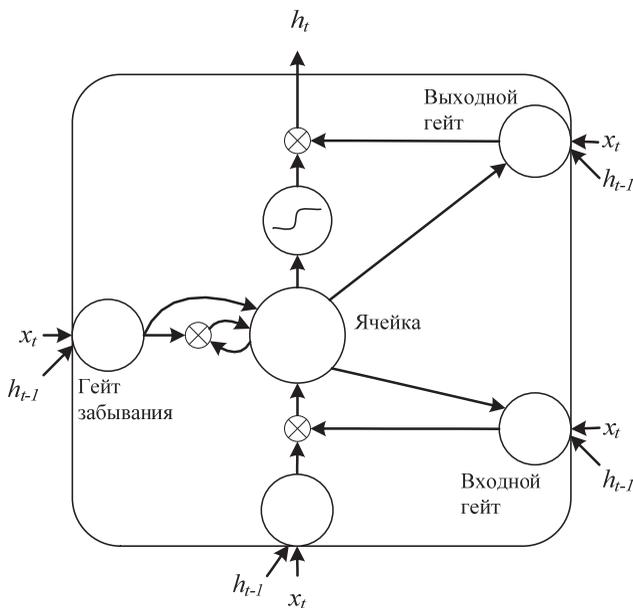


Рис. 6. Пример блока памяти сети LSTM

В последнее время возникают попытки построения так называемых end-to-end систем преобразования речи в текст, использующих только ИНС, без обучения СММ моделей. End-to-end системы состоят из двух подмодулей: кодировщик и декодер. Кодировщик читает входной сигнал, вычисляет признаки сигнала и преобразует его в промежуточное параметрическое представление. Декодер преобразует параметрическое представление сигнала в последовательность символов. В работе [28] end-to-end система была построена на базе сверточной нейронной сети и метода нейросетевой темпоральной классификации (Connectionist Temporal Classification; CTC) [29]. Разработанный подход тестировался для задачи распознавания фонем, при этом ошибка распознавания фонем составила 18,2%. Сеть LSTM применялась для построения end-to-end системы, описанной в работе [30]. Без использования лингвистической информации ошибка распознавания слов составила 27,3%, применение словаря позволило снизить ошибку до 21,9%, с триграммной моделью языка ошибка распознавания слов составила 8,2%.

В России также ведутся исследования по применению нейронных сетей для систем распознавания речи, хотя таких работ еще немного. Система распознавания слитной русской речи с глубокими нейронными сетями доверия описана в работе [31]. Для распознавания

речи был применен метод, использующий преобразователи на основе конечных автоматов. Было показано, что предложенный метод позволяет повысить точность распознавания речи по сравнению со скрытыми марковскими моделями.

Еще одно исследование применения глубоких ИНС в системе распознавания русской речи представлено в работе [32], где был предложен метод адаптации к голосу диктора с использованием гибридных контекстно-зависимых ИНС/СММ моделей, основанный на использовании в качестве входных данных для ИНС признаков, вычисленных с помощью модели на гауссовских смесях. Было получено относительное сокращение ошибки распознавания слов на 5-36% в зависимости от адаптационного набора речевых данных.

Нейросетевое моделирование русской речи с использованием графического процессора представлено в работе [33], в которой предложены два подхода к распознаванию спонтанной русской речи: адаптация глубокой нейронной сети с применением метода  $i$ -векторов и дикторозависимые признаки, полученные на слое «узкого горла». Эти методы позволили получить относительное уменьшение количества неправильно распознанных слов на 8,6% и 11,9% соответственно.

Возможность создавать нейросетевые акустические модели есть в наиболее распространенных пакетах современных программных средств для разработки систем автоматического распознавания речи, таких как Kaldi [34], RWTH ASR (RASR) [35], НТК v3.5 [36]. Данные пакеты программных средств позволяют обучать как гибридные, так и тандемные акустические модели, ИНС различной топологии с различными типами активационных функций, использовать нейросетевые акустические модели для распознавания речи.

**3. ИНС для языкового моделирования.** Для моделирования языка используются ИНС как прямого распространения, так и рекуррентные. Архитектура сети прямого распространения представлена на рисунке 7 [37]. В ИНС прямого распространения входной слой сети представляет собой историю из  $n-1$  слов, предшествующих данному слову. Каждое слово из словаря ассоциировано с вектором длиной  $V$  (размер словаря), где только одно значение, соответствующее индексу данного слова в словаре, равно 1, а все остальные значения равны 0. Слой, сформированный путем объединения векторов слов, называется проекционным слоем. Основным недостатком таких сетей является то, что для предсказания слова они используют предшествующий контекст определенной длины.

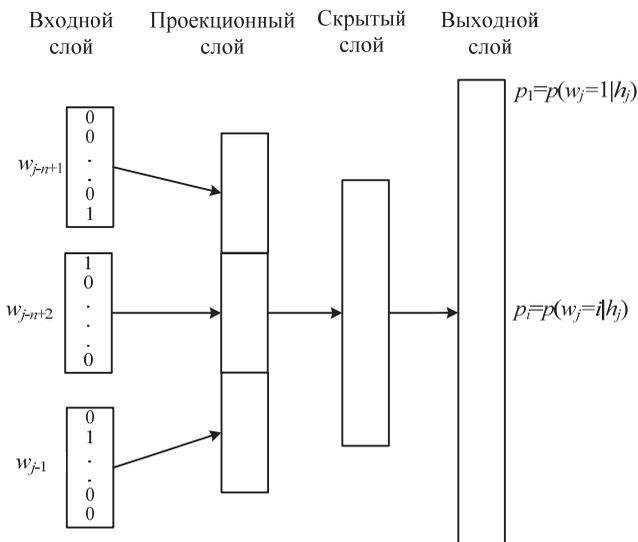


Рис. 7. Архитектура ИНС прямого распространения

Рекуррентная ИНС впервые была предложена в работе [38]. В рекуррентной искусственной нейронной сети (РИНС) скрытый слой хранит всю предыдущую историю, таким образом, размер контекста неограничен. Архитектура РИНС для языкового моделирования представлена на рисунке 8 [39].

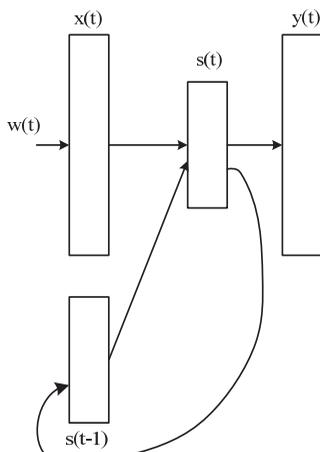


Рис. 8. Архитектура рекуррентной нейронной сети

Сеть имеет входной слой  $x$ , скрытый слой  $s$  (также называемый контекстным слоем или состоянием) и выходной слой  $y$ . Входной слой состоит из вектора  $x(t)$ , который является объединением вектора  $w(t)$ , представляющим собой текущее слово, и вектора  $s(t-1)$ , который представляет собой выходные значения скрытого слоя, полученные на предыдущем шаге. Размер вектора  $w(t)$  равен размеру словаря. Выходной слой  $y(t)$  имеет такую же размерность, как и  $w(t)$ , и после обучения нейронной сети представляет собой вероятностное распределение следующего слова при данном предыдущем слове и состоянии скрытого слоя в предшествующий временной шаг. Размер скрытого слоя обычно выбирается эмпирически. Входной, скрытый и выходной слои вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned} s(t) &= w(t) + s(t-1); \\ s_j(t) &= f\left(\sum_i x_i(t)u_{ji}\right); \\ y_k(t) &= g\left(\sum_j s_j(t)u_{kj}\right); \end{aligned}$$

где  $f(z)$  — сигмоидальная активационная функция:

$$f(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}},$$

$g(z)$  — функция softmax:

$$g(z_m) = \frac{e^{z_m}}{\sum_k e^{z_k}}.$$

Применение ИНС для языкового моделирования впервые было представлено в работе [40]. В статье проводится сравнение модели языка на основе ИНС с  $n$ -граммной моделью со сглаживанием Kneser-Neu, обученной на корпусе объемом до 600 млн слов. Модель языка на ИНС была построена не для всего словаря, а только для наиболее частых слов. Предложен алгоритм для обучения нейронной сети с использованием большого обучающего корпуса: для каждого цикла обучения использовалась случайным образом выбранная часть текста. Распознавание речи выполнялось с использованием  $n$ -граммной модели языка, нейросетевая модель языка применялась для переоценки решетки слов (гипотез распознавания фраз). Сокращение ошибки распознавания слов составило 0,5%.

РИНС для модели языка была использована и в работе [39]. Для сокращения времени обучения было предложено объединять редкие

слова (слова с частотой встречаемости меньше заданного порога) в отдельный класс. Эксперименты по распознаванию речи проводились с использованием базовой 5-граммной модели языка со сглаживанием Kneser-Ney, а модель языка на РИНС применялась на этапе переоценки списка лучших 100 гипотез. РИНС позволила уменьшить коэффициент неопределенности (perplexity) модели языка на 50% по сравнению с 5-граммной моделью языка и сократить процент неправильно распознанных слов на 18% в относительных значениях.

В работе [41] проводится сравнение моделей языка, построенных с помощью ИНС прямого распространения и рекуррентной ИНС. Было использовано три различных реализации модели языка на нейронных сетях: 1) программные средства LMSI для создания ИНС прямого распространения, в которой выходной слой ограничен наиболее частыми словами; 2) ИНС прямого распространения с кластеризацией (используется весь словарь); 3) РИНС с кластеризацией. Для обучения нейросетевых моделей языка использовался корпус, состоящий из 27 млн слов предметной области. Для кластеризации ИНС было определено 200 классов на основе относительной частоты слова. Размер скрытого слоя варьировался от 300 до 500 элементов в зависимости от производительности, полученной на отладочных данных. Модели языка на основе ИНС были интерполированы с  $n$ -граммной моделью. Наибольшее абсолютное уменьшение ошибки распознавания слов по сравнению с базовой системой составило 1,4% для отладочных данных и 1,3% для тестовых данных. Результаты экспериментов показали, что модели языка, построенные с использованием ИНС прямого распространения, работают хуже, чем рекуррентные ИНС. На тестовых данных РИНС показала улучшение на 0,4% по сравнению с использованием ИНС прямого распространения.

В [42] предложено три подхода к тому, как включить информацию о следующем слове в модель языка. Первый подход — это модель прямого-обратного распространения, которая объединяет модели языка, построенные на ИНС, использующие предшествующие и последующие слова, при этом создается две модели языка: первая оценивает вероятности при прямом порядке слов, вторая — при обратном порядке; затем производится интерполяция созданных моделей. Второй подход — расширенная РИНС на основе максимума энтропии, которая объединяет информацию о следующем слове. Третий — это подход, использующий двухпроходное переменное переоценивание для декодирования, при этом вначале список  $N$  лучших гипотез переоценивается с помощью модели для прямого порядка слов и из него выбирается часть наилучших гипотез  $\alpha \cdot N$ , при  $\alpha \in (0,1)$ , затем полученный спи-

сок переоценивается с помощью модели с обратным порядком слов, и выбирается новый список гипотез  $N := \alpha \cdot N$ , эти шаги повторяются до тех пор, пока не останется одна наилучшая гипотеза. Модели языка были обучены на корпусе размером 37 млн слов, размер словаря — 195 тыс. слов. Объединение трех подходов дало уменьшение количества неправильно распознанных слов с 16,83% до 14,44%.

В [43] описывается методика обучения нейросетевой модели языка на больших текстовых данных. Быстрое схождение в ходе обучения и лучшая производительность наблюдались, когда обучающие данные были сортированы по их значимости. Предложена модель максимума энтропии, которая может быть обучена как часть модели ИНС. Использование такой модели приводит к существенному сокращению вычислительной сложности. Относительное значение количества неправильно распознанных слов уменьшилось на 10% по сравнению с результатами, полученными с применением 4-граммной модели.

В работе [44] модель языка, основанная на РИНС, была применена на первом этапе декодирования для голосового поиска Bing voice search (Microsoft). В статье предложено применять модель языка на РИНС только в том случае, если предсказываемое слово имеет достаточно высокую оценку, вычисленную с применением  $n$ -граммной модели языка. Для сокращения времени обработки применяется кэш, выполненный как хеш-таблица, хранящая пары ключ-значение. Применение такой модели языка позволило сократить количество неправильно распознанных слов с 25,3% до 23,2%. Также модель языка на основе РИНС была применена для переоценки решетки распознавания, наилучшие результаты были получены, когда решетка создавалась с использованием модели языка на РИНС, интерполированной с базовой 4-граммной моделью, а затем переоценивалась с применением той же модели с коэффициентом интерполяции 0,3. В этом случае количество неправильно распознанных слов составило 22,7%.

Модель языка, использующая контексты разной длины, представлена в работе [45]. Эксперименты по распознаванию спонтанной речи с большим словарем показали улучшение при применении такой модели как по величине коэффициента неопределенности, так и по количеству неправильно распознанных слов.

Языковое моделирование на основе РИНС особенно актуально для русского языка, поскольку в русском языке практически свободный порядок слов в предложениях, в результате чего статистические  $n$ -граммные модели оказываются для него недостаточно эффективными. РИНС для моделирования русского языка была использована в работе [46]. Для обучения нейронной сети использовался текстовый корпус

объемом 40 млн словоупотреблений. Размер словаря составил 100 тыс. словоформ. Была выполнена интерполяция созданной модели с триграммной моделью и факторной моделью языка. Полученная модель была использована для переоценки списка лучших 500 гипотез, что позволило получить относительное уменьшение числа неправильно распознанных слов на 7,4%.

Еще одно исследование применения РИНС для моделирования русского языка представлено в работе [47]. Модели языка были обучены на корпусе объемом 350 млн словоупотреблений, размер словаря — 150 тыс. словоформ. В статье исследовались модели языка на базе РИНС с различным числом элементов в скрытом слое. Применение нейросетевых моделей языка, интерполированных с триграммной моделью, для переоценки списка лучших гипотез распознавания позволило получить относительное уменьшение числа неправильно распознанных слов на 14%.

В работе [48] нейронные сети применялись как на этапе акустического моделирования, так и на этапе создания модели языка. Для создания акустических моделей использовался метод тандема и гибридный метод СММ/ИНС. В качестве модели языка применялась факторная нейронная сеть, которая может использовать дополнительную лингвистическую информацию, такую как морфологические, синтаксические или семантические признаки. Распознавание речи осуществлялось с применением 4-граммной модели языка. Переоценка списка лучших  $N$  гипотез с помощью факторной модели языка позволила поднять точность на 1%.

Распознавание русской спонтанной речи с применением нейросетевых акустических и языковых моделей описано в работе [49]. Для акустического моделирования глубокая ИНС была обучена на дикторозависимых признаках, извлеченных из слоя «узкого горла», и объединена с двунаправленной LSTM моделью. Было обучено две нейросетевые модели языка: модель языка на РИНС и модель языка на РИНС с длительной кратковременной памятью. Декодирование осуществлялось с использованием 3-граммной модели языка, а нейросетевые модели языка применялись для переоценки списка лучших 100 гипотез. Примененные методы позволили получить относительное уменьшение ошибки распознавания слов на 34,7%.

Обучение и оценку как статистических моделей языка, так и моделей языка на базе РИНС позволяет выполнять программное средство RNNLM toolkit (Recurrent Neural Network Language Modeling Toolkit) [50]. Для сокращения скорости обучения нейронных сетей в RNNLM реализована факторизация выходного слоя: слова разбивают-

ся на классы в соответствии с их частотой. Вначале вычисляется распределение вероятностей для классов, затем — распределение вероятностей для слов, которые относятся к соответствующему классу. RNNLM позволяет производить оценку созданных моделей по показателю коэффициента неопределенности и выполнять переоценку списка лучших гипотез распознавания с использованием созданных моделей языка. RNNLM позволяет обучать РИНС только с одним скрытым слоем. Другое программное средство для создания нейросетевых моделей языка — TheanoLM [51], написанное с использованием библиотеки Theano, — позволяет обучать модели языка на базе сети LSTM. Еще одним преимуществом TheanoLM является возможность обучения моделей с использованием графического процессора, что существенно сокращает время обучения.

**5. Заключение.** В статье описаны основные методы создания акустических и языковых моделей на основе ИНС для систем автоматического распознавания речи, рассмотрены различные типы ИНС. В системах автоматического распознавания речи используются как ИНС прямого распространения, так и рекуррентные. Недостатком ИНС прямого распространения является сложность моделирования длительных последовательностей элементов, в этом плане их превосходят рекуррентные ИНС, позволяющие хранить предшествующий контекст данных неограниченной длины, однако время обучения таких сетей больше. Рекуррентные ИНС особенно эффективны для языкового моделирования, поскольку для предсказания слова используются все предшествующие слова во фразе. При акустическом моделировании ИНС используют совместно со СММ, создавая гибридную или тандемную модель. Такая модель позволяет объединять преимущества СММ и ИНС, при этом длительные временные зависимости моделируются с помощью СММ, поэтому для акустического моделирования ИНС прямого распространения являются достаточно эффективными. Приведенный обзор научных публикаций показывает, что применение ИНС позволяет повысить точность распознавания речи. При этом публикаций по применению ИНС в системах распознавания русской речи немного, поэтому необходимо проводить дальнейшие исследования по разработке нейросетевых моделей для систем автоматического распознавания русской речи.

### **Литература**

1. *Rabiner L., Juang B.* Speech Recognition. Chapter in Springer Handbook of Speech Processing // NY: Springer. 2008.
2. *Rabiner L., Juang B.-H.* Fundamentals of Speech Recognition // Prentice Hall. 1993. 507 p.

3. *Ронжин А.Л., Карпов А.А., Ли И.В.* Речевой и многомодальный интерфейсы // М.: Наука. 2006. 173 с.
4. *Джеллинек Ф.* Распознавание непрерывной речи статистическими методами // Труды института инженеров по электронике и радиотехнике. 1976. Т. 64. № 4. С. 131–160.
5. *Княткова И.С., Карпов А.А.* Разработка и исследование статистической модели русского языка // Труды СПИИРАН. 2010. Вып. 1(12). С.35–49.
6. *Hinton G. et al.* Deep neural networks for acoustic modeling in speech recognition: The shared views of four research groups // IEEE Signal Processing Magazine. 2012. vol. 29. no. 6. pp. 82–97.
7. *Маковкин К.А.* Гибридные модели – Скрытые марковские модели/Многослойный перцептрон и их применение в системах распознавания речи. Обзор // Речевые технологии. 2012. № 3. С. 58–83.
8. *Yu D., Deng L.* Automatic Speech Recognition - A Deep Learning Approach // Springer. 2015. 322 p.
9. *Deng L.* Deep learning: from speech recognition to language and multimodal processing // APSIPA Transactions on Signal and Information Processing. 2016. vol 5. pp. 1–15.
10. *Seide F., Li G., Yu D.* Conversational speech transcription using context-dependent deep neural networks // Proceedings of Interspeech. 2011. pp. 437–440.
11. *Dahl G., Yu D., Deng L., Acero A.* Context-dependent pre-trained deep neural networks for large vocabulary speech recognition // IEEE Transactions on Audio, Speech and Language Processing. 2012. vol. 20. no. 1. pp. 30–42.
12. *Ellis D.P.W., Singh R., Sivasdas S.* Tandem Acoustic Modeling in Large-Vocabulary Recognition // Proceedings of ICASSP. 2001.
13. *Grezl F., Karafiat M., Kontar S., Cernocky J.* Probabilistic and bottle-neck features for LVCSR of meetings // Proceedings of ICASSP. 2007. pp. 757–760.
14. *Maas A.L. et al.* Building DNN Acoustic Models for Large Vocabulary Speech Recognition // preprint arXiv:1406.7806. 2015. URL: <http://arxiv.org/pdf/1406.7806.pdf> (дата обращения: 14.09.2016).
15. *Cosi P.* A KALDI-DNN-based ASR system for Italian // Proceedings of IEEE International Joint Conference on Neural Networks IJCNN'2015. 2015. pp. 1–5.
16. *Vesely K. et al.* Sequence-discriminative training of deep neural networks // Proceedings of INTERSPEECH'2013. 2013. pp. 2345–2349.
17. *Povey D., Zhang X., Khudanpur S.* Parallel training of DNNs with natural gradient and parameter averaging // preprint arXiv:1410.7455. 2014. URL: <http://arxiv.org/pdf/1410.7455v8.pdf> (дата обращения: 14.09.2016).
18. *Popović B. et al.* Deep Neural Network Based Continuous Speech Recognition for Serbian Using the Kaldi Toolkit // Proceedings of the 17th International Conference on Speech and Computer (SPECOM-2015). Springer. 2015. LNAI 9319. pp. 186–192.
19. *Miao Y.* Kaldi+ PDNN: building DNN-based ASR systems with Kaldi and PDNN // arXiv preprint arXiv:1401.6984. 2014. URL: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1401/1401.6984.pdf> (дата обращения: 14.09.2016).
20. *Sainath T.N., Mohamed A.R., Kingsbury B., Ramabhadran B.* Deep convolutional neural networks for LVCSR // Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2013. pp. 8614–8618.
21. *Delcroix M. et al.* Context adaptive neural network for rapid adaptation of deep CNN based acoustic models // Proceedings of INTERSPEECH-2016. 2016. pp. 1573–1577.
22. *Гапочкин А.В.* Нейронные сети в системах распознавания речи // Science Time. 2014. № 1(1). pp. 29–36.

23. *Waibel A. et al.* Phoneme recognition using time-delay neural networks // IEEE Transactions on acoustics, speech, and signal processing. 1989. vol. 37. no. 3. pp. 328–339.
24. *Peddinti V., Povey D., Khudanpur S.* A time delay neural network architecture for efficient modeling of long temporal contexts // Proceedings of INTERSPEECH-2015. 2015. pp. 2440–2444.
25. *Тампель И.Б.* Автоматическое распознавание речи – основные этапы за 50 лет // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Т. 15. № 6. С 957–968.
26. *Hochreiter S., Schmidhuber J.* Long short-term memory // Neural computation. 1997. vol. 9. no. 8. pp. 1735–1780.
27. *Geiger J.T. et al.* Robust speech recognition using long short-term memory recurrent neural networks for hybrid acoustic modelling // Proceedings of INTERSPEECH-2014. 2014. pp. 631–635.
28. *Zhang Y. et al.* Towards End-to-End Speech Recognition with Deep Convolutional Neural Networks // Proceedings of INTERSPEECH-2016. 2016. pp. 410–414.
29. *Graves A., Fernandez S., Gomez F., Schmidhuber J.* Connectionist temporal classification: labelling unsegmented sequence data with recurrent neural networks // Proceedings of the 23rd international conference on Machine learning. 2006. pp. 369–376.
30. *Graves A., Jaitly N.* Towards End-To-End Speech Recognition with Recurrent Neural Networks // Proceedings of 31st International Conference on Machine Learning. 2014. vol. 14. pp. 1764–1772.
31. *Зулкарнеев М.Ю., Репалов С.А., Шамраев Н.Г.* Система распознавания русской речи, использующая глубокие нейронные сети и преобразователи на основе конечных автоматов // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 2013. № 10. С. 40–46.
32. *Tomashenko N., Khokhlov Y.* Speaker adaptation of context dependent deep neural networks based on MAP-adaptation and GMM-derived feature processing // Proceedings of INTERSPEECH-2014. 2014. pp. 2997–3001.
33. *Prudnikov A. et al.* Improving Acoustic Models for Russian Spontaneous Speech Recognition // Speech and Computer (SPECOM 2015). Springer International Publishing. 2015. LNAI 8113. pp. 234–242.
34. *Povey D. et al.* The Kaldi speech recognition toolkit // IEEE Workshop on Automatic Speech Recognition and Understanding ASRU. 2011.
35. *Rybach D. et al.* RASR - The RWTH Aachen University Open Source Speech Recognition Toolkit // IEEE Automatic Speech Recognition and Understanding Workshop (ASRU). 2011.
36. *Zhang C., Woodland P.C.* A general artificial neural network extension for HTK // Proceedings of INTERSPEECH-2015. 2015. pp. 3581–3585.
37. *Gandhe A., Metz F., Lane I.* Neural Network Language Models for Low Resource Languages // Proceedings of INTERSPEECH-2014. 2014. pp. 2615–2619.
38. *Elman J.L.* Finding Structure in Time // Cognitive Science. 1990. vol. 14. pp. 179–211.
39. *Mikolov T. et al.* Recurrent neural network based language model // Proceedings of INTERSPEECH'2010. 2010. pp. 1045–1048.
40. *Schwenk H., Gauvain J.-L.* Training Neural Network Language Models On Very Large Corpora // Proceedings of Conference on Empirical Methods on Natural Language Processing. 2005. pp. 201–208.
41. *Sundermeyer M. et al.* Comparison of Feedforward and Recurrent Neural Network Language Models // Proceedings of ICASSP'2013. 2013. pp. 8430–8434.

42. *Shi Y., Larson M., Wiggers P., Jonker C.M.* Exploiting the Succeeding Words in Recurrent Neural Network // Proceedings of INTERSPEECH'2013. 2013. pp. 632–636.
43. *Mikolov T. et al.* Strategies for Training Large Scale Neural Network Language Models // Proceedings of ASRU'2011. 2011. pp. 196–201.
44. *Huang Z., Zweig G., Dumoulin B.* Cache based recurrent neural network language model inference for first pass speech recognition // Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2014. pp. 6404–6408.
45. *Morioka T., Iwata T., Hori T., Kobayashi T.* Multiscale recurrent neural network based language model // Proceedings of INTERSPEECH-2015. 2015. pp. 2366–2370.
46. *Vazhenina D., Markov K.* Evaluation of advanced language modelling techniques for Russian LVCSR // Proceedings of SPECOM 2013. Springer. 2013. LNAI 8113. pp. 124–131.
47. *Kipyatkova I., Karpov A.* Recurrent Neural Network-based Language Modeling for an Automatic Russian Speech Recognition System // Proceedings of International Conference AINL-ISMW FRUCT 2015. 2015. pp. 33–38.
48. *Bell P. et al.* A lecture transcription system combining neural network acoustic and language models // Proceedings of INTERSPEECH'2013. 2013. pp. 3087–3091.
49. *Medennikov I., Prudnikov A.* Advances in STC Russian Spontaneous Speech Recognition System // Speech and Computer. Springer. Proceedings of SPECOM-2016. 2016. LNAI 9811. pp. 116–123.
50. *Mikolov T. et al.* RNNLM - Recurrent Neural Network Language Modeling Toolkit // Proceedings of the 2011 ASRU Workshop. 2011. pp. 196–201.
51. *Enarvi S., Kurimo M.* TheanoLM-An Extensible Toolkit for Neural Network Language Modeling // arXiv preprint arXiv:1605.00942. 2016. URL: <https://arxiv.org/pdf/1605.00942v2.pdf> (дата обращения: 12.10.2016).

**Кипяткова Ирина Сергеевна** — к-т техн. наук, старший научный сотрудник лаборатории речевых и многомодальных интерфейсов, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН). Область научных интересов: автоматическое распознавание речи, статистические модели языка, нейронные сети. Число научных публикаций — 65. [kipyatkova@iias.spb.su](mailto:kipyatkova@iias.spb.su); 14-я линия В.О., д. 39, г. Санкт-Петербург, 199178; р.т.: +7(812)328-0421, Факс: +7(812)328-0421.

**Карпов Алексей Анатольевич** — д-р техн. наук, доцент, заведующий лабораторией речевых и многомодальных интерфейсов, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН). Область научных интересов: речевые технологии, многомодальные интерфейсы, автоматическое распознавание речи, аудиовизуальная обработка речи. Число научных публикаций — 250. [karпов@iias.spb.su](mailto:karпов@iias.spb.su); 14-я линия В.О., 39, Санкт-Петербург, 199178; р.т.: +7(812)328-0421, Факс: +7(812)328-0421.

**Поддержка исследований.** Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты № 15-07-04322 и 15-07-04415), совета по Грантам Президента РФ (проекты № МК-5209.2015.8 и МД-254.2017.8), а также бюджетных тем № 0073-2014-0005 и № 0073-2015-0007.

I.S. KIPYATKOVA, A.A. KARPOV  
**VARIANTS OF DEEP ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS FOR  
 SPEECH RECOGNITION SYSTEMS**

*Kipyatkova I.S., Karpov A.A. Variants of Deep Artificial Neural Networks for Speech Recognition Systems.*

**Abstract.** This paper presents a survey of basic methods for acoustic and language model development based on artificial neural networks for automatic speech recognition systems. The hybrid and tandem approaches for combination of Hidden Markov Models and artificial neural networks for acoustic modelling are given. The creation of language models using feedforward and recurrent neural networks is described. The survey of researches, conducted in this field, shows that application of artificial neural networks at the stages of both acoustic and language modeling allows decreasing word error rate.

**Keywords:** automatic speech recognition, neural networks, acoustic models, language models.

**Kipyatkova Irina Sergeevna** — Ph.D., senior researcher, Laboratory of Speech and Multimodal Interfaces St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences (SPIIRAS). Research interests: automatic speech recognition, statistical language models. The number of publications — 65. kipyatkova@iias.spb.su; 39, 14-th Line V.O., St. Petersburg, 199178, Russia; office phone: +7(812)328-0421, Fax: +7(812)328-0421.

**Karpov Alexey Anatolievich** — Ph.D., Dr. Sci., associate professor, head of the speech and multimodal interfaces laboratory, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences (SPIIRAS). Research interests: automatic speech recognition, multimodal interfaces, audio-visual speech recognition. The number of publications — 250. karpov@iias.spb.su; 39, 14-th Line V.O., St. Petersburg, 199178, Russia; office phone: +7(812)328-0421, Fax: +7(812)328-0421.

**Acknowledgements.** This research is partially supported by the Council for Grants of the President of the Russian Federation (projects No. MK-5209.2015.8 and MD-254.2017.8), by the Russian Foundation for Basic Research (projects No. 15-07-04415 and 15-07-04322), and by state research № 0073-2014-0005 and № 0073-2015-0007.

### References

1. Rabiner L., Juang B. Speech Recognition. Chapter in Springer Handbook of Speech Processing. NY: Springer. 2008.
2. Rabiner L., Juang B.-H. Fundamentals of Speech Recognition. Prentice Hall. 1993. 507 p.
3. Ronzhin A.L., Karpov A.A., Li I.V. *Rechevoj i mnogomodal'nyj interfejsy* [Speech and multimodal interfaces]. M.: Nauka. 2006. 173 p. (In Russ.).
4. Jelinek F. [Continuous Speech Recognition by Statistical Methods]. *Trudy instituta inzhenerov po jelektronike i radiotehnike – Proceedings of the Engineers Institute for Electrical and Electronics Engineers*. 1976. vol. 64. no. 4. pp. 131–160. (In Russ.).
5. Kipyatkova I.S., Karpov A.A. [Development and Research of a Statistical Russian Language Model]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2010. vol. 12. pp. 35–49. (In Russ.).

6. Hinton G. et al. Deep neural networks for acoustic modeling in speech recognition: The shared views of four research groups. *IEEE Signal Processing Magazine*. 2012. vol. 29. no. 6. pp. 82–97.
7. Makovkin K.A. [Hybrid models – Hidden Markov Models/Multilayer perceptron and their application in speech recognition systems. Servey]. *Rechevye tehnologii – Speech Technology*. 2012. vol. 3. pp. 58–83. (in Russ.).
8. Yu D., Deng L. Automatic Speech Recognition – A Deep Learning Approach. Springer. 2015. 322 p.
9. Deng L. Deep learning: from speech recognition to language and multimodal processing. *APSIPA Transactions on Signal and Information Processing*. 2016. vol 5. pp. 1–15.
10. Seide F., Li G., Yu D. Conversational speech transcription using context-dependent deep neural networks. Proceedings of Interspeech. 2011. pp. 437–440.
11. Dahl G., Yu D., Deng L., Acero A. Context-dependent pre-trained deep neural networks for large vocabulary speech recognition. *IEEE Transactions on Audio, Speech and Language Processing*. 2012. vol. 20. no. 1. pp. 30–42.
12. Ellis D. P. W., Singh R., Sivasdas S. Tandem Acoustic Modeling in Large-Vocabulary Recognition. Proceedings of ICASSP. 2001.
13. Grezl F., Karafiat M., Kontar S., Cernocky J. Probabilistic and bottle-neck features for LVCSR of meetings. Proceedings of ICASSP. 2007. pp. 757–760.
14. Maas A.L. et al. Building DNN Acoustic Models for Large Vocabulary Speech Recognition. Preprint arXiv:1406.7806. 2015. Available at: <http://arxiv.org/pdf/1406.7806.pdf> (accessed: 14.09.2016).
15. Cosi P. A KALDI-DNN-based ASR system for Italian. Proceedings of IEEE International Joint Conference on Neural Networks IJCNN'2015. 2015. pp. 1–5.
16. Veselý K. et al. Sequence-discriminative training of deep neural networks. Proceedings of INTERSPEECH2013. 2013. pp. 2345–2349.
17. Povey D., Zhang X., Khudanpur S. Parallel training of DNNs with natural gradient and parameter averaging. Preprint arXiv:1410.7455. 2014. Available at: <http://arxiv.org/pdf/1410.7455v8.pdf> (accessed: 14.09.2016).
18. Popović B. et al. Deep Neural Network Based Continuous Speech Recognition for Serbian Using the Kaldi Toolkit. Proceedings of the 17th International Conference on Speech and Computer (SPECOM-2015). Springer. 2015. LNAI 9319. pp. 186–192.
19. Miao Y. Kaldi+ PDNN: building DNN-based ASR systems with Kaldi and PDNN. arXiv preprint arXiv:1401.6984. 2014. Available at: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1401/1401.6984.pdf> (accessed: 14.09.2016).
20. Sainath T.N., Mohamed A.R., Kingsbury B., Ramabhadran B. Deep convolutional neural networks for LVCSR. Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2013. pp. 8614–8618.
21. Delcroix M. et al. Context adaptive neural network for rapid adaptation of deep CNN based acoustic models. Proceedings of INTERSPEECH-2016. 2016. pp. 1573–1577.
22. Gapochkin A. V. [Nejronnye seti v sistemah raspoznavanija rechi]. *Science Time*. 2014. vol. 1(1). pp. 29–36. (In Russ.).
23. Waibel A. et al. Phoneme recognition using time-delay neural networks. *IEEE Transactions on acoustics, speech, and signal processing*. 1989. vol. 37. no. 3. pp. 328–339.
24. Peddinti V., Povey D., Khudanpur S. A time delay neural network architecture for efficient modeling of long temporal contexts. Proceedings of INTERSPEECH-2015. 2015. pp. 2440–2444.
25. Tampel I.B. [Automatic speech recognition – the main stages over last 50 years]. *Nauchno-tehnicheskij vestnik informacionnyh tehnologij, mehaniki i optiki – Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*. 2015. vol. 15. no. 6. pp. 957–968 (In Russ.).

26. Hochreiter S., Schmidhuber J. Long short-term memory. *Neural computation*. 1997. vol. 9. no. 8. pp. 1735–1780.
27. Geiger J.T. et al. Robust speech recognition using long short-term memory recurrent neural networks for hybrid acoustic modelling. Proceedings of INTERSPEECH-2014. 2014. pp. 631–635.
28. Zhang Y. et al. Towards End-to-End Speech Recognition with Deep Convolutional Neural Networks. Proceedings of INTERSPEECH-2016. 2016. pp. 410–414.
29. Graves A., Ferrnandez S., Gomez F., Schmidhuber J. Connectionist temporal classification: labelling unsegmented sequence data with recurrent neural networks. Proceedings of the 23rd international conference on Machine learning. 2006. pp. 369–376.
30. Graves A., Jaitly N. Towards End-To-End Speech Recognition with Recurrent Neural Networks. Proceedings of 31st International Conference on Machine Learning. 2014. vol. 14. pp. 1764–1772.
31. Zulkarneev, M.Yu, Repalov S.A., Shamraev N.G. [System of speech recognition for Russian language, using deep neural networks and finite state transduce]. *Nejro-komp'jutery: razrabotka, primeneniye – Neurocomputers: development, application*. 2013. vol. 10. pp. 40–46. (In Russ.).
32. Tomashenko N., Khokhlov Y. Speaker adaptation of context dependent deep neural networks based on MAP-adaptation and GMM-derived feature processing. Proceedings of INTERSPEECH-2014. 2014. pp. 2997–3001.
33. Prudnikov A. et al. Improving Acoustic Models for Russian Spontaneous Speech Recognition. *Speech and Computer*. Springer International Publishing. SPECOM 2015. 2015. LNAI 8113. pp. 234–242.
34. Povey D. et al. The Kaldi speech recognition toolkit. IEEE Workshop on Automatic Speech Recognition and Understanding ASRU. 2011.
35. Rybach D. et al. RASR – The RWTH Aachen University Open Source Speech Recognition Toolkit. IEEE Automatic Speech Recognition and Understanding Workshop (ASRU). 2011.
36. Zhang C., Woodland P.C. A general artificial neural network extension for HTK. Proceedings of INTERSPEECH-2015. 2015. pp. 3581–3585.
37. Gandhe A., Metzger F., Lane I. Neural Network Language Models for Low Resource Languages. Proceedings of INTERSPEECH-2014. 2014. pp. 2615–2619.
38. Elman J.L. Finding Structure in Time. *Cognitive Science*. 1990. vol. 14. pp. 179–211.
39. Mikolov T. et al. Recurrent neural network based language model. Proceedings of INTERSPEECH'2010. 2010. pp. 1045–1048.
40. Schwenk H., Gauvain J.-L. Training Neural Network Language Models On Very Large Corpora. Proceedings of Conference on Empirical Methods on Natural Language Processing. 2005. pp. 201–208.
41. Sundermeyer M. et al. Comparison of Feedforward and Recurrent Neural Network Language Models. Proceedings of ICASSP'2013. 2013. pp. 8430–8434.
42. Shi Y., Larson M., Wiggers P., Jonker C.M. Exploiting the Succeeding Words in Recurrent Neural Network. Proceedings of INTERSPEECH'2013. 2013. pp. 632–636.
43. Mikolov T. et al. Strategies for Training Large Scale Neural Network Language Models. Proceedings of ASRU'2011. 2011. pp. 196–201.
44. Huang Z., Zweig G., Dumoulin B. Cache based recurrent neural network language model inference for first pass speech recognition. Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2014. pp. 6404–6408.
45. Morioka T., Iwata T., Hori T., Kobayashi T. Multiscale recurrent neural network based language model. Proceedings of INTERSPEECH-2015. 2015. pp. 2366–2370.

46. Vazhenina D., Markov K. Evaluation of advanced language modelling techniques for Russian LVCSR. Proceedings of SPECOM 2013. Springer. 2013. LNAI 8113. pp. 124–131.
47. Kipyatkova I., Karpov A. Recurrent Neural Network-based Language Modeling for an Automatic Russian Speech Recognition System. Proceedings of International Conference AINL-ISMW FRUCT 2015. 2015. pp. 33–38.
48. Bell P. et al. A lecture transcription system combining neural network acoustic and language models. Proceedings of INTERSPEECH'2013. 2013. pp. 3087–3091.
49. Medennikov I., Prudnikov A. Advances in STC Russian Spontaneous Speech Recognition System. Speech and Computer. Springer. Proceedings of SPECOM-2016. 2016. LNAI 9811. pp. 116–123.
50. Mikolov T. et al. RNNLM - Recurrent Neural Network Language Modeling Toolkit. Proceedings of the 2011 ASRU Workshop. 2011. pp. 196–201.
51. Enarvi S., Kurimo M. TheanoLM-An Extensible Toolkit for Neural Network Language Modeling. arXiv preprint arXiv:1605.00942. 2016. Available at: <https://arxiv.org/pdf/1605.00942v2.pdf> (accessed: 12.10.2016).

А.О. ШУМСКАЯ  
**МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ ТЕКСТОВ НА  
ОСНОВЕ РАСЧЕТА МЕРЫ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ К  
ИНВАРИАНТАМ**

---

*Шумская А.О. Метод определения искусственных текстов на основе расчета меры принадлежности к инвариантам.*

**Аннотация.** Работа посвящена вопросу идентификации текстов, сгенерированных автоматически (искусственно) с помощью программных алгоритмов. Актуальность данной задачи обусловлена ростом распространения таких текстов в Интернете. Создаваемые «копии» веб-страниц используются для привлечения читателей к интернет-ресурсам, а также для распространения большого количества уникальных экземпляров страниц с контентом определенной направленности.

В статье описаны особенности определения происхождения текста на примере работы с текстами, созданными с помощью синонимизации как наиболее распространенного метода генерации искусственных текстов, представляющих собой веб-контент. Предложен инвариант искусственно созданных текстов, представляющий собой набор значений текстовых характеристик, который позволяет классифицировать тексты по способу их создания. Предложен метод определения искусственно созданных текстов на основе расчета меры принадлежности входного текста к инвариантам, позволяющий принять решение о происхождении текста. В статье также приведены значения, полученные в ходе проведения серии экспериментов по определению искусственно созданных текстов.

**Ключевые слова:** автоматически сгенерированные тексты, искусственные тексты, массовое порождение текстов, текстовые характеристики, атрибуция текста.

---

**1. Введение.** Задачи, связанные с атрибуцией текстов, имеют широкий прикладной характер: они направлены на разрешение литературоведческих вопросов, выявление фактов нарушения авторского права, проведение социальных исследований, а также криминалистических и иных расследований.

Способы распространения текстовой информации определяют направление исследований в этой области. За последнее десятилетие компьютерные сети стали важнейшим инструментом для обмена данными. Все большее место в общественных отношениях и взаимодействиях стали занимать интернет-ресурсы. Информация, распространяемая в сети, зачастую воспринимается человеком как современный аналог энциклопедии или справочников, а также телевидения и газет, которым люди привыкли верить. Массово порожденные с помощью программных алгоритмов уникальные тексты могут быть использованы для введения пользователей в заблуждение, распространения заведомо ложной или подстрекательской информации и в других неправомερных целях [1].

Методы массового автоматического порождения текстов, которые применяются для SEO-оптимизаций и в других сферах, являются также инструментом для создания множества «уникальных» копий определенного текста [2]. Уникальность достигается благодаря использованию специальных алгоритмов, связанных с изменением текстообразующих элементов. Одним из наиболее часто используемых методов создания искусственных текстов является синонимизация, при которой происходит изменение текста путем замены отдельных лексем на схожие по смыслу (синонимы). Для реализации данного метода чаще всего используются программы-синонимайзеры, а также соответствующие словари синонимов, которые в совокупности позволяют автоматизировать процесс создания текстов.

Существующие решения в области определения текстов, сгенерированных автоматически, касаются в первую очередь выявления поискового спама, к которому относят: дублирование веб-страниц, создание дорвеев, манипуляции с текстом сайта с использованием алгоритмов массового порождения текстов. Паразитное воздействие веб-спама направлено в первую очередь на поисковые системы, с чем связаны и механизмы, используемые для его создания и распространения.

Например, в работах А. С. Павлова и А. М. Райгородского с соавторами [3–5] предложен алгоритм определения текстового спама на основе оценки разнообразия тематик документа. Метод основан на оценке характеристик текста, отличающих поисковый спам, к которым относятся обилие ключевых слов, наличие скрытого текста, мелкого нечитаемого шрифта, злоупотребление тегами заголовков и т.д. Использование данных характеристик не позволяет использовать метод для определения следов автоматического генератора на текстах, распространяемых как информационный контент, неблагоприятное воздействие которого направлено не на поисковые системы, а непосредственно на пользователей веб-ресурсов.

Также исследования веб-спама опубликованы зарубежными авторами: С. Castillo, D. Donato и др. [6]. В основе предложенного ими метода — анализ веб-контента на наличие ссылок на определенные страницы и их распределения между страницами. В своей работе они приводят схемы взаимодействия ссылок для паразитных спам-страниц и аналогичные — для нормальных страниц. Данный метод обнаружения автоматически сгенерированного текста также имеет в своей основе особенности веб-спама и неприменим для иных текстов.

В работе А. А. Зайцева с соавторами [7] рассмотрен метод оценки качества текста на основе реферирования. Метод предполагает, что тексты, созданные с применением синонимизаторов или средств авто-

матического перевода, не обладают достаточным тематическим единством. Это выражается в том, что используемые в тексте лексемы не соответствуют одной общей теме, имеются словосочетания, не соответствующие тематике. По этой причине при повышении компрессии «сжатия» реферата у искусственно созданных текстов с большей скоростью уменьшается его размерность. Авторами выведен ряд эвристических правил, которые позволяют исключить тексты низкого качества, тем самым доказывая, что тематические признаки текста позволяют выявить связные, информативные тексты.

Определение текстов, представляющих собой машинный перевод с одного естественного языка на другой — еще одна задача идентификации происхождения текста. Для выявления таких текстов существует ряд специальных алгоритмов, например, BLEU, METEOR, Perplexity, оценивающих качество машинного перевода через соответствие характеристик текста на лексическом уровне некоторым эталонным показателям естественного языка. Данные алгоритмы опробованы в ряде работ для решения различных прикладных задач. Например, в работе R. Aharoni с соавторами [8] предлагается расширить алгоритм BLEU рассмотрением текстов также на уровне предложения. Авторами показано, что для некоторых языков данный подход дает более точные показатели метрики BLEU.

В результате анализа рассмотренных методов и подходов были сделаны следующие выводы:

1) Существующие методы по определению неестественных текстов позволяют решать задачи выявления поискового спама, а также текстов, являющихся машинным переводом текста с одного естественного языка на другой.

2) Из-за наложенных ограничений и используемых особенностей рассмотренных текстов существующие методы не могут быть использованы в задаче определения текстов, созданных с помощью синонимизаторов или других средств автоматической генерации.

3) Для достижения большей точности в определении связности текста необходимо рассматривать все лингвистические уровни текста, в том числе синтаксический.

4) Качество текста напрямую связано с его тематическими свойствами, то есть связанные с ними характеристики текста должны быть включены в инварианты.

5) При формировании набора текстовых характеристик, используемых для идентификации неестественных текстов, следует отталкиваться от глобальных свойств текстов.

Таким образом, необходимо разработать метод определения текстов, сгенерированных автоматически и представляющих собой информационный веб-контент. При решении данной задачи необходимо учесть достижения исследований по оценке качества текстовых произведений и определения поискового спама, а также в области выделения характерных черт естественных текстов [9], анализа интернет-сообщений [10–13] и автоматической атрибуции текстов [14–18], которые косвенно относятся к решению задачи определения массово порожденных текстов.

В статье приводится описание и результат исследования по определению происхождения текстов на основе исследования статистических значений характеристик текста. В работе были исследованы тексты, являющиеся контентом социальных сетей и веб-ресурсов для коммуникации различных сообществ людей.

**2. Метод определения происхождения текста.** Исходными данными в задаче классификации текстов по способу их создания являются:

- бесконечное множество  $T$  текстов, которые могут быть исследованы;
- множество  $X$  исследуемых текстовых характеристик признаков  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ ,  $|X| = m$ ;
- множество инвариантов классов текстов, разделенных по происхождению — наборов усредненных значений текстовых характеристик  $x_j \in X$  для  $n$  классов текстов:  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ,  $a_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{im})$ , где  $a_{ij}$  — усредненное информативное значение  $j$ -ой текстовой характеристики  $i$ -го инварианта,  $i = 1..n, j = 1..m$ .

Таким образом, задача определения происхождения сводится к задаче отнесения входного текста к одному из классов текстов с известным происхождением, то есть к классификации. Для формализации данной задачи вводятся дополнительные обозначения:

- $a'$  — набор рассчитанных значений текстовых характеристик некоторого входного текста  $t$ , происхождение которого требуется определить,  $t \in T$ ;
- $a'_j$  — рассчитанное значение  $j$ -ой текстовой характеристики входного текста,  $j = 1..m$ ;
- $V(a', A)$  — мера оценки принадлежности входного текста к классу текстов с известным происхождением;
- $D(a', a_i)$  — мера расстояния между входным текстом и  $i$ -ым классом текстов известного авторства, представляемая как мера расстояния между векторами:  $a'$  и  $a_i$ ;
- $l$  — пороговое значение расстояния между вектором значений текстовых характеристик входного текста  $a'$  и вектора-инварианта  $i$ -го

класса текста с известным происхождением  $a_i$  такое, что значение максимальное значение меры  $D(a', a_i)$  не должно превышать  $l$  при  $i=1..n$ .

Входной текст, представленный в виде вектора  $a'$ , считается принадлежащим тому классу текстов, расстояние до которого является минимальным, но не превышающим заданного порогового значения  $l$ . Тогда определение происхождения текста есть задача, которую формально можно описать следующим образом:

$$\begin{aligned} V(a', A) &= \min[D(a', a_i)]; \quad i = 1..n; \\ a' &= (a'_1, a'_2, \dots, a'_m); \\ a_i &= (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{im}). \end{aligned}$$

Принимается решение о том, что входной текст отнесен к  $i$ -му классу, если выполняется выражение:

$$\begin{aligned} V(a', A) &\equiv D(a', a_i); \\ V(a', A) &\leq l. \end{aligned}$$

Пороговое значение  $l$  ограничено сверху величиной, равной половине меры расстояния между двумя наиболее приближенными векторами-инвариантами  $a_x, a_y \in A$  и может быть скорректировано в меньшую сторону на основе экспериментальных расчетов:

$$l \leq \frac{D(a_x; a_y)}{2}.$$

Для принятого решения об отнесении входного текста к некоторому классу на заключительном шаге метода рассчитывается точность данного заключения  $R_A$ :

$$R_A = 1 - \frac{V(a', A)}{D(a_x, a_y)},$$

где  $a_x, a_y \in A$  — два вектора-инварианта, наиболее приближенных (согласно мере расстояния) к  $a'$ .

Значение  $R_A$  лежит в интервале  $[0;1]$  и оно тем выше, чем меньше расстояние между вектором значения характеристик входного текста с вектором-инвариантом, с которым он был соотнесен.

Входной текст не может быть отнесен ни к одному из классов текстов с известным происхождением, если выполняется:

$$\forall a_i \in A \quad D(a', a_i) > l; \quad i = 1..n.$$

Для расчета меры расстояния между векторами  $a'$  и  $a_i$  может быть использована любая метрика, позволяющая количественно оценить расстояние между двумя точками в  $m$ -мерном пространстве. Среди возможных метрик — общеизвестные Евклидова метрика и метрика Махаланобиса. Нужно отметить, что выбор метрики должен отвечать требованиям поставленной задачи.

Так как для решения описанной задачи необходим единый масштаб получаемых значений меры  $D(a', a_i)$ , для ее расчета предлагается использовать метрику (расстояние) Махаланобиса [19]. Данная метрика обобщает понятие расстояния Евклида, учитывает корреляции между переменными и инвариантно к масштабу. Она широко используется в кластерном анализе и методах классификации.

Используя метрику Махаланобиса, меру расстояния между векторами  $a'$  и  $a_i$  можно представить следующим выражением:

$$D(a', a_i) = \sqrt{(a' - a_i)^T \cdot S^{-1} \cdot (a' - a_i)},$$

где  $S$  — объединенная ковариационная матрица.

При этом значения меры будут строго принадлежать интервалу:  $D(a', a_i) \in [0; 1]$ . Также значение величины  $l$  должно лежать в этом же интервале:  $l \in [0; 1]$ .

### **3. Инварианты искусственных и естественных текстов.**

Важнейшей частью исследования является формирование инвариантов разных по происхождению текстов [20, 21]. Это обусловлено тем, что на их основе в дальнейшем принимается решение о способе создания текста. В процессе формирования инвариантов важно учитывать принципы, принятые для атрибуции в целом: характеристики должны быть массовыми, а их значения — устойчивыми и обладать различительной способностью [22]. Формирование инварианта для решения задачи определения происхождения текстов — процесс, состоящий из нескольких этапов:

- 1) определение лингвистических признаков, по которым различимы тексты разных классов;
- 2) определение групп свойств текста, на которые влияют выделенные лингвистические признаки;
- 3) формирование перечня характеристик текста, которые позволяют измерить проявление свойства текста для каждой из групп;
- 4) проведение расчетов значений характеристик текста для тестовых наборов текстов известного происхождения;
- 5) проверка различительной способности характеристик;
- 6) проверка взаимозависимости характеристик;

7) удаление характеристик, не обладающих различительной способностью, а также коррелирующих с другими в наборе;

8) формирование инварианта как набора значений выделенных характеристик текста.

Отличием естественных текстов от искусственных является их связность в рамках межфразовых единств, а также цельность, то есть наличие глобальной связи компонентов текста на содержательном уровне. Таким образом, связность и цельность являются непременимыми лингвистическими признаками текста, которые проявляются в целесообразно построенном человеком тексте и отличают его от массово порожденных экземпляров [23, 24]. Эти факты также были подтверждены автором субъективно при рассмотрении сгенерированных текстов: при замене слов синонимами или перемене их мест нарушается связность словосочетаний, предложений, абзацев, теряется смысл, тематические свойства текста.

Во внимание было принято, что учеными-лингвистами выделено [23] пять основных свойств текста, обеспечивающих его связность и цельность:

- символные (связанные с наличием букв, буквосочетаний, цифр, символов пунктуации, математических символов);
- лексические (связанные с наличием слов и словосочетаний, словарное разнообразие);
- синтаксические (связанные с конструкциями предложений в тексте, синтаксическими особенностями текста);
- семантические (связанные с оценкой мер семантического сходства и связности текстообразующих средств);
- тематические (связанные с соответствием используемых текстообразующих средств тематике текста).

Для выделенных свойств сформированы наборы характеристик текста. Нужно отметить, что в системах атрибуции чаще всего используются символные и лексические свойства текстов [25, 26]. Это, в первую очередь, обусловлено вычислительной простотой расчетов, связанных с определением значений текстовых характеристик. В свою очередь, синтаксические и семантические анализаторы, а также тематические рубрикаторы предъявляют дополнительные требования к разметке текста и зависят от качества используемых справочников. Алгоритмы анализа таких свойств характеризуются высокой вычислительной сложностью, так как менее формализованы и зависят от многообразия форм языка, а также могут изменяться с течением времени.

Для формирования инвариантов классов текстов были использованы 3210 текстов и созданные на их основе автоматические сгене-

рированные экземпляры. Генерация искусственных текстов производилась с использованием метода синонимизации. Данные тексты представляли собой публицистические статьи информационного характера длиной от 1000 до 5700 символов. В качестве генератора был использован синонимизатор со словарем, содержащим 700 тысяч синонимов. В общей сложности при оценке численных значений характеристик текстов двух классов были использованы 3210 естественных текстов общим объемом 10,7 млн. символов и 3210 искусственных текстов (12,3 млн. символов). Указанные объемы считаются достаточными для обучения в соответствии с опытом формирования инвариантов при анализе текстов различных авторов, приведенных в работах [27].

Так как набор исследуемых характеристики был сформирован на основе предположения, что естественный текст отличается от искусственного цельностью и связностью, ожидаемым оказался результат, что 81% характеристик показали значительное изменение: от 25 до 60%, тем самым показав свою различительную способность. Синтаксические свойства показали незначительные или неопределенные изменения, несмотря на то, что синтаксис текста является основой его связности. Такие результаты могут быть связаны с особенностями механизма генерации текста. Характеристики, не проявившие различительную способность, были исключены из перечня. В ходе корреляционного анализа были также исключены характеристики, обладающие высокой корреляционной зависимостью. Окончательный набор состоял из следующих характеристик текста:

- среднее количество знаков пунктуации;
- частоты 100 популярных биграмм букв;
- частота служебных слов;
- количество уникальных слов;
- среднее число слов в предложении;
- количество грамматических ошибок;
- количество предложений;
- количество сложноподчиненных предложений;
- количество вопросительных предложений;
- частота 100 популярных слов;
- частота 100 популярных 2-грамм слов;
- количество слов в семантическом ядре;
- наличие единства тематики в разных частях текста.

В результате были сформированы два инварианта: для естественных текстов, то есть созданных человеком, и для искусственных, созданных с помощью синонимизации. Инварианты, как было сказано ранее, представляют собой векторы значений. Размерность таких век-

торов соответствует количеству исследуемых характеристик текста. Ниже приведены полученные векторы численных значений характеристик текста ( $a_1$  — инвариант класса естественных текстов;  $a_2$  — инвариант класса искусственных текстов, сгенерированных с помощью синонимизации):

$$a_1 = (31,742; 201,269; 34,691; 64,804; 9,113; 0,01; 109,812; 68,655; 1,414; 49,001; 9,1; 66,025; 1,7);$$

$$a_2 = (29,035; 112,562; 25,702; 101,659; 9,987; 6,215; 100,2; 62,082; 1,358; 32,882; 3,554; 95,645; 0,6).$$

**4. Эксперименты с расчетом меры принадлежности.** Для оценки эффективности предложенного метода и сформированных инвариантов была проведена серия экспериментов по расчету меры оценки принадлежности некоторых входных текстов известного происхождения к классам текстов с известным происхождением.

Эксперименты проводились для 1000 интернет-статей, собранных автором в популярных социальных сетях. Статьи отбирались по следующим тематическим направленностям: общество, политика, финансы, власть, армия, силовые структуры, наука и техника и смежные с ними. Общий объем исходной выборки естественных текстов составил 1,965 млн символов.

Естественные тексты подверглись действию автоматического генератора на основе синонимизации для того, чтобы создать искусственные экземпляры. Для дополнительной оценки влияния объема словаря синонимов и, как следствие, уникальности искусственного текста на результат определения происхождения текста были использованы 2 словаря: с 700 тысячами синонимов и с 130 тысячами синонимов. Среднее значение уникальности искусственных текстов, созданных с помощью словаря с меньшим объемом, рассчитанное с помощью алгоритма шинглов [28], составило 36,5%, тогда как для словаря с большим объемом это значение составило 69,1%.

Таким образом, в эксперименте использовано 3 выборки по 1000 текстов, объединенных одним из способов создания:

- естественные тексты, написанные человеком или несколькими людьми;
- искусственные тексты, созданные с помощью синонимизации на основе словаря из 700 тысяч синонимов;
- искусственные тексты, созданные с помощью синонимизации на основе словаря из 130 тысяч синонимов.

Примеры искусственных текстов, созданных с помощью синонимизатора, приведены в таблице 1.

Таблица 1. Примеры искусственных текстов

| Оригинал<br>(естественный<br>текст)  | Искусственные тексты,<br>созданные с помощью синонимизатора  |  |
|--|--|--|
|  | Словарь содержит<br>180 тысяч синонимов  | Словарь содержит<br>700 тысяч синонимов  |
| Полагаю, через десять лет экономика России будет такой же, как сейчас. Никаких радикальных изменений в её структуре мы, к сожалению, не увидим.  | Полагаю, сквозь десять лет экономика России довольно такой же, словно теперь. Никаких радикальных изменений в её структуре мы, к сокрушению, не увидим.  | Считаю, посредством 10 года макроэкономика Российской федерации станет такого рода ведь, равно как в настоящее время. Практически никаких конструктивных перемен в ее структуре я, к огорчению, никак не узнаем.   |
| Это плохо, потому что мировая конъюнктура цен на нефть, газ и другие сырьевые ресурсы меняется, и не в нашу пользу. Это приведет к тому, что Россия к 2026 году резко опустится в ранге стран с развитой экономикой. | Это низко, потому который сделка конъюнктура валют для нефть, газ и другие сырьевые ресурсы меняется, и не в нашу выгоду. Это приведет к тому, который Россия к 2026 году явно опустится в ранге территорий с образованный экономикой. | Это слабо, вследствие того то что всемирная ситуация стоимости в черное золото, голубое топливо и прочие сырьевые средства изменяется, и никак не в нашу с тобой выгоду. Данное повергнет к этому, то что Российская федерация к 2026 г. сильно снизится в ранге государств с сформированной экономикой. |
| Некоторые улучшения возможны разве что в сельском хозяйстве, IT, отдельных узких нишах машиностроения. Но на общем фоне деградации это не создаст нового качества экономики.   | Некоторые исправления допустимы неужели который в сельском хозяйстве, IT, частичных тесных нишах машиностроения. Однако для всеобщем фоне деградации это не создаст свежего качества экономики.  | Некоторые усовершенствования вероятны неужели то что в аграрном хозяйстве, IT, единичных ограниченных нишах машиностроения. Однако в совокупном фоне деградации данное никак не сформирует новейшего особенности экономики.  |
| За счёт развития сельского хозяйства имеют шансы укрепиться Краснодарский край, Ставрополье, однако это также не скажется на общем состоянии экономики страны.   | За счёт развития сельского хозяйства включают шансы овладеть Краснодарский кромка, Ставрополье, впрочем это также не скажется для всеобщем положении экономики территории.   | За счёт формирования аграрного хозяйства обладают возможности закрепиться Краснодарский область, Ставрополье, но данное кроме того никак не отразится в совокупном пребывании экономики государства.   |

Показатели уникальности представленных текстов, рассчитанные с помощью алгоритма шинглов, указаны в таблице 2. Приведенные показатели позволяют сделать вывод, что объем словаря синонимов влияет на уникальность создаваемых текстов: чем полнее словарь, тем меньше сходство текста с оригиналом и, следовательно, выше его уникальность.

Таблица 2. Показатели уникальности искусственных текстов в зависимости от полноты используемых словарей синонимов

| Размер словаря синонимов   |                       | 180 тысяч синонимов   | 700 тысяч синонимов   |
|--|-----------------------|---|---|
| Сходство искусственного текста с оригиналом  | для шингла из 1 слова | 49 %  | 17 %  |
|  | для шингла из 2 слов  | 24 %  | 3 %   |
|  | для шингла из 3 слов  | 13 %  | 0 %   |
| Уникальность созданного искусственного текста  |                       | 51 %  | 83 %  |
| Вероятное поведение поисковой системы при индексировании страницы с полученным искусственным текстом |                       | Страница с данным текстом, вероятно, не будет проиндексирована, возможна блокировка ресурса | Страница с данным текстом, вероятно, будет успешно проиндексирована |

Вероятное поведение поисковых систем относительно индексации тех или иных текстов, приведенное в таблице 2, было спрогнозировано на основании данных, которые открыто распространяет компания Яндекс [29], однако точные алгоритмы работы поисковых машин, в частности критерии блокировки веб-страниц, скрыты.

**5. Результаты расчетов.** В статье приведены результаты экспериментальных расчетов для 30 первых текстов из каждой выборки, которые иллюстрируют процедуру принятия решения на основе метода в зависимости от значений рассчитанных расстояний между вектором значений входного текста и векторами-инвариантами известных классов текстов.

Для публикации результатов экспериментальных расчетов использовались следующие обозначения, соответствующие описанным выше:

$a_1$  — инвариант класса естественных текстов;

$a_2$  — инвариант класса искусственных текстов, сгенерированных с помощью синонимизации;

$A$  — множество инвариантов.  $A = \{ a_1, a_2 \}$ .

Для каждого входного текста, происхождения которого необходимо было определить, был рассчитан вектор  $a'$  значений характеристик.

В соответствии с принятыми ранее обозначениями и приведенными формулами мера расстояния между входным текстом и  $i$ -ым

классом текстов известного авторства  $D(a', a_i)$  рассчитывалась как мера расстояния Махаланобиса между векторами:  $a'$  и  $a_i$ .

Результаты расчетов меры расстояния до каждого класса и результирующая мера принадлежности для каждого случая приведены в таблице 3.

Таблица 3. Значения мер близости, меры принадлежности входных текстов

| $a'$<br>(п/п)   | $D(a', a_1)$ | $D(a', a_2)$ | $V(a', A) \equiv D(a', a_i)$ | Заключение о происхождении текста |
|---|--------------|--------------|------------------------------|-----------------------------------|
| На входе — естественные тексты<br>(созданные человеком или несколькими людьми)                                  |              |              |                              |                                   |
| 1   | 0,121        | 0,311        | $a_i = a_1$                  | Естественный                      |
| 2   | 0,058        | 0,480        | $a_i = a_1$                  | Естественный                      |
| 3   | 0,214        | 0,501        | $a_i = a_1$                  | Естественный                      |
| 4   | 0,125        | 0,398        | $a_i = a_1$                  | Естественный                      |
| 5   | 0,174        | 0,413        | $a_i = a_1$                  | Естественный                      |
| 6   | 0,270        | 0,407        | $a_i = a_1$                  | Естественный                      |
| 7   | 0,116        | 0,457        | $a_i = a_1$                  | Естественный                      |
| 8   | 0,041        | 0,579        | $a_i = a_1$                  | Естественный                      |
| 9   | 0,149        | 0,325        | $a_i = a_1$                  | Естественный                      |
| 10  | 0,240        | 0,306        | $a_i = a_1$                  | Естественный                      |
| На входе — искусственные тексты, созданные с помощью синонимизации<br>(словарь, содержащий 180 тысяч синонимов) |              |              |                              |                                   |
| 11  | 0,140        | 0,307        | $a_i = a_1$                  | Естественный                      |
| 12  | 0,240        | 0,201        | $a_i = a_2$                  | Искусственный                     |
| 13  | 0,298        | 0,231        | $a_i = a_2$                  | Искусственный                     |
| 14  | 0,056        | 0,121        | $a_i = a_1$                  | Естественный                      |
| 15  | 0,220        | 0,078        | $a_i = a_2$                  | Искусственный                     |
| 16  | 0,306        | 0,101        | $a_i = a_2$                  | Искусственный                     |
| 17  | 0,380        | 0,356        | $a_i = a_2$                  | Искусственный                     |
| 18  | 0,160        | 0,114        | $a_i = a_2$                  | Искусственный                     |
| 19  | 0,405        | 0,330        | $a_i = a_2$                  | Искусственный                     |
| 20  | 0,280        | 0,197        | $a_i = a_2$                  | Искусственный                     |
| На входе — искусственные тексты, созданные с помощью синонимизации<br>(словарь, содержащий 700 тысяч синонимов) |              |              |                              |                                   |
| 21  | 0,350        | 0,079        | $a_i = a_2$                  | Искусственный                     |
| 22  | 0,307        | 0,104        | $a_i = a_2$                  | Искусственный                     |
| 23  | 0,345        | 0,056        | $a_i = a_2$                  | Искусственный                     |
| 24  | 0,221        | 0,116        | $a_i = a_2$                  | Искусственный                     |
| 25  | 0,432        | 0,032        | $a_i = a_2$                  | Искусственный                     |
| 26  | 0,401        | 0,074        | $a_i = a_2$                  | Искусственный                     |
| 27  | 0,390        | 0,140        | $a_i = a_2$                  | Искусственный                     |
| 28  | 0,374        | 0,099        | $a_i = a_2$                  | Искусственный                     |
| 29  | 0,340        | 0,067        | $a_i = a_2$                  | Искусственный                     |
| 30  | 0,259        | 0,012        | $a_i = a_2$                  | Искусственный                     |

В таблице 4 приведены показатели ошибок 1-го и 2-го рода на основе полученных результатов проведенных вычислений для полных выборок. Под ошибками 1-го рода понимаются случаи, когда естественный текст был принят за искусственный (ложноположительное событие, или «ложная тревога» для пользователя системы). Ошибки 2-го рода указывают на случаи, когда искусственный текст не был распознан системой и был принят за естественный экземпляр (ложноотрицательное событие, или «пропуск события»).

Таблица 4. Показатели ошибок 1 и 2 рода

| Показатель  | Ошибки 1-го рода | Ошибки 2-го рода |
|---|------------------|------------------|
| Определение естественного текста  | 3,2%             | 1,8%             |
| Определение текста, созданного с помощью синонимизации (словарь из 180 тысяч синонимов) | 11,6%            | 6,1%             |
| Определение текста, созданного с помощью синонимизации (словарь из 700 тысяч синонимов) | 4,2%             | 2,8%             |

Таким образом, на основе произведенных экспериментальных вычислений с участием выборок текстов известного происхождения были определены показатели эффективности. Ошибки 1 рода составили 4,2%, ошибки 2 рода — 2,8%. Следует отметить, что метод показал большую эффективность при определении искусственных текстов, которые обладают уникальностью выше 60%, то есть созданных с помощью более полного словаря синонимов. Большое количество ошибок в определении происхождения текстов, созданных с использованием 130 тысяч синонимов, объясняется тем, что алгоритм слабо изменил исходный текст и, как следствие, искусственный текст не был сгенерирован полноценно и не обладал достаточной уникальностью.

**5. Заключение.** Исследование текстов, сгенерированных автоматически — новый виток области знаний, связанных с текстовой атрибуцией. Идентификация таких текстов имеет ряд особенностей по сравнению, например, с задачей определения авторства, которые связаны, в первую очередь, с тем, что исходный материал искусственного текста может быть написан любым автором, группой авторов или уже быть продуктом программного алгоритма.

Автором предложен метод определения происхождения текста на основе статистических расчетов средних значений текстовых характеристик, использующий меру близости двух векторов в  $m$ -мерном пространстве как основание к отнесению спорного текста к одному из из-

вестных классов. Экспериментальные расчеты, проведенные с использованием текстов, сгенерированных методом синонимизации, показали эффективность в принятии решения с помощью предложенного метода.

## Литература

1. Управление ООН по наркотикам и преступности. Использование интернета в террористических целях. С. 3–6. URL: [https://www.unodc.org/documents/terrorism/Publications/Use\\_of\\_Internet\\_for\\_Terrorist\\_Purposes/Use\\_of\\_the\\_internet\\_for\\_terrorist\\_purposes\\_Russian.pdf](https://www.unodc.org/documents/terrorism/Publications/Use_of_Internet_for_Terrorist_Purposes/Use_of_the_internet_for_terrorist_purposes_Russian.pdf) (дата обращения: 26.05.2016).
2. SEO-копирайтинг: как приручить поисковик. URL: [http://onedesign.pro/upload/books/11\\_Kak\\_priruchit.pdf](http://onedesign.pro/upload/books/11_Kak_priruchit.pdf) (дата обращения: 01.06.2016).
3. Павлов А.С., Добров Б.В. Методы обнаружения поискового спама, порожденного с помощью цепей Маркова // Тр. XI Всероссийской научной конференции «Электронные библиотеки: перспективные методы и технологии, электронные коллекции». 2009. Т. 1. С. 311–317.
4. Павлов А.С., Добров Б.В. Метод обнаружения массово порожденных неестественных текстов на основе анализа тематической структуры // Вычислительные методы и программирование. 2011. Т. 12. Вып. 3. С. 58–72.
5. Гречников Е.А., Гусев Г.Г., Кустарев А.А., Райгородский А.М. Поиск неестественных текстов // Труды XI всероссийской конференции «Цифровые библиотеки: продвинутое методы и технологии, цифровые коллекции» – RCDL'2009. Петрозаводск. 2009. С. 306–308.
6. Castillo C., Donato D., Becchetti L., Boldi P., Leonardi S., Santini M., Vigna S. A reference collection for web spam // ACM Sigir Forum 2006. 2006. vol. 40. Issue 2. pp. 11–24.
7. Зайцева А.А., Кулешов С.В., Михайлов С.Н. Метод оценки качества текстов в задачах аналитического мониторинга информационных ресурсов // Труды СПИИРАН. 2014. Вып. 37. С. 144–155.
8. Aharoni R., Koppel M., Goldberg Y. Automatic Detection of Machine Translated Text and Translation Quality // Proceedings of the 52nd Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics. 2014. vol. 2. pp. 289–295.
9. Анисимов А.В., Лиман К.С., Марченко А.А. Методы вычисления мер семантической близости слов естественного языка // Искусственный интеллект. 2010. №3. С. 170–175.
10. Brocardo M.L., Traore I., Saad S. Woungang I. Authorship Verification for Short Messages using Stylometry // Journal of Computer and System Sciences. 2015. vol. 91. Issue 8. pp. 1429–1440.
11. Zheng R., Li J., Chen H., Huang Z. A Framework for Authorship Identification of Online Messages: Writing-Style Features and Classification Techniques // Journal of the American society for information science and technology. 2006. vol. 57 Issue 3. pp. 378–393.
12. Ragel R.G., Herath P., Senanayake U. Authorship detection of SMS messages using unigrams // Industrial and Information Systems (ICIIS): 8th IEEE International Conference. 2013. pp. 387–392.
13. Brocardo M.L., Traore I., Saad S. Woungang I. Verifying Online User Identity using Stylometric Analysis for Short Messages // Journal of networks. 2014. vol. 9. no. 12. pp. 3347–3355.
14. Романов А.С. Методика идентификации автора текста на основе аппарата опорных векторов // Доклады ТУСУР. 2009. №1(19). Часть 2. С. 36–42.

15. *Романов А.С., Резанова З.И., Мецерьков П.В.* Методика проверки однородности текста и выявления плагиата на основе метода опорных векторов и фильтра быстрой корреляции // Доклады ТУСУР. 2014. № 2(32). С. 264–269.
16. *Романов А.С., Шелупанов А.А., Мецерьков П.В.* Разработка и исследование математических моделей, методик и программных средств информационных процессов при идентификации автора текста: Монография. Томск: В-Спектр. 2011. 188 с.
17. Лингвоанализатор. URL: [www.rusf.ru/books/analysis](http://www.rusf.ru/books/analysis) (дата обращения: 26.05.2016).
18. *Corney M., Anderson A., Mohay G., de Vel O.* Identifying the Authors of Suspect Email. URL: <http://eprints.qut.edu.au/8021/1/CompSecurityPaper.pdf> (дата обращения 26.05.2016).
19. *Шумская А.О.* Оценка эффективности метрик расстояния Евклида и расстояния Махаланобиса в задачах идентификации происхождения текста // Доклады ТУСУРа. 2013. № 3(29). С. 141–145.
20. *Шумская А.О.* Идентифицирующие признаки текстовых сообщений при установлении автора // Ползуновский вестник. 2013. № 2. С. 265–266.
21. *Шумская А.О.* Выбор параметров для идентификации искусственно созданных текстов // Доклады ТУСУРа. 2013. № 2(28). С. 126–128.
22. *Фоменко В.П., Фоменко Т.Г.* Авторский инвариант русских литературных текстов. Приложение: кто был автором «Тихого Дона»? Дополнение 3 к книге Фоменко А.Т. «Методы статистического анализа исторических текстов (приложение к хронологии)» в 2-х томах. М.: Крафт+Лан, 1999. 832+908 с.
23. *Валгина Н.С.* Теория текста. М.: Логос. 2003. 191 с.
24. *Николина Н.А.* Филологический анализ текста: учеб. Пособие // М.: Издательский центр "Академия". 2003. 256 с.
25. *Напреенко Г.В.* Идентификация текста по его авторской принадлежности на лексическом уровне (формально-количественная модель) // Вестник Томского государственного университета. 2014. № 379. С. 17–23.
26. *Красса С.И.* Методика и инструментарий атрибуции текста в автороведческой экспертизе // Альманах современной науки и образования. 2013. № 10(77). С. 106–108.
27. *Романов А.С., Шелупанов А.А., Бондарчук С.С.* Обобщенная методика идентификации автора неизвестного текста // Доклады ТУСУР. 2010. № 1(21). Часть 1. С. 108–112.
28. *Зеленков Ю.Г., Сегалович И.В.* Сравнительный анализ методов определения нечетких дубликатов для Web-документов. URL: [http://rcdl2007.pereslavl.ru/papers/paper\\_65\\_v1.pdf](http://rcdl2007.pereslavl.ru/papers/paper_65_v1.pdf) (дата обращения: 01.06.2016).
29. Некачественные сайты: Чем отличается качественный сайт от некачественного с точки зрения Яндекса? URL: <https://yandex.ru/support/webmaster/yandex-indexing/webmaster-advice.xml> (дата обращения: 30.09.2016).

**Шумская Анастасия Олеговна** — аспирант кафедры комплексной информационной безопасности электронно-вычислительных систем, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР). Область научных интересов: исследование искусственных текстов, автоматическая идентификация искусственных текстов, нейронные сети, искусственный интеллект, статистические методы обработки текстов, прикладная лингвистика. Число научных публикаций — 15. shumskaya.ao@gmail.com; пр. Ленина, 40, Томск, 634050; р.т.: +79138142824.

A.O. SHUMSKAYA  
**METHOD OF THE ARTIFICIAL TEXTS IDENTIFICATION  
 BASEN ON THE CALCULATION OF THE BELONGING  
 MEASURE TO THE INVARIANTS**

---

*Shumskaya A.O. Method of the Artificial Texts Identification based on the Calculation of the Belonging Measure to the Invariants.*

**Abstract.** The work is devoted to the identification of texts generated automatically (artificially) with the use of software algorithms. This is an important and topical issue, because such texts are being widely spread on the Internet. Created «copies» of the web pages are used to attract readers to online resources as well as to disseminate a large number of unique copies of pages with content specific orientation.

This article describes the features of determining the origin of the text by the example of working on texts generated by synonymization as the most common method of generating artificial web content. The author provides an invariant of artificial texts as a set of the values of text characteristics, which allows classification of texts according to the process of their creation. The article proposes a method of the artificial texts identification based on the calculation of the belonging measure to the invariants, which allows making a decision about the origin of the text. The article also presents values obtained from the experiments on identifying artificial texts.

**Keywords:** automatically generated texts, artificial texts, massively generated texts, text features, text attribution.

---

**Shumskaya Anastasia Olegovna** — Ph.D. student of complex security of electronic-computing systems department, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics (TUSUR). Research interests: automatically generated texts identification, computational linguistics, neural networks, artificial intelligence, word processing statistical methods. The number of publications — 15. shumskaya.ao@gmail.com; 40, Leninavenue, Tomsk, 634050, Russia; office phone: +79138142824.

### References

1. Upravlenie OON po narkotikam i prestupnosti. Ispol'zovanie interneta v terroristicheskikh celjah [United Nations Office on Drugs and Crime. The use of the Internet for terrorist purposes]. pp. 3–6. Available at: [https://www.unodc.org/documents/terrorism/Publications/Use\\_of\\_Internet\\_for\\_Terrorist\\_Purposes/Use\\_of\\_the\\_internet\\_for\\_terrorist\\_purposes\\_Russian.pdf](https://www.unodc.org/documents/terrorism/Publications/Use_of_Internet_for_Terrorist_Purposes/Use_of_the_internet_for_terrorist_purposes_Russian.pdf) (accessed 26.05.2013). (In Russ.).
2. SEO-kopirajting: kak priruchit' poiskovik [SEO-copyrighting. How you can taim the search engine]. Available at: [http://onedesign.pro/upload/books/11\\_Kak\\_priruchit.pdf](http://onedesign.pro/upload/books/11_Kak_priruchit.pdf) (accessed 01.06.2016). (In Russ.).
3. Pavlov A.S., Dobrov B.V. [Methods for detection of Web Spam Created With Markov Chains]. *Tr. XI Vserossijskij nauchnoj konferencii «Jelektronnye biblioteki: perspektivnye metody i tehnologii, jelektronnye kolekcii* [Proceedings of the XI conference “Digital libraries: advanced methods and technologies, digital collections”]. 2009. Issue 1. pp. 311–317. (In Russ.).
4. Pavlov A.S., Dobrov B.V. [Method of detection mass generated unnatural texts by analyzing the thematic structure]. *Vychislitel'nye metody i programirovanie – Numerical methods and programming*. 2011. Issue 12. vol. 3. pp. 58–72. (In Russ.).

5. Grechnikov E.A., Gusev G.G., Kustarev A.A., Rajgorodskij A.M. [Unnatural texts search]. *Trudy XI vserossijskoj konferencii «Cifrovye biblioteki: prodvinutyje metody i tehnologii, cifrovye kollekcii» – RCDL'2009* [Proceedings of the XI Conference “Digital Libraries: Advanced Methods and Technologies”]. Petrozavodsk. 2009. pp. 306–308. (In Russ.).
6. Castillo C., Donato D., Becchetti L., Boldi P., Leonardi S., Santini M., Vigna S. A reference collection for web spam. *ACM Sigir Forum* 2006. vol. 40. Issue 2. 2006. pp. 11–24.
7. Zaytseva A.A., Kuleshov S.V., Mikhailov S.N. [The Method for the Text Quality Estimation in the Task of Analytical Monitoring of Information]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2014. vol. 37. pp. 144–155. (In Russ.).
8. Aharoni R., Koppel M., Goldberg Y. Automatic Detection of Machine Translated Text and Translation Quality. *Proceedings of the 52nd Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics*. 2014. vol. 2. pp. 289–295.
9. Anisimov A.V., Liman K.S., Marchenko A.A. [Methods for calculating measures of natural language words semantic similarity]. *Iskusstvennyy intellekt – Artificial Intelligence*. 2010. vol. 3. pp. 170–175. (In Russ.).
10. Brocardo M.L., Traore I., Saad S. Woungang I. Authorship Verification for Short Messages using Stylemetry. *Journal of Computer and System Sciences*. 2015. vol. 91. Issue 8. pp. 1429–1440.
11. Zheng R. Li J., Chen H., Huang Z. A Framework for Authorship Identification of Online Messages: Writing-Style Features and Classification Techniques. *Journal of the American society for information science and technology*. 2006. vol. 57. Issue 3. pp. 378–393.
12. Ragel R.G., Herath P., Senanayake U. Authorship detection of SMS messages using unigrams. *Industrial and Information Systems (ICIIS): 8th IEEE International Conference*. 2013. pp. 387–392.
13. Brocardo M.L., Traore I., Saad S. Woungang I. Verifying Online User Identity using Stylometric Analysis for Short Messages. *Journal of networks*. 2014. vol. 9 no. 12. pp. 3347–3355.
14. Romanov A.S. [Methods of identifying the author of the text , based on support vector machine]. *Doklady TUSUR – Proceedings of TUSUR University*. 2009. vol. 1(19). Part 2. pp. 36–42. (In Russ.).
15. Romanov A.S., Rezanova Z.I., Meshcheryakov R.V. [Methodology for testing homogeneity of the text and plagiarism detection method based on support vector machines and fast correlation filter]. *Doklady TUSUR – Proceedings of TUSUR University*. 2014. vol. 2(32). pp. 264–269. (In Russ.).
16. Romanov A.S., Shelupanov A.A., Meshcheryakov R.V. *Rasrabotka i issledovanie matematicheskikh modeley, metodik i programmnikh sredstv informacionnikh processov pri identifikacii avtora teksta: Monografiya*. [Development and research of mathematical models, methods and software for information processes in the text author identification: Monograph]. Tomsk: V-Spekt. 2011. 188 p. (In Russ.).
17. Lingvoanalizator [Lingvoanalisator]. Available at: [www.rusf.ru/books/analysis](http://www.rusf.ru/books/analysis) (accessed 26.05.2016). (In Russ.).
18. Corney M., Anderson A., Mohay G., de Vel O. Identifying the Authors of Suspect Email. URL: <http://eprints.qut.edu.au/8021/1/CompSecurityPaper.pdf> (accessed 26.05.2016).
19. Shumskaya A.O. [The effectiveness of Euclidean distance and the Mahalanobis distance in the problems of identification of the text origin]. *Doklady TUSUR – Proceedings of TUSUR University*. 2013. vol. 3(29). pp. 141–145. (In Russ.).

20. Shumskaya A.O. [Identification features of the text messages in the establishment of the author]. *Polzunovskiy vestnik – Polzunovskiy vestnik*. 2013. vol. 2. pp. 265–266. (In Russ.).
21. Shumskaya A.O. [Choice of parameters for identification of artificial texts]. *Doklady TUSUR – Proceedings of TUSUR University*. 2013. vol. 2(28). pp. 126–128. (In Russ.).
22. Fomenko V.P., Fomenko T.G. *Avtorskij invariant russkikh literaturnykh tekstov. Prilozhenie: kto byl avtorom «Tihogo Dona»? Dopolnenie 3 k knige Fomenko A.T. «Metody statisticheskogo analiza istoricheskikh tekstov (prilozhenija k hronologii)» v 2-h tomah* [Russian literary texts author invariant. Appendix : Who was the author of «And Quiet Flows the Don»? Supplement 3 to the book of Fomenko A.T. «The methods of statistical analysis of historical texts (annex to the chronology )» in 2 volumes]. Moscow.: Kraft+Lean. 832+908 p. (In Russ.).
23. Valgina N.S. *Teoriya teksta* [The theory of text]. M.: Logos. 2003. 191 p. (In Russ.).
24. Nikolina N.A. *Philologicheskij analiz teksta: uchebnoe posobie* [Philological analysis of text: tutorial]. M.: Isdatelskiy centr “Akademiya”. 2003. 256 p. (In Russ.).
25. Napreenko G.V. [Authorship identification of the text on the lexical level (formal-quantitative model)]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta – Tomsk State University Journal*. 2014. vol. 379. pp. 17–23. (In Russ.).
26. Krassa S.I. [Methodology and instruments of text attribution in authorship expertise]. *Almanah sovremennoj nauki i obrazovanija – Almanac of Modern Science and Education*. 2013. vol. 10(77). pp. 106–108. (In Russ.).
27. Romanov A.S., Shelupanov A.A., Bondarchuk S.S. [Generalized authorship identification technique]. *Doklady TUSUR – Proceedings of TUSUR University*. 2014. vol. 1(21). Part 1. pp. 108–112. (In Russ.).
28. Zelenkov Yu.G., Segalovich I.V. Comparative analysis of methods for near-duplicate detection for Web-documents. Available at: [http://rcd12007.pereslavl.ru/papers/paper\\_65\\_v1.pdf](http://rcd12007.pereslavl.ru/papers/paper_65_v1.pdf) (accessed 01.06.2016). (In Russ.).
29. Nekachestvennyye sajty: Chem otlichaetsja kachestvennyj sajt ot nekachestvennogo s tochki zrenija Yandexa? [Low-quality websites: What is the difference between qualitative and low-quality sites from the point of view of Yandex?]. Available at: <https://yandex.ru/support/webmaster/yandex-indexing/webmaster-advice.xml> (accessed 30.09.2016). (In Russ.).

Ю.В. Доронина, В.О. РЯБОВАЯ, Д.И. ЧЕСНОКОВ  
**ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО  
ПРОЕКТИРОВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ СТРУКТУРНОГО  
СИНТЕЗА**

---

*Доронина Ю.В., Рябовая В.О., Чесноков Д.И. Применение модельно-ориентированного проектирования для решения задачи структурного синтеза.*

**Аннотация.** Чтобы снизить сложность задач структурного синтеза, его делят на этапы, на каждом из которых исследователем при помощи систем поддержки принятия решений производится синтез и анализ моделей систем по заданным входным требованиям и ограничениям. Структурная оптимизация в данном контексте сводится к поиску экстремума некоторой целевой функции, значением которой управляют заданные конструктивные параметры, зависящие от вида задачи.

Для демонстрации работы имитационной модели рассматривается функциональный синтез структуры информационной системы управления предприятием, при этом функциональными элементами выступают автоматизируемые бизнес-процессы, а структурными — средства автоматизации. Разработан тестовый пример, в котором в качестве функциональных элементов описаны типовые процессы бюджета, маркетинга, закупок и продаж, производства, кадров.

Использование разработанной модели функционального синтеза продемонстрировано на примере задачи выбора программных продуктов при проектировании корпоративных информационных систем. На основании ряда экспериментов определено множество вариантов решения с наибольшим значением функции приспособленности. Установлено, что на значение функции влияет количество избыточных функций, которые содержат выбранные структурные элементы.

**Ключевые слова:** модельно-ориентированное проектирование, структурный синтез, информационная система, генетический алгоритм, направленная мутация, экстремум, эвристический подход.

---

**1. Введение.** Современное развитие информационных технологий дает большой выбор способов реализации проектируемых информационных систем [1]. Выбор в пользу той или иной технологии происходит исходя из требований и ограничений со стороны пользователей, причем требования имеют свойство изменяться в процессе разработки и проектирования. Применительно к теории построения систем поддержки принятия решений процесс проектирования информационной системы — это процесс принятия исследовательских, конструкторских и проектных решений, при помощи которых на выходе можно получить такой проект системы, который удовлетворяет всем требованиям заказчиков [2].

В соответствии с масштабами проекта, группой проектировщиков выбирается одна из технологий проектирования. Технология проектирования — это совокупность методологии и средств

проектирования ИС, а также методов и средств организации проектирования [3].

Проведенные ранее исследования показали [4], что задачи управления структурной динамикой информационной системы по своему содержанию относятся к классу задач структурно-функционального синтеза. К настоящему времени благодаря системной отрасли научных знаний, одной из компонент которой является квалиметрия моделей, представляющая из себя прикладную науку, ориентированную на разработку методологии и технологий оценивания качества моделей и комплексов [5], создан богатый методологический и методический аппарат, позволяющий успешно преодолевать указанные трудности. Однако при возникновении новых требований (или их корректировке) к работе системы (быстродействие, надежность, изменение частоты измерений) возможны проблемы структурного характера и качества оценки ее моделей (вариантов).

Для того чтобы снизить сложность задач структурного синтеза, его зачастую делят на этапы [6], на каждом из которых исследователем при помощи систем поддержки принятия решений производится синтез и анализ моделей систем по заданным входным требованиям и ограничениям. Структурная оптимизация в данном контексте сводится к поиску экстремума некоторой целевой функции, значением которой управляют заданные конструктивные параметры, которые зависят от вида задачи и соответствующей системы ограничений.

Модельно-ориентированный подход — это такой стиль разработки и проектирования информационных систем, при котором модели являются основными объектами разработки, на основании которых происходит генерация кода и других объектов [7]. Метамодель представляет описание понятий, которые используются в модели, а также определяет метаданные, которые обрабатываются различными инструментами моделирования. Метамодели являются актуальными в силу того, что необходимо стандартизировать средства описания на некотором абстрактном уровне для решения проблемы конфликта и взаимодействия проектировщиков на различных уровнях и этапах проектирования [8].

Модельно-ориентированный подход (МОП) обладает рядом особенностей [9], которые позволяют решить основные проблемы структурного синтеза:

— МОП позволяет абстрагироваться от стандартов, принятых на различных уровнях и этапах проектирования и синтеза, таким образом решая проблему взаимодействия проектировщиков;

— МОП предоставляет широкие возможности для участия проектировщика в процессе синтеза, визуализируя процессы,

происходящие в системе, и позволяя влиять на них в момент выполнения модели;

— МОП рассматривает синтезируемые системы с учетом только тех параметров, которые заданы на определенном этапе синтеза, то есть исследователь решает, какие параметры должны влиять на синтез;

— МОП позволяет повторно использовать модели для создания производных систем с улучшенными характеристиками.

**2. Направление исследований.** В статье предлагается применить модельно-ориентированное проектирование для решения задач структурного синтеза информационной системы (ИС) на основе генетического алгоритма на примере имитационной модели системы, разработанной в среде AnyLogic. Продемонстрировать работу модели с помощью функционального синтеза структуры информационной системы управлением предприятием.

**3. Анализ задачи функционального синтеза.** Задача проектирования ИС промышленных предприятий достаточно сложна, так как характер обрабатываемой такой системой информации крайне разнороден и сложно формализуем [10]. Крупные предприятия зачастую имеют множество подразделений и филиалов, а значит — распределенную структуру хранения информации и в общем случае целый ряд программных продуктов, которые обеспечивают его деятельность. Связи между видами деятельности зачастую имеют типовой характер, поэтому основной проблемой становится автоматизация учета всех бизнес-процессов, происходящих на предприятии.

Следовательно, существует необходимость выбора компонентов ИС таким образом, чтобы в совокупности они удовлетворяли всем потребностям, а значит, автоматизировали все бизнес-процессы, которые требуются по замыслу проектировщика. При этом функциональными элементами будут выступать автоматизируемые бизнес-процессы, а структурными — средства автоматизации.

Одним из способов формализации задачи функционального синтеза структур и их дальнейшей оптимизации можно определить нахождение значения некой целевой функции  $F$  и приведение ее к экстремуму [11]. Поскольку оптимизационные задачи имеют истоки, в том числе из экономики [12], то иногда целевую функцию называют функцией дохода, а балансовые уравнения — ресурсными ограничениями. В силу того, что любые практические задачи решаются в условиях ограниченности ресурсов, становится понятным, что они относятся к задачам нахождения условного экстремума.

Пусть  $f_i \in \{F\}$  — некоторый функциональный элемент, который входит в исходное множество всех возможных функций  $\{F\}$ . Тогда

$g_i \in \{G\}$  — некоторый структурный элемент, входящий в исходное множество всех возможных элементов  $\{G\}$ . Структурный элемент принадлежит системе и соотносится с ней как часть целого. Необходимо найти такой вариант системы  $x$  ( $x$  — вектор), что

$$F(x, \tau) = \max_{V_j \in V} F(V_j, \tau_i), \quad (1)$$

где  $V_j$  — множество вариантов синтезируемой системы, а  $\tau_i$  — вектор требований к синтезируемой системе.

При этом сам вариант  $x$  выбран из множества возможных решений  $S$ :

$$S = \bigcup_{\forall k} V_k(F_k^\Pi) \Big|_{k=1}^P \rightarrow \bigcup_i (\tau_i), \quad (2)$$

где  $P$  — количество возможных вариантов структуры, а  $F^\Pi$  — функция пересечения структурно-функциональных элементов системы.

$$F^\Pi = \{G\} \cap \{F\}. \quad (3)$$

Главная особенность решения представленной задачи (проблема структурно-функционального синтеза) состоит в следующем: определение оптимальных программ управления основными элементами и подсистемами ИС может быть выполнено лишь после того, как будет известен перечень функций и алгоритмов обработки информации и управления, который должен быть реализован в указанных элементах и подсистемах. В свою очередь, распределение функций и алгоритмов по элементам и подсистемам ИС зависит от структуры и параметров законов управления данными элементами и подсистемами.

Погрешность полученного решения представленной задачи оптимизации (из-за использования эвристических подходов [13]) определяется разностью между оптимальным значением  $x$  проектного параметра и приближением к нему  $x_*$ .

Требуется, чтобы эта погрешность по модулю была меньше заданного допустимого значения  $\varepsilon$ :

$$|x - x_*| < \varepsilon. \quad (4)$$

Процесс решения задачи оптимизации состоит в последовательном сужении интервала изменения проектного параметра,

называемого *интервалом неопределенности*, то есть оптимальное значение проектного параметра должно находиться в интервале неопределенности — отрезке  $[x_n, x_{n+1}]$ , причем  $x_{n+1} - x_n < \varepsilon$ .

Тогда для выполнения условия  $|x - x_*| < \varepsilon$  в качестве приближения к оптимальному значению можно принять любое  $x_* \in [x_n, x_{n+1}]$ . Например,  $x_* = x_n$  или  $x_* = x_{n+1}$ , или  $x_* = (x_n + x_{n+1})/2$ . В последнем случае достаточно выполнения неравенства  $x_{n+1} - x_n < 2\varepsilon$ .

Один из вариантов — это прямое соответствие (рисунок 1а). В данном случае каждый описанный блок (подсистема) выполняет четко определенную функцию. Еще одним вариантом будет случай, когда каждому блоку  $G_i$  соответствует несколько функций  $F_j$  (рисунок 1б). Последним возможным вариантом будет случай, когда один функциональный компонент  $F$  реализуется несколькими структурными блоками  $G$  (рисунок 1в):

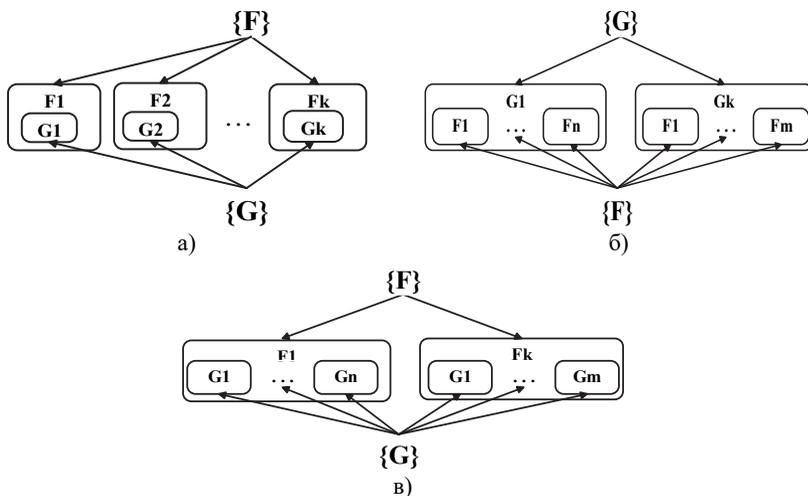


Рис. 1. Схемы соответствий: а) прямое соответствие блоков подсистем и выполняемых ими функций «один к одному»; б) соответствие структурных и функциональных элементов «один ко многим»; в) соответствие структурных и функциональных элементов «многие к одному»

В рамках разрабатываемой системы подлежат реализации первый и второй варианты (рисунок 1а и 1б), ситуация соответствия структурных и функциональных элементов «многие ко многим» не рассматривается.

Дальнейшее обобщение рассматриваемой задачи синтеза ИС проводится в направлении учета факторов неопределенности, вызванных воздействием внешней среды, а также в направлении, связанном с постановкой и решением многокритериальных задач выбора оптимальных структур [5]. Одной из основных трудностей решения сформулированной задачи синтеза структур ИС является ее большая размерность, которая определяется общим числом переменных и ограничений, используемых при формализации и решении данной задачи.

Поэтому в основу решения представленной задачи положены различные варианты реализации процедур декомпозиции (композиции), агрегирования (деагрегирования), координации, с помощью которых удается преодолеть «проклятие размерности» [11].

Дополнительные особенности данные процедуры приобретают еще и из-за того, что большинство переменных, используемых при решении задачи синтеза структур ИС, должны принимать целочисленные значения.

В качестве успешного примера решения задач данного класса можно привести результаты, полученные в работах [14-17]. Авторами данных работ был предложен агрегативно-декомпозиционный подход, предусматривающий (на основе альтернативно-графовой формализации) построение многоуровневого комплекса взаимосвязанных моделей различного типа: оптимизационных аналитических и/или имитационных.

При практической реализации рассматриваемого подхода широко использовались как универсальные, так и специализированные средства автоматизации моделирования [14-17]. Особенности формального описания рассматриваемого класса задач синтеза структур ИС позволяют при разной интерпретации переменных и ограничений, используемых при его описании, формулировать и решать не только задачи синтеза технической структуры ИС, но и задачи синтеза других типов структур (например, топологической, организационной и т. п.).

Многочисленные исследования задач синтеза структур ИС показали [14-17], что если при формировании облика ИС для некоторых ее элементов и подсистем возникают проблемы ликвидации больших (пиковых) информационных нагрузок, то в этом случае должны уже оптимизироваться сами правила, алгоритмы функционирования указанных элементов и подсистем.

**4. Реализация модели.** Для реализации модели выбрана среда имитационного моделирования AnyLogic [18]. Уникальность среды AnyLogic состоит в способности эффективно решать задачи моделирования любого масштаба и уровня абстракции, в том числе для

разнородных систем в их взаимосвязи. AnyLogic применяется в диапазоне от микромоделей «операционного» уровня, где важны конкретные размеры, расстояния, скорости, времена, до макромоделей «стратегического» уровня, на котором рассматривается глобальная динамика обратных связей, тенденции на длительных временных отрезках, и оцениваются стратегические решения. Кроме того, эта среда относится к отечественным разработкам.

На основании системотехнического анализа разрабатываемой системы реализация модели в среде AnyLogic делится на две составляющие:

- имитационная модель, отображающая основные процессы, происходящие в системе, отображающая всю необходимую информацию и статистические данные;
- библиотека структурного синтеза — модуль, содержащий в себе математическое описание модели и непосредственную реализацию операторов генетического алгоритма.

Имитационная часть модели реализована с помощью средств графической среды имитационного моделирования AnyLogic. Для моделирования логики функционирования модели ИС используется дискретно-событийная библиотека, встроенная в AnyLogic. Основной идеей является отображение процессов системы, посредством обслуживания заявок, а также контроль различных количественных показателей, связанных с обработкой данных в оптимизационном алгоритме. Визуализация дискретно-событийной модели ИС представлена на рисунке 2.

Разработанная логика описывает модель ИС в среде имитационного моделирования AnyLogic, реализующая этап структурно-функционального синтеза системы с использованием генетического алгоритма [19] и визуализирующая его от момента возникновения необходимости в синтезе некоторой функциональной структуры до момента нахождения такой структуры системы, которая удовлетворяла бы всем требованиям и ограничениям.

В качестве требований к системе на данном этапе можно задать лишь требования, исходя из которых осуществляется расчет функции приспособленности синтезируемой системы [20].



Разработанная модель позволяет визуализировать процессы, происходящие в системе с помощью графической библиотеки средствами AnyLogic. Вид графического отображения модели представлен на рисунке 3.

Для отслеживания текущих результатов работы модели выводится информация о текущем составе множества функциональных требований к синтезируемой системе, значения функции приспособленности для сгенерированных на текущей итерации структур, элементный состав решения, имеющего наиболее высокий показатель значения целевой функции на данный момент. Также для данного решения определяется, какие функциональные требования оно уже способно выполнять и какие существуют избыточные элементы у синтезируемой системы.

Для исследования характеристик модели ИС и их влияния на результат добавляется закладка с графиками зависимости и значениями для таких параметров, как среднее количество итераций оптимизационного алгоритма, коэффициент адекватности требований, среднее значение целевой функции. Таким образом, реализована имитационная модель ИС в среде AnyLogic, осуществляющая структурный синтез с использованием генетического алгоритма в качестве оптимизационного. План экспериментов представлен на рисунке 4.

В представленной имитационной модели исследуются следующие характеристики системы: среднее число итераций оптимизационного алгоритма до получения «хорошего» решения ( $KolMean$ ); коэффициент адекватности требований, который исследуется для режима случайной генераций и равен отношению успешно прошедших проверку требований к общему числу сгенерированных векторов требований ( $Adekv$ ); среднее значение целевой функции ( $FMean$ ); количество нереализуемых требований ( $FUnreal$ ).

Изменяемые исследователем параметры системы: режим автогенерации требований; изменение количества точек кроссовера ( $CrossPoints$ ) генетического алгоритма; изменение вероятности мутации ( $MutationChance$ ); изменение минимального порога числа синтезируемых функций ( $MinFuncCount$ ) для режима автогенерации требований; изменение порогового значения целевой функции ( $Threshold$ ) для выполнения условия останова; изменение числа популяции ( $PopulationSize$ ).

Реальные объекты обычно обладают большой сложностью, из-за чего выполнение всех практических опытов невозможно [21].

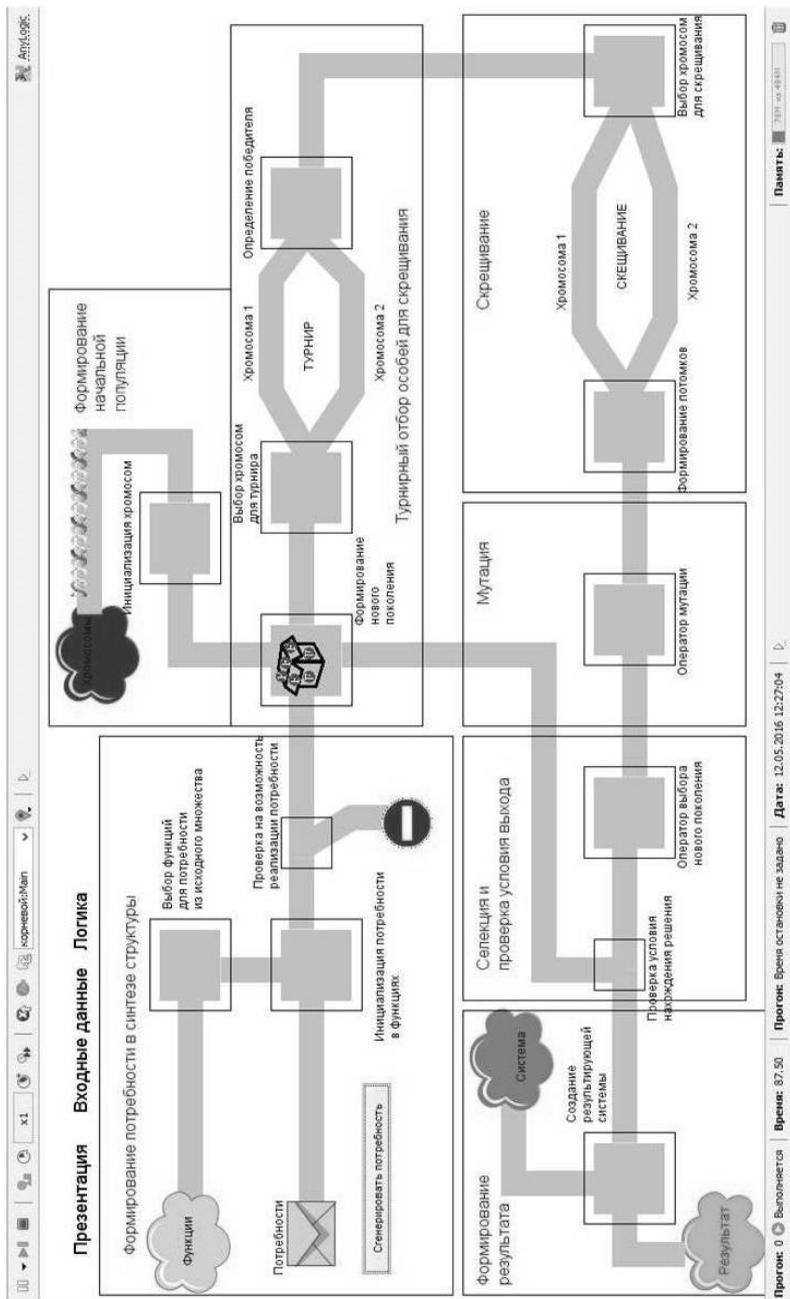


Рис.3. Графическое отображение модели



Рис. 4. План проведения экспериментов

В связи с этим было проведено несколько опытов, четыре из которых представлены в данной работе. Число возможных опытов определяется выражением  $N = p^k$ , где  $N$  — число опытов,  $p$  — число уровней,  $k$  — число факторов. Опыты проводились на тестовом множестве функциональных  $F = \{f1, f2, \dots, f25\}$  и структурных  $G = \{g1, g2, \dots, g43\}$  элементов. В таблице 1 приведено описание параметров модели.

Таблица 1. Значения параметров модели по умолчанию

| Имя параметра – Назначение  | Значение по умолчанию |
|---|-----------------------|
| MinFuncCount — минимальное количество функций, которые должна выполнять синтезируемая система             | 2                     |
| MaxFuncCount — максимальное допустимое количество функций, которые должна выполнять синтезируемая система | 999                   |
| MaxIterationNumber — максимальное число итераций  | 100                   |
| PopulationSize — размер популяции ГА  | 100                   |
| MutationChance — шанс срабатывания оператора мутации  | 3                     |
| NumberOfCrossOvers — число скрещиваний на очередной итерации  | 100                   |
| NumberOfCrossPoints — число точек кроссинговера   | 2                     |
| NumberOfChildrens — число потомков от одного скрещивания  | 2                     |

*Опыт №1 исследования параметров модели.* Пусть имеются следующие значения параметров модели: CrossPoints = 1; MutationChance = 1; PopulationSize = 10; MinFuncCount = 10. Производилось изменение значения параметра Threshold фиксируя KolMean. Результаты представлены в таблице 2.

Таблица 2. Исследование параметров модели

| Threshold | PopulationsSize | KolMean |
|-----------|-----------------|---------|
| 1.9       | 10              | 29.9    |
| 2.0       | 10              | 32.6    |
| 2.1       | 10              | 33.3    |
| 2.2       | 10              | 42.3    |
| 2.3       | 10              | 54.3    |
| 2.4       | 10              | 72.35   |
| 1.9       | 20              | 4.4     |
| 2.0       | 20              | 16.3    |
| 2.1       | 20              | 22.6    |
| 2.2       | 20              | 32      |
| 2.3       | 20              | 41.9    |
| 2.4       | 20              | 50.3    |

На рисунке 5 приведен полученный в AnyLogic график зависимости числа итераций алгоритма (ось  $y$ ), необходимого для получения решения, от порогового значения целевой функции (ось  $x$ ), которое является достаточным условием останова.

Из анализа значений таблицы 1 и рисунка 5 следует, что начиная со значения 2.1, идет резкое увеличение среднего числа итераций, это, в свою очередь, говорит о том, что пространство возможных решений, со значением целевой функции больше заданного, резко сокращается и оптимизационному алгоритму требуется больше итераций, а значит, и больше времени на нахождение приемлемого варианта решения.

*Опыт №2 исследования параметров модели.* Пусть имеются следующие значения параметров: CrossPoints = 1; Threshold = 2.4; PopulationSize = 10; MinFuncCount = 10. Производилось изменение значения параметра MutationChance при фиксированном KolMean. Результаты представлены в таблице 3.

Таблица 3. Исследование параметров модели

| MutationChance | PopulationsSize | KolMean |
|----------------|-----------------|---------|
| 1              | 10              | 192.8   |
| 2              | 10              | 143.5   |
| 3              | 10              | 110.62  |
| 4              | 10              | 85.4    |
| 5              | 10              | 70.2    |
| 6              | 10              | 63.9    |

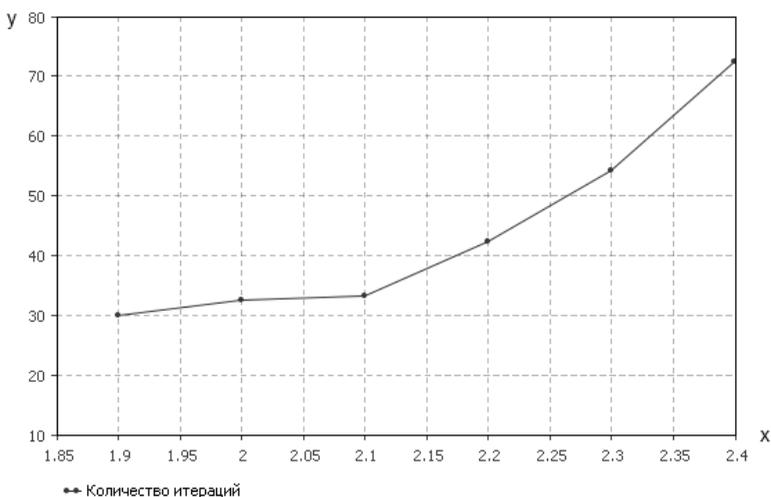


Рис. 5. График зависимости количества итераций алгоритма от порогового значения целевой функции

На рисунке 6 приведен полученный в AnyLogic график зависимости среднего числа итераций (ось y) от вероятности мутации генетического алгоритма (ось x). По графику и результатам таблицы 3 видно, что среднее число итераций генетического алгоритма, которое необходимо для получения приемлемого решения, имеет обратную зависимость относительно вероятности мутации при скрещивании.

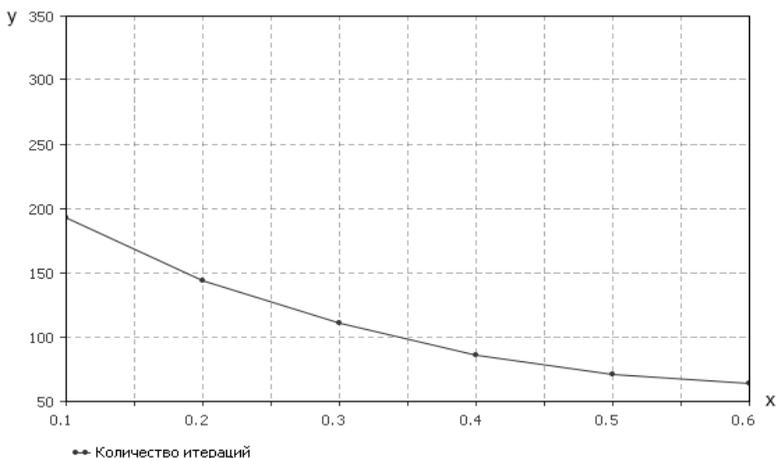


Рис. 6. График зависимости количества итераций алгоритма от вероятности мутации генетического алгоритма

На рисунке 7 (*Опыт №3*) показано, как изменяется среднее значение количества итераций генетического алгоритма (ось  $y$ ) от количества запусков алгоритма (ось  $x$ ) при следующих параметрах: CrossPoints = 2; Threshold = 2.4; PopulationSize = 10; MinFuncCount = 10; MutationChance = 1.

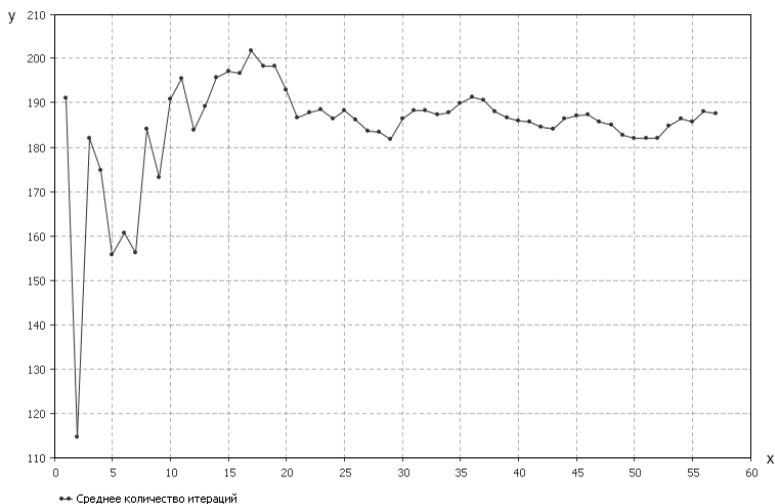


Рис. 7. Зависимость среднего числа итераций генетического алгоритма от количества запусков

На рисунке 7 видно, что график приближается к некоторой величине, и с каждым новым запуском мера разброса уменьшается.

Далее (*Опыт №4*), при тех же условиях: Threshold = 2.4; PopulationSize = 10; MinFuncCount = 10; MutationChance = 1, после 50 запуска меняется значение CrossPoints = 2; на рисунке 8 наблюдается увеличение среднего числа итераций после 50 итерации, что связано с зависимостью данного параметра от количества точек кроссовера генетического алгоритма. Можно сделать вывод о том, что эффективность двухточечного кроссовера выше, чем одноточечного.

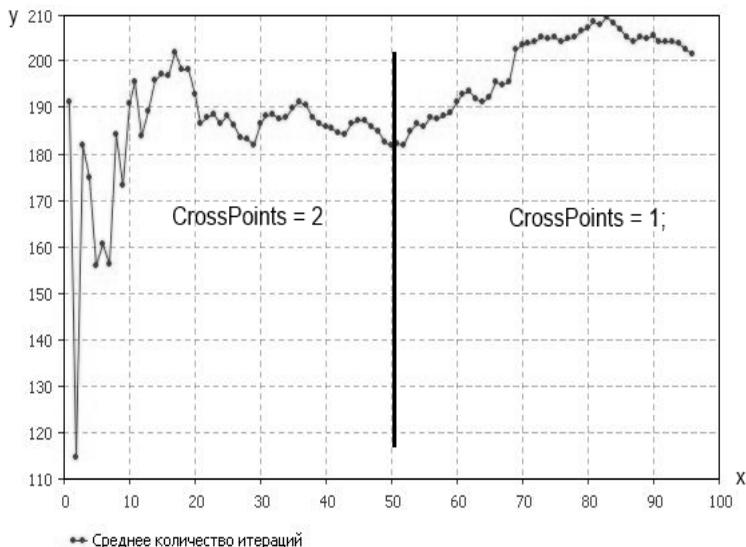


Рис. 8. Зависимость среднего числа итераций от количества точек скрещивания

При исследовании зависимости коэффициента адекватности требованиям в режиме их автоматической генерации, прежде всего, необходимо изменить параметры количества нереализуемых требований  $FUnreal$  во входных данных и минимального количества синтезируемых функций  $MinFuncCount$ . Остальные параметры будут фиксированными:  $CrossPoints = 2$ ;  $Threshold = 2.4$ ;  $PopulationSize = 10$ ;  $MinFuncCount = 10$ ;  $MutationChance = 1$ .

В результате эксперимента получены значения коэффициента адекватности для  $FUnreal = 2$ ,  $MinFuncCount = 4$  (таблица 4).

Таблица 4. Значения коэффициента адекватности требований

| <b>FUnreal</b> | <b>MinFuncCount</b> | <b>Adekv</b> |
|----------------|---------------------|--------------|
| 1              | 1                   | 0.875        |
| 1              | 2                   | 0.644        |
| 1              | 3                   | 0.522        |
| 1              | 4                   | 0.470        |
| 1              | 5                   | 0.398        |
| 2              | 1                   | 0.565        |
| 2              | 2                   | 0.384        |
| 2              | 3                   | 0.267        |
| 2              | 4                   | 0.188        |

Как видно из таблицы 4, даже несколько нереализуемых требований во входных данных приводят к крайне низким значениям коэффициентов адекватности.

Таким образом, из проведенных экспериментов можно сделать следующие выводы:

- количество итераций генетического алгоритма, а значит, и скорость реализации алгоритма по синтезу структуры системы непосредственно соотносится с пороговым значением целевой функции;

- количество итераций генетического алгоритма имеет обратную зависимость относительно вероятности мутации при скрещивании;

- исходя из увеличения среднего числа итераций генетического алгоритма, при смене оператора двухточечного кроссовера на одноточечный эффективность двухточечного оператора выше;

- в режиме автоматической генерации требований даже несколько нереализуемых требований во входных данных приводят к крайне низким значениям коэффициентов адекватности.

**5. Практическая реализация модели.** Для демонстрации работы модели рассматривается функциональный синтез структуры (компонентной архитектуры) информационной системы (ИС) управления предприятием.

Разработан тестовый пример, где в качестве функциональных элементов (таблица 5) описаны типовые процессы бюджета, маркетинга, закупок и продаж, производства, кадров и т.д.

В качестве структурных элементов (таблица 6) используются реально существующие программные продукты, автоматизирующие то или иное направление деятельности предприятия.

Таблица 5. Сокращенный список функциональных элементов

| Код функционального элемента | Наименование   |
|------------------------------|--|
| f01                          | Бюджетирование и планирование. Составление плана закупок |
| f12                          | CRM и маркетинг. Анализ цен конкурентов                  |
| f17                          | Продажи. Учет реализации товаров и услуг                 |
| f21                          | Закупки. Учет поступления товаров и услуг                |
| f27                          | Производство. Учет выпущенной продукции                  |
| f32                          | Кадры. Составление графиков работы                       |
| f39                          | Общепит. Учет выпускаемых блюд                           |

Таблица 6. Сокращенный список структурных элементов

| Код | Наименование                | Список функций   |
|-----|-----------------------------|--|
| s1  | Центр финансовой отчетности | f2, f8, f9, f6, f7, f46, f19, f24, f30, f35, f46, f05                |
| s6  | CoffeeCupPlanning           | f2, f5, f36, f37   |
| s7  | Market manager              | f10, f11, f12, f13, f46  |
| s9  | EN-planning                 | f2, f4, f8, f13, f31, f32, f33, f34, f35                             |
| s10 | Restaurant 2                | f14, f47, f48, f49, f15, f18, f24                                    |
| s11 | BC:Бухгалтерия              | f16, f17, f18, f19, f20, f21, f22, f23, f24, f31, f32, f33, f34, f35 |

После того как были определены множества структурных и функциональных элементов, необходимо определить вектор функциональных требований. Пусть для проектируемой ИС необходимо выбрать такой набор программных продуктов, который бы выполнял автоматизацию процессов управления предприятием для его эффективной работы (таблица 7).

Таблица 7. Функциональные требования к проектируемой ИС

| Код | Наименование                                     |
|-----|--|
| f01 | Составление плана закупок                        |
| f02 | Составление бюджета предприятия                  |
| f03 | Составление плана продаж                         |
| f08 | Составление план-фактного анализа бюджетирования |
| f09 | Возможность работы по разным сценариям           |
| f10 | Учет сделок с клиентами                          |
| f16 | Учет заказов клиента                             |
| f22 | Учет поступления товаров и услуг                 |
| f24 | Отчет о закупках                                 |
| f36 | Учет рабочего времени                            |
| f37 | Учет производственных задач                      |

В таблице 8 приведены результаты моделирования при следующих исходных параметрах модели: пороговое значение целевой функции — 2; размер популяции — 20; вероятность мутации — 3; число скрещиваний на 1 витке — 10; число потомков от одного скрещивания — 4; количество точек скрещивания — 2.

Таблица 8. Результаты работы модели

| Номер    | Результат         | Значение целевой функции |
|----------|-------------------|--------------------------|
| 1        | s6,s13,s19        | 2.06                     |
| 2        | s9,s11,s17,s23    | 2.04                     |
| 3        | s2,s8,s11,s19     | 2.07                     |
| <b>4</b> | <b>s5,s20,s21</b> | <b>2.16</b>              |
| 5        | s5,s6,s17         | 2.12                     |
| <b>6</b> | <b>s5,s11,s12</b> | <b>2.22</b>              |
| <b>7</b> | <b>s5,s6,s21</b>  | <b>2.26</b>              |
| 8        | s11,s13,s21       | 2.10                     |
| 9        | s6,s12,s13        | 2.12                     |
| 10       | s13,s20,s21       | 2.08                     |

В результате работы модели было получено 10 вариантов системы. Значение целевой функции (нахождения условного экстремума) варьируется в небольшом диапазоне. Это связано, прежде всего, с тем, что входное множество структурных элементов в основном содержит элементы с большим количеством выполняемых функций.

Поэтому для выбранных 11 функциональных требований варианты решений могут содержать немало избыточных функций.

Полученные результаты сортируются по значению функции приспособленности и выбираются 3 лучших:

1) Первый вариант системы со значением целевой функции 2.26 содержит следующие программные компоненты:

- s5. Мастер финансов;
- s6. CoffeeCupPlanning;
- s21. ВС:Бухгалтерия.

2) Второй вариант системы со значением целевой функции 2.22 содержит следующие программные компоненты:

- s5. Мастер финансов;
- s6. Athena;
- s21. OpenBravo.

3) Третий вариант системы со значением целевой функции 2.16 содержит следующие программные компоненты:

- s5. Мастер финансов;
- s20. Управление производством;
- s21. ВС:Бухгалтерия.

Найденные решения интерпретируются следующим образом:

1. Решения с меньшим значением целевой функции состоят из таких структурных элементов, которые выполняют заданные требования, но при этом являются в большей мере избыточными, то есть выполняют также и «лишние» функции.

2. Решения же с большим значением целевой функции состоят из таких структурных элементов, которые выполняют заданные требования и при этом практически не содержат в себе «лишних» функциональных элементов.

Таким образом, в результате работы модели проектировщик получает различные варианты выбора программных продуктов для построения информационной системы предприятия. Поэтому можно говорить о модели как о системе поддержки принятия решений с решающей ролью исследователя.

Применительно к показанному примеру дальнейший выбор может осуществляться исходя из стратегии развития компании и ее информационной системы.

**6. Заключение.** В процессе применения модельно-ориентированного проектирования для решения задач структурного синтеза на основе генетического алгоритма разработана имитационная модель структурного синтеза, а также произведен анализ и настройка ее параметров. Определено влияние значений управляющих параметров на

характеристики разработанной модели. Исследованы такие характеристики модели, как: адекватность требований, среднее число итераций до получения решения, среднее значение целевой функции.

Установлены следующие зависимости:

– количество итераций генетического алгоритма, а значит, и скорость синтеза структуры системы имеет прямую зависимость относительно порогового значению целевой функции;

– количество итераций генетического алгоритма имеет обратную зависимость относительно вероятности мутации при скрещивании;

– исходя из увеличения среднего числа итераций генетического алгоритма, при смене оператора двухточечного кроссовера на одноточечный можно сделать вывод о большей эффективности двухточечного оператора;

– в режиме автоматической генерации требований даже несколько нереализуемых требований во входных данных приводят к крайне низким значениям коэффициентов адекватности.

Было продемонстрировано использование разработанной модели функционального синтеза на примере задачи выбора программных продуктов при проектировании корпоративных информационных систем. Исходное множество содержало 23 структурных и 49 функциональных элементов. По определенным функциональным требованиям сделано несколько запусков модели. Определено множество вариантов решения с наибольшим значением функции приспособленности. Установлено, что на значение функции влияет количество избыточных функций, которые содержат выбранные структурные элементы. Таким образом, модельно-ориентированный подход является эффективным при реализации задач структурного и структурно-функционального синтеза систем.

### Литература

1. *Imboden D., Pfenninger S.* Introduction to Systems Analysis: Mathematically Modeling Natural Systems // Berlin, New York, Springer. 2013. № 8. pp. 235–252.
2. *Туголуков Е.Н., Ткачев А.Г., Рухов А.В. и др.* Проектирование сложных систем // Тамбов: Изд-во: Тамб. гос. тех. ун-т, 2008. 32 с.
3. *Коцюба И.Ю.* Основы проектирования информационных систем // Санкт-Петербург: Университет ИТМО, 2015. 206 с.
4. *Охтлев М. Ю., Соколов Б.В., Юсупов Р.М.* Интеллектуальные технологии мониторинга состояния и управления структурной динамикой сложных технических объектов // Москва: Наука, 2005. 291 с.
5. *Потрясаев С.А., Соколов Б.В., Юсупов Р.М.* Содержательное и формальное описание проблемы структурно-функционального синтеза и управления развитием информационной системы наземно-космического мониторинга // Труды СПИИРАН. 2013. Вып. 28. С. 82–106
6. Задачи структурного синтеза и принятия решений // URL: [http://www.life-prog.ru/2\\_70003\\_zadachi-strukturnogo-sinteza-i-prinyatiya-resheniy.html](http://www.life-prog.ru/2_70003_zadachi-strukturnogo-sinteza-i-prinyatiya-resheniy.html) (дата обращения: 24.10.2016)

7. *Зеленский В.А.* Проектирование сложных систем // Самара: Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С.П.Королева, 2012. 96 с.
8. *Баранов И.А.* Модельно-ориентированный подход в разработке программных компонент для комплексов СМ1820М // Москва: ОАО «ИНЭУМ им. И.С. Брука», 2012. 11 с.
9. *Бродский Ю.И.* Проблема описания и синтеза распределенных имитационных моделей сложных многокомпонентных систем // Москва, 2015. 343 с.
10. Два подхода к проектированию информационных систем // URL: [http://consulting.ru/econs\\_art\\_417882730](http://consulting.ru/econs_art_417882730) (дата обращения: 24.10.2016)
11. *Доронина Ю.В., Рябовая В.О.* Метод модернизации информационных систем экологического мониторинга на основе анализа их функциональной нагрузки // Труды СПИИРАН. 2016. Вып. 1(44). С. 133–153.
12. *Дегтярев Ю.И.* Методы оптимизации: учебное пособие // М.: Сов. Радио, 1986.
13. *Латыпов Н.Н., Елкин С.В., Гаприлов Д.А.* Инженерная эвристика / под ред. А.А. Вассермана // М.: Астрель, 2012. 320 с.
14. *Цвиркун А.Д.* Основы синтеза структуры сложных систем // М.: Наука, 1982. 200 с.
15. *Цвиркун А.Д., Акинфиев В.И.* Структура многоуровневых и крупномасштабных систем (синтез и планирование развития) // М.: Наука, 1993. 157 с.
16. *Цвиркун А.Д., Акинфиев В.И., Фильмонов В.А.* Имитационное моделирование в задачах синтеза структуры сложных систем: Оптимизационно-имитационный подход // М.: Наука, 1985. 174 с.
17. *Цурков В.И.* Динамические задачи большой размерности // М.: Наука, 1988. 288 с.
18. Области применения AnyLogic // URL: <http://www.anylogic.ru/application-areas>, свободный (дата обращения: 24.10.2016)
19. *Каширина И.Л.* Генетический алгоритм решения квадратичной задачи о назначениях специального вида // Вестник ВГУ. 2003. Вып. 1. С. 66–71
20. *Жуков Д.В., Матвиш В.А., Мочалов В.Ф., Труфанов А.Ф.* Системный анализ актуальных прикладных задач наземно-аэрокосмического мониторинга эколого-технологических объектов, исследуемых в проекте ELRI-184 // Труды СПИИРАН. 2013. Вып. 28. С. 107–121.
21. *Павлов А.Н.* Комплексное моделирование структурно-функциональной реконфигурации сложных объектов // Труды СПИИРАН. 2013. Вып. 28. С. 143–168.

**Доронина Юлия Валентиновна** — д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры Информационных систем Института информационных технологий и управления в технических системах Севастопольского государственного университета. Область научных интересов: совершенствование и реинжиниринг информационных систем, системная инженерия, технологии СУБД, системы поддержки принятия решений. Число научных публикаций — 100. [juvado@yandex.ru](mailto:juvado@yandex.ru); СевГУ, ул. Университетская, д. 33, г. Севастополь, 299053, РФ; р.т. +7(8692)435-038.

**Рябовая Валентина Олеговна** — старший преподаватель кафедры Информационных систем Института информационных технологий и управления в технических системах Севастопольского государственного университета. Область научных интересов: системный анализ, теория вероятности и экспертных оценок, системы поддержки принятия решений, применение методов структурной оптимизации в системах мониторинга. Число научных публикаций — 35. [valentina\\_rb@mail.ru](mailto:valentina_rb@mail.ru); СевГУ, ул. Университетская, д. 33, г. Севастополь, 299053, РФ; р.т. +7(8692)435-038.

**Чесноков Дмитрий Игоревич** — магистр кафедры Информационных систем Института информационных технологий и управления в технических системах Севастопольского государственного университета. Область научных интересов: системный анализ, генетические алгоритмы, системы поддержки принятия решений, применение методов структурной оптимизации в модельно-ориентированных системах. [dimchesn@gmail.com](mailto:dimchesn@gmail.com); СевГУ, ул. Университетская, д. 33, г. Севастополь, 299053, РФ; р.т. +7(8692)435-038.

Y.V. DORONINA, V.O. RYABOVAYA, D.I. CHESNOKOV  
**USING MODEL-BASED DESIGN FOR SOLVING STRUCTURAL  
 SYNTHESIS PROBLEMS**

---

*Doronina Y.V., Ryabovaya V.O., Chesnokov D. I. Using Model-based Design for Solving Structural Synthesis Problems.*

**Abstract.** To reduce the complexity of the task of structural synthesis, it is divided into stages, during each of which the researcher, conducts (with the help of decision support systems) the synthesis and analysis of model systems for the given input requirements and restrictions. Structural optimization, in this context, is reduced to finding the extremum of a certain objective function, whose value is controlled by specified design parameters depending on the type of task.

To demonstrate how the simulation model works, the functional synthesis of the structure of information enterprise management system is considered, where the functional elements are the automated business processes, and the structural elements — automation facilities. A test case is made, where typical processes of budgeting, marketing, purchasing and sales, production and human resources are described as the functional elements.

The use of the developed model of functional synthesis is exemplified by the task of choosing software for the design of corporate information systems. On the basis of a series of experiments we have determined the set of possible solutions with the greatest value of the fitness function. It is established that the function value is affected by the number of redundant functions that contain selected structural elements.

**Keywords:** model-based design, structural synthesis, information system, genetic algorithm, directed mutation, extremum, a heuristic approach

---

**Doronina Julia Valentinovna** — Ph.D., Dr. Sci., associate professor, professor of department of the Information systems of Institute of information technologies and management in the technical systems of the Sevastopol state university. Research interests: perfection and reengineering of the informations systems, systems engineering, technologies of databases, systems of support of making a decision. The number of publications — 100. [juvado@yandex.ru](mailto:juvado@yandex.ru); SEVGU, St. University, 33, Sevastopol, 299053, Russia; office phone +7(8692) 435-038.

**Ryabovaya Valentina Olegovna** — senior lecturer of department of the Information systems of Institute of information technologies and management in the technical systems of the Sevastopol state university. Research interests: system analysis, probability theory and expertise, decision support systems, application of structural optimization in monitoring systems. The number of publications — 35. [valentina\\_rb@mail.ru](mailto:valentina_rb@mail.ru); SEVGU, St. University, 33, Sevastopol, 299053, Russia; office phone +7(8692) 435-038.

**Chesnokov Dmitry Igorevich** — master of department of the Informative systems of Institute of information technologies and management in the technical systems of the Sevastopol state university. Research interests: system analysis, genetic algorithms, decision support systems, application of structural optimization in model-oriented systems. [dimchesn@gmail.com](mailto:dimchesn@gmail.com); SEVGU, St. University, 33, Sevastopol, 299053, Russia; office phone +7(8692) 435-038.

## References

1. Imboden D., Pfenninger S. Introduction to Systems Analysis: Mathematically Modeling Natural Systems. *Berlin, New York, Springer*. 2013. no. 8. pp. 235–252.
2. Tugolukov E.N., Tkachev A.G., Ruhov A.V. et al. *Proektirovanie slozhnyh sistem* [Design of complex systems]. Tambov. 2008. 32 p. (In Russ.).

3. Kocjuba I.Ju. *Osnovy proektirovaniya informacionnyh sistem* [Basics of designing information systems]. S.-Peterburg. 2015. 206 p. (In Russ.).
4. Ohtilev M. Ju., Sokolov B.V., Jusupov R.M. *Intellektual'nye tehnologii monitoringa sostojanija i upravlenija strukturnoj dinamikoj slozhnyh tehnicheskikh objektov* [Intelligent technology for monitoring the status and management of the structural dynamics of complex technical objects]. Moscow: Nauka. 2005. 291 p. (In Russ.).
5. Potrjasaev S.A., Sokolov B.V., Jusupov R.M. [Substantive and formal description of the problem of structural-functional synthesis and Development Management Information System ground-space monitoring]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2013. vol. 28. pp. 82–106. (In Russ.).
6. Zadachi strukturnogo sinteza i prinjatija reshenij [The structural synthesis tasks and decision-making]. Available at: [http://www.life-prog.ru/2\\_70003\\_zadachi-strukturnogo-sintez-a-i-prinyatiya-resheniy.html](http://www.life-prog.ru/2_70003_zadachi-strukturnogo-sintez-a-i-prinyatiya-resheniy.html) (accessed: 24.10.2016) (In Russ.).
7. Zelenskij V.A. *Proektirovanie slozhnyh sistem* [Design of complex systems]. Samara: Samarskij nacional'nyj issledovatel'skij universitet imeni akademika S.P. Koroleva. 2012. 96 p. (In Russ.).
8. Baranov I.A. *Model'no-orientirovannyj podhod v razrabotke programmyh komponent dlja kompleksov SM1820M* [Model-based approach in the development of software components for SM1820M complexes]. Moscow: OAO «INJeUM im. I.S. Bruka». 2012. 11 p. (In Russ.).
9. Brodskij Ju.I. *Problema opisaniya i sinteza raspredelennyh imitacionnyh modelej slozhnyh mnogokomponentnyh sistem* [Problem description and synthesis of distributed simulation models of complex multicomponent systems]. Moscow. 2015. 343 p. (In Russ.).
10. *Dva podhoda k proektirovaniyu informacionnyh sistem* [Two approaches to the design of information systems]. Available at: [http://consulting.ru/econs\\_art\\_417882730](http://consulting.ru/econs_art_417882730), svobodnyj (accessed: 24.10.2016) (In Russ.).
11. Doronina Ju.V., Rjabovaja V.O. [Modernization of information systems for environmental monitoring based on their functionality]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2016. № 1 (44). pp. 133–153. (In Russ.).
12. Degtjarev Ju.I. *Metody optimizacii: uchebnoe posobie* [Optimization Methods: Tutorial]. Moscow. 1986. (In Russ.).
13. Latypov N.N., Jolkin S.V., Gavrilov D.A. *Inzhenernaja jevrystika* [Engineering heuristics] / pod.red. A.A. Vassermana. Moscow: Astrel'. 2012. 320 p. (In Russ.).
14. Cvirkun A.D. *Osnovy sinteza struktury slozhnyh sistem* [Basics of synthesis of the structure of complex systems]. Moscow: Nauka. 1982. 200 p. (In Russ.).
15. Cvirkun A.D., Akinfiev V.I. *Struktura mnogourovnevnyh i krupnomasshtabnyh sistem (sintez i planirovanie razvitiya)* [The structure of multi-level and large-scale systems (synthesis and development planning)]. Moscow: Nauka. 1993. 157 p. (In Russ.).
16. Cvirkun A.D., Akinfiev V.I., Filimonov V.A. *Imitacionnoe modelirovanie v zadachah sinteza struktury slozhnyh sistem: Optimizacionno-imitacionnyj podhod* [Simulation modeling in the design of the structure of complex systems optimization-simulation approach.]. Moscow: Nauka. 1985. 174 p. (In Russ.).
17. Curkov V.I. *Dinamicheskie zadachi bol'shoj razmernosti* [Dynamic problems of large dimension]. Moscow: Nauka. 1988. 288 p. (In Russ.).
18. Oblasti primeneniya AnyLogic [Applications of AnyLogic]. Available at: <http://www.anylogic.ru/application-areas>, svobodnyj (accessed: 24.10.2016) (In Russ.).
19. Kashirina I.L. [Genetic algorithm for solving quadratic assignment problem of a special kind]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta – Bulletin of Voronezh State University*. 2003. no. 1. pp. 66–71. (In Russ.).
20. Zhukov D.V., Mat'jash V.A., Mochalov V.F., Trufanov A.F. [System analysis of topical applications ground-space monitoring ecological and technological objects, studied in the project ELRI-184]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2013. № 28. pp. 107–121. (In Russ.).
21. Pavlov A.N. [Complex modeling of structural and functional reconfiguration of complex objects]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2013. № 28. pp. 143–168. (In Russ.).

И.В. ВЕШНЕВА, Т.Б. ЧИСТЯКОВА, А.А. БОЛЬШАКОВ  
**МЕТОД ОБРАБОТКИ И ИНТЕРПРЕТАЦИИ ДАННЫХ  
ИЗМЕРЕНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ  
СРЕДЕ НА ОСНОВЕ СТАТУСНЫХ ФУНКЦИЙ**

---

*Вешнева И.В., Чистякова Т.Б., Большаков А.А. Метод обработки и интерпретации данных измерения взаимодействий в образовательной среде на основе статусных функций.*

**Аннотация.** Предложен математический метод, основанный на использовании комплексных статусных функций, приписываемых состоянию объекта. Метод ориентирован на непосредственное описание математической модели канала обратной связи эргатических систем. Статусные функции формируются как оптимальный, ортонормированный базис системы. Введены правила работы со статусными функциями, представлена их интерпретация. Предложен метод формирования оператора преобразования сигналов, представленных статусными функциями. Таким образом, осуществлено совершенствование математического обеспечения анализа взаимодействия в интегрированной образовательной среде на основе моделирования компетентностного портрета участников процесса обучения, которое отличается использованием статусных функций, что позволило осуществить формирование многокомпонентной оценки компетенций в форме комплекснозначных функций.

**Ключевые слова:** статусные функции, эргатические системы, непрерывный канал связи, обучающие системы виртуальной реальности.

---

**1. Введение.** Использование быстро развивающихся интегрированных образовательных сред с виртуальными компонентами позволит обеспечить ряд стратегических преимуществ, среди которых основным является технологическое опережение конкурентов. Именно развитию подобных технологий должны быть посвящены основные разработки в области обеспечения качества образования. В первую очередь, это технические и программные технологии создания систем виртуальной реальности. Следующей масштабной проблемой является разработка систем оценивания когнитивного и мотивационно-психологического состояния обучаемых. Это проблема связана с разработкой математических моделей их состояния, с определением психологической валидности, с созданием систем оценивания при использовании соответствующих программно-технических средств. Третьей крупной проблемой является изменение педагогических технологий и методик, обучение новых педагогов-наставников, готовых работать в принципиально новых условиях. Такая работа существенно изменит отношения в системе образования, которая реализует миссию сохранения и ретрансляции культурных ценностей. Эта система консервативна и, по сути, не может быть другой. Для того, чтобы стала возможной ее коренная трансформация, необходимо воспитать новое поколение.

В настоящей статье рассматриваются аспекты, связанные со второй проблемой, то есть с совершенствованием математического обеспечения анализа взаимодействия в интегрированной образовательной среде. Физическая среда передачи информации о состоянии объекта обуславливает необходимость создания соответствующего математического обеспечения. При этом теоретический этап разработки технических средств реализации возможностей определения изменения эмоционального состояния отдельных людей или их групп требует разработки математической модели непрерывного канала связи. Последующая процедура испытаний и отладки технического устройства предполагает наличие физической модели или данных натурального эксперимента, построенных и обработанных на базе исходной математической модели.

Возможные модели ориентированы на косвенное и прямое описания. Косвенное требует наличия исходного прямого описания, например, феноменологического, непосредственно связывающего входные и выходные сигналы каналов связи. В настоящее время наиболее часто применяются математические модели каналов связи в форме конечномерных условных распределений вероятностей [1, 2] либо определенных моментных функций [3]. При этом необходимо использовать только первые два момента распределений из-за сложности применяемого аппарата, поэтому модели являются адекватными только для гауссовских случайных процессов [4]. Для распределений подход основывается на применении Марковских процессов [5, 6], что значительно уменьшает область использования создаваемых моделей, так как при этом значительно ограничивается память в канале.

Прямое описание основывается на использовании дифференциальных [2] или интегральных уравнений [1, 6]. Многие исследователи используют математическую модель канала связи в форме некоторого оператора, для которого заданы базисы разложений для входных и выходных сигналов в форме гармонических функций [7]. Прямое описание предполагает рассмотрение оператора преобразования множества входных сигналов в выходные. При этом синтезируемые модели рассматриваются в пространствах, координатные функции которых являются собственными для линейных систем на бесконечном интервале анализа, что обеспечивает универсальность моделей. Анализ возможных дифференциальных и интегральных операторов приведен в работе [8]. Модель канала связи представляется в форме оператора отображения полезной составляющей принимаемой смеси, зависящего от свойств среды передачи, а также характеристик входных и выходных устройств (согласования) [9, 10]. Этот оператор является системной характеристикой и воспроизводит параметры наблюдаемого на

выходе сигнала. Описание канала обратной связи может быть использовано для нелинейных и линейных систем. При описании нелинейных систем требуется применение дифференциальных уравнений в частных производных. Непосредственно системная характеристика представляет коэффициенты этого дифференциального уравнения.

Представление системной характеристики в форме интегрального оператора обеспечивает возможность аппроксимации непрерывного функционала с заданной точностью функциональным рядом Вольтерра [11]. Дифференциальные уравнения позволяют описывать соотношения между входными и выходными сигналами на основе коэффициентов, а ряды Вольтерра — с учетом весовых функций в интегральных преобразованиях.

Оба типа представления системной характеристики существенно упрощаются, если моделирование осуществляется на основе линейных операторов. Для дифференциальных уравнений вводится требование вещественности и независимости от сигналов коэффициентов дифференциального уравнения, что приводит его к линейному виду. Ряд Вольтерра значительно сокращается, вырождаясь в одно интегральное преобразование (интеграл свертки, или Коши), весовой функцией которого является импульсная характеристика.

В случае необходимости формализации дискретных отображений непрерывных каналов связи используются операторы преобразования метрических конечномерных пространств, представленные в виде интегральных преобразований на основе предельного перехода в виде рядов. При этом операторы аналого-дискретных преобразований дискретных отображений непрерывных каналов связи на основе канонического разложения В. С. Пугачева вычисляются итерационной процедурой, последовательно определяющей базисные функции на выходе канала в виде рекуррентного операторного преобразования входных базисных функций [12, 13].

**2. Оптимальный базис: канонические разложения комплексных скалярных случайных функций.** Введем ряд допущений, необходимых при решении задачи создания метода обработки и интерпретации данных измерения взаимодействий. Случайной величиной (СлВ) называется величина, которая в результате опыта может принять определенное, заранее неизвестное значение.

Случайной функцией (СлФ) называется функция, которая в результате опыта может принять конкретный, заранее неизвестный вид.

Далее СлФ представляет математический объект большой сложности. В общем случае будем трактовать [14] СлФ как несчетное множество скалярных случайных величин (СлВ).

Необходимо попытаться выразить СлФ через более простые случайные объекты, например, обычные скалярные СлВ. На основе известных свойств математических ожиданий, дисперсий и ковариационных моментов простейшей с практической точки зрения формой выражения СлФ через СлВ является представление ее в виде линейной комбинации некоррелированных СлВ, имеющих равные нулю математические ожидания. Таким образом, приходим к задаче представления скалярной СлФ  $F(x,y)$  в виде:

$$F(r) = m_F(r) + \sum_v V_v f_v(r), \quad (1)$$

где  $V_v$  — некоррелированные скалярные СлВ, математические ожидания которых равны нулю, а  $f_v(r)$  — некоторые детерминированные функции. Отдельные слагаемые вида  $V_v f_v(r)$  являются элементарными СлФ.

Всякое представление СлФ в виде суммы ее математического ожидания и некоррелированных элементарных СлФ называется каноническим разложением (КР) СлФ. Далее СлВ  $V_v$  будем называть весовыми коэффициентами КР, а функции  $f_v(r)$  — координатными функциями, причем КР СлФ в общем случае представляет бесконечный ряд. В частных случаях КР может быть конечной суммой. Для вычисления ковариационной функции СФ можно применить следующую формулу:

$$K_f(r, r') = M[F(r)F^*(r')] = \sum_v D_v f_v(r)f_v^*(r'), \quad (2)$$

где  $D_v$  — дисперсии СлВ  $V_v$ , \* — символ комплексного сопряжения. Представление ковариационной функции формулой вида (2) называется каноническим разложением ковариационной функции. Таким образом, из КР (1) СФ  $F(r)$  следует КР (2) ее ковариационной функции (прямая теорема Пугачева). И наоборот, из КР (2) ковариационной функции вытекает КР (1) СФ (обратная теорема Пугачева). При  $r=r'$  получим выражение для дисперсии  $D_f = K_f(r, r)$ .

Последовательность некоррелированных СлВ  $V_v$  можно рассматривать как дискретный (импульсный) белый шум. Тогда КР (2) СФ  $F(r, t)$  можно трактовать как выражение ее через импульсный белый шум. Причем КР СлФ удобны для выполнения различных операций анализа над СлФ, особенно линейных. Объясняется это тем, что в КР СлФ ее зависимость от аргумента  $r$  выражается координатными функциями, что обеспечивает возможность свести выполнение различных линейных операций над СФ (например, дифференцирование, интегрирование, решение линейных дифференциальных уравнений и т.д.) к обычным операциям математического анализа над неслучайными координатными функциями.

Пусть  $V_\nu$  — произвольные некоррелированные СлВ, имеющие математические ожидания, равные нулю, и дисперсии  $D_\nu$ :

$$\begin{cases} M[V_\nu] = 0, & M[V_\nu V_\mu^*] = 0 \quad \mu \neq \nu, \\ D[V_\nu] = M[|V_\nu|^2] = D_\nu \end{cases} \quad (3)$$

Определим неизвестные координатные функции  $f_\nu(r)$ . Для этого согласно (1) следует представить стационарную центрированную СФ  $F_0(r) = F(r) - mF(r)$  в виде суммы:

$$F_0(r) = \sum_\nu V_\nu f_\nu(r), \quad (4)$$

где  $f_\nu(r)$  — неизвестные координатные функции. Умножим (4) на комплексно-сопряженную СлВ  $V_\mu^*$  и вычислим математическое ожидание:

$$M[F_0(r)V_\mu^*] = \sum_\nu M[V_\nu V_\mu^*] f_\nu(x, y) = D_\mu f_\mu(r). \quad (5)$$

Следовательно:

$$f_\mu(r) = \frac{1}{D_\mu} M[F_0(r)V_\mu^*]. \quad (6)$$

Формула (6) определяет координатные функции при заданном выборе случайных коэффициентов  $V_\nu$ . Выбор координатных функций  $f_\nu(r)$  по формуле (6) обеспечивает лучшее среднеквадратическое приближение к СлФ  $F_0(r)$  любым заданным числом членов ряда (4) при определенном выборе случайных коэффициентов  $V_\nu$ . Формула

$$F_0(r) = \sum_\nu^n V_\nu \psi_\nu(r) + R_n(r), \quad (7)$$

с отброшенным остаточным членом  $R_n(r)$  обеспечивает приближенное КР СФ  $F(r)$  с координатными функциями  $\psi_\nu$ .

Координатные функции, определяемые формулой (6), называются среднеквадратическими оптимальными координатными функциями.

**3. Введение статусных функций.** Рассмотрим процедуру приписывания некоторых СлФ различным состояниям составляющих сложной системы. В качестве примера выберем систему образования. Система представляет классическую систему образования с внедренными в нее элементами виртуальных обучающих систем. Будем называть ее интегрированной образовательной средой (ИОС). В настоящее время часть этих систем является эргатическими системами, образованными обучающими системами виртуальной реальности (ОСВР). Основным

процессом согласно ФГОС ВПО третьего поколения и ожидаемых изменений является процесс формирования компетенций. Будем рассматривать процедуру приписывания функций на примере оценок процесса формирования компетенций в системе образования. Это также оправдано условием, что верификацию способов оценки результатов обучения в ОСВР необходимо проводить в действующей классической системе обучения, основанной в настоящее время на компетентностной парадигме.

Создадим интерпретацию к теории СлФ, названную методом статусных функций (СФ) [15]. Введем функции, приписываемые состоянию объекта, которые назовем статусными (СФ), основываясь на институциональной природе оценки [16]. Таким образом, предлагается оценка в виде набора действительных чисел с определенным уровнем случайности соответствия состоянию. Тогда оценка является случайной величиной.

Например, обучаемый выполняет тесты и получает разные оценки. Если один и тот же тест решать много раз, то будет получаться одна и та же оценка. Если тесты разные, то появится разброс оценок. Если решаются тесты одинаковые или похожие, то оценка получается одинаковой или близкой. Если тесты существенно различаются или участвуют различные оценивающие эксперты, то возникает существенный разброс оценок. Задачей оценивания является получение информации об уровне знаний обучающегося независимо от оценивающего или используемого теста. Для этого используется различная статистическая обработка, например, средняя оценка за год или оценка экзаменационной комиссии, или по множеству тестов и так далее. Результат обычной обработки — это среднее, дисперсия, реже корреляция.

Эти результаты используются для оценки субъекта в заданный момент. Измеренное состояние не обеспечивает информацией о прошлом. Прогноз оценки в следующие моменты обычно основан на опыте преподавателя или выработанных правилах. Создадим систему, в которой могут быть получены априорные оценки.

Для этого используем колебательные комплексные величины, что обусловлено рядом причин. Представим простые аналогии: измерение может быть слабым и сильным. Слабое измерение ниже общего «фоновое» шума и не изменяет состояние обучаемого. Сильное измерение вносит изменение в состояние компетенций и представляет мощное воздействие на сознание и его интенциональность. Эти характеристики являются сопряженными и интерферирующими. Некоторые интерферирующие траектории или состояния должны рассматриваться как единое.

Для этого, также как в квантовой механике, необходимо ввести некоторые операторы, воздействующие на состояние. Их применение

позволяет вычислять необходимые средние, а уравнение движения для операторов позволяют прогнозировать изменение состояния. В квантовой механике операторы действуют на комплексные функции. Собственные значения операторов, соответствующих измеряемым величинам, действительны. Существуют пары величин (операторов), соответствующие сопряженным переменным. Наиболее простой — это оператор координаты и сопряженный ему оператор импульса:

$$-\frac{i}{2\pi} \frac{\partial}{\partial r} \quad (8)$$

Предположим, что результат применения этого оператора к СФ позволит вычислить интенциональную характеристику приписываемой субъекту функции.

Здесь СФ является комплексной СлФ и может быть определена через суперпозицию комплексных СлВ. Причем СФ являются приписываемыми функциями для сложных пространственно-временных сигналов, которые проявляются как обмен между ее частями и внешней средой в процессе функционирования сложной системы. Приписывание имеет следующий вид: «СлВ считается СФ в контексте метода СФ».

Используем СФ для оценки состояния индивидуума. Введем переменные, характеризующие внешние проявления состояния его сознания и его интенциональность, так как сознание и интенциональность являются феноменами, независимыми от наблюдателя. Заметим, что каждому индивидууму присущи некоторые интенциональные состояния.

Выполним моделирование детерминированных базисных СФ в виде:

$$\psi_{1k}(r) = f_1(r)e^{i2\pi kr}, \quad (9)$$

где  $f_1(r)$  — модули комплексных функций оценок,  $r$  — введенная базовая переменная, образующая аналог координаты оценки,  $k$  — оценка, представляющая личностную характеристику участника процесса обучения.

Фазовые множители (значения  $k = 0, \pm 1$ ) для введенных функций выбирались так, чтобы ортогональность сохранялась для скалярного произведения:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_i(r)\psi_j^*(r)dr = \delta_{ij}, \quad (10)$$

где \* обозначено комплексное сопряжение,  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера. Параметр  $k$  является результатом действия на СФ оператора «импульса» (8):

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1(r) e^{-i2\pi k_l r} \left[ -i \frac{\partial}{2\pi \partial r} \right] [f_1(r) e^{i2\pi k_l r}] = k_l \quad . \quad (11)$$

Для случая пятиуровневой оценки отдельных компетенций и трех приписываемых состояний интенции общее число возможных базисных состояний равно  $5 \times 3 = 15$ .

Ограничим диапазон измерения оценок состояния  $r$ . Это означает, что вместо бегущих волн целесообразно использовать группы гармонических функций, подобных волновым пучкам. При большом диапазоне СлВ гармоническая функция (11) является хорошим приближением. В состоянии, заданном (11), средняя координата и средний импульс равны нулю. Это означает, что в отсутствии внешнего информационного воздействия на субъект его состояние не изменяется. Таким образом, информационное воздействие на субъект должно описываться в виде нескольких «потенциалов» или «сил» в принципе, зависящих от времени.

Система оценок на основе метода СФ описывает состояние процесса формирования компетенций, полученное при их измерении, которое является суперпозицией всех комплексных функций составляющих их элементарных оценок. Причем, если оценка некоторого набора компетенций определяется комплексной функцией  $\Psi_1$ , а оценка другого набора — комплексной функцией  $\Psi_2$ , то состояние оценок также можно описать суммой этих состояний с некоторыми коэффициентами. Таким образом, введен аналог вектора состояния для множества показателей на примере упрощенной оценки формируемых в процессе обучения компетенций.

Для оценок заданного набора компетенций на основе суперпозиции элементарных СФ с весовыми коэффициентами получается распределение, характеризующее состояние оцениваемого субъекта:

$$\Psi_i^{BX}(r) = \sum_{l=1}^5 \sum_{k=-1}^1 w_{lk}^i \Psi_{lk}(r) \quad . \quad (12)$$

Затем проводится сборка результирующей СФ:

$$\Psi^{BX}(r) = \sum_{i=1}^N \sqrt{w_i} \Psi_i^{BX}(r) \quad , \quad (13)$$

здесь  $w_i$  — весовые коэффициенты соответствующих компетенций,  $w_{lk}^i$  — матрица  $5 \times 3$  в которой положение ненулевых значений определяется оценкой. Суммирование проводится по количеству оцениваемых компетенций  $N$ . Для формирования выходных СФ используются аналогичные выражения (4), (5).

Таким образом, сформирована гипотеза о возможности построения математической модели процесса формирования компетенций на основе СФ.

#### 4. Операции со статусными функциями и их интерпретация.

Статусной функцией (СФ) будем называть операцию, которая устанавливает правило определения соответствия некоторой упорядоченной пары аргументов и некоторой соответствующей им величины. Такая функция может быть представлена в виде:

$$\psi(r, k) = A(r)e^{i2\pi kr} \quad , \quad (14)$$

или:

$$\begin{aligned} \psi(r, k) &= A(r) \cos(2\pi kr) + iA(r) \sin(2\pi kr) = \\ &= A(r)(\cos^2(\pi kr) - \sin^2(\pi kr)) + 2iA(r)\cos(\pi kr)\sin(\pi kr) \quad . \end{aligned}$$

Значения упорядоченных пар аргументов, к которым функция применима, составляют область определения функции, значения функции составляют область значений функции.

1. Т о ж д е с т в е н н о с т ь С Ф . Примем обычное математическое соглашение: две статусные функции тождественны, если они имеют одну область определения и для каждой упорядоченной пары аргументов из этой области имеют одно значение.

2. Н о р м и р о в к а .

$$N = \iint_{-\infty}^{+\infty} \Psi(r)\Psi^*(r)dr \quad , \quad (15)$$

$$N_{2D} = \iint_{-\infty}^{+\infty} \Psi(r_1, r_2)\Psi^*(r_1, r_2)dr_1dr_2 \quad . \quad (16)$$

Интегрирование осуществляется по всему пространству. Интеграл конечен, если СФ локализована. Использование такой нормировки позволяет определять СФ с точностью фазового множителя. Следовательно, использование СФ в качестве координатной функции позволяет сохранить оптимальность введенного на основе канонического разложения СлФ базиса элементарных координатных функций. Согласно введенному условию СФ не имеет универсальной размерности: она определяется элементом интегрирования  $|\psi| = |dr|^{-1/2}$ .

3. Сложение (или «объединение») СФ. Если система может находиться в состоянии приписываемой СФ  $\Psi_1$  и в другом состоянии  $\Psi_2$ , то она может находиться и в состоянии  $\Psi$  таком, что:

$$\Psi(r) = c_1\Psi_1(r) + c_2\Psi_2(r) \quad , \quad (17)$$

$c_1, c_2$  — произвольные комплексные числа, определяемые из эксперимента. Операция представляет суперпозицию измеряемых состояний, в каждом из которых зафиксирована измеряемая система. Например, многократные ответы обучаемого на различные тесты. Оценка объекта (или субъекта) группой экспертов, например, оценки разных экспертов в одном оценивании или различные оценивания.

Главным отличием от классической системы оценивания следует считать, что вероятность обнаружения системы в состоянии  $\Psi$  равна:

$$P^\Psi = |\Psi_1(r) + \Psi_2(r)|^2 \quad . \quad (18)$$

Тогда как в классическом случае существует практика сложения и усреднения оценок состояния системы:

$$P^\Psi = |\Psi_1(r)|^2 + |\Psi_2(r)|^2 \quad . \quad (19)$$

Заметим, что такая процедура имеет существенные недостатки на практике, так как противоречит здравому смыслу, однако используется из-за отсутствия соответствующего инструментария.

4 . У м н о ж е н и е ( и л и « п е р е с е ч е н и е » ) С Ф . Если система может в состоянии приписываемой СФ  $\Psi_1$  и в другом антисимметричном состоянии  $\Psi_2$ , то она может находиться и в состоянии  $\Psi$  таком, что:

$$\Psi(r_1, r_2) = \Psi_1(r_1)\Psi_2(r_2) \quad . \quad (20)$$

Процедура основана на предположении, что система может находиться в многокомпонентном состоянии, а оценивание основывается на однокомпонентном предположении, что каждый элемент системы изменяется в некотором усреднённом самосогласованном поле, создаваемом всеми остальными компонентами системы. Такие антисимметричные оценки могут быть получены, например, как оценки эксперта и самооценки.

5 . С у п е р п о з и ц и я с т а т у с н ы х ф у н к ц и й . Суперпозицией СФ  $\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n$  с весовыми неотрицательными коэффициентами  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ , где  $\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n = 1$  называется статусная функция:

$$\Psi(r) = \omega_1\Psi_1(r) + \omega_2\Psi_2(r) + \dots + \omega_n\Psi_n(r), \quad (21)$$

где  $n$  — натуральное число.

Смысл суперпозиции СФ аналогичен принципу суперпозиции в квантовой механике: если система может находиться в состояниях со

СФ  $\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n$ , то она может находиться в состоянии суперпозиции этих функций, умноженным на весовой коэффициент состояния.

6. Статусная функций 2-х переменных. СФ может представлять пересечение суперпозиции СФ 2-х разных переменных:

$$\Psi(r_1, r_2) = \sum_{i=1}^n \omega_i \Psi_i(r_1) * \sum_{j=1}^n v_j \Phi_j(r_2). \quad (22)$$

7. Вычисление моментов. Для анализа СлФ, заданной в форме (14), целесообразно использовать центральные моменты. Используем моменты  $v_{gh}$  порядка  $k$  для СлФ в виде:

$$v_j = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (r - m_r)^j \Psi(r) \Psi^*(r) dr}{\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(r) \Psi^*(r) dr}, \quad (23)$$

$$v_{gh} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} ((r_1 - m_{r_1})^g + (r_2 - m_{r_2})^h) \Psi(r_1, r_2) \Psi^*(r_1, r_2) dr_1 dr_2}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(r_1, r_2) \Psi^*(r_1, r_2) dr_1 dr_2}, \quad (24)$$

где  $m_r$  — математическое ожидание по  $r$  для случая суперпозиции симметричных СФ,  $m_{r_1}, m_{r_2}$  — математическое ожидание по  $r_1$ , по  $r_2$  для случая антисимметричных СФ:

$$m_r = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} r \Psi(r) \Psi^*(r) dr}{\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(r) \Psi^*(r) dr}, \quad (25)$$

$$m_{r_1} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} r_1 \Psi(r_1, r_2) \Psi^*(r_1, r_2) dr_1 dr_2}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(r_1, r_2) \Psi^*(r_1, r_2) dr_1 dr_2}, \quad (26)$$

$$m_{r_2} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} r_2 \Psi(r_1, r_2) \Psi^*(r_1, r_2) dr_1 dr_2}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(r_1, r_2) \Psi^*(r_1, r_2) dr_1 dr_2}. \quad (27)$$

Представим интерпретацию вычисления моментов СФ для случая формирования оценок компонент ИОС. Их смысл зависит от наблюдателя и принятых коллективных соглашений о наличии соответствующего статуса структурного элемента ИОС.

7.1. Моменты  $v_1, v_{11}$ . Математическое ожидание представляет среднее значение случайной величины оценки, поэтому можно перевести эту оценку в традиционные баллы, представив рейтинговую шкалу.

В случае использования системы антисимметричных СФ для многокомпонентной оценки структурного элемента ИОС имеет характеристический смысл интерпретация приписывания следующего вида: «X считается Y в контексте C». В этих случаях X обозначает среднее значение случайной величины оценки  $m_{r_1}, m_{r_2}$ , а Y наделяет эту оценку или ее положение особым статусом по введенной рейтинговой шкале в контексте соответствующей проекции.

Момент  $v_{11}$  является средним значением рейтинговой оценки в случае антисимметричных оценок многокомпонентного элемента ИОС.

7.2. М о м е н т ы  $v_2, v_{22}$ . Ширина распределения (разброса величины около среднего значения) — дисперсия (математическое ожидание квадрата ее отклонения от математического ожидания) характеризует согласованность мнений экспертов и оценок, когда проводится оценка несколькими экспертами.

7.3. Моменты  $v_3, v_{33}$  — асимметрия. Если коэффициент асимметрии отрицательный, то это свидетельствует о большом влиянии на величину оценки отрицательных отклонений. Если коэффициент асимметрии положительный, следовательно, преобладает влияние положительных отклонений и кривая распределения более пологая справа. Практически определяют знак асимметрии по расположению кривой распределения относительно точки максимума дифференциальной функции.

7.4. М о м е н т ы  $v_4, v_{44}$  — эксцесс. Служит для сравнения заданного распределения с нормальным, у которого эксцесс равен нулю. Более островершинные распределения имеют положительный эксцесс, а более плосковершинные — отрицательный. По эксцессу возможно более четко интерпретировать контрастности распределения. Высокая контрастность соответствует более коррелированному распределению. Противоречивость и несогласованность мнений или несгруппированность оценок приводит к «размазыванию» распределения и к снижению его контрастности и эксцесса.

Таким образом, моменты представляют набор числовых характеристик, по которым можно сформировать систему принятия управленческих решений по управляемому процессу ИОС. Заданный набор оценок является весьма информативным.

8. П е р е д а т о ч н а я ф у н к ц и я . Вычисление моментов  $v_g$  и  $v_{gh}$  в различные промежутки времени формирует информацию о преобразовании СФ в эргатической или гибридной системах. Воздействие системы на математическую модель (образ участника метакommunikации) может быть представлено как оператор, выражающий связь между СФ в различные периоды времени, например, между «входом» и «выходом» процесса обучения. Преобразование СФ в си-

стеме может быть представлено как отношению выходного сигнала к входному при изменении входного сигнала по гармоническому закону. В технике такой оператор называется передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{\sum_{g=1}^n V_g^{\text{output}}}{\sum_{g=1}^n V_g^{\text{input}}} , \quad (28)$$

$$W(p) = \frac{\sum_{g,h=1}^{n,k} V_{g,h}^{\text{output}}}{\sum_{g,h=1}^{n,k} V_{g,h}^{\text{input}}} , \quad (29)$$

здесь передаточная функция — дробно-рациональная функция комплексной переменной. Знаменатель и числитель передаточной функции являются характеристическими полиномами системы. Полюсы передаточной функции образуют корни характеристического полинома в знаменателе, а нули — корни характеристического полинома в числителе. В нашем случае условимся, что порядок числителя передаточной функции не может превышать порядка ее знаменателя.

9. В ы ч и с л е н и е к о в а р и а ц и и . Для вычисления ковариационной функции СФ можно применить следующую формулу:

$$\hat{K} = M[\Psi(r_1, r_2)\Psi^*(r_1', r_2')] = \frac{\iint_{-\infty}^{+\infty} (r_1 - m_{r_1})^2 (r_2 - m_{r_2})^2 \Psi(r_1, r_2, t)\Psi^*(r_1', r_2', t) dr_1 dr_2}{\iint_{-\infty}^{+\infty} \Psi(r_1, r_2, t)\Psi^*(r_1', r_2', t) dr_1 dr_2} . \quad (30)$$

Вычисление собственных значений и собственных функций уравнения:

$$\iint \hat{K}(r_1, r_2, r_1', r_2')\Psi^*(r_1', r_2') dr_1 dr_2 = \lambda_q \Psi_q(r_1, r_2) \quad (31)$$

позволяет определить число управляющих характеристик управляемой ИОС. Собственные вектора  $\Psi_q(r_1, r_2)$  интегрального уравнения (25) называются модами Карунена-Лоэва с собственными значениями  $\lambda$ , при этом ядро представляется нормализованной корреляционной матрицей (24), полученной усреднением по времени произведения значений нормированных компонент поля в два различных по времени измерения.

**5. Матрица средних значений статусных функций как аналог матрицы плотности.** Будем полагать, что введенные СФ представляют чистые состояния исследуемой системы, например,  $\psi_a(x)$  и  $\psi_b(x)$ .

Состояние, в котором находится система, определяется комбинацией:

$$\Psi(x) = c_a \Psi_a(x) + c_b \Psi_b(x). \quad (32)$$

Наборы элементарных базисных функций заданы системой, поэтому состояние системы определяется значениями  $c_a, c_b$ :

$$\Psi(x) \rightarrow \begin{pmatrix} c_a \\ c_b \end{pmatrix}. \quad (33)$$

Выберем в качестве обозначения для оператора плотности  $\rho$ . Подразумевается плотность распределения вероятности различных состояний рассматриваемой системы. Этот термин заимствуется из статистической физики, состояние задается точкой в фазовом пространстве. При этом предполагается, что конкретное состояние неизвестно, а известна лишь вероятность, что система находится в определенном состоянии из некоторого множества допустимых. Матрица плотности содержит вероятности состояний. Элементы матрицы плотности — это квадратичные комбинации.

$$\rho = \begin{pmatrix} c_a c_a^* & c_a c_b^* \\ c_b c_a^* & c_b c_b^* \end{pmatrix}. \quad (34)$$

Элементы главной диагонали являются действительными и не зависящими от пространственной базовой переменной. Они зависят только от времени. Остальные элементы матрицы плотности в стационарном состоянии являются нулевыми.

Среднее значение наблюдаемой  $Q$  для состояния, заданного матрицей  $\rho$ , есть след произведения операторов  $Q$  и  $\rho$ :

$$\langle Q \rangle = \text{Sp}(Q\rho). \quad (35)$$

Заметим, что правило определения средней от наблюдаемой для чистых состояний представляет частный случай этой формулы.

Вычислим среднее значение заданной СФ:

$$\begin{aligned} \int \psi^* x \psi dx &= \int x |\psi|^2 dx \\ &= \int (c_a^* \psi_a^* + c_b^* \psi_b^*) x (c_a \psi_a + c_b \psi_b) dx \\ &= \int x (|c_a|^2 |\psi_a|^2 + |c_b|^2 |\psi_b|^2 + c_a^* c_b \psi_a^* \psi_b + c_a c_b^* \psi_a \psi_b^*) dx. \end{aligned} \quad (36)$$

Создадим систему таким образом, что элементы главной диагонали (34) равны 0. Это имеет смысл, так как определяем оператор преобразования как оператор сдвига:

$$\rho = \begin{pmatrix} 0 & c_a c_b^* \\ c_b c_a^* & 0 \end{pmatrix}. \quad (37)$$

Тогда (36) представим, как:

$$\begin{aligned} & \int \psi^* x \psi dx = \\ & = \int x \left( c_a^* c_b \psi_a^* \psi_b + c_a c_b^* \psi_a \psi_b^* \right) dx = , \quad (38) \\ & = c_a^* c_b p_{ab} + c_a c_b^* p_{ba} \end{aligned}$$

где  $p_{ab} = \int \psi_a^* x \psi_b dx$ , и  $p_{ba} = \int \psi_a x \psi_b^* dx$  — это математические ожидания по базисным функциям, которые заданы для определенной задачи и являются фиксированными.

Таким образом, введем обозначение для оператора плотности  $\rho$ , в общем случае:

$$P = \sum_{ij} c_i c_j |\psi_j\rangle \langle \psi_j|, \quad (39)$$

где  $\sum_j c_j = 1$ .

В результате таких преобразований для конкретной задачи можно вычислить метрический оператор сдвига, для которого заданы базисы разложения как для входных, так и выходных сигналов в форме комплексных гармонических функций. В нашем случае используются СФ.

Подобный подход является весьма универсальным, так как синтезируемые модели используют пространства с гармоническим базисом, координатные функции которого являются собственными функциями системы на бесконечном интервале анализа, что гарантирует неизменность его формы как на входе, так и на выходе канала связи.

**6. Непрерывный канал обратной связи анализа состояния оператора эргатической системы.** Пусть поставлена задача анализа состояния операторов. Оценим его состояние методом СФ. Как отмечалось выше, оценка является случайной величиной. Анализатор оператора формирует оценку его действий. При регулярном выполнении последовательности одних действий оценка получается одинаковой или близкой. Изменение действий приводит к возникновению разброса оценок. Если последовательности действий существенно различаются,

то возникает значительный разброс оценок. Статистическая обработка измерений позволяет сформировать модель «идеального» оператора. Обычно эти результаты используются для оценки оператора в заданный момент. Прогноз оценки в следующие моменты может быть основан на сравнении с «идеальным» оператором на основе выработанных правил. Причем СФ позволяют разработать систему, в которой могут быть получены априорные оценки и прогноз действий оператора. При этом формируются СФ на основе упорядоченной пары оценок «идеального» и реального оператора  $S = \{S1, S2\}$ . Эти функции могут быть приписаны возможным идеализированным элементарным состояниям системы, назовем их функциями чистых состояний.

Пусть состояние эргатической системы с номером  $j$  является работоспособным и соответствует успешному выполнению  $k$ -ой,  $k = \overline{1, n}$  требуемой операции. Пусть  $r$  — базовая переменная оценок действий эргатической системы. Тогда  $\psi_k$  и  $\varphi_k$  — скалярные комплексные детерминированные случайные функции возможностей распределений оценок действий оператора и системы, являющиеся чистыми состояниями системы. Они образуют наборы координатных функций возможных состояний оператора и машины. Требуется задать все числа, которые определяют чистые состояния. Существующее в действительности состояние является смешанным и образовано из набора элементарных случайных функций:

$$\Psi = \sum_{i=1}^n v_i \psi_i, \quad \Phi = \sum_{j=1}^n \mu_j \varphi_j. \quad (40)$$

В нашем случае  $\Phi$  определяет отклик машины на действия оператора  $\Psi$ . Это СФ, которые приписываются состояниям эргатической системы. Формирование  $\Phi$  и  $\Psi$  происходит по алгоритму формирования комплексных СФ [17]. Наборы последовательности действий оператора представляют вектор:

$$|\Psi \rangle = (\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3 \dots \Psi_k) \quad . \quad (41)$$

Функция отклика машины может быть получена на основе действия оператора эргатической системы. Представим ее в виде:

$$|\Phi \rangle = \widehat{\Theta} |\Psi \rangle \quad . \quad (42)$$

Все возможные состояния системы образованы матрицей состояний:

$$|\Phi \gg \Psi| = \begin{bmatrix} S_{11} & \cdots & S_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{k1} & \cdots & S_{kk} \end{bmatrix} . \quad (43)$$

Таким образом, создавая в анализаторе действий оператора модель его действий на основе СФ, получаем аналог вектора состояний системы. В результате последовательности измерений процесса взаимодействия эргатической системе эти состояния могут быть определены [18-20]. Таким образом, применение метода статусных функций в анализаторе действий оператора позволяет развить методы [21] и алгоритмы повышения надежности эргатической системы [22, 23].

**7. Результаты эксперимента и их анализ.** Для создания ИОС с виртуальными компонентами предлагается использовать неинвазивный метод обратной связи обучаемых (дистанционная психодиагностика) с применением мультиспектрального анализа и нейросетевой экспертной системы [20, 24-28]. Анализирующее устройство учитывает особенности выражения лица, положения головы, динамики движения глаз, губ, рук и интенсивности (насыщенности) цвета тела (лица) каждого обучаемого. Результаты измерений обрабатываются статистически с использованием дискриминантного анализа на основе новых алгоритмов оптико-геометрического анализа с применением предложенного метода СФ.

Апробированная технология связана с синхронным переходом от коллективной образовательной среды к индивидуальной, направленной на реализацию личностных потребностей и сформированной обучаемым в результате взаимодействия с внешней (коллективной) образовательной средой. На основе включения в ИОС канала обратной связи (неинвазивной диагностики) осуществляется постоянный контроль и коррекция психофизического состояния (регулированием блока входных информационных данных) как отдельного обучаемого, так и коллектива (учебной группы) в целом, позволяя гибко изменять различные особенности программного сценария. В состав ИОС входят: базовый блок, содержащий видеосистему; система структурированной (инфракрасной) подсветки; программно-аппаратный блок, состоящий из ПК и соответствующего ПО; интерфейс для работы с сетевыми данными; анализатор физиологических параметров.

Использование полученной автоматизированной оценки процесса формирования компетенций позволило обеспечить хорошее соответ-

стве с действующей системой оценивания для большинства участников процесса обучения. На основе предложенных новых математических моделей разработана система мониторинга качества процессов формирования профессиональных компетенций обучаемых [20].

**8. Заключение.** Внедрение в систему образования электронного обучения элементов виртуальной реальности, элементов искусственного интеллекта, систем управления знаниями и ресурсов Интернет приводит к формированию виртуальной интегрированной образовательной среды. При этом возникает задача создания моделей канала обратной связи, которая исследуется в области определения операторов преобразования некоторых пространств. В работе развит метод приписывания состоянию сформированности компетенций комплексных статусных функций. Метод ориентирован на непосредственное описание математической модели канала обратной связи эргатических систем. Статусные функции формируются как оптимальный, ортонормированный базис системы. Статусные функции формируются из упорядоченной пары оценок: явного оценивания, например, в результате тестирования и интенциональной оценки, характеризующей мотивационную составляющую компетенции. Предложенный метод получил техническую реализацию и прошел верификацию [20]. Настоящая статья содержит развитие метода, которое ориентировано на разработку математического обеспечения непрерывных каналов связи в эргатических системах, внедряемых в процесс обучения. Впервые введены правила работы со статусными функциями, описана их интерпретация. Предложен метод формирования оператора преобразования сигналов, представленных статусными функциями. Это математическое обеспечение приближает методы описания взаимодействия человека-оператора в эргатической системе к современным методам квантовой механики. Таким образом, предложен метод обработки и интерпретации данных измерения взаимодействий в образовательной системе на основе статусных функций, который учитывает перекрестность и взаимовлияние исследуемых процессов и соответствует взаимодействиям в информационно-образовательных средах.

### Литература

1. *Левин Б.Р., Шварц В.* Вероятностные модели и методы в системах связи и управления // М.: Радио и связь. 1985. 312 с.
2. *Durisi G., Morgenshtern V.I., Bolcskei H.* On the Sensitivity of Continuous-Time Noncoherent Fading Channel Capacity. 2012. URL: <http://arxiv.org/pdf/1107.2527.pdf> (дата обращения: 27.10.2013).
3. *Кловский Д.Д., Конторович В.Я., Широков С.М.* Модели непрерывных каналов связи на основе стохастических дифференциальных уравнений // М.: Радио и связь. 1984. 247 с.

4. *Matz G. et al.* Analysis, Optimization, and Implementation of Low-Interference Wireless Multicarrier Systems // IEEE Transactions on Wireless Communications. 2007. vol. 6. no. 5. pp. 1921–1931.
5. *Zaki Ya.* Future Mobile Communications: LTE Optimization and Mobile Network Virtualization // Springer. 2013. 173 p.
6. *Zaki Ya et al.* LTE Radio Schedulers Analytical Modeling using Continuous Time Markov Chains // In the 6th Joint IFIP Wireless and Mobile Networking Conference (WMNC) 2013. Dubai, United Arab Emirates (UAE), April 2013.
7. *Kaiser T., Zheng F.* Ultra wideband systems with MIMO // Chichester. John Wiley & Sons Ltd. 2010. 254 p.
8. Fundamentals of DSL technology / Edited by Golden P., Dedieu H., Jacobsen K. // NY: Auerbach Publications. 2006. 454 p.
9. *Батенков К.А.* Моделирование непрерывных каналов связи в форме операторов преобразования некоторых пространств // Труды СПИИРАН. 2014. Вып. 32. С. 171–198.
10. *Батенков К.А.* Модели системных характеристик линейных каналов связи на основе интегральных преобразований // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2012. № 3(4). С. 120–125.
11. *Батенков К.А.* Математическое моделирование непрерывных многопараметрических каналов связи в операторной форме // Телекоммуникации. 2013. № 10. С. 2–4.
12. *Батенков К.А.* Моделирование и синтез линейных дискретных отображений непрерывных каналов связи // Труды СПИИРАН. 2015. Вып. 42. С. 112–139.
13. *Батенков К.А.* Дискретные отображения непрерывного канала связи на основе обобщенного ряда Фурье // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2013. № 1(43). С. 12–20.
14. *Тихонов В. И., Харисов В. Н.* Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем // М.: Радио и связь. 1991. 608 с.
15. *Синицын И.Н.* Канонические представления случайных функций и их применение в задачах компьютерной поддержки научных исследований // М.: ТОРУС-ПРЕСС. 2009. 768 с.
16. *Серл Дж.* Современная теория институтов: предмет и метод // Вопросы экономики. 2007. № 8. С. 4–27.
17. *Большаков А.А., Вешнева И.В., Мельников Л.А., Перова Л.Г.* Новые методы математического моделирования динамики и управления формированием компетенций в процессе обучения в вузе // М.: Горячая линия - Телеком. 2014. 250 с.
18. *Вешнева И.В.* Использование в интеллектуальной системе мониторинга процесса формирования профессиональных компетенций мод Карунена Лозва // Вестник Казанского технологического университета. 2014. Т. 17. № 17. С. 195–202.
19. *Вешнева И.В.* Моды Карунена-Лова для исследования структуры статусных функций, описывающих процесс формирования профессиональных компетенций // Вестник Казанского технологического университета. 2014. Т. 17. № 15. С. 302–309.
20. *Veshneva I.V. et al.* Model of formation of the feedback channel within ergatic systems for monitoring of quality of processes of formation of personnel competences // International Journal for Quality Research. 2015. vol. 9. no. 3. pp. 495–512.
21. *Дюбуа Д., Прад Д.* Теория возможностей: Приложения к представлению знаний в информатике // М.: Радио и связь. 1990. 288 с.
22. *Боран-Кешишьян А.Л.* Нечетко-возможностные модели надежности эргатических составляющих тренажерно-обучающих систем // Вестник Адыгейского государственного университета. Сер.: Естественно-математические и технические науки. 2012. Вып. 4. С. 197–201.

23. *Чистякова Т.Б. и др.* Интеллектуальные системы технологического проектирования, управления и обучения в многоассортиментном производстве гранулированных пористых материалов из тонкодисперсных частиц // СПб.: Изд.-во СПбГТИ(ТУ). 2012. 324 с.
24. *Mkrtchian V., Stephanova G.* Training of Avatar Moderator in Sliding Mode Control // Project Management Approaches for Online Learning Design. 2013. pp. 175–203.
25. *Будко Р.Ю., Старченко И.Б.* Создание классификатора мимических движений на основе анализа электромиограммы // Труды СПИИРАН. 2016. Вып. 46. С. 76–89.
26. *Подбельский В.В., Максименкова О.В., Бабич К.С.* Об обеспечении интероперабельности программных средств поддержки тестирования в образовании // Информационные технологии. 2016. Т. 22. №7. С. 534–541.
27. *Родькина О.Я., Никольская В.А.* К проблеме распознавания психоэмоционального состояния человека по речи с использованием автоматизированных систем // Информационные технологии. 2016. Т. 22. №10. С. 728–733.
28. *Mkrtchian V., Kataev M., Bedi S., Shih T.* Main Results and Some Open Problems of Avatar Sliding Mode “hhh” Education Cloud Platform // Proceeding of Science and Education: Prospects of Development. Poltava University Publishing. 2013. pp. 146–151.

**Вешнева Ирина Владимировна** — доцент, доцент кафедры информационных систем и технологий в обучении факультета компьютерных наук и информационных технологий, Саратовский национальный исследовательский государственный университет. Область научных интересов: применение методов математики и информатики в социокультурных исследованиях. Число научных публикаций — 120. veshnevaiv@mail.ru; ул. Вольская, 10 А, 12 корпус, ком. 305, Саратов, 410000; р.т.: +7(8452)23-72-51, Факс: +7(8452)22-51-07.

**Чистякова Тамара Балабековна** — профессор, заведующая кафедрой систем автоматизированного проектирования и управления, Санкт-Петербургский технологический институт (технический университет) (СПбГТИ(ТУ)). Область научных интересов: разработка интеллектуальных автоматизированных систем обучения, проектирования, обработки информации и управления для гибких многоассортиментных наукоемких производств различных отраслей промышленности. Число научных публикаций — 400. chistb@mail.ru; Московский пр., 26, Санкт-Петербург, 190013; р.т.: +7 (812) 494-93-70, Факс: +7 (812) 316-18-26.

**Большаков Александр Афанасьевич** — д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры систем автоматизации проектирования и управления, Санкт-Петербургский технологический институт (технический университет) (СПбГТИ(ТУ)). Область научных интересов: создание интеллектуальных систем управления организационно-техническими комплексами. Число научных публикаций — 240. aabolshakov57@gmail.com; Московский пр., 26, Санкт-Петербург, 190013; р.т.: +79315414159, Факс: +7(812)316-18-26.

**Поддержка исследований.** Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 12-07-00598-а)

I.V.VESHNEVA, T.B. CHISTYAKOVA, A.A. BOLSHAKOV  
**THE STATUS FUNCTIONS METHOD FOR PROCESSING AND  
 INTERPRETATION OF THE MEASUREMENT DATA OF  
 INTERACTIONS IN THE EDUCATIONAL ENVIRONMENT**

---

*Veshneva I.V., Chistyakova T.B., Bolshakov A.A. The Status Functions Method for Processing and Interpretation of the Measurement Data of Interactions in the Educational Environment.*

**Abstract.** We propose a mathematical method based on the use of complex functions as a status attributed to the state of the object functions. The method is focused on the direct description of the mathematical model of the feedback channel of ergatic systems. Status functions are formed as an optimal, orthonormal basis of the system. The rules for working with the status functions are introduced, and their interpretation is proposed. A method for forming the operator for conversing signals given as status functions is proposed. Thus, the mathematical support of an analysis of the interaction in the integrated educational environment is improved on the basis of modelling competence portraits of participants of the learning process, which is characterized by the use of status functions. This allowed for the multicomponent assessment of competence in the form of complex-valued functions.

**Keywords:** status functions, ergatic system, a continuous channel of communication, virtual reality training system.

---

**Veshneva Irina Vladimirovna** — Ph.D., associate professor, associate professor of information systems and technologies in the training department of the computer science and information technologies faculty, National Research Saratov State University. Research interests: application of methods of mathematics and computer science in sociocultural studies. The number of publications — 120. veshnevaiv@mail.ru; 10 A, Volsky str., 12 housing, com. 305, Saratov, 410000; office phone: +7(8452)23-72-51, Fax: +7(8452)22-51-07.

**Chistyakova Tamara Balabekovna** — Ph.D., Dr. Sci., professor, head of computer design and control department, St. Petersburg State Technological Institute (technical university). Research interests: development of intelligent automated learning systems design, data processing and control for flexible high-end multi-assortment production in various industries. The number of publications — 400. chistb@mail.ru; 26, Moscow avenue, St. Petersburg, 190013; office phone: +7 (812) 494-93-70, Fax: +7 (812) 316-18-26.

**Bolshakov Alexander Afanasievich** — Ph.D., Dr. Sci., professor, professor of computer design and control department, St. Petersburg Institute of Technology (Technical University). Research interests: creation of intelligent control systems, organizational and technical complexes. The number of publications — 240. aabolshakov57@gmail.com; 26, Moscow avenue., St. Petersburg, 190013; office phone: +79315414159, Fax: +7(812)316-18-26.

**Acknowledgements.** This research is supported by RFBR (grant 12-07-00598-a).

## References

1. Levin B.R., Shvare V. *Verojatnostnye modeli i metody v sistemah svyazi i upravlenija* [Probabilistic models and methods in communication systems and management]. M.: Radio i svjaz'. 1985. 312 p. (In Russ.).

2. Durisi G., Morgenshtern V.I., Bolcskei H. On the Sensitivity of Continuous-Time Noncoherent Fading Channel Capacity. 2012. Available at: [arxiv.org/pdf/1107.2527.pdf](http://arxiv.org/pdf/1107.2527.pdf) (accessed: 27.10.2013).
3. Klovsij D.D., Kontorovich V.Ja., Shirokov S.M. *Modeli nepreryvnyh kanalov svjazi na osnove stohasticheskikh differencial'nyh uravnenij* [Models of continuous communication channels based on stochastic differential equations]. M.: Radio i svjaz'. 1984. 247 p. (In Russ.).
4. Matz G., et al. Analysis, Optimization, and Implementation of Low-Interference Wireless Multicarrier Systems. *IEEE Transactions on Wireless Communications*. 2007. vol. 6. no. 5. pp. 1921–1931.
5. Zaki Ya. *Future Mobile Communications: LTE Optimization and Mobile Network Virtualization*. Springer. 2013. 173 p.
6. Zaki Ya et al. LTE Radio Schedulers Analytical Modeling using Continuous Time Markov Chains. In the 6th Joint IFIP Wireless and Mobile Networking Conference (WMNC) 2013. Dubai. United Arab Emirates (UAE). April 2013.
7. Kaiser T., Zheng F. *Ultra wideband systems with MIMO*. Chichester. John Wiley & Sons Ltd. 2010. 254 p.
8. Golden P., Dedieu H., Jacobsen K. *Fundamentals of DSL technology*. NY: Auerbach Publications. 2006. 454 p.
9. Batenkov K.A. *Modelirovanie nepreryvnyh kanalov svjazi v forme operatorov preobrazovanija nekotoryh prostranstv* [Continuous channel modeling in shape of some space transformation operators]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2014. vol. 32. pp. 171–198. (In Russ.).
10. Batenkov K.A. [Models of linear system characteristics of communication channels based on the integral transforms]. *Modeli, sistemy, seti v jekonomike, tehnike, prirode i obshhestve – Models, systems, networks in the economy, technology, nature and society*. 2012. vol. 3(4). pp. 120–125. (In Russ.).
11. Batenkov K.A. [Mathematical modeling of continuous multivariable communication channels in the operator form]. *Telekommunikacii – Telecommunications*. 2013. vol. 10. pp. 2–4. (In Russ.).
12. Batenkov K.A. [Modeling and Synthesis of Discrete Mappings of Linear Continuous Channel]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2015. vol. 42. pp. 112–139. (In Russ.).
13. Batenkov K.A. [Digital display continuous communication channel based on the generalized Fourier series]. *Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta – Vestnik of Ryazan state radioengineering university*. 2013. vol. 1(43). pp. 12–20. (In Russ.).
14. Tihonov V.I., Harisov V.N. *Statisticheskij analiz i sintez radiotekhnicheskikh ustrojstv i sistem* [Statistical analysis and synthesis of radio engineering devices and systems]. M.: Radio i svjaz'. 1991. 608 p. (In Russ.).
15. Sinicyn I.N. *Kanoneskie predstavlenija sluchajnyh funkcij i ih primenenie v zadachah komp'juernoj podderzhki nauchnyh issledovanij* [Canonical representations of random functions and their application in computer support of research objectives]. M.: TORUS-PRESS. 2009. 768 p. (In Russ.).
16. Serl Dzh. [The modern theory of: the subject and method] *Voprosy jekonomiki – Economics Questions*. 2007. vol. 8. pp. 4–27. (In Russ.).
17. Bof'shakov A.A., Veshneva I.V., Mel'nikov L.A., Perova L.G. *Novye metody matematicheskogo modelirovanija dinamiki i upravlenija formirovaniem kompetencij v processe obuchenija v vuze* [New methods of mathematical modeling of the dynamics of the formation and management of competences in the learning process at the university] M.: Gorjachaja linija - Telekom. 2014. 250 p. (In Russ.).

18. Veshneva I.V. *Ispol'zovanie v intellektual'noj sisteme monitoringa processa formirovaniya professional'nyh kompetencij mod Karunena Lojeva* [Using intelligent monitoring system of the formation of professional competencies fashion Karhunen Loeve] Vestnik Kazanskogo tehnologicheskogo universiteta - Scientific journal «Herald of Kazan Technological University». 2014. Issue 17. vol.17. pp. 195–202. (In Russ.).
19. Veshneva I.V. *Mody Karunena-Lova dlja issledovaniya struktury statusnyh funkcij, opisyvajushchih process formirovaniya professional'nyh kompetencij* [Fashion Karhunen-Lova for studying the structure of status functions, describing the process of formation of professional competence] Vestnik Kazanskogo tehnologicheskogo universiteta - Scientific journal «Herald of Kazan Technological University». 2014. Issue 17. vol. 15. pp. 302–309. (In Russ.).
20. Veshneva I.V. et al. Model of formation of the feedback channel within ergatic systems for monitoring of quality of processes of formation of personnel competences. *International Journal for Quality Research*. 2015. vol. 9. no. 3. pp. 495-512.
21. Djubua D., Prad D. *Teorija vozmozhnostej: Prilozhenija k predstavleniju znanij v informatike* [Theory capabilities: Applications to knowledge representation in computer science]. M.: Radio i svjaz'. 1990. 288 p. (In Russ.).
22. Boran-Keshish'jan A.L. . [Fuzzy possibilistic reliability model ergatic components trenazherno-learning systems]. *Vestnik Adygejskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser.: Estestvenno-matematicheskie i tehnicheckie nauki – Bulletin of the Adygeya State University, a series of natural-mathematical and technical sciences*. 2012. vol. 4. pp. 197–201. (In Russ.).
23. Chistjakova T.B. i dr. *Intellektual'nye sistemy tehnologicheskogo proektirovaniya, upravlenija i obuchenija v mnogoassortimentnom proizvodstve granulirovannyh poristyh materialov iz tonkodispersnyh chastic* [Intelligent systems process design, management and training in multiproduct manufacture granular porous material of fine particles]. SPb.: Izd.-vo SPbGTI(TU). 2012. 324 p. (In Russ.).
24. Mkrttchian V., Stephanova G. Training of Avatar Moderator in Sliding Mode Control. Project Management Approaches for Online Learning Design. 2013. pp. 175–203.
25. Budko R.Ju., Starchenko I.B. [Creation of the Facial Gestures Classifier Based on the Electromyogram Analysis]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2016. vol. 46. pp. 76–89. (In Russ.).
26. Podbel'skij V.V., Maksimenkova O.V., Babich K.S. [On ensuring interoperability software testing support in education]. *Informacionnye tehnologii – Information Technology*. 2016. vol. 22. no. 7. pp. 534–541. (In Russ.).
27. Rod'kina O.Ja., Nikol'skaja V.A. [On the problem of recognition of mental and emotional state of a person by speech with the use of automated systems]. *Informacionnye tehnologii – Information Technology*. 2016. vol. 22. №10. pp. 728–733. (In Russ.).
28. Mkrttchian V., Kataev M., Bedi S., Shih T. Main Results and Some Open Problems of Avatar Sliding Mode “hhh” Education Cloud Platform. Proceeding of Science and Education: Prospects of Development. Poltava University Publishing. 2013. pp. 146–151.

А.Ю. КАПЛИН, А.А. КОРОТИН, А.В. НАЗАРОВ, В.Л. ЯКИМОВ  
**АЛГОРИТМ КЛАССИФИКАЦИИ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ  
ИСКАЖЕННЫХ  $N$ -МЕРНЫХ ГРУППОВЫХ ТОЧЕЧНЫХ  
ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ КОМБИНАТОРНОГО ПОИСКА  
ФРАГМЕНТОВ**

*Каплин А.Ю., Коротин А.А., Назаров А.В., Якимов В.Л. Алгоритм классификации и восстановления искаженных  $N$ -мерных групповых точечных объектов на основе комбинаторного поиска фрагментов.*

**Аннотация.** Представлен алгоритм классификации образцов многомерных групповых точечных объектов. Поиск осуществляется на основе комбинаторного поиска соразмерных фрагментов матриц попарных отношений на множестве шаблонов. Решение об отнесении образца к тому или иному шаблону принимается по критерию минимума евклидова расстояния. Представленный подход к распознаванию позволяет синтезировать инвариантные (относительно вращения, масштабирования или смещения системы координат) описания вторичных признаков, а также использовать достаточно мощный инструментарий теории многомерного и метрического шкалирования в компенсации искажений распознанных образов групповых точечных объектов. В алгоритме реализована процедура статистических испытаний Монте-Карло, в рамках которого каждая точка случайным образом размещенная в предполагаемой окрестности искомого координат проверяется по условию минимума квадратического показателя сходства. Приведены пример и результаты использования алгоритма для идентификации и восстановления искаженных и подвергнутых воздействию координатных шумов радиоизображений, представленных выборкой шаблонов «блестящих» точек.

**Ключевые слова:** групповой точечный объект, классификация, многомерное шкалирование.

**1. Введение.** Интенсивное развитие радио и оптических локационных систем позволили получать изображения объектов локации с высоким разрешением. Так в широкополосных радиолокационных системах с синтезированной апертурой антенны появилась возможность получать радиоизображения с разрешением  $0,25, \dots, 1$  м. [1-3]. Увеличение степени детализации изображений и экспоненциальный рост информативности контекстных признаков затрудняет реализацию методов вторичной обработки в масштабе времени, близком к реальному.

При локационном наблюдении удаленных объектов отраженный сигнал изменяется в большом динамическом диапазоне. На объекте существуют отдельные точки и области, создающие сильное отраженное излучение, намного превышающее сигнал от соседних областей — «блестящие» точки. Их совокупность и взаимное расположение позволяют эффективно распознавать объекты и определять параметры их движения относительно центра масс.

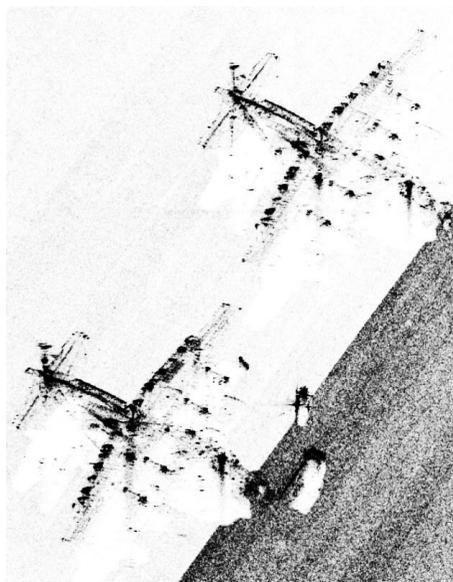
Особенностью функционирования средств формирования радиоизображений является обязательное использование не всегда до-

ступной априорной информации для пространственного сглаживания яркостных шумов. Ситуация характерна для радиолокационных изображений со спекл-шумами, где дисперсия шума достаточно высока, что приводит к сильному маскированию «полезных» точечных отражателей на радиолокационном изображении. Это усложняет обнаружение точечных и рассредоточенных объектов, а задачу их классификации, например, по одиночному изображению без учета контекстных признаков делает практически невозможной [4]. В условиях воздействия помех это в конечном итоге приводит к снижению разрешающей способности, точности определения координат и снижению оперативности и достоверности функционирования каналов получения некоординатной информации. Одним из подходов к решению этой проблемы является разработка алгоритмов параллельной автоматической идентификации групп сосредоточенных целей и восстановления радиолокационных изображений объектов, представленных групповыми точечными объектами (ГТО).

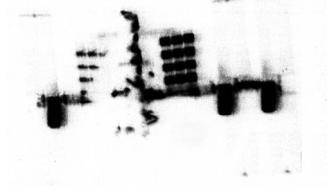
В силу ограниченности разрешающей способности датчиков в зависимости от условий наблюдения ГТО представляют часто встречающийся на практике класс изображений. Хотя отдельную точку нельзя охарактеризовать формой, закономерности расположения точек в составе ГТО дают возможность рассматривать его как некоторый образ и говорить о его форме как о форме некоторого сплошного изображения, ассоциированного с ГТО.

Для последнего времени характерен постоянно возрастающий интерес к многомерным ГТО [5, 6]. Например, учет яркостной составляющей при идентификации звезды по яркостному портрету окружающих ее звезд в пределах машинного кадра астродатчика или при обеспечении радиолокационного наблюдения порядка групповых точечных целей позволяет значительно повысить достоверность распознавания [7]. Введение дополнительных размерностей усиливает степень ортогональности зашумленных ГТО разных классов [8, 9]. В конечном счете, это приводит к росту достоверности результатов классификации в координатных или спекл-шумах, но связано со значительным увеличением объема требуемых вычислений.

Помимо естественного представления групп радиолокационных отметок радиолокационных систем или «ярких» точек квантово-оптических систем (рисунок 1, а-б), в виде ГТО можно параметризовать широкий класс объектов различной физической природы.



T=2008-04-03 16:37:18,066  
 L(km) =413,483  
 A(grad)=265,8931  
 H(grad)=55,9728



T=2008-04-03 16:37:20,963  
 L(km) =425,164  
 A(grad)=265,4007  
 H(grad)=53,5314

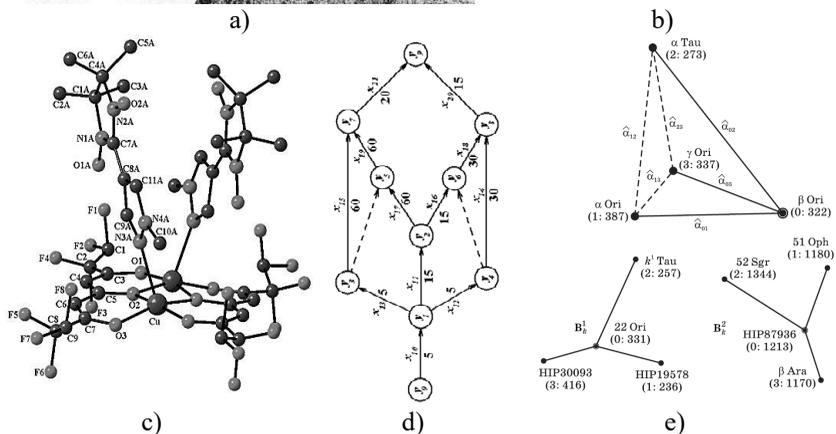
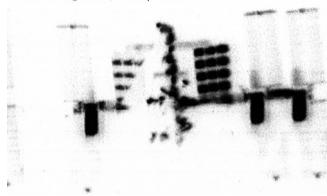


Рис.1. Примеры классифицируемых объектов, представимых в классе ГТО: *a)* радиоизображение [10], *b)* изображение МКС в ИК-диапазоне, *c)* сложное соединение, *d)* логико-вероятностная модель устойчивости, *e)* схема конфигурации звезд

Для этого выбирается  $m$  измеряемых характеристик явления или объекта, подлежащего классификации. Образец представляется как группа  $k$  точек в  $m$ -мерном пространстве классификационных призна-

ков. Классифицируемый процесс может быть представлен графом переходов состояний с уникальным количеством вершин и множеством длин переходов, схемой сложного соединения или схемой точечных особенностей сцены (рисунок 1, с-е).

Во всех случаях информация, позволяющая достоверно сличить входной образец (процесс) с одним из представителей классов (шаблонов) содержится в уникальном взаимном расположении  $k$  точек (вершин графов) и характеристиках самих точек ГТО.

Далее осуществляется преобразование в ту или иную систему признаков, обеспечивающую надежное распознавание, например, за счет использования сходства или различия вычисленных в заданной метрике. Заключительной операцией, которую должна выполнять любая система машинного видения, от одномерной системы технического зрения до систем анализа процессов, представимых графами локации в радио- или оптическом диапазоне, является распознавание класса объекта (процесса) и восстановление искаженных элементов распознанного образца.

**2. Обоснование и особенности алгоритма.** Алгоритм относится к классу метрических методов распознавания с эталонами. Критерием принятия классификационного решения является минимум расстояния между треугольными полуматрицами смежности (межэлементных расстояний) классифицируемого образца и фрагмента шаблона в заданной метрике.

Отличительными особенностями представленного алгоритма от подходов, описанных в источниках [4-18] являются:

1. Переход от пространства истинных координат точек ГТО в пространство его межэлементных (межточечных) расстояний с последующей нормировкой расстояний в диапазон  $[0, 1]$ . Иными словами

$m$ -мерный ГТО представляется  $n$ -мерным объектом, где  $n = \frac{N!}{2(n-2)!}$ ,

$N$  – исходное количество точек ГТО, что позволяет синтезировать инвариантные (например, относительно вращения, масштабирования или смещения системы координат) описания признаков.

2. Отсутствие ограничений на мерность  $m$  представления ГТО. Дополнительные свойства точек ГТО представляются в метрических шкалах дополнительных ортогональных проекций. Мерность  $n$  пространства, в котором вычисляются расстояния между ГТО зависит только от количества  $N$  точек в образце ГТО.

3. Метрика при вычислении расстояний между точками ГТО — есть в общем случае метрика Минковского со степенью  $q$ :

$$d_{ij} = \left( \sum_{r=1}^n |y_{ir} - y_{jr}|^p \right)^{\frac{q}{p}}, \quad (1)$$

где  $n$  — размерность нормированного пространства межэлементных расстояний ГТО,  $i$  — индекс образца, представленного к распознаванию,  $j$  — индекс шаблона,  $r$  — индекс размерности, на практике применяется метрика «*block city*» при  $p = 1$ :  $d_{ij} = \sum_r |y_{ir} - y_{jr}|$ , или евкли-

дова метрика при  $p = 2$ :  $d_{ij} = \left( \sum_r (y_{ir} - y_{jr})^2 \right)^{\frac{1}{2}}$ , в которой расстояния

не зависят от направления осей, в результате чего возможны любые вращения осей координат. Так как пространство признаков ГТО может быть анизотропно, то можно уточнить:

$$d_{ij} = \left( \sum_{r=1}^n \lambda_{rs}^2 (y_{ir} - y_{jr})^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \forall s: \sum_{r=1}^n \lambda_{rs}^2 = 1, s = \overline{1, L}, \text{ где } L \text{ — количество шаб-$$

лонов (мощность алфавита классов), при этом  $\lambda_{rs} = \frac{1}{\sigma_{rs}}$ , где  $\sigma_{rs}$  —

среднеквадратическое отклонение признака (межэлементного расстояния  $y_r$ ) для образцов, отнесенных к шаблону  $s$ . Величина  $\lambda_{rs}$  при этом имеет ясный физический смысл: чем меньше рассеяние признака по шаблонам, тем больше его классифицирующее значение (ценность). Каждый образец полуматрицы расстояний путем последовательной конкатенацией строк преобразовывается в вектор. При выборе показателя степени в равенстве (1) для вычисления расстояний между точками ГТО следует учитывать, что увеличение  $p$  приводит к возрастанию роли наибольших расстояний. Выбор меры расстояния с большой степенью  $q$  дает резкое выделение шаблонов с наименьшими расстояниями. Обоснованный выбор указанных величин можно сделать с помощью практического опыта в определенных классах задач. Сказанное относится и к выбору весовых коэффициентов  $\lambda_{rs}$ .

4. Требования инвариантности к изменениям масштаба сравниваемых при классификации фрагментов ГТО обуславливают необходимость нормировки компонент полуматриц межэлементных рас-

стояний образцов  $X'$  и соразмерных фрагментов шаблонов  $X$ . Приведение данных к единичному масштабу  $[0, 1]$  обеспечивается нормировкой каждого значения переменных на диапазон разброса их значений. В простейшем варианте — это линейное преобразование

$$x_i^{norm} = \frac{x_i - x_{i,\min}}{x_{i,\max} - x_{i,\min}}(b - a) + a, \text{ в единичный отрезок: } x_i^{norm} \in [0, 1], \text{ где}$$

$a$  и  $b$  — границы нормированного диапазона ( $a=0, b=1$ ). Обратная линейная денормировка осуществляется в соответствии с преобразованием:

$$x_i = \frac{x_i^{norm} - a}{b - a}(x_{i,\max} - x_{i,\min}) + x_{i,\min}.$$

Линейная нормировка оптимальна, когда значения переменной  $x_i$  плотно заполняют определенный интервал. Если в данных имеются относительно редкие выбросы, намного превышающие типичный разброс, именно эти выбросы определяют согласно предыдущей формуле масштаб нормировки. Это приведет к тому, что основная масса значений нормированной переменной  $x_i^{norm}$  сосредоточится вблизи нуля (рисунок 2, а) [12].

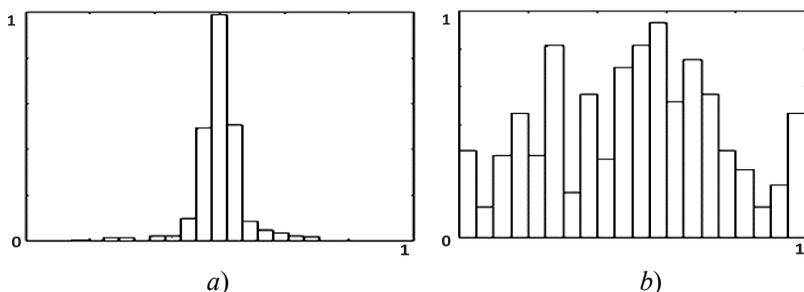


Рис. 2. Гистограмма: а) значений переменной при наличии редких, но больших по амплитуде отклонений от среднего, б) после нелинейной нормировки, использующей логистическую функцию

При нормировке следует ориентироваться не на экстремальные значения, а на типичные, т.е. статистические характеристики данных, такие как среднее и дисперсия. В этом случае основная масса данных будет иметь единичный масштаб, т.е. типичные значения всех переменных будут сравнимы (рисунок 2, б) [19]. Как видно из рисунка, распределение значений после такого нелинейного преобразования гораздо ближе к равномерному. Преобразование  $x_i \rightarrow x_i^{norm}, i = \overline{1, n}$  в

диапазон  $[0, 1]$  осуществляется в соответствии с выражениями, содержащими функцию нелинейного преобразования:

$$x_i^{norm} = \frac{1}{1 + e^{-\left(\frac{x_i - x_i^*}{\sigma_i}\right)}}, x_i^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \sigma_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - x_i^*)^2.$$

В ряде модификаций классификационных моделей ГТО нелинейная нормировка данных  $x_i \rightarrow x_i^{norm}, i = \overline{1, n}$  может быть осуществлена в диапазон  $[-1, 1]$  в соответствии с выражениями:

$$x_i^{norm} = \frac{2}{1 + e^{-\left(\frac{x_i - x_i^*}{\sigma_i}\right)}} - 1, x_i^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \sigma_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - x_i^*)^2,$$

где  $n$  — число компонент вектора, составленного из элементов матрицы межэлементных расстояний;  $x_i^*$  — среднее значение  $i$ -го расстояния;  $\sigma_i$  — стандартное отклонение значения  $i$ -го расстояния.

Среднее количество информации, приносимой каждой компонентой  $x_i$ , равно энтропии распределения значений этой компоненты  $H(x_i)$ . Если эти значения сосредоточены в относительно небольшой области единичного интервала, информационное содержание такой компоненты мало. Общий принцип предобработки данных, как известно, состоит в максимизации энтропии обучающих выборок. Использование более «вытянутой» сжимающей функции (в отличие от гиперболического тангенса:  $f(x) = \frac{e^{ax} - e^{-ax}}{e^{ax} + e^{-ax}}$ ) позволяет получить более равномерное распределение нормированных значений в соответствующем диапазоне. Из диапазона  $[0, 1]$ , денормировка осуществляется по формуле  $x_i = x_i^* - \frac{\sigma_i}{2} \ln\left(\frac{2}{x_i^{norm}} - 1\right)$ , из диапазона  $[-1, 1]$

по формуле  $x_i = x_i^* - \frac{\sigma_i}{2} \ln\left(\frac{2}{x_i^{norm}} - 1\right)$ , из диапазона  $[-1, 1]$

$$x_i = x_i^* - \frac{\sigma_i}{2} \ln\left(\frac{2}{x_i^{norm} + 1} - 1\right).$$

5. Метрика при вычислении расстояний между полуматрицами межэлементных расстояний образцов  $X'$  и соразмерных фрагментов

шаблонов  $X$  — всегда квадратичная:  $p = 2, q = 1, d_{ij} = \left(\sum_r (x_{ir} - x_{jr})^2\right)^{\frac{1}{2}}$ ,

где  $x$  — компоненты полуматрицы межэлементных расстояний. При ненормализованных векторах  $X$  и  $X'$  в качестве меры сходства может служить скалярное произведение:  $d(x, x') = 1 - x \cdot x' = 1 - \|x\| \|x'\| \cos(x, x')$ ,

при нормализованных сравниваемых векторах, показатель аналогичен евклидовому расстоянию:

$$d(x, x') = \sqrt{(x_1 - x'_1)^2 + (x_2 - x'_2)^2 + \dots + (x_n - x'_n)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - x'_i)^2}.$$

При выполнении операции нормализации:  $\overline{x_i} = \frac{x_i}{\|x\|}, i = \overline{1, n}$ , где  $n$  — количество точек в сравниваемых попарных расстояний фрагмента и образца, векторы  $X$  и  $X'$  преобразуются в единичные с тем же направлением:

$$\|x\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}.$$

6. Введение в алгоритм заключительного этапа восстановления искаженных (отсутствующих) элементов ГТО позволяет на основе развитого инструментария теории многомерного метрического шкалирования повысить информативность вторичной обработки изображений.

Рассмотрим синтез классификационной модели, реализующей решающее правило отнесения каждого входного вектора  $X_i \in D_j$  из конечного множества входных векторов к одному из элементов множества шаблонов на основе теории статистических решений как наиболее теоретически обоснованной теорией распознавания образов используемой в ходе вторичной обработки радио- и оптических изображений.

При отнесении  $i$ -го образца  $X_i$  полуматрицы межэлементных расстояний, представленного к распознаванию к  $j$ -му шаблону  $D_j$  вычисляются расстояния  $d_{ij}$ , и решения принимаются в форме:  $X_i \in D_j$ , при:

$$|d_{is} - d_{ij}| > \varepsilon, s = 1, \dots, L; s \neq i, \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  — порог распознавания ( $\varepsilon > 0$ ).

В методах статистических решений для распознавания различения с помощью логарифма отношения правдоподобия используется следующее правило [20]:

$$\begin{aligned} \text{при } \ln \frac{f(X / D_j)}{f(X / D_s)} > \ln \delta, X \in D_j, \\ \text{при } \ln \frac{f(X / D_j)}{f(X / D_s)} < \ln \delta, X \in D_s, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\ln \delta$  — логарифмический порог классификации. При условии, что все компоненты конкатенированного вектора межэлементных расстояний

ний  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , где  $n$  — размерность нормированного пространства межэлементных расстояний ГТО, независимы и распределены по нормальному закону:

$$f(X / D_j) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - m_{ji})^2}{\sigma_{ij}^2} \right\}.$$

В соответствии с условием (3) при

$$\ln \frac{f(X / D_j)}{f(X / D_s)} = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - m_{si})^2}{\sigma_{si}^2} - \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - m_{ji})^2}{\sigma_{ji}^2} \right\} > \ln \delta, X \in D_j. \text{ Послед-}$$

нее соотношение можно записать так:  $|d_{is} - d_{ij}| > 2 \ln \delta, X \in D_j$ , где:

$$d_{is} = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - m_{si})^2}{\sigma_{si}^2}; d_{ij} = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - m_{ij})^2}{\sigma_{ij}^2}.$$

Таким образом, алгоритм классификации искаженных  $n$ -мерных групповых точечных объектов на основе комбинаторного поиска фрагментов полуматриц межэлементных расстояний совпадает с алгоритмами по методу максимального правдоподобия, если используется квадратичная мера расстояния в пространстве компонент конкатенированного вектора межэлементных расстояний и весовые коэффициенты  $\lambda_{ij} = \frac{1}{\sigma_{ij}}$ .

В соответствии с условиями (2), (3) порог распознавания  $\varepsilon = 2 \ln \delta$ .

**3. Описание алгоритма.** Исходными данными алгоритма являются:

1. Предположение о размерности  $R$  метрического пространства ГТО. Помимо трех пространственных координат, дополнительными ортогональными проекциями могут быть параметризованы различные характеристики точек ГТО из выборки исходного описания данных.

2. Исходная выборка шаблонов ГТО — как алфавит  $L$  классов классифицируемых образцов ГТО.

3. Параметры  $p$  и  $q$  метрики расстояний между элементами ГТО:

$$\hat{d}_{ij} = \left( \sum_{r=1}^R |y_{ir} - y_{jr}|^p \right)^{\frac{q}{p}}, \text{ где } R \text{ — размерность пространства признаков}$$

ГТО,  $r$  — индекс размерности,

4. Образец ГТО (индекс образца ГТО в исходной выборке), подлежащий классификации. Для простоты верификации, в качестве образца использован один из шаблонов, подвергнутый искажениям.

5. Параметры искажения образца ГТО, подлежащего распознаванию: *a*) среднеквадратическое отклонение шумовой аддитивной составляющей к координатам точек ГТО (в % от линейных усредненных по выборке размеров ГТО); *b*) количество удаляемых элементов в распознаваемом образце, координаты которых необходимо восстановить (в % от мощности — числа элементов ГТО); *c*) угол поворота заданных осей координат пространства вложения распознаваемого образца ГТО; *d*) коэффициента изменения масштаба.

6. Количество точек — статистических испытаний по восстановлению координат пропущенных элементов ГТО методом Монте-Карло.

7. Технологический параметр — начальное значение, присваиваемое переменным, участвующим в процедурах поиска минимального расстояния в заданной метрике.

Алгоритм классификации включает 14 шагов:

1. Задание исходных данных алгоритма в соответствии с описаниями пп.1-3, 6, 7 перечня исходных данных.

2. Выборка и искажение образца ГТО в соответствии с описаниями пп.4, 5 перечня исходных данных алгоритма.

3. Вычислить матрицу  $\Delta'$  попарных расстояний точек  $y_1, \dots, y_N$  образца ГТО в изначально определенной метрике сходства/различия:

$$\begin{bmatrix} 0 & D'(y'_2/y'_1) & D'(y'_j/y'_1) & D'(y'_N/y'_1) \\ D'(y'_1/y'_2) & 0 & D'(y'_j/y'_2) & D'(y'_N/y'_2) \\ D'(y'_1/y'_j) & D'(y'_2/y'_j) & 0 & D'(y'_N/y'_j) \\ D'(y'_1/y'_N) & D'(y'_2/y'_N) & D'(y'_j/y'_N) & 0 \end{bmatrix}, \text{ где в общем случае}$$

$$D'(y'_j/y'_i) = \left( \sum_{r=1}^R |y'_{ir} - y'_{jr}|^p \right)^{\frac{q}{p}}, R — \text{размерность пространства вложения}$$

образца ГТО. В экспериментах метрика пространства ГТО и пространства компонент вектора межэлементных расстояний — квадратичные.

4. На основе  $\Delta'$  путем последовательного составления строк вдоль ненулевой размерности сформировать вектор элементов треугольной полуматрицы попарных расстояний образца:

$$X' = [D'(y'_2/y'_1), \dots, D'(y'_j/y'_1), \dots, D'(y'_N/y'_1), D'(y'_j/y'_2), \dots,$$

$$D'(y'_N/y'_2), \dots, D'(y'_N/y'_j)] = [x'_1, \dots, x'_n], \quad n = \frac{N!}{2(N-2)!},$$

где  $N$  — количество точек образца.

5. Нормировка компонент вектора элементов треугольной полуматрицы попарных расстояний образца  $X'$  путем приведения данных к единичному масштабу  $[0, 1]$ :

$$x_i^{norm} = \frac{1}{1 + e^{-\left(\frac{x_i - x_i^*}{\sigma_i}\right)}}, \quad x_i^* \equiv \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad \sigma_i^2 \equiv \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - x_i^*)^2,$$

где  $n$  — число компонент вектора, составленного из элементов матрицы межэлементных расстояний;  $x_i^*$  — среднее значение  $i$ -го расстояния;  $\sigma_i$  — стандартное отклонение значения  $i$ -го расстояния.

Далее для каждого  $l$ -го шаблона ГТО,  $l = 1, \dots, L$  исходной выборки данных выполнить шаги 6-13:

6. Проверка условия «Количество точек шаблона ГТО больше или равно количеству точек образца ГТО, представленного к распознаванию», если нет, то переход к следующему шаблону выборки.

7. При выполнении условия (шаг 6) — создание упорядоченного массива индексов для формирования множества фрагментов данного шаблона, содержащих количество точек — равное количеству точек образца ГТО.

8. Формирование множества  $K$  сочетаний точек шаблона по количеству  $N$  точек образца ГТО  $K = \frac{M!}{N!(M-N)!}$ , где  $M$  — количество точек шаблона ГТО.

Для каждого  $k$ -го сочетания,  $k = 1, \dots, K$ , содержащего  $N$  точек шаблона ГТО выполняются шаги 9-12:

9. Вычислить матрицу  $\Delta$  попарных расстояний точек  $y_1, \dots, y_N$  фрагмента шаблона в изначально заданной метрике сходства/различия:

$$\begin{bmatrix} 0 & D(y_2/y_1) & D(y_j/y_1) & D(y_N/y_1) \\ D(y_1/y_2) & 0 & D(y_j/y_2) & D(y_N/y_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ D(y_1/y_i) & D(y_2/y_i) & 0 & D(y_N/y_i) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ D(y_1/y_N) & D(y_2/y_N) & D(y_j/y_N) & 0 \end{bmatrix}, \quad \text{где } D(y_j/y_i) = \left( \sum_{r=1}^R |y_{ir} - y_{jr}|^p \right)^{\frac{q}{p}},$$

$R$  — размерность пространства вложения фрагментируемого ГТО.

10. На основе  $\Delta$  сформировать вектор элементов треугольной полуматрицы попарных расстояний фрагмента шаблона:

$$X = [D(y_2/y_1), \dots, D(y_j/y_1), \dots, D(y_N/y_1), D(y_j/y_2), \dots, D(y_N/y_2), \dots, D(y_N/y_i)] = [x_1, \dots, x_n], \quad n = \frac{N!}{2(N-2)!},$$

где  $N$  — количество фрагмента шаблона.

11. Нормировка компонент вектора элементов треугольной полуматрицы попарных расстояний фрагмента шаблона  $X$  путем приведения данных к единичному масштабу  $[0, 1]$ :

$$x_i^{norm} = \frac{1}{1 + e^{-\left(\frac{x_i - x_i^*}{\sigma_i}\right)}}, \quad x_i^* \equiv \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad \sigma_i^2 \equiv \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - x_i^*)^2,$$

где  $n$  — число компонент вектора, составленного из элементов матрицы межэлементных расстояний;  $x_i^*$  — среднее значение  $i$ -го расстояния;  $\sigma_i$  — стандартное отклонение значения  $i$ -го расстояния.

12. Вычислить квадратичный показатель сходства  $E_k^l$  между вектором элементов треугольной полуматрицы попарных расстояний образца  $X'$  и соразмерным вектором элементов треугольной полуматрицы попарных расстояний фрагмента  $X$  шаблона, где  $k = 1, \dots, K$  — количество сочетаний из  $M$  по  $N$  точек  $l$ -го шаблона ГТО,  $l = 1, \dots, L$ ,  $L$  — общее количество шаблонов. Показатель вычисляется как:

$$E_k^l = \sqrt{(x_1 - x'_1)^2 + (x_2 - x'_2)^2 + \dots + (x_n - x'_n)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - x'_i)^2},$$

где  $n$  — число компонент вектора, составленного из треугольной полуматрицы межэлементных расстояний между точками классифицируемого образца и соразмерного  $k$ -го фрагмента  $l$ -го шаблона ГТО.

13. Вычислить  $S = K * L$  квадратичных показателей сходства по всем  $K$  комбинациям всех  $L$  шаблонов исходной выборки.

14. Принятие решения  $C$  об индексе искомого шаблона, соответствующего искаженному образцу по критерию минимума показателя:

$$E_k^l = \sqrt{(x_1 - x'_1)^2 + (x_2 - x'_2)^2 + \dots + (x_n - x'_n)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - x'_i)^2}.$$

$C = \arg \max_l (\arg \max_k (E_k^l))$ ,  $k = \overline{1, K}$ ,  $l = \overline{1, L}$ , где  $K$  — количество ком-

бинаций точек в  $k$ -м фрагменте  $l$ -го шаблона ГТО соразмерного распознаваемому образцу,  $L$  — общее число шаблонов выборки.

Блок-схема алгоритма представлена на рисунке 3.

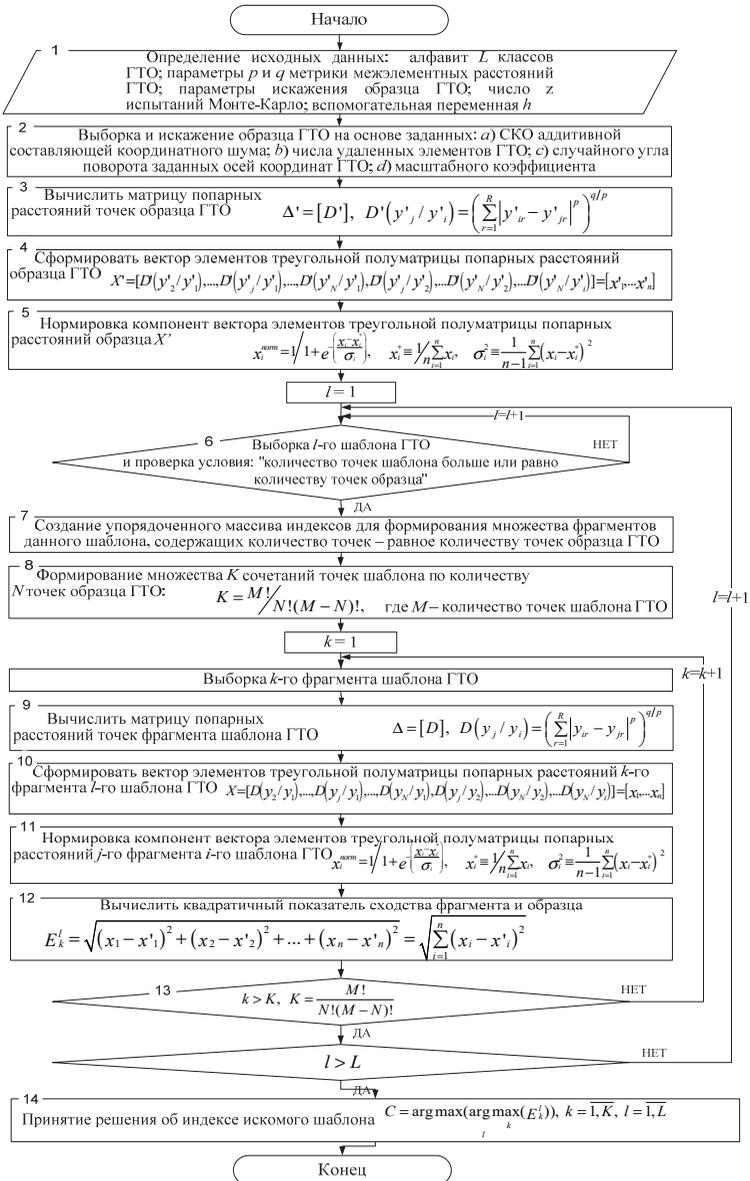


Рис. 3. Блок-схема алгоритма классификации и восстановления искаженных  $n$ -мерных групповых точечных объектов на основе комбинаторного поиска фрагментов

**4. Пример реализации алгоритма.** Появление радиолокационных станций с синтезированной апертурой, способных в высоком темпе осуществлять сбор данных об обстановке на больших участках подстилающей поверхности влечет необходимость получения в реальном масштабе времени достоверных результатов обработки такой информации. Особый интерес представляют две задачи: автоматическое обнаружение точечных целей и выделение групп среди обнаруженных объектов такого вида.

Достоверность алгоритма классификации образцов ГТО экспериментально исследована по базе 110 шаблонов, каждый из которых описывает контрастированное радиоизображение распределенных по площади (400×350 м) объектов. По оси Z (рисунок 4) в шкале целых чисел параметризован тип точки ГТО.

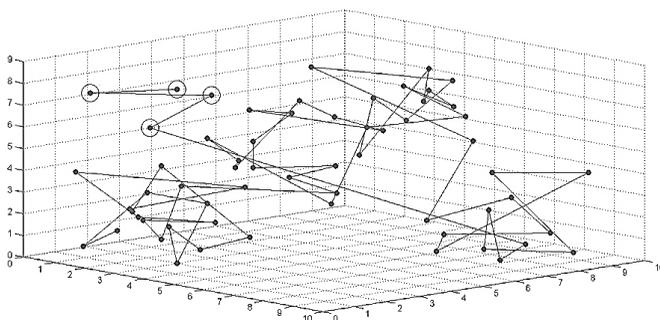


Рис. 4. Пример шаблона ГТО «блестящих» точек радиоизображения с параметризованной характеристикой вида точки и масштабированными осями в интервале [0,10]

На рисунках 5-7 представлены результаты численных экспериментов по классификации искаженных образцов ГТО из состава выборки.

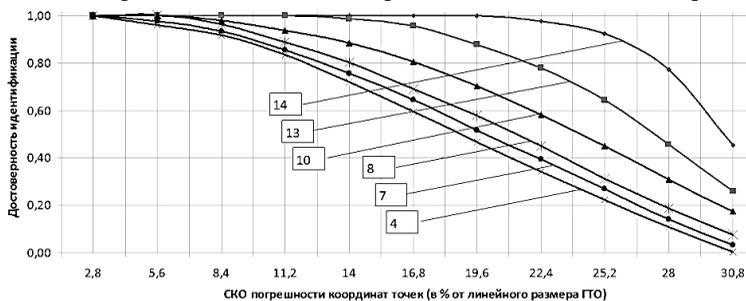


Рис. 5. Зависимость достоверности идентификации шаблона ГТО от среднеквадратической погрешности (в %) координат его точек (в одной плоскости) при различном количестве элементов ГТО (от 4 до 14)

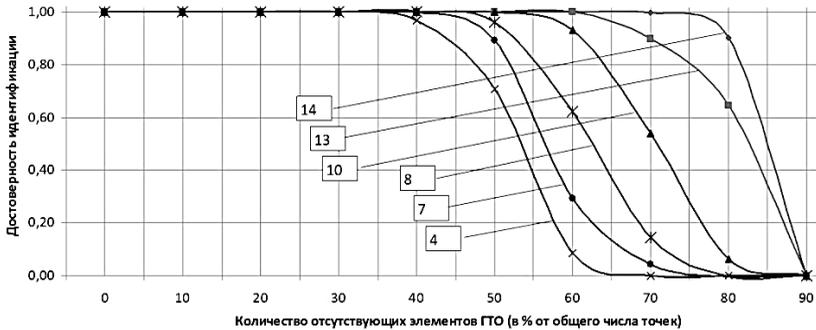


Рис. 6. Зависимость достоверности идентификации шаблона ГТО от количества отсутствующих элементов (в % от общего числа точек) при различном количестве элементов распознаваемого образца (от 4 до 14)

Достоверность идентификации  $P$  (вероятность правильной классификации) образцов определена частотным способом  $P = N_1/N$ , где  $N$  — общее число реализаций алгоритма классификации,  $N_1$  — количество реализаций алгоритма, в которых образец классифицирован верно.

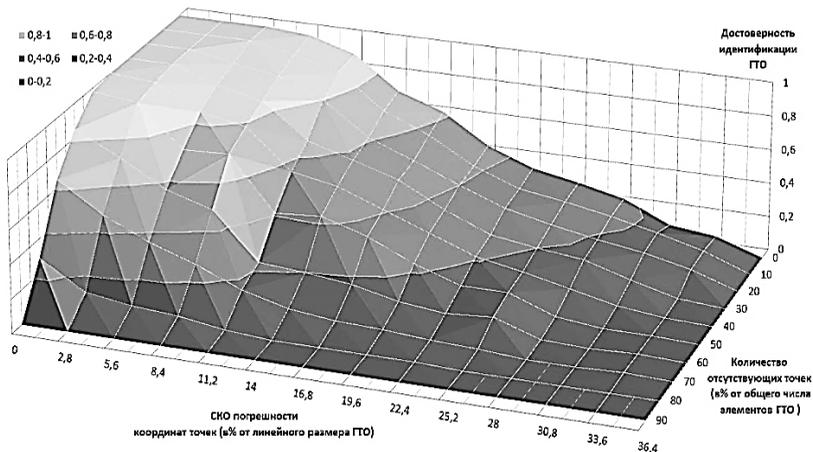


Рис. 7. Зависимость достоверности идентификации шаблона ГТО от среднеквадратической погрешности координат его точек при различном количестве отсутствующих элементов

**5. Восстановление элементов искаженного образца.** Восстановление элементов искаженного образца ГТО осуществляется на основе априорных данных относительно матрицы попарных расстояний между точками неискаженного шаблона. Индекс шаблона становится

известен по завершении этапа классификации на шаге 14 алгоритма (рисунок 3).

Классически восстановление каждой необнаруженной в образце точки ГТО возможно по уравнениям дальности на основе матрицы попарных расстояний неискаженного образца. Метод имеет недостаток, связанный с ухудшением точности восстановления при выборе опорных точек находящихся вблизи прямой в  $R$ -мерном пространстве, а также с некорректным требованием учета искажений опорных точек.

Восстановление элементов искаженного образца возможно с помощью методов многомерного шкалирования, где в качестве исходных данных использует симметричные матрицы близости с одним набором данных. В результаты анализа каждый объект представляется как точка в  $R$  мерном пространстве. Основателем современного направления методов многомерного шкалирования считается В. Торгерсон [21], который предложил алгоритм на основе работы Т. Юнга и А. Хаусхолдера [22]. Торгерсон предположил, что оценки различий равны расстояниям в евклидовом пространстве небольшой размерности  $R$ :  $\delta_{ij} = \hat{d}_{ij}$ , где  $\hat{d}_{ij}^2 = \sum_{r=1}^R (x_{ir} - x_{jr})^2$ . Далее на основе исход-

ной матрицы близостей  $\Delta$  рассчитывается матрица с двойным центрированием  $\Delta^*$ , каждый элемент которой равен

$$\delta_{ij}^* = -\frac{1}{2}(\delta_{ij}^2 - \delta_{i\cdot}^2 - \delta_{\cdot j}^2 + \delta_{\cdot\cdot}^2) \quad , \quad \text{где} \quad \delta_{i\cdot}^2 = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \delta_{ij}^2 \quad , \quad \delta_{\cdot j}^2 = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \delta_{ij}^2 \quad ,$$

$$\delta_{\cdot\cdot}^2 = \frac{1}{IJ} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \delta_{ij}^2 \quad . \quad \text{Доказано, что каждый элемент полученной матрицы}$$

$\Delta^*$  будет равен  $\delta_{ij}^* = \sum_{r=1}^R x_{ir} x_{jr}$ . Предположение о том, что оценки различия равны расстояниям является очень жестким. Менее жесткой является следующая модель, в которой различия соответствуют расстояниям с точности до некоторой аддитивной константы  $\delta_{ij} = \hat{d}_{ij} + c$ . Проблема первоначальной оценки аддитивной константы в литературе по многомерному шкалированию называется «проблемой аддитивной константы» [23].

Значения известных точек искаженного образца ГТО могут использоваться в качестве стартовых значений параметров модели многомерного шкалирования, основанных на итеративных процедурах по аналогии с использованием описанного выше метрическим алгоритмом Торгерсона, который также может быть использован для оценки стартовых значений параметров модели.

Минимизируемый при многомерном шкалировании функционал сложным образом зависит от  $nL$  переменных, имеет огромное количество локальных минимумов, и его вычисление довольно трудоемко. Поэтому многие алгоритмы многомерного шкалирования основаны на итерационном размещении точек по одному. В настоящем алгоритме использован метод статистических испытаний Монте-Карло, в рамках которого каждая точка случайным образом размещенная в предполагаемой площади искомым координат проверяется по условию минимума

$$\text{разностей показателей сходства вида } W(s'_j / s'_i) = \left( \sum_{r=1}^R |s'_{ir} - s'_{jr}|^2 \right)^{\frac{1}{2}},$$

$R=3$  — размерность пространства вложения образца. Данная процедура включается 15-м, заключительным этапом в алгоритм, представленный на рисунке 3.

На рисунке 8 представлен пример восстановления координат 10 элементов по 4 известным элементам распознанного ГТО на плоскости.

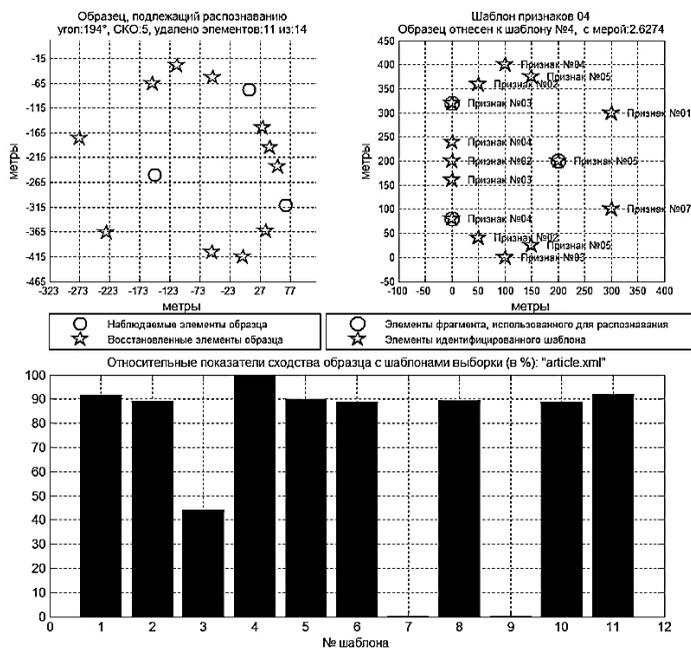


Рис. 8. Результат восстановления двумерных координат десяти точек искаженного образца шаблона по данным 4 наблюдаемых точек методом Монте-Карло (количество статистических испытаний 50000); относительные показатели сходства представлены для 11 наиболее вероятных шаблонов из 110

На рисунке 9 представлены зависимости евклидовых показателей погрешности восстановления  $W$  в зависимости от числа испытаний Монте-Карло.

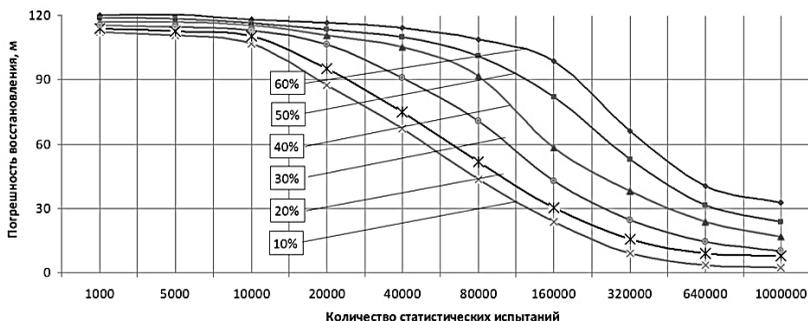


Рис. 9. Зависимости ненормированной среднеарифметической по выборке погрешности восстановления координат от числа статистических испытаний Монте-Карло при различном числе восстанавливаемых точек ГТО (погрешность образца 40 % от линейного размера ГТО)

При увеличении погрешности позиционирования точек образца и уменьшении числа известных элементов в искаженном образце погрешности восстановления координат монотонно растут.

**6. Заключение.** Одним из направлений повышения эффективности систем технического зрения радио- и оптического диапазона является разработка алгоритмов параллельного распознавания и восстановления радио, оптических локационных изображений целей, представленных многомерными групповыми точечными объектами, включающих инвариантные к неафинным искажениям процедуры идентификации и многомерного метрического шкалирования как способа структурной верификации конечного результата.

Достоинством представленного алгоритма является возможность реализации многомерных масштабируемых процедур классификации/восстановления образов, представимых групповыми точечными объектами, используя при этом пространство той минимальной мерности, которая позволяет достоверно классифицировать зашумленные и искаженные (поворот, смещение, прореживание) образцы ГТО.

Возможным направлением развития данного класса алгоритмов в части восстановления элементов искаженного образа является использование карт Кохонена или карт Сэммона, позволяющих аппроксимировать многомерные отображения распределения точек на  $N$ -мерную поверхность с регулярным или случайным соседством между узлами. При обучении на вход подаются строки фрагментов матрицы

попарных расстояний неискаженного шаблона, на выходе формируются представления истинных координат с учетом ограничений и начальных условий относительно изменения масштаба, смещения центра ГТО или поворота осей его координат.

Это позволит повысить достоверность классификации зашумленных радиолокационных изображений при ограничениях на оперативность вторичной обработки локационной информации в реальном масштабе времени.

## Литература

1. *Dostovalov M., Ermakov R., Moussiniants T.* Airborne Testing of Multi-channel Modes of the Perspective Spaceborne // Proceedings of 10th European Conference on Synthetic Aperture Radar (EUSAR 2014). 2014. pp. 1–4.
2. *Авдеев В.А., Бахолдин В.С., Гаерлиов Д.А. и др.* Комплекс экспериментов по приему отраженных земной поверхностью сигналов спутниковых радионавигационных систем ГЛОНАСС/GPS // Труды института прикладной астрономии РАН. 2012. № 23. С. 230–235.
3. *Romeiser R. et al.* First Analysis of TerraSAR-X Along-Track InSAR-Derived Current Fields // IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing. 2010. vol. 48. no. 2. pp. 820–829.
4. *Верба В.С.* Авиационные комплексы радиолокационного дозора и наведения. Принципы построения, проблемы разработки и особенности функционирования // М.: Радиотехника. 2014. 528 с.
5. *Rozhentsov A.A., Bayev A.A.* Estimation of 3D images parameters set by disordered readouts // Proceedings of 9th Int. Conf. “Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies”. 2008. vol. 2. pp. 133–135.
6. *Фурман Я.А.* Точечные поля и групповые объекты // М.: Физматлит. 2015. 440 с.
7. *Хафизов Р.Г., Фурман Я.А.* Исследование влияния яркостной информации точек пространственного группового точечного объекта на устойчивость его проводочной модели // Вестник Марийского государственного технического университета. 2009. № 2(6). С. 35–43.
8. Комплекснозначные и гиперкомплексные системы в задачах обработки многомерных сигналов / Под ред. *Я.А. Фурмана* // М.: Физматлит. 2004. 298 с.
9. *Фурман Я.А., Хафизов Д.Г.* Распознавание групповых точечных объектов в трехмерном пространстве // Автотметрия. 2003. Том. 39. №1. С. 3–14.
10. *Doerry A.W., Dubbert D.F., Thompson M.E., Gutierrez V.D.* A portfolio of fine resolution Ka-band SAR images: Part I // SPIE Defense and Security Symposium. 2005.
11. *Фурман Я.А., Егوشина И.Л., Ерусланов Р.В.* Согласованная фильтрация зашумленных дискретных кватернионных сигналов // Журнал радиоэлектроники. 2012. №3. С. 1–35.
12. *Ипатов Ю.А., Кривецкий А.В.* Методы обнаружения и пространственной локализации групп точечных объектов // Кибернетика и программирование. 2014. № 6. С.17–25.
13. *Szeliski R.* Computer Vision: Algorithms and Applications // Springer. 2011. 812 p.
14. *Furman Y.A., Eruslanov R.V., Egoshina I.L.* Iterative Algorithm for angular matching of group point objects with a priori uncertainty of parameters // Pattern recognition and image analysis. 2013. vol. 23. no. 3. pp. 381–388.

15. *Furman Ya.A., Egoshina I.L., Eruslanov R.V.* Matching angular and vector descriptions of three-dimensional group point objects // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. 2012. vol. 48. № 6. pp. 537–549.
16. *Novikov A.I., Sablina V.A., Nikiforov M.B., Loginov A.A.* Contour analysis and image superimposition task in computer vision systems // The 11th International Conference "Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies» (PRIA-11-2013). 2013. pp. 282–285.
17. *Furman Ya.A., Eruslanov R.V., Egoshina I.L.* Reconstruction of Images and Recognition of Polyhedral Objects // Pattern Recognition and Image Analysis. 2012. vol. 22. no. 1. pp. 196–209.
18. *Furman Ya.A., Eruslanov R.V., Lazarev A.O.* Calculation of the Vertex Coordinates of a Polyhedral Body by the Results of Coordinated Filtration of the Contours of Its Perspective Projections // Pattern Recognition and Image Analysis. 2012. vol. 22. no. 1. pp. 188–195.
19. *Ежов А.А., Шумский С.А.* Нейрокомпьютинг и его применения в экономике и бизнесе // М.: МИФИ. 1998. 224 с.
20. *Биргер И. А.* Техническая диагностика // М.: Машиностроение. 1978. 240 с.
21. *Torgerson W.S.* Theory and methods of scaling // New York: Wiley. 1958. 460 p.
22. *Young F.W., Householder A.S.* A note on multidimensional psychophysics // Psychometrika. 1941. vol. 6. pp. 331–333.
23. *Дэйвисон М.* Многомерное шкалирование. Методы наглядного представления данных // М.: Финансы и статистика. 1982. 254 с.

**Каплин Александр Юрьевич** — к-т техн. наук, заместитель генерального директора-генеральный конструктор, ОАО «Радиоавионика». Область научных интересов: системы управления и связи специального назначения, человеко-машинные системы, бортовая радиолокация и радионавигация. Число научных публикаций — 50. a.kaplin@list.ru; Троицкий пр., 4 лит. Б, Санкт-Петербург, 190103; р.т.: +7(812) 251-3875, Факс: +7(812) 251-2743.

**Коротин Андрей Анатольевич** — к-т техн. наук, директор научно-исследовательского центра, ОАО «Радиоавионика». Область научных интересов: системы управления и связи специального назначения, человеко-машинные системы, аппаратно-программные комплексы, защита космических аппаратов от радиации. Число научных публикаций — 30. kaa2805@mail.ru; Троицкий пр., 4 лит. Б, Санкт-Петербург, 190103; р.т.: +79119107595, Факс: +7(812) 251-2743.

**Назаров Андрей Вячеславович** — д-р техн. наук, доцент, начальник кафедры космической радиолокации и радионавигации, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: распознавание образов, нейросетевые технологии, моделирование распределенных систем, обработка сигналов в оптико-электронных информационных системах. Число научных публикаций — 100. naz-av@mail.ru; ул. Ждановская, 13, Санкт-Петербург, 197198; р.т.: +7(812) 347-95-33.

**Якимов Виктор Леонидович** — к-т техн. наук, доцент, заместитель начальника кафедры приемных устройств и радиоавтоматики, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: моделирование сложных систем, нейросетевые технологии, техническая диагностика. Число научных публикаций — 40. yakim78@yandex.ru; ул. Ждановская, 13, Санкт-Петербург, 197198; р.т.: +7(812)347-95-36.

A.Y. KAPLIN, A.A. KOROTIN, A.V. NAZAROV, V.L. YAKIMOV  
**ALGORITHM OF CLASSIFICATION AND RECOVERY OF THE  
 DISTORTED  $N$ -DIMENSIONAL GROUP POINTWISE OBJECTS  
 ON THE BASIS OF COMBINATORIAL SEARCH OF FRAGMENTS**

---

*Kaplin A.Y., Korotin A.A., Nazarov A.V., Yakimov V.L.* **Algorithm of classification and recovery of the distorted  $N$ -dimensional group pointwise objects on the basis of combinatorial search of fragments.**

**Abstract.** The algorithm of classification of multidimensional group pointwise objects samples is presented. Search is carried out on the basis of combinatorial search of proportionate fragments of matrixes of pairwise relations on a set of templates. The decision on assignment of the sample to this or that template is made according to criterion of the minimum Euclidean distance. The presented approach to recognition allows one to synthesize invariant (concerning rotation, scaling or offset of system of co-ordinates) descriptions of secondary signs and to use quite a powerful toolkit of the theory of multidimensional and metric scaling in compensating distortions of the recognized group pointwise objects images. The algorithm implements a procedure of statistical tests of Monte-Carlo, within the frames of which each point, allocated in a random way in a prospective neighborhood of required coordinates, is checked by condition of the minimum of the quadratic similarity measure. The paper gives an example and the results of using the algorithm for identification and recovery of the distorted radio images exposed to coordinate noises and presented by sampling of templates of "brilliant" points.

**Keywords:** group pointwise object, classification, multidimensional scaling.

---

**Kaplin Alexander Yurievich** — Ph.D., deputy director-general, general designer, Joint Stock Venture «Radioavionika». Research interests: control and communication systems of a special purpose, human - machine systems, on-board radar and navigation. The number of publications — 50. a.kaplin@list.ru; P.O.B. 111, St. Petersburg, 190103; office phone: +7(812) 2513875, Fax: +7(812) 251-2743.

**Korotin Andrey Anatolievich** — Ph.D., director of research center, Joint Stock Venture «Radioavionika». Research interests: control and communication systems of a special purpose, human-machine systems, hardware-software complexes, protection of spacecraft from the radiation. The number of publications — 30. kaa2805@mail.ru; P.O.B. 111, St. Petersburg, 190103; office phone: +79119107595, Fax: +7(812) 251-2743.

**Nazarov Andrey Vyacheslavovich** — Ph.D., Dr. Sci., associate professor, head of space radiolocation and a radio navigation department, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: pattern recognition, neural nets, modeling of distributed systems, signal processing in optical-electronic information systems. The number of publications — 100. nazav@mail.ru; 13, Zhdanovskaya street, St.-Petersburg, 197198, Russia; office phone: +7(812) 347-95-33.

**Yakimov Victor Leonidovich** — Ph.D., associate professor, deputy head of receiving devices and radio automatic equipment department, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: simulation of difficult systems, neural network technologies, technical diagnostics. The number of publications — 40. yakim78@yandex.ru; 13, Zhdanovskaya street, St.-Petersburg, 197198, Russia; office phone: +7(812)347-95-36.

## References

1. Dostovalov M., Ermakov R., Moussinants T. Airborne Testing of Multi-channel Modes of the Perspective Spaceborne SAR proc. Proceedings of 10th European Conference on Synthetic Aperture Radar (EUSAR 2014). 2014. pp. 1–4.
2. Avdeev V.A., Bakholdin V.S., Gavrilov D.A. [Complex of experiments on reception of the signals of satellite radio navigational systems reflected by an earth surface]. *Trudy instituta prikladnoi astronomii RAN – Proceedings of applied astronomy Institute of RAS*. 2012. vol. 23. pp. 230-235. (In Russ.).
3. Romeiser R. et al. First Analysis of TerraSAR-X Along-Track InSAR-Derived Current Fields. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*. 2010. vol. 48. no. 2. pp. 820–829.
4. Verba V.S. *Aviatsionnye komplekсы radiolokatsionnogo dozora i navedeniia. Printsipy postroeniia, problemy razrabotki i osobennosti funktsionirovaniia* [Aviation complexes of radar-tracking patrol and induction. Principles of creation, a problem of development and a functioning singularity]. Moscow: Radiotekhnika Publ. 2014. 528 p. (In Russ.).
5. Rozhentsov A.A., Bayev A.A. Estimation of 3D images parameters set by disordered readouts. Proceedings of 9th Int. Conf. “Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies”. 2008. vol. 2. pp. 133–135.
6. Furman Ya.A. *Tochechnye polia i gruppovye ob’ekty* [Point field and group objects]. Moscow: Fizmatlit Publ. 2015. 440 p. (In Russ.).
7. Khafizov R.G., Furman Ya.A. [Research of influence of the brightness information of points of space group pointwise object on stability of its wire model]. *Vestnik Mariiskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Bulletin of Mari state technical university*. 2009. vol. 2(6). pp. 35–43. (In Russ.).
8. Furman Ya. A. *Kompleksnoznachnye i giperkompleksnye sistemy v zadachakh obrabotki mnogomernykh signalov* [Complex-valued and Hypercomplex systems in processing of multidimensional signals]. Moscow: Fizmatlit Publ. 2004. 298 p. (In Russ.).
9. Furman Ya. L., Khafizov D. G. [Recognition of group pointwise objects in three-dimensional space]. *Avtometriia – Autometry*. 2003. vol. 39. no. 1. pp. 3–14. (In Russ.).
10. Doerry A.W., Dubbert D.F., Thompson M.E., Gutierrez V.D. A portfolio of fine resolution Ka-band SAR images: Part I. SPIE Defense and Security Symposium. 2005.
11. Furman Ya.A., Egoshina I.L., Eruslanov R.V. [Matched filtering of noisy discrete quaternion signals]. *Zhurnal radioelektroniki – Magazine of radio electronics*. 2012. no. 3. pp. 1–35. (In Russ.).
12. Ipatov Iu.A., Krevetskii A.V. [Methods of detection and spatial localization of groups of point objects]. *Kibernetika i programmirovaniie – Cybernetics and programming*. 2014. vol. 6. pp. 17–25. (In Russ.).
13. Szeliski R. *Computer Vision: Algorithms and Applications*. Springer. 2011. 812p.
14. Furman Ya. A., Eruslanov R.V., Egoshina I.L. Iterative Algorithm for angular matching of group point objects with priory uncertainty of parameters. *Pattern recognition and image analysis*. 2013. vol. 23. no. 3. pp. 381–388.

15. Furman Ya.A., Egoshina I.L., Eruslanov R.V. Matching angular and vector descriptions of three-dimensional group point objects. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. 2012. vol. 48. no. 6. P. 537–549.
16. Novikov A.I., Sablina V.A., Nikiforov M.B., Loginov A.A. Contour analysis and image superimposition task in computer vision systems. The 11th International Conference "Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies» (PRIA-11-2013). 2013. pp. 282–285.
17. Furman Ya.A., Eruslanov R.V., Egoshina I.L. Reconstruction of Images and Recognition of Polyhedral Objects. *Pattern Recognition and Image Analysis*. vol. 22. no. 1. 2012. pp. 196–209.
18. Furman Ya.A., Eruslanov R.V., Lazarev A.O. Calculation of the Vertex Coordinates of a Polyhedral Body by the Results of Coordinated Filtration of the Contours of Its Perspective Projections. *Pattern Recognition and Image Analysis*. 2012. vol. 22. no. 1. pp. 188–195.
19. Ezhov A.A., Shumskii S.A. Nejrokomputing i ego primenenija v jekonomike i biznese [Neurocomputing and its applications in economy and business]. Moscow: MIFI Publ. 1998. 224 p. (In Russ.).
20. Birger I. A. Tehnicheskaja diagnostika [Technical diagnostics]. Moscow: Mashinostroenie Publ. 1978. 240 p. (In Russ.).
21. Torgerson W.S. Theory and methods of scaling. New York: Wiley. 1958. 460 p.
22. Young F.W., Householder A.S. A note on multidimensional psychophysics. *Psychometrika*. 1941. vol. 6. pp. 331–333.
23. Deivison M. *Mnogomernoje shkalirovanie. Metody nagljadnogo predstavlenija dannyh* [Multidimensional scaling. Methods of evident data representation]. Moscow: Finansy i statistika Publ. 1982. 254 p. (In Russ.).

А. А. ИВАНОВ, О. А. ШМАКОВ  
**АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВНУТРЕННЕЙ ГЕОМЕТРИИ  
МАНИПУЛЯТОРА ЗМЕЕВИДНОГО ТИПА ПРИ ДВИЖЕНИИ  
ЛИДИРУЮЩЕГО ЗВЕНА ПО НАРАЩИВАЕМОЙ  
ТРАЕКТОРИИ**

---

*Иванов А.А., Шмаков О.А.* Алгоритм определения внутренней геометрии манипулятора змеевидного типа при движении лидирующего звена по наращиваемой траектории.

**Аннотация.** Сформулированы инвариантная к системе внешних координат форма задания геометрии пространственного кинематически избыточного манипулятора с последовательно ортогональными некомпланарными осями шарниров вращения. Получены аналитические выражения для определения угловых шарнирных координат из условий принадлежности точек шарниров параметрически заданной гладкой кривой, уравнение для координат положения точек на кривой и неравенства-ограничения на взаимное положение смежных звеньев манипулятора. Предложен алгоритм решения уравнения и метод планирования законов изменения шарнирных координат, обеспечивающий перемещения точек шарниров по пространственной траектории, наращиваемой добавлением целевых точек для головного звена манипулятора. Метод применен для планирования движения гиперизбыточного манипулятора с неподвижным основанием и змеевидного робота при перемещении по траектории, выстраиваемой на основе текущих и прогнозируемых положений шарниров в декартовом пространстве.

**Ключевые слова:** змеевидный робот; манипуляторы змеевидного типа; гиперизбыточный манипулятор; угловые шарнирные координаты; траектория движения.

---

**1. Введение.** Роботы-манипуляторы змеевидного типа являются представителями класса манипуляторов с существенной избыточностью (гиперизбыточностью) числа управляемых внутренних степеней свободы по отношению к числу внешних координат, определяющих позицию и ориентацию полезной нагрузки в пространстве перемещения. Наименование типа связано с реализуемой в конструкции манипулятора структурой позвоночника его биологического прототипа — змеи. Начало систематических теоретических и экспериментальных исследований в области создания змеевидных роботов связано с работами японского исследователя С. Хирозе [1]. За прошедшее со времени первой публикации в 1974 году [2] направление получило развитие в многочисленных работах [3, 4]. Современное состояние зарубежных исследований подробно рассмотрено в основанном на 137-ми избранных источниках обзоре [5]. В представленной в 2015 году на конференции по мехатронике и автоматизации работе [6] проанализированы мировые достижения в теории и практике разработки змеевидных роботов. В выводах работы [6] отмечается актуальность направления и формулируются

нерешенные проблемы, среди которых проблема управления локомоциями и манипуляциями змеевидных роботов в условиях сложно структурированной внешней среды. В ЦНИИ РТК исследования и разработки в этом направлении ведутся, начиная с 2002 года [7–11].

Манипуляторы змеевидного типа используются как для перемещения полезной нагрузки с помощью цепи соединенных активно управляемыми шарнирами твердых тел с зафиксированным на неподвижном основании корневым звеном — гиперизбыточный манипулятор (ГИМ) [11] (рисунок 1), так и для организации движения по опорным поверхностям свободной цепи тел — змеевидный робот (ЗР) [10] (рисунок 2).

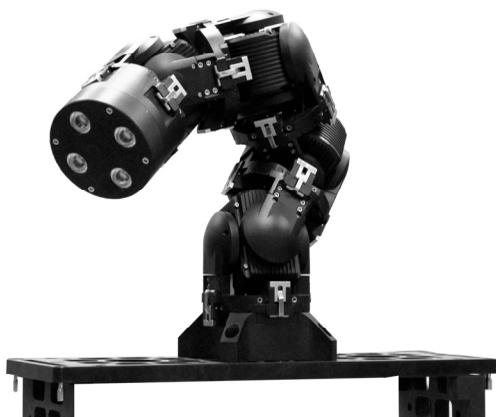


Рис. 1. Гиперизбыточный манипулятор «ГРОМ» (СПБПУ им. Петра Великого, ЦНИИ РТК)



Рис. 2. Змеевидный робот «ЗМЕЕЛОК-3м» (ЦНИИ РТК)

Кинематическая избыточность манипулятора позволяет выполнять рабочие операции в сложноструктурированном окружении. Змеевидный робот подобно своему биологическому прототипу может варьировать локомоционные моды, адаптируясь к условиям перемещения, а также за счет части не участвующих в локомоциях звеньев, манипулировать полезной нагрузкой. Реализация формы осуществляется заданием относительных угловых перемещений звеньев. Внутренние координаты определяются решением обратной задачи кинематики для избыточного манипулятора с ограничениями. Ограничения могут формулироваться в виде равенств, неравенств и критериев оптимальности для внешних и внутренних координат [4, 12–15]. В работе [8] предложен алгоритм решения обратной задачи кинематики гиперизбыточного манипулятора с ограничениями на внутренние координаты.

Моделью межпозвоночного сустава служит универсальный шарнир с ортогональными продольной оси позвонка компланарными осями вращения [16]. В технической реализации конструкции универсального шарнира используется последовательное соединение трх тел (звеньев) вращательными кинематическими парами 5-го класса. Для достижения компланарности осей необходимы специальные конструктивные решения [17]. Кинематическая схема активного универсального шарнира и пример реализации в ЗМ «ЗМЕЕЛОК-3м» представлены на рисунке 3.

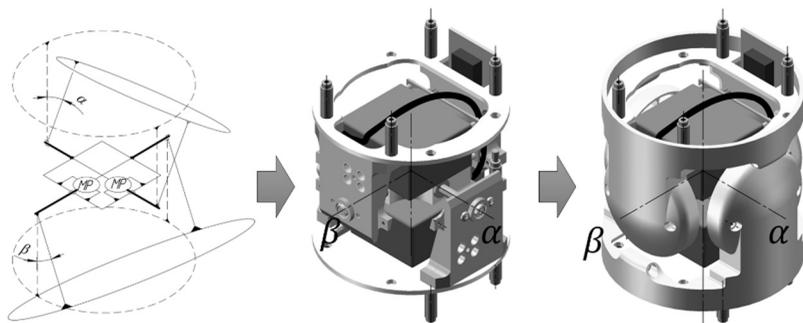


Рис. 3. Универсальный шарнир и пример реализации в ЗМ «ЗМЕЕЛОК-3м» (ЦНИИ РТК)

По этой причине во многих конструкциях змеевидных манипуляторов компланарность осей осознанно не реализуется [18–23]. На рисунке 4 приведено изображение конструкции змеевидного

робота на основе одностепенных модулей, разработанного в Carnegie Mellon University [18, 24].



Рис. 4. Змеевидный робот с некомпланарными осями «SEA» (Университет Карнеги Мелон, США)

Для планирования формы манипулятора во внутренних шарнирных координатах по задаваемой относительно внешнего окружения форме необходимо решение обратной задачи кинематики. В работе [25] для решения задачи определения внутренней геометрии змеевидного манипулятора предложен алгоритм построения ломаной, образованной отрезками, соединяющими точки расположения универсальных ортогональных шарниров на звене манипулятора. Для поиска положения точек на кривой используется процедура, содержащая пошаговое перемещение вдоль параметризованной кривой для выделения и метод половинного деления для нахождения корня уравнения, задающего пересечение кривой со сферой радиуса, равного расстоянию между центрами двухстепенных шарниров звена.

Анализ существующих конструкций змеевидных роботов и способов задания их движения позволяет констатировать, что для выполнения манипуляций и локомоций необходимо задавать в пространстве внешних координат мгновенную форму скелетной линии ЗР. Инвариантное по отношению к системе внешних координат описание геометрии ЗР в шарнирных координатах позволит планировать мгновенную форму скелетной кривой в сложноструктурированной среде. Алгоритм решения задачи определения внутренней геометрии змеевидного робота-манипулятора с вращательными шарнирами со скрещивающимися осями по положению и ориентации связанного с полезной нагрузкой звена манипулятора (лидирующего звена) на задаваемой траектории

отсутствует. Задача построения инвариантного описания и алгоритма для решения этой задачи рассматривается в настоящей статье.

**2. Геометрия манипулятора.** Абстрактный манипулятор представляет цепь соединенных шарнирами тел (звеньев), каждое из которых имеет не более двух одностепенных шарниров. Из литературы известны различные формы представления кинематических соотношений для манипулятора [1, 2, 4, 12, 24, 26–35]. В настоящей работе используется классическое инвариантное к используемой системе координат векторное представление, позволяющее записать соотношения для положений, скоростей и ускорений точек манипулятора в явной зависимости от шарнирных координат и их производных по времени.

Ограничимся рассмотрением манипуляторов с вращательными цилиндрическими шарнирами. Введем последовательную нумерацию цепи из  $n$  тел, начиная с первого. Для тела с номером  $i$  выделим три точки:  $C_i$  — центр связанной с телом системы координат;  $A_i$  — точка входа и  $B_i$  — точка выхода. На рисунке 5 изображена схема расположения шарниров и их осей в теле.

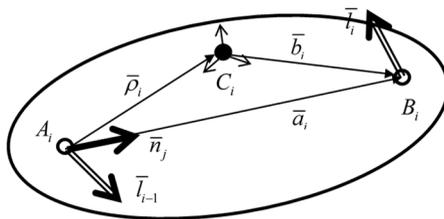


Рис. 5. Схема расположения шарниров в звене манипулятора

К точкам  $A_i$  и  $B_i$  привязаны одностепенные шарниры вращения, направление осей которых неизменно в теле. Положение центра системы координат тела с номером  $i$  относительно входной точки и выходной точки относительно центра определим векторами  $\bar{\rho}_i$  и  $\bar{b}_i$ . Тогда  $\bar{r}_{C,j}$  — положение центра системы координат  $j$ -го тела относительно входной точки  $A_1$  первого в цепи тела определяется суммой:

$$\bar{r}_{C,j} = \sum_{i=1}^j \bar{\rho}_i + \sum_{i=1}^{j-1} \bar{b}_i, \quad (1)$$

а  $\bar{r}_{B,j}$  — положение выходной точки  $j$ -го тела относительно входной точки первого в цепи тела определяется суммой:

$$\bar{r}_{B,j} = \bar{r}_{C,j} + \bar{b}_j. \quad (2)$$

Положение входной точки  $A_1$  первого тела относительно неподвижной системы координат зададим вектором.

С учетом введенных обозначений формулы (1) могут быть представлены в рекуррентной форме:

$$\begin{aligned} \bar{r}_{c,j} &= \bar{\rho}_j + \bar{b}_{j-1} + \bar{r}_{c,j-1}, \\ j &= \overline{1, n}, \bar{b}_0 = 0, \bar{r}_{c,0} = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Абсолютное положение произвольной точки  $D_i$  тела  $i$ , определяемой вектором  $\bar{\rho}_{D,i}$  относительно  $C_i$ , задается формулой:

$$\bar{r}_{D,i} = \bar{\rho}_{D,i} + \bar{r}_{c,i}. \quad (4)$$

Взаимная ориентация соседних тел  $i-1$  и  $i$  задается тензором поворота тела  $i$  относительно оси с ортом  $\bar{l}_{i-1}^{(i-1)}$ , связанным с телом  $(i-1)$ , на угол  $\varphi_i$  [30]:

$$\overline{\overline{Q}}_i^{(i-1)} = \cos\varphi_i \overline{\overline{E}} + \sin\varphi_i \overline{\overline{E}} \times \bar{l}_{i-1}^{(i-1)} + (1 - \cos\varphi_i) \bar{l}_{i-1}^{(i-1)} \bar{l}_{i-1}^{(i-1)}. \quad (5)$$

Тензор поворота  $i$ -го тела относительно несущего тела с номером (0) равен последовательному произведению тензоров  $\overline{\overline{Q}}_i^{(i-1)}$ :

$$\overline{\overline{P}}_i^{(0)} = \overline{\overline{Q}}_1^{(0)} \cdot \overline{\overline{Q}}_2^{(1)} \cdot \dots \cdot \overline{\overline{Q}}_{i-1}^{(i-2)} \cdot \overline{\overline{Q}}_i^{(i-1)} = \overline{\overline{P}}_{i-1}^{(0)} \cdot \overline{\overline{Q}}_i^{(i-1)}. \quad (6)$$

Конструкция манипулятора змеевидного типа представляет набор тел с шарнирами, оси которых ортогональны между собой, и соединяющему центры шарниров вектору. Это позволяет представить его через орты осей шарниров  $\bar{l}_j$  орты осей на теле  $j$  в точках  $B_j$ .

$$\bar{a}_j = \bar{\rho}_j + \bar{b}_j = -(-1)^j a_j \bar{l}_{j-1} \times \bar{l}_j. \quad (7)$$

Вектор положения точки  $B_i$  относительно точки  $A_1$  с учетом (7) запишется в виде:

$$\bar{r}_{B,j} = \sum_{i=1}^j \bar{a}_i = -\sum_{i=1}^j (-1)^i a_i \bar{l}_{i-1} \times \bar{l}_i = \bar{r}_{B,j-1} - (-1)^j a_j \bar{l}_{j-1} \times \bar{l}_j. \quad (8)$$

Представление рекуррентной связи (8) в выделенном базисе через шарнирные углы текущего соединения с учетом обозначения (7) имеет вид:

$$\bar{r}_{B,j} = \bar{r}_{B,j-1} - (-1)^j a_j \overline{\overline{P}}_{j-1}^{(0)} \cdot \overline{\overline{Q}}_j^{(j-1)} \cdot (\bar{l}_{j-1}^{(j)} \times \bar{l}_j^{(j)}). \quad (9)$$

или с учетом выражения для тензора поворота относительно оси входного шарнира (5):

$$\begin{aligned} \bar{r}_{B,j} &= \bar{r}_{B,j-1} - \\ &- (-1)^j a_j \bar{P}_{j-1}^{(0)} \cdot (\cos \varphi_j (\bar{l}_{j-2}^{(j-1)} \times \bar{l}_{j-1}^{(j-1)}) - \sin \varphi_j \bar{l}_{j-1}^{(j-1)}). \end{aligned} \quad (10)$$

При заданном наборе шарнирных углов  $\{\varphi_j\}$  положения центров выходных шарниров относительно несущего тела определяются по формулам (10) через пять независимых внутренних постоянных для тела  $j$  параметров  $a_j$ ,  $\bar{l}_{j-1}^{(j)}$  и  $\bar{l}_j^{(j)}$ , шарнирный угол  $\varphi_j$ , тензор поворота предшествующего тела относительно выделенного базиса  $\bar{P}_{j-1}^{(0)}$  и вектор  $\bar{r}_{B,j-1}$  абсолютного положения центра выходного шарнира предшествующего тела.

Конструкция змеевидного манипулятора имеет периодическую структуру. Периодическим элементом является модуль, состоящий из двух смежных тел с парами ортогональных шарниров. На рисунке 6 приведена схема фрагмента кинематической структуры змеевидного манипулятора.

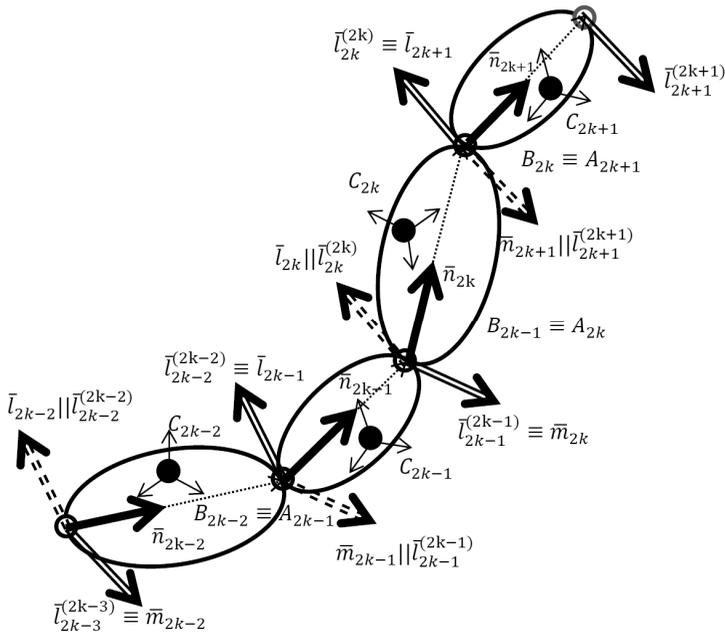


Рис. 6. Схема чередования пар звеньев в кинематической цепи

Выражение для тензора поворота тела с номером  $j$  относительно тела  $j - 2$  через орты осей выходных шарниров тел  $j - 2$  и  $j - 1$  с учетом формулы (5) имеет вид:

$$\begin{aligned}
\overline{\overline{Q}}_{j-1}^{(j-2)} \cdot \overline{\overline{Q}}_j^{(j-1)} &= \cos\varphi_{j-1} \overline{\overline{l}}_{j-1}^{(j-1)} \overline{\overline{l}}_{j-1}^{(j-1)} + \\
&+ \sin\varphi_j \sin\varphi_{j-1} (\overline{\overline{E}} \times \overline{\overline{l}}_{j-2}^{(j-2)}) \cdot (\overline{\overline{E}} \times \overline{\overline{l}}_{j-1}^{(j-1)}) + \\
&+ \cos\varphi_j \sin\varphi_{j-1} (\overline{\overline{E}} \times \overline{\overline{l}}_{j-2}^{(j-2)} - (\overline{\overline{E}} \times \overline{\overline{l}}_{j-2}^{(j-2)}) \cdot \overline{\overline{l}}_{j-1}^{(j-1)} \overline{\overline{l}}_{j-1}^{(j-1)}) + \\
&+ \cos\varphi_j \overline{\overline{l}}_{j-2}^{(j-2)} \overline{\overline{l}}_{j-2}^{(j-2)} + \sin\varphi_j \overline{\overline{l}}_{j-2}^{(j-2)} \overline{\overline{l}}_{j-2}^{(j-2)} \cdot (\overline{\overline{E}} \times \overline{\overline{l}}_{j-1}^{(j-1)}) + \\
&+ \sin\varphi_{j-1} (\overline{\overline{E}} \times \overline{\overline{l}}_{j-2}^{(j-2)}) \cdot \overline{\overline{l}}_{j-1}^{(j-1)} \overline{\overline{l}}_{j-1}^{(j-1)} + \\
&+ \sin\varphi_j \cos\varphi_{j-1} (\overline{\overline{E}} \times \overline{\overline{l}}_{j-1}^{(j-1)} - \overline{\overline{l}}_{j-2}^{(j-2)} \overline{\overline{l}}_{j-2}^{(j-2)} \cdot (\overline{\overline{E}} \times \overline{\overline{l}}_{j-1}^{(j-1)})) + \\
&+ \cos\varphi_j \cos\varphi_{j-1} (\overline{\overline{E}} - \overline{\overline{l}}_{j-1}^{(j-1)} \overline{\overline{l}}_{j-1}^{(j-1)} - \overline{\overline{l}}_{j-2}^{(j-2)} \overline{\overline{l}}_{j-2}^{(j-2)}).
\end{aligned} \tag{11}$$

Для последовательности поворотов относительно двух ортогональных осей, соответствующих углам курса (первый поворот вокруг орта  $\overline{\overline{l}}_{2k-2}$ ) и тангажа (второй поворот вокруг орта  $\overline{\overline{m}}_{2k-1}$ ), формула (11) имеет инвариантное представление:

$$\begin{aligned}
\overline{\overline{Q}}_{2k}^{(2k-2)}(\varphi_{2k-1}, \varphi_{2k}) &= \overline{\overline{Q}}_{2k-1}^{(2k-2)} \cdot \overline{\overline{Q}}_{2k}^{(2k-1)} = \\
&= \cos\varphi_{2k} \overline{\overline{l}}_{2k-2} \overline{\overline{l}}_{2k-1} + \sin\varphi_{2k} \overline{\overline{l}}_{2k-2} \overline{\overline{n}}_{2k-1} + \\
&+ \sin\varphi_{2k-1} \sin\varphi_{2k} \overline{\overline{m}}_{2k-2} \overline{\overline{l}}_{2k-1} + \cos\varphi_{2k-1} \overline{\overline{m}}_{2k-2} \overline{\overline{m}}_{2k-1} - \\
&- \sin\varphi_{2k-1} \cos\varphi_{2k} \overline{\overline{m}}_{2k-2} \overline{\overline{n}}_{2k-1} + \\
&- \cos\varphi_{2k-1} \sin\varphi_{2k} \overline{\overline{n}}_{2k-2} \overline{\overline{l}}_{2k-1} + \sin\varphi_{2k-1} \overline{\overline{n}}_{2k-2} \overline{\overline{m}}_{2k-1} + \\
&+ \cos\varphi_{2k-1} \cos\varphi_{2k} \overline{\overline{n}}_{2k-2} \overline{\overline{n}}_{2k-1},
\end{aligned} \tag{12}$$

в котором коэффициенты при диадных (декартовых) произведениях ортов соответствуют компонентам матрицы поворота в самолетных углах Эйлера: курса  $\psi = \varphi_{2k-1}$  и тангажа  $\theta = \varphi_{2k}$ .

Орты  $\overline{\overline{n}}_{2k-2}$  и  $\overline{\overline{n}}_{2k-1}$  определяются через орты входных  $\overline{\overline{l}}_{2k-3}^{(2k-2)}$ ,  $\overline{\overline{l}}_{2k-2}^{(2k-1)}$  и выходных шарниров  $\overline{\overline{l}}_{2k-2}^{(2k-2)}$ ,  $\overline{\overline{l}}_{2k-1}^{(2k-1)}$  тел  $(2k - 2)$  и  $2k$ :

$$\overline{\overline{n}}_{2k-2} = \overline{\overline{l}}_{2k-2} \times \overline{\overline{m}}_{2k-2} = \overline{\overline{l}}_{2k-2}^{(2k-2)} \times \overline{\overline{l}}_{2k-3}^{(2k-2)}, \tag{13}$$

$$\overline{\overline{n}}_{2k-1} = \overline{\overline{l}}_{2k-1} \times \overline{\overline{m}}_{2k-1} = \overline{\overline{l}}_{2k-1}^{(2k-1)} \times \overline{\overline{l}}_{2k-2}^{(2k-1)}. \tag{14}$$

Верхний индекс в обозначениях формул (13-14) введен для явного указания номера связанной с телом системы координат представления ортов:

$$\begin{aligned} \overline{\overline{P}}_0^{(j-2)} \cdot (\overline{\overline{r}}_{B,j} - \overline{\overline{r}}_{B,j-2}) &= (\overline{\overline{r}}_{Bj}^{(j-2)} - \overline{\overline{r}}_{B,j-2}^{(j-2)}) = \\ &= \left( (\cos\varphi_{j-1} \overline{\overline{E}} + \sin\varphi_{j-1} \overline{\overline{E}} \times \overline{\overline{l}}_{j-2}^{(j-2)}) \right. \\ &\quad \left. + (1 - \cos\varphi_{j-1}) \overline{\overline{l}}_{j-2}^{(j-2)} \overline{\overline{l}}_{j-2}^{(j-2)} \right) \cdot \\ &\cdot \left( a_{j-1} \left( \overline{\overline{l}}_{j-2}^{(j-1)} \times \overline{\overline{l}}_{j-1}^{(j-1)} \right) \right. \\ &\quad \left. - a_j \left( \cos\varphi_j \left( \overline{\overline{l}}_{j-2}^{(j-1)} \times \overline{\overline{l}}_{j-1}^{(j-1)} \right) - \sin\varphi_j \overline{\overline{l}}_{j-1}^{(j-1)} \right) \right) \end{aligned} \quad (15)$$

и представляет векторную запись положения точки  $B_j$  относительно  $B_{j-2}$  на поверхности тора с расстоянием  $a_{j-1}$  до оси вращения с ортом  $\overline{\overline{l}}_{j-2}^{(j-2)}$  и радиусом вращаемой окружности  $a_j$ .

**3. Рекуррентные соотношения для шарнирных координат и алгоритм решения при движении по прокладываемому маршруту.** Проекция равенства (15) на орты базиса, связанного с  $(j-2)$ -ым телом и ортами его шарниров, дают скалярные соотношения между шарнирными углами и положением точки на поверхности тора:

$$(-1)^j \sin\varphi_j a_j = \overline{\overline{l}}_{j-2}^{(j-2)} \cdot (\overline{\overline{r}}_{Bj}^{(j-2)} - \overline{\overline{r}}_{B,j-2}^{(j-2)}), \quad (16)$$

$$-(-1)^j \sin\varphi_{j-1} (a_{j-1} + a_j \cos\varphi_j) = \overline{\overline{l}}_{j-3}^{(j-2)} \cdot (\overline{\overline{r}}_{Bj}^{(j-2)} - \overline{\overline{r}}_{B,j-2}^{(j-2)}), \quad (17)$$

$$\begin{aligned} (-1)^j \cos\varphi_{j-1} (a_{j-1} + a_j \cos\varphi_j) \\ = (\overline{\overline{l}}_{j-3}^{(j-2)} \times \overline{\overline{l}}_{j-2}^{(j-2)}) \cdot (\overline{\overline{r}}_{Bj}^{(j-2)} - \overline{\overline{r}}_{B,j-2}^{(j-2)}). \end{aligned} \quad (18)$$

Из равенств (16-18) вытекают ограничения для радиус-вектора  $(\overline{\overline{r}}_{B,j}^{(j-2)} - \overline{\overline{r}}_{B,j-2}^{(j-2)})$ :

$$\begin{aligned} |\overline{\overline{l}}_{j-2}^{(j-2)} \cdot (\overline{\overline{r}}_{B,j}^{(j-2)} - \overline{\overline{r}}_{B,j-2}^{(j-2)})| &\leq a_j, \\ \left| \overline{\overline{l}}_{j-3}^{(j-2)} \cdot (\overline{\overline{r}}_{B,j}^{(j-2)} - \overline{\overline{r}}_{B,j-2}^{(j-2)}) \right| &\leq \\ \left| a_{j-1} + \sqrt{a_j^2 - (\overline{\overline{l}}_{j-2}^{(j-2)} \cdot (\overline{\overline{r}}_{B,j}^{(j-2)} - \overline{\overline{r}}_{B,j-2}^{(j-2)}))^2} \right|, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\left| (\vec{l}_{j-3}^{(j-2)} \times \vec{l}_{j-2}^{(j-2)}) \cdot (\vec{r}_{B,j}^{(j-2)} - \vec{r}_{B,j-2}^{(j-2)}) \right| \leq \left| a_{j-1} + \sqrt{a_j^2 - (\vec{l}_{j-2}^{(j-2)} \cdot (\vec{r}_{B,j}^{(j-2)} - \vec{r}_{B,j-2}^{(j-2)}))^2} \right|.$$

При записи неравенств (19) сделано допущение  $\varphi_j \in [-\pi/2, \pi/2]$ , которое, как правило, выполняется в конструкции модулей змеевидных манипуляторов.

Из равенств (16-18) вытекают однозначные выражения для шарнирных углов через радиус-вектор  $(\vec{r}_{B,j}^{(j-2)} - \vec{r}_{B,j-2}^{(j-2)})$ :

$$\sin \varphi_j = (-1)^j \vec{l}_{j-2}^{(j-2)} \cdot (\vec{r}_{B,j}^{(j-2)} - \vec{r}_{B,j-2}^{(j-2)}) / a_j, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_{j-1} &= \\ &= -\vec{l}_{j-3}^{(j-2)} \cdot (\vec{r}_{B,j}^{(j-2)} - \vec{r}_{B,j-2}^{(j-2)}) / (\vec{l}_{j-3}^{(j-2)} \times \vec{l}_{j-2}^{(j-2)}) \cdot (\vec{r}_{B,j}^{(j-2)} - \vec{r}_{B,j-2}^{(j-2)}), \end{aligned} \quad (21)$$

а также неявное представление части поверхности тора для  $\varphi_j \in [-\pi/2, \pi/2]$ :

$$\begin{aligned} F(\vec{r}_{B,j}^{(0)}) &= a_{j-1}^2 + a_j^2 - \\ &- (\vec{r}_{B,j}^{(0)} - \vec{r}_{B,j-2}^{(0)}) \cdot (\vec{r}_{B,j}^{(0)} - \vec{r}_{B,j-2}^{(0)}) + \\ &+ 2a_{j-1} \sqrt{a_j^2 - (\vec{l}_{j-2}^{(0)} \cdot (\vec{r}_{B,j}^{(0)} - \vec{r}_{B,j-2}^{(0)}))^2} = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Соотношения (20-21) позволяют определить шарнирные координаты змеевидного манипулятора, шарниры  $j-1$  и  $j$  которого лежат на заданной пространственной кусочно-гладкой кривой.

Пусть  $\bar{R} = \bar{R}(s)$  — параметрически заданная кривая. Параметр  $s$  изменяется от нуля до  $s_f$ ,  $\vec{r}_{B,2n-2k}^{(0)} = \bar{R}(s_k)$ ,  $s_0 = 0$ . Значение параметра  $s_k$ , соответствующего точке шарнира с номером  $j = 2k$ , может быть найдено из уравнения вида (22):

$$\begin{aligned} F(\bar{R}(s_k)) &= a_{2k-1}^2 + a_{2k}^2 - \\ &- (\bar{R}(s_k) - \bar{R}(s_{k-1})) \cdot (\bar{R}(s_k) - \bar{R}(s_{k-1})) + \\ &+ 2a_{2k-1} \sqrt{a_{2k}^2 - (\vec{l}_{2k-2}^{(0)} \cdot (\bar{R}(s_k) - \bar{R}(s_{k-1})))^2} = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

Алгоритм для нахождения решения уравнения (23) по методу Ньютона имеет вид:

$$\begin{aligned}
 \Delta s_0 &= a_{2k-1} + a_{2k}, \\
 \text{enter: } \tilde{s} &= s_{k-1} + \Delta s_0, \\
 \tilde{r} &= \bar{R}(\tilde{s}), \\
 \tilde{r}' &= \bar{R}'(\tilde{s}), \\
 \Delta \bar{R} &= \tilde{r} - \bar{r}_{B2k-2}, \\
 \Delta R_l &= \bar{l}_{2k-2}^{(0)} \cdot \Delta \bar{R}, \\
 \Delta s &= \frac{a_{2k-1}^2 + a_{2k}^2 - \Delta \bar{R} \cdot \Delta \bar{R} + 2a_{2k-1} \sqrt{a_{2k}^2 - (\Delta R_l)^2}}{2 \left( \Delta \bar{R} + \frac{a_{2k-1} \bar{l}_{2k-2} \Delta R_l}{\sqrt{a_{2k}^2 - (\Delta R_l)^2}} \right) \cdot \tilde{r}'}, \\
 \text{IF}(|\Delta s - \Delta s_0| \leq \varepsilon) &: s_k = s_{k-1} + \Delta s \\
 \bar{r}_{B2k} &= \bar{R}(s_k), \\
 \Delta s_0 &= \Delta s; \\
 \text{goto } &\text{enter.}
 \end{aligned} \tag{24}$$

Алгоритм метода хорд имеет вид:

$$\begin{aligned}
 \Delta s_0 &= 0; \\
 \Delta s_1 &= a_{2k-1} + a_{2k}; \\
 F_0 &= \Delta s_1^2; \\
 F &= F_0; \\
 s_k &= s_{k-1} + \Delta s_1; \\
 \bar{r}_{B2k} &= \bar{R}(s_k); \\
 \Delta \bar{R} &= \bar{r}_{B2k} - \bar{r}_{B2k-2}; \\
 \Delta R_l &= \bar{l}_{2k-2}^{(0)} \cdot \Delta \bar{R}; \\
 F_1 &= a_{2k-1}^2 + a_{2k}^2 - \Delta \bar{R} \cdot \Delta \bar{R} + 2a_{2k-1} \sqrt{a_{2k}^2 - (\Delta R_l)^2}; \\
 \text{WHILE}(\text{ABS}(F) > \varepsilon) & \\
 \Delta s &= (\Delta s_1 - \Delta s_0) F_0 / (F_0 - F_1) + \Delta s_0; \\
 s_k &= s_{k-1} + \Delta s; \\
 \bar{r}_{B2k} &= \bar{R}(s_k); \\
 \Delta \bar{R} &= \bar{r}_{B2k} - \bar{r}_{B2k-2}; \\
 \Delta R_l &= \bar{l}_{2k-2}^{(0)} \cdot \Delta \bar{R}; \\
 F &= a_{2k-1}^2 + a_{2k}^2 - \Delta \bar{R} \cdot \Delta \bar{R} + 2a_{2k-1} \sqrt{a_{2k}^2 - (\Delta R_l)^2}; \\
 \text{IF}(F > 0) &: F_0 = F; \Delta s_0 = \Delta s, F_1 = F; \Delta s_1 = \Delta s)
 \end{aligned} \tag{25}$$

Шарнирные углы определяются по найденному положению точки  $B_{2k}$  на заданной кривой:

$$\varphi_{2k} = \arcsin(\bar{l}_{2k-2}^{(0)} \cdot (\bar{r}_{B2k}^{(0)} - \bar{r}_{B2k-2}^{(0)})/a_{2k}), \quad (26)$$

$$\varphi_{2k-1} = -\arctg(\bar{l}_{2k-3}^{(0)} \cdot (\bar{r}_{B2k}^{(0)} - \bar{r}_{B2k-2}^{(0)})/(\bar{l}_{2k-3}^{(0)} \times \bar{l}_{2k-2}^{(0)} \cdot (\bar{r}_{B2k}^{(0)} - \bar{r}_{B2k-2}^{(0)})). \quad (27)$$

Полученные уравнения могут быть применены для планирования маршрута движения ГИМ на подвижном основании внутри узкого канала. В исходном положении параметрическая зависимость  $\bar{R} = \bar{R}(s)$  может быть построена в виде дифференцируемого интерполяционного сплайна по множеству точек  $\{\bar{r}_{B,2k}^{(0)}\}$ , совпадающих с входными узлами двухстепенных модулей манипулятора, полученным по известным внутренним координатам из формул (9). Зададим  $\bar{r}_g^{(0)}$  — новое положение точки  $B_{2n}$ , принадлежащей лидирующему звену манипулятора. Построим интерполирующий сплайн  $\bar{R} = \bar{R}(s; \{\{\bar{r}_{B,2k}^{(0)}\}, \bar{r}_g^{(0)}\})$  на основе множества  $\{\{\bar{r}_{B,2k}^{(0)}\}, \bar{r}_g^{(0)}\}$ . Найдем новый набор углов из формул (22, 26, 27) и новое множество точек  $\{\bar{r}_{B,2k}^{(0)}\}$ . Точка  $\bar{r}_{B,0}^{(0)}$  будет соответствовать новому положению расположенного на подвижном основании входного шарнира корневого модуля. Повторяя процедуру, получим маршрут движения ГИМ по траектории, которая формируется выбором направления и позиции лидирующего звена.

Описанная процедура планирования маршрута движения ГИМ применима для планирования движения змеевидного робота в среде с препятствиями в локомоционной моде, реализуемой с помощью бегущей к лидирующему звену волны изгибаний в перпендикулярном опорной плоскости направлении [10].

**4. Заключение.** Предложено инвариантное описание геометрии кинематически избыточного манипулятора периодической структуры. Получена аналитическая форма решения геометрической обратной задачи кинематики для гиперизбыточного манипулятора из двухстепенных модулей с ортогональными некомпланарными осями шарниров. Варианты итерационного алгоритма решения уравнения для определения положения точек входных шарниров модулей представлены в явной форме. Алгоритм применяется в ЦНИИ РТК для оперативного планирования при управлении движением ГИМ и ЗР.

## Литература

1. *Hirose S.* Biologically Inspired Robots: Snake-Like Locomotors and Manipulators // Oxford University Press. 1993. pp. 1–125.
2. *Umetani Y., Hirose S.* Biomechanical Study of Serpentine Locomotion // Proc.1st RoManSy Symp. '73. 1974. pp. 171–184.
3. *Liljebäck P., Pettersen K.Y., Stavadahl Ø., Gravdahl J.T.* Snake Robots Modelling, Mechatronics, and Control // Springer-Verlag London. 2013. 317 p.
4. *Walker I.D., Choset H., Chirikjian G.S.* Snake-Like and Continuum Robots // Springer Handbook of Robotics 2nd Edition. Springer. 2016. pp. 481–498.
5. *Liljebäck P., Pettersen K.Y., Stavadahl Ø., Gravdahl J.T.* A Review on Modelling, Implementation, and Control of Snake Robots // Robotics and Autonomous Systems. 2012. vol. 60. no. 1. pp. 29–40.
6. *Shao L., Guo B., Wang Y., Chen X.* An overview on theory and implementation of snake-like robots // Proceedings of IEEE International Conference Mechatronics and Automation (ICMA). 2015. pp. 70–75.
7. *Иванов А.А., Носов В.Н.* Кинематика качения змеевидного бесколёсного робота // МАУ. 2002. № 6. С. 16–21.
8. *Иванов А.А.* Метод планирования формы гиперизбыточного манипулятора с ограниченным диапазоном изменения шарнирных координат // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Серия "Информатика. Телекоммуникации. Управление". 2012. Вып. 6 (163). С.112–118.
9. *Иванов А.А., Демидов Д.А., Шмаков О.А.* Мобильные змеевидные роботы: теория и практика // Известия вузов. Машиностроение. «Специальная робототехника и мехатроника». Специальный выпуск. 2011. С.32–41.
10. *Иванов А.А., Шмаков О.А., Демидов Д.А.* Змеевидный робот ЗМЕЕЛОК-3 и экспериментальное исследование его локомоций // Научно-технические ведомости СПбГПУ, Серия "Информатика. Телекоммуникации. Управление". 2012. Вып.1(164). С. 132–138.
11. *Иванов А.А. и др.* Модульный гиперизбыточный манипулятор: архитектура, алгоритмы управления, реализация // Робототехника и техническая кибернетика. 2014. №2 (3). С. 55–60.
12. *Siciliano B., Khatib O.* Springer Handbook of Robotics // Springer. 2008. 1611 p.
13. *Roa D., Melo K.* Mechanical Stability Margin for Scouting Poses in Modular Snake Robots // Proceedings of IEEE International Symposium on Safety, Security and Rescue Robotics. 2016. pp. 182–188.
14. *Melo K.* Modular Snake Robot Velocity for Side-Winding Gaits // Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. 2015. pp. 3716–3722.
15. *Nor N.M., Ma S.* CPG-based Locomotion Control of a Snake-like Robot for Obstacle Avoidance // Proceedings of IEEE International Conference on Robotics & Automation. 2014. pp. 347–352.
16. *Gray J.* The mechanism of locomotion in snakes // Journal of Experimental Biology. 1946. vol. 23. no. 2. pp. 101–120.
17. *Иванов А.А.* Анализ конструктивных компоновок двухстепенного мехатронного модуля для змеевидного робота // Экстремальная робототехника. Сборник докладов международной научно-технической конференции. 2011. С.104–110.
18. *Wright C. et al.* Design of a modular snake robot // Proceedings of IEEE/RSJ International Conference Intelligent Robots and Systems. 2007. pp. 2609–2614.
19. *Wright C. et al.* Design and Architecture of the Unified Modular Snake Robot // Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). 2012. pp.4347–4354.

20. *Rollinson D., Ford S., Brown B., Choset H.* Design and Modeling of a Series Elastic Element for Snake Robots // Proceedings of ASME Dynamic Systems and Control Conference (DSCC). 2013. pp.V001T08A002–V001T08A002.
21. *Boyle J.H., Johnson S., Dehghani-Saniij A.A.* Adaptive Undulatory Locomotion of a C. elegans Inspired Robot // TMECH. 2013. pp. 439–448.
22. *Rollinson D. et al.* Design and architecture of a series elastic snake robot // Proceedings of IEEE/RSJ international conference Intelligent Robots and Systems (IROS 2014). 2014. pp. 4630–4636.
23. *Liljebäck P., Pettersen K.Y., Stavdahl Ø., Gravdahl J.T.* Mamba - A Waterproof Snake Robot with Tactile Sensing // Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. 2014. pp. 294–301.
24. *Жилин П.А.* Теоретическая механика. Фундаментальные законы механики: учеб. Пособие // СПб.: Изд-во СПбГПУ. 2003. 340 с.
25. *Andersson S.B.* Discretization of a continuous curve // IEEE Transaction on robotics. 2008. vol. 24. no. 2. pp. 456–461.
26. *Фу К., Гонсалес Р., Лу К.* Робототехника / Пер. с англ. // Москва: Мир. 1989. 624 с.
27. *Zinkovskiy A.V., Sholuha V.A., Ivanov A.A.* Mathematical Modelling and Computer Simulation of Biomechanical Systems // World Scientific Publishing. 1997. 216 p.
28. *Иванов А.А., Шолуха В.А.* Модели опорно-двигательного аппарата человека и животных // В кн.: Математические модели и компьютерное моделирование в биомеханике: учебное пособие. Изд-во Политехн. ун-та. 2004. С.119–154.
29. *Кулаков Ф.М., Новаченко С.И., Павлов В.А.* Динамическая модель робота // В кн.: Теория, принципы устройства и применение роботов и манипуляторов. Л.: ЛПИ. 1974. С.123–126.
30. *Зенкевич С.Л., Ющенко А.С.* Основы управления манипуляционными роботами / Учебник для вузов. – 2-е изд., исправ. и доп. // Москва: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2004. 480 с.
31. *Revzen S., Bhoite M., Macasieb A., Yim M.* Structure synthesis on-the-fly in a modular robot // Proceedings of IEEE International conference Intelligent Robots and Systems (IROS) 2011. pp. 4797–4802.
32. *Torres L.G., Alterovitz R.* Motion planning for concentric tube robots using mechanics-based models // Proceedings of IEEE/RSJ International conference Intelligent Robots and Systems (IROS). 2011. pp. 5153–5159.
33. *Liljebäck P., Pettersen K.Y., Stavdahl Ø., Gravdahl J.T.* Experimental investigation of obstacleaided locomotion with a snake robot // Proceedings of IEEE Transactions on Robotics. 2011. vol. 99. pp. 1–8.
34. *Sato T., Kano K., Ishiguro A.* A decentralized control scheme for an effective coordination of phasic and tonic control in a snake-like robot // Bioinspiration & biomimetics. 2011. vol. 7. no. 1. pp. 016005.
35. *Johnson A. et al.* A Novel Architecture for Modular Snake Robots // Technical Report CMU-RI-TR-11-29. Carnegie Mellon Univ. 2011.

**Иванов Александр Александрович** — к-т техн. наук, доцент, ведущий научный сотрудник, Государственный научный центр Российской Федерации федеральное государственное автономное научное учреждение «Центральный научно-исследовательский институт робототехники и технической кибернетики» (ЦНИИ РТК). Область научных интересов: робототехника, биомеханика, вычислительная математика. Число научных публикаций — 150. al\_ivanov@rtc.ru; Тихорецкий пр., 21, Санкт-Петербург, 194064; р.т.: +7(812)552-41-98, Факс: +7(812)556-36-92.

**Шмаков Олег Александрович** — начальник отдела специальной техники, Государственный научный центр Российской Федерации федеральное государственное автономное научное учреждение «Центральный научно-исследовательский институт робототехники и технической кибернетики» (ЦНИИ РТК). Область научных интересов: робототехника, мехатроника, системы управления, гиперизбыточные системы, змеевидные роботы, алгоритмы управления, наземные автономные системы, беспилотные аппараты. Число научных публикаций — 20. [shmakov@rtc.ru](mailto:shmakov@rtc.ru), <http://www.rtc.ru>; Тихорецкий пр., 21, Санкт-Петербург, 194064; р.т.: +7 (921) 923-78-80, Факс: +7 (812) 556-36-92.

A.A. IVANOV., O.A. SHMAKOV  
**ALGORITHM FOR DEFINING THE INNER GEOMETRY OF  
 A SNAKELIKE MANIPULATOR IN CASE OF LEADING LINK  
 MOVEMENTS ALONG THE INCREMENTAL TRAJECTORY**

---

*Ivanov A.A., Shmakov O.A. Algorithm for defining the inner geometry of a snakelike manipulator in case of leading link movements along the incremental trajectory.*

**Abstract.** In the paper, we have formulated the invariant description form for geometry of a spatial, kinematically redundant manipulator with the orthogonal non-coplanar axes of rotation of the joints. We have obtained the explicit equations for determining the angular coordinates from the condition that points of joints belong to the smooth parametrically given curve. Inequality constraints on the relative position of neighboring parts of the manipulator have been formulated. We have proposed an algorithm for solving equations and the method of planning changes for hinge coordinates for the movement of joints points along the spatial curve that is formed by incremental addition of target points for the head link positions of the manipulator. The method has been applied for planning movements of a hyper-redundant manipulator with a fixed root link and a snakelike robot when moving along the path built on the basis of current and forecasted positions of joints in the Cartesian space.

**Keywords:** snakelike manipulators; hyper-redundant manipulator; snakelike robot; angular joints coordinates; trajectory of movement.

---

**Ivanov Aleksandr Aleksandrovich** — Ph.D., associate professor, leading researcher, The Russian State Scientific Center for Robotics and Technical Cybernetics (RTC). Research interests: robotics, biomechanics, mathematics of computations. The number of publications — 150. al\_ivanov@rtc.ru; 21, Tikhoretsky pr., Saint Petersburg, 194064; office phone: +7(812)552-41-98, Fax: +7(812)556-36-92.

**Shmakov Oleg Aleksandrovich** — head of special robotics department, The Russian State Scientific Center for Robotics and Technical Cybernetics (RTC). Research interests: robotics, mechatronics, control systems, hyper-redundant systems, snake-like robots, unmanned ground vehicles, unmanned aerial vehicles, robotics testing systems. The number of publications — 20. shmakov@rtc.ru, <http://www.rtc.ru>; 21, Tikhoretsky pr., Saint Petersburg, 194064; office phone: +7 (921) 923-78-80, Fax: +7 (812) 556-36-92.

### References

1. Hirose S. Biologically Inspired Robots: Snake-Like Locomotors and Manipulators. Oxford University Press. 1993. pp. 1–125.
2. Umetani Y., Hirose S. Biomechanical Study of Serpentine Locomotion. Proc. 1st RoManSy Symp. '73. 1974. pp. 171–184.
3. Liljebäck P., Pettersen K.Y., Stavdahl Ø., Gravdahl J.T. Snake Robots Modelling, Mechatronics, and Control. Springer-Verlag London. 2013. 317 p.
4. Walker I.D., Choset H., Chirikjian G.S. Snake-Like and Continuum Robots. Springer Handbook of Robotics 2nd Edition. Springer. 2016. pp. 481–498.
5. Liljebäck P., Pettersen K.Y., Stavdahl Ø., Gravdahl J.T. A Review on Modelling, Implementation, and Control of Snake Robots. *Robotics and Autonomous Systems*. 2012. vol. 60. no. 1. pp. 29–40.

6. Shao L., Guo B., Wang Y., Chen X. An overview on theory and implementation of snake-like robots. Proceedings of IEEE International Conference Mechatronics and Automation (ICMA). 2015. pp. 70–75.
7. Ivanov A., Nosov V. [Kinematics of the rolling wheel-less snake-like robot]. *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravljenje – Mechatronics, Automation, Control*. 2002. vol. 6. pp. 16–21 (In Russ.).
8. Ivanov A. [The method of planning forms hyper-redundant manipulator with a limited range of variation of joint coordinates]. *Nauchno-tehnicheskie vedomosti SPbGPU. Serija "Informatika. Telekommunikacii. Upravljenje" – Scientific and technical sheets SPBGPU: «Informatics, Telecommunications, Control»*. 2012. vol. 6(163). pp. 112–118 (In Russ.).
9. Ivanov A., Demidov D., Shmakov O. [Mobile snake-like robots: Theory and Practice]. *Izvestija vuzov. Mashinostroenie. «Special'naja robototekhnika i mehatronika». Special'nyj vypusk – Proceedings of the universities. Mechanical Engineering. "Special Robotics and Mechatronics". Special edition*. 2011. Moscow. pp. 32–41. (In Russ.).
10. Ivanov A., Shmakov O., Demidov D. [Snake-like robot SnakeLoc-3 and an experimental research its locomotion]. *Nauchno-tehnicheskie vedomosti SPbGPU. Serija "Informatika. Telekommunikacii. Upravljenje" – Scientific and technical sheets SPBGPU: «Informatics, Telecommunications, Control»*. 2012. vol. 1(164). pp. 132–138 (In Russ.).
11. Ivanov A. et al. [Modular hyper-redundant manipulator: architecture, control algorithms, implementation]. *Robototekhnika i tehničeskaja kibernetika – Robotics and Technical Cybernetics*. 2014. vol. 2(3). pp. 55–60 (In Russ.).
12. Siciliano B., Khatib O. Springer Handbook of Robotics. Springer. 2008. 1611 p.
13. Roa D., Melo K. Mechanical Stability Margin for Scouting Poses in Modular Snake Robots. Proceedings of IEEE International Symposium on Safety, Security and Rescue Robotics2016. pp. 182–188.
14. Melo K. Modular Snake Robot Velocity for Side-Winding Gaits. Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. 2015. pp. 3716–3722.
15. Nor N.M., Ma S. CPG-based Locomotion Control of a Snake-like Robot for Obstacle Avoidance. Proceedings of IEEE International Conference on Robotics & Automation. 2014. pp. 347–352.
16. Gray J. The mechanism of locomotion in snakes. *Journal of Experimental Biology*. 1946. vol. 23. no. 2. pp. 101–120.
17. Ivanov A. [Analysis of 2 DoF design configurations mechatronic module for snake-like robot]. *Jekstremal'naja robototekhnika. Sbornik dokladov mezhdunarodnoj nauchno-tehnicheskoj konferencii. – Extreme Robotics. Proceedings of the International Scientific and Technical Conference*. 2011. pp.104-110. (In Russ).
18. Wright C. et al. Design of a modular snake robot. Proceedings of IEEE/RSJ International Conference Intelligent Robots and Systems. 2007. pp. 2609–2614.
19. Wright C. et al. Design and Architecture of the Unified Modular Snake Robot. Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). 2012. pp. 4347–4354.
20. Rollinson D., Ford S., Brown B., Choset H. Design and Modeling of a Series Elastic Element for Snake Robots. Proceedings of ASME Dynamic Systems and Control Conference (DSCC). 2013. pp. V001T08A002–V001T08A002.
21. Boyle J.H., Johnson S., Dehghani-Sanij A.A. Adaptive Undulatory Locomotion of a C. elegans Inspired Robot. TMECH. 2013. pp. 439–448.
22. Rollinson D. et al. Design and architecture of a series elastic snake robot. Proceedings of IEEE/RSJ international conference Intelligent Robots and Systems (IROS 2014). 2014. pp. 4630–4636.

23. Liljebäck P., Pettersen K.Y., Stavadahl Ø., Gravdahl J.T. Mamba - A Waterproof Snake Robot with Tactile Sensing. Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. 2014. pp. 294–301.
24. Zhilin P. *Teoreticheskaja mehanika. Fundamental'nye zakony mehaniki*. [Theoretical Mechanics. The fundamental laws of mechanics]. SPbGPU publ. 2003. 340 p. (In Russ).
25. Andersson S.B. Discretization of a continuous curve. IEEE Transaction on robotics. 2008. vol. 24. no. 2. pp. 456–461.
26. Fu K.S., Gonzalez R.C., Lee C.S.G. *Robotics: Control, Sensing, Vision and Intelligence*. McGraw-Hill Book Company. 1987. 580 p. (Russ. ed.: Fu K., Gonsales R., Li K. *Robototehnika*. Moscow. Mir Publ. 1989. 624 p.)
27. Zinkovsky A.V., Sholuha V.A., Ivanov A.A. *Mathematical Modelling and Computer Simulation of Biomechanical Systems*. World Scientific Publishing. 1997. 216 p.
28. Ivanov A., Sholuha V. [Models of the locomotor apparatus of man and animals]. *Matematicheskie modeli i komp'juternoe modelirovanie v biomehanike: uchebnoe posobie – Mathematical models and computer simulations in biomechanics: a tutorial*. Saint-Petersburg. SPbGPU. 2004. pp.119–154. (In Russ).
29. Kulakov F., Novachenko S., Pavlov V. [Dynamic model of robot]. *Teorija, principy ustrojstva i primenenie robotov i manipulatorov – The theory, principles of design and application of robots and manipulators*. Leningrad. LPI. 1974. pp. 123–126.
30. Zenkevich S., Jushhenko A. *Osnovy upravlenija manipuljacionnymi robotami* [Basics of control manipulator robots]. Moscow. MGТУ im. Baumana. 2004. 480 p. (In Russ).
31. Revzen S., Bhoite M., Macasieb A., Yim M. Structure synthesis on-the-fly in a modular robot. Proceedings of IEEE International conference Intelligent Robots and Systems (IROS) 2011. pp. 4797–4802.
32. Torres L.G., Alterovitz R. Motion planning for concentric tube robots using mechanics-based models. Proceedings of IEEE/RSJ International conference Intelligent Robots and Systems (IROS). 2011. pp. 5153–5159.
33. Liljebäck P., Pettersen K.Y., Stavadahl Ø. Gravdahl J.T. Experimental investigation of obstacleaided locomotion with a snake robot. Proceedings of IEEE Transactions on Robotics. 2011. vol. 99. pp. 1–8.
34. Sato T., Kano K., Ishiguro A. A decentralized control scheme for an effective coordination of phasic and tonic control in a snake-like robot. *Bioinspiration & biomimetics*. 2011. vol. 7. no. 1. pp. 016005.
35. Johnson A. et al. A Novel Architecture for Modular Snake Robots. Technical Report CMU-RI-TR-11-29. Carnegie Mellon Univ. 2011.

А.В. ФЕДОРЧЕНКО, Д.С. ЛЕВШУН А.А. ЧЕЧУЛИН, И.В. КОТЕНКО  
**АНАЛИЗ МЕТОДОВ КОРРЕЛЯЦИИ СОБЫТИЙ  
БЕЗОПАСНОСТИ В SIEM-СИСТЕМАХ. ЧАСТЬ 2**

---

*Федорченко А.В., Левшун Д.С., Чечулин А.А., Котенко И.В.* **Анализ методов корреляции событий безопасности в SIEM-системах. Часть 2.**

**Аннотация.** Статья является продолжением описания исследований, посвященных анализу методов корреляции событий безопасности в системах управления информацией и событиями безопасности (SIEM-системах). В данной части рассматриваются методы непосредственной корреляции событий безопасности, применяемых на этапах, описанных в предыдущей статье. Приводится классификация рассматриваемых методов корреляции и результаты анализа их достоинств и недостатков, а также оценивается эффективность их применения на различных этапах процесса корреляции.

**Ключевые слова:** методы корреляции данных, события безопасности, анализ событий безопасности, системы оценки защищенности, SIEM-системы.

---

**1. Введение.** В первой части описания проведенных исследований корреляция событий безопасности была рассмотрена как один из важнейших процессов, выполняемых в системе управления информацией и событиями безопасности (Security Information and Event Management, SIEM) [1, 2]. Данный класс систем является перспективным и востребованным на мировом рынке решений, обеспечивающих мониторинг защищенности компьютерных инфраструктур.

Стоит кратко упомянуть о целях и задачах проведенного исследования, а также о результатах, описанных в предыдущей статье. Так как модуль корреляции является неотъемлемой частью любой SIEM-системы, а возложенные на него функции влияют на результат работы всей системы в целом, основная цель работы заключается в изучении корреляции как составного процесса, так и рассмотрении основных применяемых математических методов и технических подходов. Задача детального анализа конкретных методов корреляции необходима для выявления их достоинств и недостатков, что позволит определить эффективность применения каждого из них на различных этапах процесса корреляции, определенных в первой части. Были выделены следующие этапы: (1) нормализация; (2) предобработка; (3) анонимизация; (4) агрегация и фильтрация; (5) восстановление хода атаки; (6) восстановление сессии атаки; (7) определение источника и цели атаки; (8) многошаговая корреляция; (9) анализ ущерба; (10) приоритезация; (11) фильтрация на основе ранжирования. Представленные этапы были разделены на 5 уровней, определяющих

ход обработки событий безопасности, однако данная схема не исключает обратных и циклических маршрутов следования событий между уровнями. Вместе с тем наряду с общей схемой процесса корреляции большую значимость при обработке событий безопасности имеют используемые методы поиска взаимосвязей и их параметров над множеством входных данных (событий и информации безопасности).

Статья имеет следующую структуру. В разделе 2 описываются релевантные работы, посвященные обзору методов корреляции, их классификации и практического применения. На основе данных статей были получены основные сведения о методах корреляции. Раздел 3 посвящен рассмотрению методов корреляции, применяемых на разных этапах процесса обработки событий безопасности. Выполняется классификация методов, описываются достоинства, недостатки и способы применения каждого из них. Также дается общее представление способов обучения системы корреляции, основанной на приведенных методах.

**2. Релевантные работы.** Классификация методов корреляции событий безопасности является важным аспектом исследуемой предметной области, поскольку на основе ее можно делать заключение о возможности применения как отдельно взятого метода, так и их комбинирования в модуле корреляции SIEM-системы. По тематике изучения методов корреляции написано достаточное количество работ для их исследования. Ниже представлены работы, наиболее полно описывающие различные методы корреляции для получения ясной картины их функционирования и оценки эффективности применения на различных этапах процесса корреляции.

В [3] описываются методы корреляции предупреждений для управления сетевыми сбоями. Весь процесс корреляции делится на четыре этапа: (1) *фильтрация (filtering)*, (2) *корреляция (correlation)*, (3) *идентификация сбоя (fault identification)* и (4) *коррекция (correction)*. Стоит отметить, что для каждого этапа в этой работе выделен наиболее применимый способ выполнения, а именно: *экспертная система (expert system)*, *нейронная сеть (neural network)* на первых двух этапах и *вывод на основе прецедентов (case-base reasoning)* на третьем и четвертом. В предложенной схеме процесса корреляции используется библиотека прецедентов (*case library*) и выделяется цикл между корреляцией и идентификацией сбоев.

В [4] также приводится собственная классификация систем корреляции, согласно которой выделяются следующие типы систем: (1) *системы, основанные на правилах (rule-based)*; (2) *системы на базе*

кодовых книг (*codebook*) и (3) системы с использованием интеллектуальных методов (*artificial intelligence*). Однако, в рамках представленной работы, особенности и недостатки каждой из перечисленных типов систем не приводятся.

В [5] описываются две модели корреляции событий безопасности: (1) *причинно-следственная* и (2) *временная*. Данные модели основаны на определении соответствия между событиями и упорядочивании событий в хронологическом порядке соответственно. В работе считается, что в системах корреляции обычно производится сопоставление указанных моделей с топологией анализируемой сети. Вместе с этим в статье приводится доказательство использования *причинно-следственной* модели корреляции в составе *временной* модели. Стоит отметить, что простота приведенных моделей процесса корреляции событий безопасности делает их неприменимыми в качестве механизма непосредственного описания взаимосвязей между событиями в реальных системах, а сама работа нацелена скорее *не на пользователей*, а на *разработчиков* систем корреляции.

Работа [6] посвящена разработке сервис-ориентированного приложения корреляции событий и содержит описание основных применяемых методов. Особенностью данной работы является описание примеров реализации методов корреляции как на этапе проектирования, так и в ходе непосредственного функционирования разработанного прототипа. Выделяются следующие методы корреляции: метод на основе моделирования (*model-based reasoning*, MBR); правило-ориентированный метод (*rule-based reasoning*, RBR); метод на основе кодовой книги (*codebook*); метод рассуждений на основе прецедентов (*case-based reasoning*, CBR); метод активного исследования (*active probing*). В работе перечисленные методы корреляции были сравнены по различным свойствам, определена актуальность использования каждого метода в автоматизированном сервисе корреляции. Например, свойство возможности сопровождения метода (*maintenance*) характеризует способность модификации метода. Свойство поддержки моделирования (*modeling*) отражает возможность моделирования метода. Под свойством надежности (*robustness*) понимается отказоустойчивость встроенных механизмов исправления ошибок. Свойство производительности (*performance*) отражает быстродействие метода на основе сложности используемых им алгоритмов. По выделенным свойствам наиболее выигрышным является метод рассуждений на основе прецедентов. Однако в предлагаемой архитектуре сервиса корреляции данный метод используется только при ошибках в результате работы ранее

используемых методов (правило-ориентированном и на основе моделирования). Также отмечается, что ни один из методов не годится для исключительного (единственного) использования в разрабатываемом сервисе корреляции.

В диссертации [7] приведено описание модельно-методического аппарата для корреляции событий безопасности. Работа включает разбор этапов процесса корреляции, применяемых методов и типов операций, производимых над данными, различных систем корреляции событий безопасности и их сравнительный анализ, а также форматы описания событий. Важным элементом данной диссертации является оценка преимуществ и недостатков использования различных функциональностей и режимов работы системы корреляции, таких как самообучение и использование внешних знаний, реальное время и сохранение данных (с сохранением состояния и без), активный и пассивный режимы работы, централизованное и децентрализованное управление, глубокий анализ и поверхностное исследование. Несмотря на то что данные пары функциональностей и режимов работы обладают противоположными качествами, в определенных случаях целесообразно, чтобы система обладала обоими свойствами из одной пары. Данная работа также достаточно полно раскрывает детали процесса корреляции с точки зрения применяемых методов и подходов. Выделяются следующие методы корреляции: (1) *машина конечных состояний*; (2) *правила*; (3) *поведенческий анализ*; (4) *моделирование*; (5) *кодовая книга*; (6) *голосование*; (7) *явное обозначение ошибки*; (8) *граф зависимостей*; (9) *байесовская сеть*; (10) *нейронная сеть*. Данные методы по своей сущности имеют одно или несколько формальных оснований, таких как теория графов, четкая и нечеткая логика, теория вероятности, математическая статистика, машинное обучение и интеллектуальный анализ данных.

В [8] предлагается различать методы корреляции событий безопасности по следующим ортогональным критериям: (1) *способ корреляции событий безопасности*; (2) *уровень корреляции событий безопасности*; (3) *используемые форматы данных*. Авторы работы отмечают, что форматы данных получаемых пакетов, потоков и событий безопасности должны быть определяемыми. Приводится классификация способов непосредственной корреляции, которая различает *сигнатурные* и *бессигнатурные* (на основе обнаружения аномалий) алгоритмы. При этом в категории бессигнатурных алгоритмов выделяются (1) подходы, основанные на *спецификации* (specification-based), выполняющиеся, как правило, в ручном или полуавтоматическом режиме, и (2) подходы,

базирующиеся на *интеллектуальном анализе данных* (data-mining-based). В работе отмечается, что бессигнатурные алгоритмы могут выбираться в зависимости от анализируемого трафика. Если *нормальное поведение системы* используется в качестве *данных обучения*, то генерация событий безопасности будет соответствовать *несовпадению* наблюдаемых данных с шаблоном обучения. Если же *аномальная активность системы* используется в качестве *данных обучения*, то генерация событий безопасности будет соответствовать *совпадению* наблюдаемых данных с шаблоном обучения.

На основе данного анализа работ была разработана собственная классификация методов корреляции, и приведено описание и способы применения наиболее употребляемых из них. Полученные результаты приводятся в разделе 3.

**3. Методы и подходы выполнения отдельных элементов процесса корреляции.** Для описания методов, используемых на разных уровнях и этапах обработки данных, необходимо дать определение понятия метода корреляции событий безопасности в рамках SIEM-систем. Метод корреляции включает последовательность действий над данными, направленную на выявление и (или) применение определенным способом признаков удаления, объединения, связывания, установления причинности и приоритетности обрабатываемых событий. Для удобства данные признаки можно обозначить как корреляционные признаки. Вместе с этим существуют различные подходы, реализующие данные методы на этапах процесса корреляции.

В рамках процесса корреляции, от получения разноуровневых событий до формирования результатов, задачами методов корреляции являются [7-10]:

- преобразование данных для их понимания системой анализа защищенности компьютерной сети или SIEM-системой;
- преобразование данных от уровня к уровню для определения общего состояния анализируемой инфраструктуры;
- автоматизированное определение наиболее важных связей событий для их дальнейшего применения при анализе состояния инфраструктуры (самостоятельное обучение системы);
- приведение данных к виду, понятному администратору безопасности;
- сокращение данных до объема, приемлемого для обработки администратором безопасности.

Сами методы, применяемые в процессе корреляции, можно классифицировать по следующим параметрам:

(1) по возможности изменения способа обработки корреляционных признаков:

- статические;
- динамические.

(2) по способу изменения корреляционных признаков:

- самостоятельно изменяемые (самообучаемые);
- изменяемые вручную;
- неизменяемые (необучаемые, фиксированные на начальном этапе).

(3) по типу вычисления результата:

- упорядоченные;
- вероятностные;
- смешанные.

(4) по возможности определения пути вычисления результата:

- определяемые;
- неопределяемые.

(5) по варианту оперирования корреляционными признаками:

- использующие;
- определяющие;
- совместные.

Параметр возможности изменения способа обработки корреляционных признаков отражает способность метода использовать операции различного характера для обработки корреляционных признаков. В данном случае при математическом описании методов корреляции следует обратить внимание на результирующую функцию каждого метода. Описываемая характеристика является показателем возможности изменения способа обработки аргументов данной функцией. Так, например, в методе на основе правил обработка аргументов функции будет заключаться в сравнении их значений со значениями, заключенными в условиях. Таким образом, метод не подразумевает нескольких возможных способов обработки входных данных и поэтому является статичным по возможности изменения корреляционных признаков. В свою очередь, нейронные сети, имеющие сумматорную и активационную функции, которые в конечно счете и являются результирующими, могут реализовывать различные способы обработки корреляционных признаков.

Способ изменения корреляционных признаков определяет методы по характеру изменения параметров обработки. Другими словами, опираясь на математическое описание метода как результирующей функции, данная характеристика определяет способ изменения результата в зависимости от входных аргументов.

Например, в методе на основе конечного автомата в качестве аргументов выступает множество входных состояний, определяемое заранее. Результат, принимаемый в данном случае, будет ограничен указанным множеством и графом переходов. Стоит отметить, что расширение множества входных состояний в общем случае приведет к перестроению графа переходов, что недопустимо во время работы метода (без остановки). Данный факт определяет метод как неизменяемый по выделенному признаку. В свою очередь, в правило-ориентированном методе аргументами функции являются сами правила, использующие множества текущих значений корреляционных признаков и сравнительных (эталонных) значений для принятия решения. Повлиять на результат в данном случае возможно при изменении самих правил, однако данный процесс не автоматизирован, что описывает метод как изменяемый вручную. Наконец, самообучаемые методы принимают в качестве аргументов значения корреляционных признаков, которые в данный момент могут влиять на результат работы при следующем использовании функции.

Тип вычисления результата характеризует методы с точки зрения используемого математического подхода. Данная характеристика описывает метод как упорядоченный при использовании в результирующей функции строгих логических структур. Например, в случае метода на основе конечного автомата и правило-ориентированного метода, выполнение каких-либо действий основано на строгом соответствии условия перехода и выполнения условия правила соответственно. Иными словами, в каждой точке результирующей функции по входным аргументам возможен только один вариант решения (множество решений упорядочено). Метод рассуждений на основе прецедентов, являясь адаптивным, может быть реализован как со строгим соответствием поведения инфраструктуры заданному значению или с чисто вероятностным определением текущего поведения и выбираемого решения, так и со смешанным вариантом. Байесовские и нейронные сети по своей сущности основаны на вероятностных характеристиках корреляционных признаков. Данные методы используют веса (условные вероятности) влияния каждого корреляционного признака на получаемый результат. Однако для получения таких весов использование данных методов подразумевает наличие этапа обучения.

Возможность определения пути вычисления результата отражает способность обратимости алгоритмов, реализующих метод. Например, в случае метода на основе конечного автомата и правило-ориентированного метода, при известных входных и выходных

параметрах путь выполнения алгоритма будет всегда однозначным и обратимо вычисляемым, то есть вычисляемым как от входных до выходных данных, так и наоборот. В случае с самообучаемыми методами корреляции обратное преобразование от выходных к входным данным является трудновыполнимым или невыполнимым вовсе, так как входные данные уже могли повлиять на чувствительные элементы алгоритма (например, веса), а сохранение предыдущих состояний данных элементов не имеет особого смысла. Данная характеристика является полезной для определяемых методов при отладке и тестировании их конкретных реализаций, так как позволяет локализовать ошибку в работе алгоритма. Для неопределяемых методов поиск ошибки обратным преобразованием выходных данных невыполним.

Параметр варианта оперирования корреляционными признаками дает представление о том, какую именно роль может выполнять метод в рамках процесса корреляции. Данное свойство выделяет использующие, определяющие и совместные методы. Другими совами, использующие методы описывают операции над признаками обработки для выполнения корреляции, а определяющие методы выполняют анализ данных для выявления признаков обработки для осуществления корреляции событий. Однако, существует ряд интеллектуальных методов, которые могут применяться как в роли определяющих, так и в роли использующих.

В ходе анализа работ, описывающих архитектуры, алгоритмы, методы и системы корреляции событий и предупреждений безопасности, было выделено пять методов, являющихся наиболее используемыми в области SIEM-систем, систем обнаружения и предотвращения вторжений и др. Данные методы отличаются друг от друга по ряду характеристик, учтенных в описанных признаках классификации. Также данная разновидность позволяет использовать представленные методы в разных этапах процесса корреляции с учетом конкретных решаемых задач.

В таблице 1 представлены выделенные методы корреляции событий безопасности и их классификация в соответствии с рассмотренными признаками.

Среди представленных в классификации методов не были добавлены такие методы, которые только определяют корреляционные признаки. Данное положение обусловлено ограничением применения такого метода только в рамках обучения системы, что выходит за рамки данной статьи. К таким методам относятся методы кластеризации, построения деревьев решений, классификации, алгоритмы которых позволяют производить оценку качества выделенных корреляционных признаков, изначальное задание глубины анализа и многие другие характеристики.

Таблица 1. Классификация методов корреляции

| Метод корреляции                  | По возможности изменения способа обработки корреляционных признаков | По способу изменения корреляционных признаков | По типу вычисления результата | По возможности определения пути вычисления результата | По варианту оперирования корреляционными признаками |
|-----------------------------------|---|---|-------------------------------|---|---|
| Конечный автомат                  | Статический   | Неизменяемый                                  | Упорядоченный                 | Определяемый  | Использующий  |
| Правилоориентированный            | Статический   | Изменяемый вручную                            | Упорядоченный                 | Определяемый  | Использующий  |
| Рассуждение на основе прецедентов | Динамический  | Самостоятельно изменяемый                     | Смешанный                     | Определяемый/Неопределяемый (зависит от реализации)   | Использующий  |
| Байесовская сеть                  | Динамический  | Самостоятельно изменяемый                     | Вероятностный                 | Определяемый/Неопределяемый (зависит от реализации)   | Совместный  |
| Нейронная сеть                    | Динамический  | Самостоятельно изменяемый                     | Вероятностный                 | Неопределяемый  | Совместный  |

Методы, являющиеся как использующими, так и определяющими (то есть совместными) по оперированию с корреляционными признаками, применяются как на этапах обработки данных процесса корреляции (применения признаков обработки), так и на этапах обучения системы корреляции (определения признаков обработки).

Предложены также такие методы корреляции, как кодовая книга [4, 6], на основе сценариев/шаблонов атак [4, 11], на основе модели состояния [6, 7], голосование [7], явное изолирование ошибок [7], на основе графов зависимостей [7, 12], генетические алгоритмы [7, 10], школьная доска [7], на основе контекстно-независимой грамматики [7], на основе стандартного и аномального поведения [4, 11], на основе иммунных систем [10], временно-ориентированные [11], на основе нечеткой логики [7, 13, 14], на основе схожести и др. [4, 6, 7, 10, 11, 15].

Также используется ряд методов интеллектуального анализа событий для выявления корреляционных признаков. Стоит отметить, что несмотря на большое количество существующих методов корреляции, ряд методов могут быть логически преобразованы в другие методы. Например, метод на основе графа зависимостей, метод конечных состояний и некоторые другие методы можно выразить правило-ориентированным методом.

Ниже описаны принципы использования пяти выделенных методов обработки информации и проанализирована возможность их применения на различных этапах процесса корреляции.

**4.1. Метод на основе машины конечных состояний (конечный автомат).** Данный метод основан на построении модели графа переходов между состояниями анализируемой инфраструктуры. В качестве условий перехода выступают определенные параметры событий, тогда как само состояние определяет операции над анализируемым потоком событий. Метод конечных состояний включает в себя [7, 10]: (1) множество возможных входных событий (входной алфавит); (2) множество возможных выходных событий (выходной алфавит); (3) множество возможных состояний; (4) начальное состояние и (5) функцию перехода между состояниями.

В рамках корреляции событий безопасности, конечный автомат может быть как детерминированным, так и недетерминированным, поскольку в модели могут присутствовать как пустые (безусловные), так и двойственные переходы между состояниями, которые по единственному выполняемому условию ведут сразу к двум вершинам графа. В соответствии с классификацией, данный метод относится к статическим и неизменяемым поскольку построение модели графа переходов между состояниями производится сторонними средствами (не средствами самого метода) и до этапа эксплуатации системы. Однако последующее изменение параметров модели (типов входных и выходных событий, множества состояний) возможно, но ведет к временной неработоспособности модулей, использующий данный метод.

Упорядоченность вычислений данного метода обеспечивается за счет того, что множества возможных входных и выходных событий, а также возможных состояний — конечны. Также данный метод позволяет определить обратную цепочку вычислений за счет известности всех условий переходов между вершинами графа и при наличии конечного и начального состояний. Данное свойство является полезным при построении модели графа переходов. Метод конечных состояний применим в процессе корреляции только как использующий корреляционные признаки.

Описанный метод наиболее подходит для идентификации «вредных» (опасных, предупреждающих) состояний системы при мониторинге анализируемой инфраструктуры [7]. В рамках общего процесса корреляции реализация данного метода возможна на этапах агрегации и определения источника и цели атаки за счет predetermined состояний. На этапах, использующих более

сложные корреляционные признаки, метод конечных состояний применять затруднительно.

**4.2. Правило-ориентированный метод.** Данный метод является классическим и широко-распространенным не только в SIEM-системах, но и системах обнаружения и предотвращения вторжений, межсетевых экранах и антивирусных решениях. В основе данного метода лежат правила, имеющие понятный системе синтаксис и семантику [4, 6, 7, 11, 16]. Правило в данном методе является самостоятельной оперативной единицей (то есть операция может осуществиться за счет лишь одного правила). Каждое правило состоит из условия, проверяемого для входных данных по корреляционным признакам, и действия над поступившими данными в случае выполнения условия. Все правила для каждой операции обработки данных находятся в хранилище правил. При поступлении данных на вход конкретной операции, они проходят проверку на предусловие, а именно, соответствие корреляционных признаков входной информации по отношению к правилам из хранилища. Также правила можно разделять на простые и сложные. Например, простым правилом можно назвать такую запись в таблице, для положительного исхода которой (применения правила) достаточно выполнения одного предусловия. В свою очередь, к сложным правилам относится набор из простых и сложных правил, связанных логическими операторами (И, ИЛИ, НЕ) и их комбинациями. Правила в хранилище можно добавлять, удалять и изменять в процессе работы всей системы. Однако изменение правил с помощью самих правил не предусмотрено, поэтому данный метод является статическим и изменяемым вручную. Последнее свойство также обусловлено сложностью составления самих правил. Правило-ориентированный метод является упорядоченным, определяемым и использующим корреляционные признаки, ввиду использования четкой логики выполнения правил, конечности их множества и отсутствия возможности применения для анализа данных с целью определения корреляционных признаков.

Правило-ориентированный метод применим в процессе корреляции на этапах нормализации, анонимизации, агрегации и фильтрации. Преимуществом описанного метода является строгое соблюдение условий при принятии решений, однако это не исключает логических ошибок, связанных с пересечением правил, например, при удовлетворении предусловий сразу нескольких правил, с противоречивыми результатами их выполнения. Недостатком данного метода является большая емкость правил и сложность их составления для наиболее рациональной обработки как с точки зрения достижения

оптимальной точности анализа, так и минимизации затрачиваемых ресурсов на его выполнение.

**4.3. Метод рассуждений на основе прецедентов.** В основу данного метода положена ситуационная модель, характеризующая поведение анализируемой инфраструктуры. Данная модель строится по обучающему множеству ситуаций (прецедентов), на основе которой определяется характер текущего поведения анализируемой инфраструктуры на этапе работы системы корреляции. Построение модели основано на использовании принципа адаптации. Данный принцип заключается в наполнении хранилища прецедентов (случаев) записями с возможными решениями. При поступлении нового прецедента, определяется наиболее подходящая запись из хранилища с соответствующим решением, после чего данное решение проходит проверку. Если подобного прецедента не существует либо его решение неприемлемо, то система корреляции строит новое решение на основе старых. Полученное решение проверяется на корректность применения к прецеденту и в случае успеха вместе с ним добавляется в хранилище, иначе — ищется новое решение [3, 6, 7].

Описанный метод является динамическим и самообучаемым, то есть неизвестные прецеденты, поступающие на вход системы, анализируются и добавляются в хранилище с наиболее подходящим решением. Метод на основе прецедентов по типу вычисления результата относится к смешанным, поскольку зависит от конкретной реализации, то есть может быть основан на упорядоченных и (или) статистических операциях. Ввиду наличия доступного хранилища также возможно определение пути по заданному конечному решению, однако при использовании вероятностных характеристик среди корреляционных признаков, поиск маршрута принятия решения может быть сильно затруднен либо полностью невозможен. Данный метод может использоваться в интеллектуальном анализе данных, но для определения новых корреляционных признаков в процессе корреляции его применение невозможно, поскольку в данном случае необходимо полностью перестраивать ситуационную модель.

**4.4. Метод на основе использования Байесовской сети.** В основе данного метода лежит модель направленного ациклического графа. Суть метода заключается в расположении в вершинах сети корреляционных признаков, а связывающие их направленные дуги задают отношения условной независимости их значений [3, 4, 7, 11]. Обучение системы корреляции производится за счет последовательного вычисления значений условных вероятностей вершин, переменные которых неизвестны. Данная операция выполнима за счет подачи на

вход данных со значениями переменных корреляционных признаков. Метод подразумевает наличие обучающей выборки событий безопасности и является динамическим, самообучаемым и вероятностным. Путь прохождения результата вычисления на этапе работы Байесовской сети определяется только в случае сохранения множества корреляционных параметров в вершинах сети [7].

Для определения корреляционных признаков, то есть таких признаков, которые влияют на установление наличия связи между событиями и их причинно-следственные отношения, в вершинах графа размещаются признаки событий. Так же, как и обучение системы корреляции, поиск корреляционных признаков требует обучающей выборки. В случае продолжения обучения (коррекции) системы на этапе работы Байесовская сеть будет динамической. Другими словами, определение корреляционных признаков и корреляция событий будет происходить одновременно в рамках одной модели. Исходя из данного свойства, описанный метод по вариантам оперирования корреляционными признаками является смешанным. Однако в таком случае определение пути получения результата будет затруднено или невозможно.

Представляется, что в общем процессе корреляции за счет динамического и самостоятельного обучения метод на основе использования Байесовской сети наилучшим образом может быть применен на этапах многошаговой корреляции, анализа ущерба и приоритезации.

#### **4.5. Метод на основе использования нейронной сети.**

Основой данного метода является математическая модель, состоящая из нейронов, имеющих собственное состояние, и линий связи (синапсов), определяющих влияние входных для него нейронов на данное состояние. Результатом выполнения работы каждого нейрона является аксон, значение которого может быть использовано в качестве входных нейронов для нейронов более высокого уровня [3, 4, 7, 10, 13]. В рамках корреляции событий безопасности в роли нейронов выступают корреляционные признаки. В любой схеме нейронной сети содержатся минимум 2 уровня — нулевой и единичный. На этапе обучения на входные нейроны поступают множества значений корреляционных признаков потока событий, при этом влияние входных нейронов на нейроны следующего уровня изначально задается случайно [7, 13]. По мере обучения системы значения влияний корректируются для соответствия заданному результату. Такой подход является обучением с учителем.

На этапе работы системы корреляции с использованием данного метода вычисленные значения влияний могут корректироваться, поэтому данный метод относится к динамическим и самообучаемым.

Как и в случае с использованием Байесовской сети, значения влияний задаются вероятностным отношением, а значит, метод является вероятностным. Метод также позволяет анализировать входные данные и корректировать множество корреляционных признаков в процессе выполнения. Однако, даже если система корреляции не продолжает обучение нейронной сети в процессе выполнения, вычислить обратный путь следования от результата не представляется возможным.

Метод на основе использования нейронной сети, так же как и предыдущий, может быть использован на этапах многошаговой корреляции, анализа ущерба и приоритизации. В то же время оба метода можно применять для определения корреляционных признаков в рамках методов, которые не могут это сделать самостоятельно.

**4.6. Комбинированные (гибридные) и другие методы корреляции.** В реальных условиях применение только одного метода корреляции для анализа исследуемых инфраструктур недостаточно для получения точной оценки защищенности компьютерной сети и управления событиями и информацией безопасности [3, 7, 10]. Данное положение обусловлено рядом факторов, таких как: (1) вычислительная сложность метода; (2) функциональная нагрузка метода; (3) ресурсопотребление и др. Используя несколько методов на критичных этапах процесса корреляции, при пересечении множеств получаемых результатов возможно добиться более высокой точности оценки защищенности анализируемой инфраструктуры и определения текущей ситуации по компьютерной безопасности. Также возможен вариант последовательного применения разных методов корреляции на одном из этапов общего процесса корреляции. Данный факт связан с обработкой данных разных уровней, например, при анализе простых и более сложных событий безопасности.

В работе описаны далеко не все имеющиеся на данный момент методы корреляции событий безопасности, но наиболее востребованные с технической точки зрения в рамках представленной схемы процесса корреляции.

**5. Заключение.** Данная статья завершает описание проведенного исследования по анализу методов корреляции событий безопасности в SIEM-системах. Были приведены основные научные работы по данному направлению, на основе которых была разработана классификация методов корреляции событий безопасности. В статье

подробно описывается каждый элемент классификации с примерами значений для конкретных методов. Был выделен и рассмотрен ряд методов, являющихся наиболее распространенными в существующих решениях. Данные методы были классифицированы, что позволило оценить их теоретическую эффективность на различных этапах процесса корреляции. Также рассмотрены методы обучения для выполнения оценки защищенности компьютерной сети с использованием разных методов корреляции. Целью дальнейших исследований является более глубокий анализ методов корреляции, разработка новых подходов к их реализации и экспериментальная оценка их эффективности.

### Литература

1. *Kotenko I.V., Chechulin A.A.* A Cyber Attack Modeling and Impact Assessment Framework // Proceedings of 5th International Conference on Cyber Conflict 2013 (CyCon 2013). 2013. pp. 119–142.
2. *Kotenko I.V., Polubelova O.V., Saenko I.V.* The Ontological Approach for SIEM Data Repository Implementation // IEEE International Conference on Green Computing and Communications. IEEE Computer Society. 2012. pp. 761–766.
3. *Guerer D.W., Khan I., Ogler R., Keffer R.* An artificial intelligence approach to network fault management // SRI International. 1996. 10 p.
4. *Tiffany M.* A survey of event correlation techniques and related topics. URL: <http://www.tiffman.com/netman/netman.html> (дата обращения: 26.04.2016).
5. *Hasan M.* A conceptual framework for network management event correlation and filtering systems // Proceedings of the Sixth IFIP/IEEE International Symposium on Integrated Network Management. 1999. pp. 233–246.
6. *Hanemann A., Marcu P.* Algorithm Design and Application of Service-Oriented Event Correlation // Proceedings of Conference BDIM 2008, 3rd IEEE/IFIP International Workshop on Business-Driven IT Management. 2008. pp. 61–70.
7. *Muller A.* Event Correlation Engine. Master's Thesis // Swiss Federal Institute of Technology Zurich. 2009. 165 p.
8. *Limmer T., Dressler F.* Survey of event correlation techniques for attack detection in early warning systems // Tech report. University of Erlangen. Dept. of Computer Science 7. 2008. 37 p.
9. *Kruegel C., Valeur F., Vigna G.* Intrusion Detection and Correlation: Challenges and Solutions // University of California, Santa Barbara, USA: Springer. 2005. pp. 29–33.
10. *Ghorbani A.A., Lu W., Tavallaee M.* Network Intrusion Detection and Prevention // Springer. 2010. 224 p.
11. *Sadoddin R., Ghorbani A.* Alert Correlation Survey: Framework and Techniques // Proceedings of 2006 International Conference on Privacy, Security and Trust: Bridge the Gap Between PST Technologies and Business Services (PST'06). 2006. Article no. 37.
12. *Ning P., Xu D.* Correlation analysis of intrusion alerts // Intrusion Detection Systems: series Advances in Information Security. Springer. 2008. vol. 38. pp. 65–92.
13. *Elshoush H.T., Osman I.M.* Alert correlation in collaborative intelligent intrusion detection systems — A survey // Applied Soft Computing. 2011. pp. 4349–4365.
14. *Файзуллин Р.Р., Васильев В.И.* Метод оценки защищенности сети передачи данных в системе мониторинга и управления событиями информационной безопасности на основе нечеткой логики // Вестник УГАТУ. 2013. Вып. 17. № 2(55). С. 150–156.

15. *Zurutuza U., Uribeetxeberria R.* Intrusion Detection Alarm Correlation: A Survey // Proceedings of IADAT International Conference on Telecommunications and computer Networks. 2004. pp. 1–3.
16. *Jakobson G., Weissman M.D.* Alarm correlation // IEEE Network. 1993. vol. 7(6). pp. 52–59.

**Федорченко Андрей Владимирович** — младший научный сотрудник лаборатории проблем компьютерной безопасности, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН). Область научных интересов: безопасность компьютерных сетей, обнаружение вторжений, вредоносные программы. Число научных публикаций — 14. [fedorchenko@comsec.spb.ru](mailto:fedorchenko@comsec.spb.ru), <http://comsec.spb.ru/ru/staff/fedorchenko>; 14-я линия В.О., 39, ком. 205, Санкт-Петербург, 199178; р.т.: +7-812-328-71-81.

**Левшун Дмитрий Сергеевич** — программист лаборатории проблем компьютерной безопасности, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН). Область научных интересов: компьютерная безопасность, защита встроженных устройств, системы киберфизической безопасности, безопасность распределённых систем, корреляция событий безопасности. Число научных публикаций — 5. [levshun@comsec.spb.ru](mailto:levshun@comsec.spb.ru), <http://comsec.spb.ru/levshun>; 14-я линия В.О., 39, ком. 205, Санкт-Петербург, 199178; р.т.: +7-(812)-328-71-81.

**Чечулин Андрей Алексеевич** — к-т техн. наук, старший научный сотрудник лаборатории проблем компьютерной безопасности, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН). Область научных интересов: безопасность компьютерных сетей, обнаружение вторжений, анализ сетевого трафика, анализ уязвимостей. Число научных публикаций — 150. [andreych@bk.ru](mailto:andreych@bk.ru), <http://comsec.spb.ru/ru/staff/chechulin>; 14-я линия В.О., 39, ком. 205, Санкт-Петербург, 199178; р.т.: +78123287181.

**Котенко Игорь Витальевич** — д-р техн. наук, профессор, заведующий лабораторией проблем компьютерной безопасности, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН). Область научных интересов: безопасность компьютерных сетей, в том числе управление политиками безопасности, разграничение доступа, аутентификация, анализ защищенности, обнаружение компьютерных атак, межсетевые экраны, защита от вирусов и сетевых червей, анализ и верификация протоколов безопасности и систем защиты информации, защита программного обеспечения от взлома и управление цифровыми правами, технологии моделирования и визуализации для противодействия кибер-терроризму. Число научных публикаций — 450. [ivkote@comsec.spb.ru](mailto:ivkote@comsec.spb.ru), <http://www.comsec.spb.ru>; 14-я линия В.О., 39, Санкт-Петербург, 199178; р.т.: +7-(812)-328-71-81, Факс: +7(812)328-4450.

**Поддержка исследований.** Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты №14-07-00697, 14-07-00417, 15-07-07451, 16-37-00338, 16-29-09482 офи\_м), при частичной поддержке бюджетных тем № 0073-2015-0004 и 0073-2015-0007, а также гранта РНФ 15-11-30029 в СПИИРАН.

A.V. FEDORCHENKO, D.S. LEVSHUN, A.A. CHECHULIN, I.V. KOTENKO  
**AN ANALYSIS OF SECURITY EVENT CORRELATION  
TECHNIQUES IN SIEM-SYSTEMS. PART 2**

---

*Fedorchenko A.V., Levshun DSL, Chechulin A.A., Kotenko I.V. An Analysis of Security Event Correlation Techniques in SIEM-Systems. Part 2.*

**Abstract.** The paper proceeds research of the security event correlation methods in Security Information and Event Management (SIEM) systems. In this part we consider correlation methods of information security events that can be applied during separate correlation stages described in the previous paper. Classification of the considered correlation methods and analysis of their advantages and disadvantages are provided. The effectiveness of using these methods at different stages of the correlation process is evaluated.

**Keywords:** data correlation techniques; security event; security event analysis; computer network security evaluation systems; SIEM-systems.

---

**Fedorchenko Andrey Vladimirovich** — junior researcher of computer security problems laboratory, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Science (SPIIRAS). Research interests: computer network security, intrusion detection, malware. The number of publications — 14. [fedorchenko@comsec.spb.ru](mailto:fedorchenko@comsec.spb.ru), <http://comsec.spb.ru/ru/staff/fedorchenko>; 39, 14-th Line V.O., St. Petersburg, 199178, Russia; office phone: +7-812-328-71-81.

**Levshun Dmitry Sergeevich** — software developer of computer security problems laboratory, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Science (SPIIRAS). Research interests: distributed system security, embedded devices, event correlation, cyber-physical security systems. The number of publications — 5. [levshun@comsec.spb.ru](mailto:levshun@comsec.spb.ru), <http://comsec.spb.ru/levshun>; 39, 14-th Line V.O., St. Petersburg, 199178, Russia; office phone: +7-(812)-328-71-81.

**Chechulin Andrey Alexeevich** — Ph.D., senior researcher of computer security problems laboratory, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Science (SPIIRAS). Research interests: computer network security, intrusion detection, analysis of the network traffic, vulnerability analysis. The number of publications — 150. [andreych@bk.ru](mailto:andreych@bk.ru), <http://comsec.spb.ru/ru/staff/chechulin>; 39, 14-th Line V.O., St. Petersburg, 199178, Russia; office phone: +78123287181.

**Kotenko Igor Vitalievich** — Ph.D., Dr. Sci., professor, head of computer security problems Laboratory, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of Russian Academy of Sciences (SPIIRAS). Research interests: computer network security, including security policy management, access control, authentication, network security analysis, intrusion detection, firewalls, deception systems, malware protection, verification of security systems, digital right management, modeling, simulation and visualization technologies for counteraction to cyber terrorism. The number of publications — 450. [ivkote@comsec.spb.ru](mailto:ivkote@comsec.spb.ru), <http://www.comsec.spb.ru>; 39, 14-th Line V.O., St. Petersburg, 199178, Russia; office phone: +7-(812)-328-71-81, Fax: +7(812)328-4450.

**Acknowledgements.** This research is supported by RFBR (projects No. 14-07-00697, 14-07-00417, 15-07-07451, 16-37-00338, 16-29-09482 офи\_м), in part by the budget (projects No. 0073-2015-0004 and 0073-2015-0007) and by the grant of RSF 15-11-30029 in SPIIRAS.

## References

1. Kotenko I.V., Chechulin A.A. A Cyber Attack Modeling and Impact Assessment Framework. Proceedings of 5th International Conference on Cyber Conflict 2013 (CyCon 2013). 2013. pp. 119–142.
2. Kotenko I.V., Polubelova O.V., Saenko I.V. The Ontological Approach for SIEM Data Repository Implementation. IEEE International Conference on Green Computing and Communications. IEEE Computer Society. 2012. pp. 761–766.
3. Guerer D.W., Khan I., Ogler R., Keffer R. An artificial intelligence approach to network fault management. SRI International. 1996. 10 p.
4. Tiffany M. A survey of event correlation techniques and related topics. Available at: <http://www.tiffman.com/netman/netman.html> (accessed: 26.04.2016).
5. Hasan M. A conceptual framework for network management event correlation and filtering systems. Proceedings of the Sixth IFIP/IEEE International Symposium on Integrated Network Management. 1999. pp. 233–246.
6. Hanemann A., Marcu P. Algorithm Design and Application of Service-Oriented Event Correlation. Proceedings of Conference BDIM 2008, 3rd IEEE/IFIP International Workshop on Business-Driven IT Management. 2008. pp. 61–70.
7. Muller A. Event Correlation Engine. Master's Thesis. Swiss Federal Institute of Technology Zurich. 2009. 165 p.
8. Limmer T., Dressler F. Survey of event correlation techniques for attack detection in early warning systems. Tech report. University of Erlangen. Dept. of Computer Science 7. 2008. 37 p.
9. Kruegel C., Valeur F., Vigna G. Intrusion Detection and Correlation: Challenges and Solutions. University of California. Santa Barbara. USA: Springer. 2005. pp. 29-33.
10. Ghorbani A.A., Lu W., Tavallaee M. Network Intrusion Detection and Prevention. Springer. 2010. 224 p.
11. Sadoddin R., Ghorbani A. Alert Correlation Survey: Framework and Techniques. Proceedings of 2006 International Conference on Privacy, Security and Trust: Bridge the Gap Between PST Technologies and Business Services (PST'06). 2006. Article no. 37.
12. Ning P., Xu D. Correlation analysis of intrusion alerts. *Intrusion Detection Systems: series Advances in Information Security*. Springer, 2008. vol. 38. pp. 65–92.
13. Elshoush H.T., Osman I.M. Alert correlation in collaborative intelligent intrusion detection systems — A survey. *Applied Soft Computing*. 2011. pp. 4349–4365.
14. Fajzullin R.R., Vasil'ev V.I. [Protectability assessment method of a data-transmission network in security information and event management system on a basis of fuzzy logic]. *Vestnik UGATU — Proceedings USATU*. 2013. vol. 17. no. 2(55). pp. 150–156. (In Russ.).
15. Zurutuza U., Uribeetxeberria R. Intrusion Detection Alarm Correlation: A Survey. Proceedings of IADAT International Conference on Telecommunications and computer Networks. 2004. pp. 1–3.
16. Jakobson G., Weissman M.D. Alarm correlation. *IEEE Network*. 1993. vol. 7(6). pp. 52-59.

## РУКОВОДСТВО ДЛЯ АВТОРОВ

Взаимодействие автора с редакцией осуществляется через личный кабинет на сайте журнала «Труды СПИИРАН» <http://www.proceedings.spiiras.nw.ru>. При регистрации авторам рекомендуется заполнить все предложенные поля данных.

Подготовка статьи ведется с помощью текстовых редакторов MS Word 2007 и выше. Объем основного текста – от 15 до 25 страниц включительно. Формат страницы документа – А5 (148 мм ширина, 210 мм высота); ориентация – портретная; все поля – 20 мм. Верхний и нижний колонтитулы страницы – пустые. Основной шрифт документа – Times New Roman, основной кегль (размер) шрифта – 10 pt. Переносы разрешены. Абзацный отступ устанавливается размером в 10 мм. Межстрочный интервал – одинарный. Номера страниц не проставляются.

В основную часть допускается помещать рисунки, таблицы, листинги и формулы. Правила их оформления подробно рассмотрены на нашем сайте в разделе «Руководство для авторов».

### AUTHOR GUIDELINES

Interaction between each potential author and the Editorial board is realized through the personal account on the website of the journal "Proceedings of SPIIRAS" <http://www.proceedings.spiiras.nw.ru>. At the registration the authors are requested to fill out all data fields in the proposed form.

The submissions should be prepared using MS Word 2007 text editor or higher versions, at that, only manuscripts in \*.docx format will be considered. The text of the paper in the main part of it should be from 15 – 25 pages of A5 size that is 210 X 148 mm; orientation – portrait; all margins – 20 mm. The font of the main paper text is Times New Roman of 10 pt font size. The pages' headers and footers should be empty; indention – 10 mm; line spacing – single; pages are not numbered; hyphenations are allowed.

Certain figures, tables, listings and formulas are allowed in the main section, and their typography is considered by the paper template in more detail in journal web.

ISSN 2078-9181



9 772078 918785 >

