

ISSN 2078-9181

DOI 10.15622/sp.58

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
Отделение нанотехнологий и информационных технологий

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
ИНСТИТУТ ИНФОРМАТИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ РАН

# ТРУДЫ СПИИРАН

proceedings.spiiras.nw.ru



ВЫПУСК 3(58)



Санкт-Петербург  
2018

18+

# SPIIRAS PROCEEDINGS

Issue № 3(58), 2018

Scientific, educational, and interdisciplinary journal primarily specialized  
in computer science, automation, and applied mathematics

Trudy SPIIRAN ♦ Founded in 2002 ♦ Труды СПИИРАН

---

## Founder and Publisher

St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences

---

## Editor-in-Chief

R. M. Yusupov, Prof., Dr. Sci., Corr. Member of RAS, St. Petersburg, Russia

---

## Editorial Board Members

<b>A. A. Ashimov</b> ,	Prof., Dr. Sci., Academician of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Almaty, Kazakhstan
<b>N. P. Veselkin</b> ,	Prof., Dr. Sci., Academician of RAS, St. Petersburg, Russia
<b>V. I. Gorodetski</b> ,	Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia
<b>O. Yu. Gusikhin</b> ,	Ph. D., Dearborn, USA
<b>V. Delic</b> ,	Prof., Dr. Sci., Novi Sad, Serbia
<b>A. Dolgui</b> ,	Prof., Dr. Habil., St. Etienne, France
<b>M. Zelezny</b> ,	Assoc. Prof., Ph.D., Plzen, Czech Republic
<b>I. A. Kalyaev</b> ,	Prof., Dr. Sci., Academician of RAS, Taganrog, Russia
<b>D. A. Ivanov</b> ,	Prof., Dr. Habil., Berlin, Germany
<b>G. A. Leonov</b> ,	Prof., Dr. Sci., Corr. Member of RAS, St. Petersburg, Russia
<b>K. P. Markov</b> ,	Assoc. Prof., Ph.D., Aizu, Japan
<b>Yu. A. Merkuryev</b> ,	Prof., Dr. Habil., Academician of the Latvian Academy of Sciences, Riga, Latvia
<b>R. V. Meshcheryakov</b> ,	Prof., Dr. Sci., Tomsk, Russia
<b>N. A. Moldovian</b> ,	Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia
<b>V. E. Pavlovskiy</b> ,	Prof., Dr. Sci., Moscow, Russia
<b>A. A. Petrovsky</b> ,	Prof., Dr. Sci., Minsk, Belarus
<b>V. A. Putilov</b> ,	Prof., Dr. Sci., Apatity, Russia
<b>V. K. Pshikhopov</b> ,	Prof., Dr. Sci., Taganrog, Russia
<b>A. L. Ronzhin</b>	(Deputy Editor-in-Chief), Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia
<b>A. I. Rudskoi</b> ,	Prof., Dr. Sci., Academician of RAS, St. Petersburg, Russia
<b>V. Sgurev</b> ,	Prof., Dr. Sci., Academician of the Bulgarian academy of sciences, Sofia, Bulgaria
<b>V. Skormin</b> ,	Prof., Ph.D., Binghamton, USA
<b>A. V. Smirnov</b> ,	Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia
<b>B. Ya. Sovetov</b> ,	Prof., Dr. Sci., Academician of RAE, St. Petersburg, Russia
<b>V. A. Soyfer</b> ,	Prof., Dr. Sci., Academician of RAS, Samara, Russia
<b>B. V. Sokolov</b> ,	Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia
<b>L. V. Utkin</b> ,	Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia
<b>A. L. Fradkov</b> ,	Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia
<b>H. Kaya</b> ,	Assoc. Prof., Ph.D., Tekirdag, Turkey
<b>L. B. Sheremetov</b> ,	Assoc. Prof., Dr. Sci., Mexico, Mexico

---

**Editor:** E. P. Miroshnikova

**Technical editor:** A. I. Motienko

**Translator:** P. N. Emeleva

---

## Editorial Board's address

14-th line VO, 39, SPIIRAS, St. Petersburg, 199178, Russia,  
e-mail: publ@iias.spb.su, web: <http://www.proceedings.spiiras.nw.ru/>

**The journal is indexed in Scopus**

© St. Petersburg Institute for Informatics and Automation  
of the Russian Academy of Sciences, 2018

# ТРУДЫ СПИИРАН

Выпуск № 3(58), 2018

Научный, научно-образовательный, междисциплинарный журнал с базовой специализацией в области информатики, автоматизации и прикладной математики  
Журнал основан в 2002 году

---

## Учредитель и издатель

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук  
(СПИИРАН)

---

## Главный редактор

Р. М. Юсупов, чл.-корр. РАН, д-р техн. наук, проф., С-Петербург, РФ

---

## Редакционная коллегия

- А. А. Ашимов**, академик национальной академии наук Республики Казахстан д-р техн. наук, проф., Алматы, Казахстан  
**Н. П. Веселкин**, академик РАН, д-р мед. наук, проф., С.-Петербург, РФ  
**В. И. Городецкий**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ  
**О. Ю. Гусихин**, Ph.D., Диаборн, США  
**В. Делич**, д-р техн. наук, проф., Нови-Сад, Сербия  
**А. Б. Долгий**, Dr. Habil., проф., Сент-Этьен, Франция  
**М. Железны**, Ph.D., доцент, Пльзень, Чешская республика  
**Д. А. Иванов**, д-р экон. наук, проф., Берлин, Германия  
**И. А. Калыев**, академик РАН, д-р техн. наук, профессор, Таганрог, РФ  
**Г. А. Леонов**, член-корр. РАН, д-р физ.-мат. наук, проф., С.-Петербург, РФ  
**К. П. Марков**, Ph.D., доцент, Аизу, Япония  
**Ю. А. Меркурьев**, академик Латвийской академии наук, Dr. Habil., проф., Рига, Латвия  
**Р. В. Мещеряков**, д-р техн. наук, профессор, Томск, РФ  
**Н. А. Молдовян**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ  
**В. Е. Павловский**, д-р физ.-мат. наук, профессор, Москва, РФ  
**А. А. Петровский**, д-р техн. наук, проф., Минск, Беларусь  
**В. А. Путилов**, д-р техн. наук, проф., Апатиты, РФ  
**В. Х. Пшихопов**, д-р техн. наук, профессор, Таганрог, РФ  
**В. А. Ронжин**, (зам. главного редактора), д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ  
**А. И. Рудской**, академик РАН, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ  
**В. Сгурев**, академик Болгарской академии наук, д-р техн. наук, проф., София, Болгария  
**В. А. Скормин**, Ph.D., проф., Бингемптон, США  
**А. В. Смирнов**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ  
**Б. Я. Советов**, академик РАО, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ  
**В. А. Сойфер**, академик РАН, д-р техн. наук, проф., Самара, РФ  
**Б. В. Соколов**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ  
**Л. В. Уткин**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ  
**А. Л. Фрадков**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ  
**Х. Кайя**, Ph.D., доцент, Текирдаг, Турция  
**Л. Б. Шереметов**, д-р техн. наук, Мехико, Мексика

---

**Редактор:** Е. П. Мирошникова

**Технический редактор:** А. И. Мотиечко

**Переводчик:** П. Н. Емелева

---

## Адрес редакции

199178, Санкт-Петербург, 14-я линия, д. 39,  
e-mail: publ@iias.spb.su, сайт: <http://www.proceedings.spiiras.nw.ru/>

## Журнал индексируется в международной базе данных Scopus

Журнал входит в «Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени доктора и кандидата наук»

© Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук, 2018  
Разрешается воспроизведение в прессе, а также сообщение в эфир или по кабелю опубликованных в составе печатного периодического издания–журнала «Труды СПИИРАН» статей по текущим экономическим, политическим, социальным и религиозным вопросам с обязательным указанием имени автора статьи и печатного периодического издания–журнала «Труды СПИИРАН»

## CONTENTS

### ***Artificial Intelligence, Knowledge and Data Engineering***

L.V. Utkin, I.L. Utkina	
A HIGH-PERFORMANCE GENOME-WIDE ASSOCIATION STUDY ALGORITHM BASED ON ANALYSIS OF PAIRS OF INDIVIDUALS	5
J.N. Galić, S.T. Jovičić, V.D. Delić, B.R. Marković, D.S. Šumarac Pavlović, Đ.T. Grozdić	
HMM-BASED WHISPER RECOGNITION USING $\mu$ -LAW FREQUENCY WARPING	27
E. Pakoci, B. Popović, D.J. Pekar	
IMPROVEMENTS IN SERBIAN SPEECH RECOGNITION USING SEQUENCE-TRAINED DEEP NEURAL NETWORKS	53
N.M. Markovnikov, I.S. Kipyatkova	
AN ANALYTIC SURVEY OF END-TO-END SPEECH RECOGNITION SYSTEMS	77
V.T. Nguyen, A.A. Tropchenko	
IMPROVING EFFICIENCY OF ENTROPY CODING METHOD IN MODERN VIDEO COMPRESSION STANDARDS	111

### ***Digital Information Telecommunication Technologies***

K.A. Batenkov, A.A. Batenkov	
ANALYSIS AND SYNTHESIS OF COMMUNICATION NETWORK STRUCTURES ACCORDING TO THE DETERMINED STABILITY INDICATORS	128
A.V. Parshutkin, D.V. Levin, S.A. Zaytsev, A.V. Egin	
APPLICATION OF STRUCTURAL INTERFERENCE FOR DATA PROTECTION FROM INFORMATION LEAKAGE IN THE STRAY ELECTROMAGNETIC RADIATIONS CHANNEL	160

### ***Robotics, Automation and Control Systems***

S.A. Vrazhevsky	
OUTPUT CONTROL OF NONLINEAR SYSTEMS USING MODIFIED BACKSTEPPING ALGORITHM WITH DISTURBANCES COMPENSATION	182
G.G. Bezruk, L.A. Martynova, I.B. Saenko	
DYNAMIC METHOD OF SEARCHING ANTHROPOGENIC OBJECTS IN SEABED WITH USE OF AUTONOMOUS UNDERWATER VEHICLES	203

## СОДЕРЖАНИЕ

### ***Искусственный интеллект, инженерия данных и знаний***

- Л.В. Уткин, И.Л. Уткина  
БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩИЙ АЛГОРИТМ ПОЛНОГОМОНОГО ПОИСКА АССОЦИАЦИЙ  
НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ПАР ОБЪЕКТОВ 5
- Й.Н. Галич, С.Т. Йовичич, В.Д. Делич, Б.Р. Маркович, Д.С. Шумарац Павлович,  
Г.Т. Гроздич  
РАСПОЗНАВАНИЕ ШЕПОТНОЙ РЕЧИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СММ И ЧАСТОТНОГО  
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПО  $\mu$ -ЗАКОНУ 27
- Э. Пакоци, В. Попович, Д.Й. Пекар  
УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ РАСПОЗНАВАНИЯ СЕРБСКОЙ РЕЧИ С ПОМОЩЬЮ  
ОБУЧЕННЫХ НА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯХ ГЛУБОКИХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ 53
- Н.М. Марковников, И.С. Кипяткова  
АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР ИНТЕГРАЛЬНЫХ СИСТЕМ РАСПОЗНАВАНИЯ РЕЧИ 77
- В.Ч. Нгуен, А.А. Тропченко  
ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДА ЭНТРОПИЙНОГО КОДИРОВАНИЯ В  
СОВРЕМЕННЫХ СТАНДАРТАХ ВИДЕОСЖАТИЯ 111

### ***Цифровые информационно-телекоммуникационные технологии***

- К.А. Батенков, А.А. Батенков  
АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СТРУКТУР СЕТЕЙ СВЯЗИ ПО ДЕТЕРМИНИРОВАННЫМ  
ПОКАЗАТЕЛЯМ УСТОЙЧИВОСТИ 128
- А.В. Паршуткин, Д.В. Левин, С.А. Зайцев, А.В. Егин  
ПРИМЕНЕНИЕ СТРУКТУРНЫХ ПОМЕХ ДЛЯ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ ОТ УТЕЧКИ  
ПО КАНАЛУ ПОБОЧНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ 160

### ***Робототехника, автоматизация и системы управления***

- С.А. Вражевский  
МОДИФИЦИРОВАННЫЙ АЛГОРИТМ БЭКСТЕППИНГА С КОМПЕНСАЦИЕЙ  
ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫМИ ОБЪЕКТАМИ ПО ВЫХОДУ 182
- Г.Г. Безрук, Л.А. Мартынова, И.Б. Саенко  
ДИНАМИЧЕСКИЙ МЕТОД ПОИСКА АНТРОПОГЕННЫХ ОБЪЕКТОВ В МОРСКОМ  
ДНЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АВТОНОМНЫХ НЕОБИТАЕМЫХ ПОДВОДНЫХ  
АППАРАТОВ 203

L.V. UTKIN, I.L. UTKINA

**A HIGH-PERFORMANCE GENOME-WIDE ASSOCIATION STUDY ALGORITHM BASED ON ANALYSIS OF PAIRS OF INDIVIDUALS**

---

*Utkin L.V., Utkina I.L. A High-Performance Genome-Wide Association Study Algorithm based on Analysis of Pairs of Individuals.*

**Abstract.** An extremely simple and high-performance genome-wide association study (GWAS) algorithm for estimating the main and epistatic effects of markers or single nucleotide polymorphisms (SNPs) is proposed. The main idea underlying the algorithm is based on comparison of genotypes of pairs of individuals and comparison of the corresponding phenotype values. It is used the intuitive assumption that changes of alleles corresponding to important SNPs in a pair of individuals lead to a large difference of phenotype values of these individuals. In other words, the algorithm is based on considering pairs of individuals instead of SNPs or pairs of SNPs. The main advantage of the algorithm is that it weakly depends on the number of SNPs in a genotype matrix. It mainly depends on the number of individuals, which is typically very small in comparison with the number of SNPs. Another important advantage of the algorithm is that it can detect the epistatic effect viewed as gene-gene interaction without additional computations. The algorithm can also be used when the phenotype takes only two values (the case-control study). Moreover, it can be simply extended from the analysis of binary genotype matrices to the microarray gene expression data analysis. Numerical experiments with real data sets consisting of populations of double haploid lines of barley illustrate the outperformance of the proposed algorithm in comparison with standard GWAS algorithms from the computation point of view especially for detecting the gene-gene interactions. The ways for improving the proposed algorithm are discussed in the paper.

**Keywords:** GWAS, ANOVA, machine learning, epistasis, SNP, quantitative trait, distance metric.

---

**1. Introduction.** A genome-wide association study (GWAS) aims to discover genetic factors underlying phenotypic traits, i.e., GWAS examines the association between phenotypes and genetic variants or genotypes across the entire genome. It can be regarded as one of the methods for the well-known feature selection problem where features are the so-called single nucleotide polymorphisms (SNPs). SNPs are typically used as markers of a genomic region and can be defined as a DNA sequence variation where a single nucleotide (A, T, C, G) in the genomic sequence differs among the individuals of a biological species. It should be noted that most SNPs have no effect on the phenotype values or their effect is very insignificant. However, there are SNPs which might be very important in associations between SNPs and the phenotypes. Therefore, another formulation of the main aim of GWAS is to identify or select the most relevant SNPs which differentiate one group of individuals from another or which contribute to the phenotypic differences among the individuals.

From the machine learning point of view, a GWAS is one of the supervised classification or regression problems, where each individual can be

regarded as an example in terms of machine learning. It is defined by many SNPs which can be viewed as features in terms of machine learning. Therefore, many machine learning methods, including Lasso and ridge regressions, support vector machines, random forests, neural networks, have been used for GWAS. It should be noted that GWAS problem can be referred to as the well-known feature selection methods which are an important part of the machine learning approaches. In contrast to many standard statistical approaches underlying GWAS, machine learning models allows us to get a solution by taking into account the information of the whole genotype, and thus implicitly consider all possible correlations. Moreover, several variable importance measures can be derived from the machine learning models [1].

We point out some difficulties of solving the GWAS problem mentioned by many authors. First of all, the number of SNPs  $p$  is usually very large. It is typically 10-100 times the number of individuals  $n$  in the training sample. This is the so called  $p > n$  (or large  $p$  small  $n$ ) problem. Second, genetic mechanisms might involve complex interactions among genes and between genes and environmental conditions which are not fully captured by additive models [2, 3]. SNPs may interact in their effects on phenotype, i.e., there is the so-called epistatic effect. Third, many genetic variants are not genotyped, i.e., there are missing data in the genotype information. Fourth, GWAS is applied to find the association between SNPs and different kinds of the trait. It is mentioned by Korte and Farlow [4] in their interesting review of the GWAS methods that the successful GWAS methods applied to identifying SNPs contributing a disease (the two-valued or case-control phenotype) may have problems in finding SNPs associated with complex traits (quantitative or continuous phenotype).

A huge amount of the statistical procedures and methods solving the GWAS problem have been developed the last decades. A part of methods can be referred to as filter methods [5] which use statistical properties of SNPs to filter out poorly informative ones. The Fisher criterion, Pearson  $\chi^2$ -test, Cochran-Armitage test are the well-known statistical methods for detecting differential SNPs between two samples. These methods can be joined as the so-called single-locus association tests because the tests are performed separately for each SNP when the case-control phenotypes are analyzed. For quantitative phenotypes, a standard tool is the one-way ANOVA [6]. Another part of methods uses various kinds of regression models which can be referred to as embedded methods [7-10]. One of the pioneering papers devoted to the use of regression models in SNP selection has been written by Lander and Botstein [11]. The regression models mainly include the Ridge regression and Lasso techniques, their combination called the elastic nets [12]. Comprehensive reviews of the methods and al-

gorithms using the regression models and their various modifications for solving the GWAS problems are provided by Wray et al. [13], Hayes [14], Visscher et al. [15], Bühlmann [16].

It has been mentioned that the standard GWAS analyzes each SNP separately in order to identify a set of significant SNPs showing genetic variations associated with the trait. However, an important challenge in the analysis of genome-wide data sets is taking into account the so-called epistatic effect when different epistatic loci interact in their association with phenotype. The epistatic effect can be viewed as gene-gene interaction when the action of one locus depends on the genotype of another locus. At the same time, there are different interpretations of the epistatic effect. A fundamental critical review of different definitions and interpretations of epistasis is provided in [17]. From the statistical point of view, the epistatic effect is the statistical deviation from the joined effects of two loci on the phenotype [18]. There is a series of interesting methods which use the statistical tests at their first step in order to reduce the set of SNPs. These are FastANOVA [19], FastChi [20], COE [21], TEAM [22]. We can also point out methods which differs from the filter methods, for example, the Bayesian epistasis association mapping method (BEAM) proposed by Zhang and Liu [23], tree-based methods like the random forests [24], the multi-factor dimensionality reduction [25], modifications of the Lasso techniques [26], the ant colony optimization [27]. Comparative analyses of methods devoted to the epistatic interaction effect were provided by several authors [28, 29]. Analyzing these methods, we have to conclude that most of them have two steps (except for the methods with exhaustive consideration of all SNP pairs) such that the first step is for reducing the set of all SNPs to the most important ones, and the second step solves the SNP-SNP interaction problem.

From many approaches for solving the GWAS taking into account the epistatic effect, we would like to mark out a very interesting and efficient algorithm [30] that is subquadratic in the number of SNPs  $\{0,1,2\}$ . The authors [30] propose an algorithm for efficiently retrieving some predefined number of top scoring pairs among all pairs of SNPs, assuming binary phenotypes and the difference-in-correlation as the association criterion. Some implicit ideas of the algorithm will be used below.

In the present study, we propose a computationally extremely simple GWAS algorithm. It is based on the intuitive assumption that changes of alleles corresponding to important SNPs in a pair of individuals lead to large difference of phenotype values of these individuals. The main advantage of the algorithm is that it weakly depends on the number of SNPs in a genotype matrix. It mainly depends on the number of individuals, which is typically very small in comparison with the number of SNPs. We called the algorithm FAPI-GWAS (Fast Analysis of Pairs of Individuals for GWAS).

A preprint of the paper is given in <https://arxiv.org/abs/1708.01746>.

**2. The proposed algorithm.** We start with the following general definition of the association mapping problem. Let  $\mathbf{X} = [X_1, \dots, X_p]$  be a genotype matrix for  $n$  individuals and  $p$  SNPs. From a statistical point of view, the genotype matrix can be treated as a predictor matrix and the marker genotypes as qualitative explanatory variables, i.e.,  $X_j = (x_{1j}, \dots, x_{nj})^T$  is a predictor representing the  $j$ -th SNP,  $j = 1, \dots, p$ . For bi-allelic SNPs, every  $x_{ij}$  is an allele of the  $i$ -th individual at the  $j$ -th SNP locus. It can be represented by the set  $\{0, 1\}$ , where 0 and 1 stand for majority and minority alleles, respectively. A genotype may also be represented with numbers  $\{0, 1, 2\}$  to represent the homozygous major allele  $AA = 0$ , heterozygous allele  $Aa / aA = 1$ , and homozygous minor allele  $aa = 2$ , respectively. A vector of alleles corresponding to the  $i$ -th individual will be denoted as  $\mathbf{x}_i^T = (x_{i1}, \dots, x_{ip})$ ,  $i = 1, \dots, n$ . A quantitative trait of interest or a set of the phenotype values  $y_i \in \mathbf{R}$ ,  $i = 1, \dots, n$ , can be viewed as a response vector  $Y = (y_1, \dots, y_n)^T$ . A goal of GWAS is to find SNPs in  $\mathbf{X}$ , that are highly associated with  $Y$ , which will be called as important or significant SNPs.

In order to explain the introduced notation by means of an example, we provide Figure 1, where the genotype matrix  $\mathbf{X}$  and the phenotype vector  $Y$  are illustrated. It can be seen from Figure 1 that  $n = 12$  individuals with different plant height values  $Y = (50, 15, \dots, 10, 60)^T$  (phenotype values) are defined by  $p = 10$  SNPs with alleles  $x_{ij}$  taking the values 0 and 1. We have to develop an algorithm which selects the most important SNPs or their combinations from the point of view of their impact on the plant height.

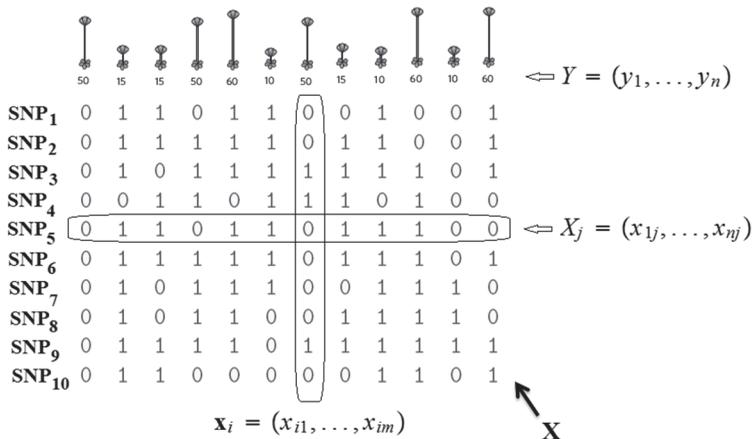
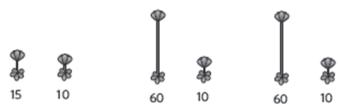


Fig. 1. An example of the genotype matrix  $\mathbf{X}$  and the phenotype vector  $Y$

The main idea underlying the FAPI-GWAS is based on comparison of genotypes of pairs of individuals and comparison of the corresponding phenotype values. At that, we use the following intuitive assumption. If genotypes of two individuals are close to each other and the corresponding phenotype values of these two individuals are far from each other, then the SNP-markers which correspond to different elements of the considered two genotypes *might be* important or contribute to the phenotype values. Indeed, if two individuals differ by some small number of genotype elements, then it is naturally to expect that their phenotypes are similar. However, if the corresponding phenotypes are substantially different, then it is naturally to suppose that this small number of distinguishing genotype elements define this large difference of phenotype values. Of course, the large difference of the phenotype values may be caused by the noise or other random factors. Therefore, we cannot make any conclusions only on the basis of one pair of individuals. That is why the word combination *might be* used above means that this assumption may be wrong due to random character of the phenotype values. But we can make the conclusion by analyzing all pairs of individuals or a part of all pairs.

Informally, the FAPI-GWAS can be written as follows. First of all, we find all pairs  $(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  of vectors of alleles. Then, we select some predefined number of the pairs which have largest differences of phenotype values and smallest distances between the vectors of alleles for every pair in accordance with some combined measure jointly characterizing the differences and the distances. The next step is to make a decision which SNPs contribute to the difference between the vectors of alleles for the best pairs. The use of the predefined number of pairs allows us to smooth possible outliers of the phenotype values due to random factors.

The above is illustrated in Figure 2, where three pairs of individuals are analyzed. The first pair does not show a large difference between the phenotype values. It is 5. Therefore, this pair is not interesting for us. The second and the third pairs have the difference 50 between the phenotype values. However, this difference for the third pair is caused by many (5) transitions between genotype values, which are underlined. Therefore, the third pair is also not interesting for us. At the same time, the second pair has only one transition. This implies that the large difference between phenotypes is caused by the 7-th SNP. Hence, we can conclude that this SNP is important.



	15	10	60	10	60	10
SNP <sub>1</sub>	0	0	1	1	1	1
SNP <sub>2</sub>	<u>1</u>	0	1	1	1	1
SNP <sub>3</sub>	1	1	1	1	<u>1</u>	0
SNP <sub>4</sub>	1	1	0	0	<u>0</u>	<u>1</u>
SNP <sub>5</sub>	1	1	1	1	1	1
SNP <sub>6</sub>	1	1	1	1	1	1
SNP <sub>7</sub>	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	0	<u>1</u>	0
SNP <sub>8</sub>	1	1	1	1	<u>1</u>	0
SNP <sub>9</sub>	1	1	1	1	1	1
SNP <sub>10</sub>	1	1	0	0	<u>0</u>	<u>1</u>

Fig. 2. An example of three different pairs of individuals

Formally, the proposed algorithm FAPI-GWAS can be represented as follows.

*Step 1.* All vectors of alleles  $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n$  are sorted in descending order of the corresponding phenotypes, i.e.,  $y_1 \geq \dots \geq y_n$ . This step simplifies comparison of phenotypes because the condition  $y_i - y_j \geq 0$  for all  $y_i \neq y_j$  is valid.

*Step 2.* All different pairs of individuals are composed. The number of pairs is  $n(n-1)/2$ . Only pairs  $(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  such that  $i < j$  are studied.

*Step 3.* For every pair  $(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ , the distance  $\rho(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  between vectors  $\mathbf{x}_i$  and  $\mathbf{x}_j$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ ,  $i < j$ , is computed. A type of the distance depends on data. It can be the standard Hamming distance for binary variables  $x_{ij}$ . The standard Euclidean distance metric can be also used here.

*Step 4.* For every pair  $(i, j)$ , the difference  $d(y_i, y_j)$  between phenotype values  $y_i$  and  $a_k(t) = \sum_{(i,j) \in J^*} r_{\text{norm}}^*(i, j) \mathbf{I}(z_{ij}(k) = t)$ ,  $t = -1, 0, 1$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ ,  $i < j$ , is computed. The condition  $d(y_i, y_j) \geq 0$  is valid because phenotypes are sorted in descending order (see Step 1).

*Step 5.* For every pair  $(i, j)$ , the ratio

$$r(i, j) = d(y_i, y_j) / \rho(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$$

is computed. The larger the difference  $d$  and the smaller the distance  $\rho$  are, the larger ratio  $r$  is. The ratio  $r$  is a measure of target pairs.

*Step 6.*  $N$  largest values of  $r(i, j)$  are selected. Denote these values as  $r^*(i, j)$  and the set of their indices  $(i, j)$  as  $J^*$ . The value  $N$  can be regarded as a tuned parameter later. Another way is to compute the value  $N$  by constructing a cumulative probability distribution of the random variable  $r$  whose sample values are  $r(i, j)$ . It was observed by many numerical experiments that values  $r(i, j)$  have a unimodal distribution. Moreover, if we assume that random variables taking values  $d(y_i, y_j)$  and  $\rho(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  have some distributions, for example, normal distributions, then  $r$  has one of the so-called ratio distributions, for example, the Cauchy distribution, the t-distribution, the F-distribution. Therefore, we take a predefined value of  $q\%$  quantile of the random variable  $r$  and find all values of the ratio such that their empirical distribution function is larger than  $q/100$ . In this case, we derive some value of  $N$  from the above procedure, and  $q$  can be viewed as a tuned parameter of the algorithm.

*Step 7.* For every pair  $(i, j)$  from  $J^*$ , we find a subset of elements of vectors  $\mathbf{x}_i$  and  $\mathbf{x}_j$  which differentiate these vectors. In particular, if  $x_{ij} \in \{0, 1\}$ , then  $\mathbf{z}_{ij} = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j$ . The vector  $\mathbf{z}_{ij}$  has element  $-1$  at the  $k$ -th position if there is the transition from 0 in  $\mathbf{x}_i$  to 1 in  $\mathbf{x}_j$  at the  $k$ -th position, element 1 if there is the transition from 1 in  $\mathbf{x}_i$  to 0 in  $\mathbf{x}_j$  at the same position, and element 0 by transitions from 0 to 0 or from 1 to 1 at the same position, i.e., there holds

$$\mathbf{z}_{ij}(k) = \begin{cases} -1, & \text{if } \mathbf{x}_i(k) = 0, \mathbf{x}_j(k) = 1, \\ 1, & \text{if } \mathbf{x}_i(k) = 1, \mathbf{x}_j(k) = 0, \\ 0, & \text{if } \mathbf{x}_i(k) = \mathbf{x}_j(k). \end{cases}$$

Only elements of  $\mathbf{z}_{ij}$  with values  $-1$  and  $1$  are interesting for us because they indicate positions where vectors  $\mathbf{x}_i$  and  $\mathbf{x}_j$  are different, which, in turn, indicate *possible* important SNPs. In the case  $x_{ij} \in \{0, 1, 2\}$ , we have six transitions  $0 \rightarrow 1, 0 \rightarrow 2, 1 \rightarrow 0, 1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 0, \mathbf{x}_j$  enumerated as  $-3, -2, -1, 1, 2, 3$ , and three transitions  $0 \rightarrow 0, 1 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 2$  denoted as 0.

*Step 8.* For the  $k$ -th SNP under condition  $x_{ij} \in \{0, 1\}$ , we use the ratio  $r^*(i, j)$  for computing summed weights of elements  $-1, 0, 1$  at the  $k$ -th position in  $\mathbf{z}(i, j)$  denoted as  $a_k(-1), a_k(0), a_k(1)$ , i.e., we compute

$$a_k(t) = \sum_{(i, j) \in J^*} r_{\text{norm}}^*(i, j) \mathbf{1}(\mathbf{z}_{ij}(k) = t), \quad t = -1, 0, 1.$$

Here  $\mathbf{1}(z_{ij}(k) = t)$  is the indicator function taking the value 1 if  $z_{ij}(k) = t$ , and the value 0 otherwise;  $r_{\text{norm}}^*$  is the normalized ratio. We can also take  $r_{\text{norm}}^*(i, j) = 1$  for all values  $(i, j) \in J^*$ . In this simplified case, we find the numbers of elements  $-1, 0, 1$  at the  $k$ -th position in vectors  $z_{ij}$ ,  $(i, j) \in J^*$ . If  $x_{ij} \in \{0, 1, 2\}$ , then  $t$  takes values from  $T = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ .

*Step 9.* For the  $k$ -th SNP, we compare two numbers  $a_k(t=0)$  and  $\sum_{t \neq 0} a_k(t)$  with a decision threshold  $h$ , i.e., we compare the summed weights of transitions which do not contribute to the difference of vectors of alleles and which correspond to transitions  $0 \rightarrow 0$ ,  $1 \rightarrow 1$ , and the weights of transitions with different values of alleles. If the inequality

$$\sum_{t \neq 0} a_k(t) / a_k(t=0) \geq h$$

is valid, then the corresponding  $k$ -th SNP is important, otherwise it does not belong to the subset of important SNPs. The decision threshold is typically equal to 1.

*Step 10.* For every target SNP, we write the value

$$S_k = \arg \max_{t \in \{-1, 1\}} a_k(t).$$

Values  $S_k = -1$  or  $1$  mean that the allele, corresponding to the  $k$ -th SNP and having values 1 or 0, respectively, contributes to decreasing of the phenotype.

Let us illustrate the above algorithm by means of a toy example. Suppose we have  $n = 3$  individuals whose genotype matrix for 5 bi-allelic SNPs is represented by symbols 0 and 1 which stand for major and minor alleles, respectively. The sorted phenotype values are 45, 15, 10. The initial data are shown in Table 1. We have three pairs of vectors of alleles such that the phenotype differences  $d(y_i, y_j)$ , the genotype transitions, the corresponding Hamming distances between vectors of alleles in every pair and the ratios  $r(i, j)$  are given in Table 2.

Table 1. Genotypes and phenotypes of three individuals

Phenotypes		45	15	10
SNPs	1	0	0	1
	2	0	0	1
	3	1	0	0
	4	1	1	0
	5	1	1	1

Table 2. The genotype transitions and the values  $\rho$  and  $r$

$d(y_i, y_j)$		30	35	5
SNPs	1	0 → 0	0 → 1	0 → 1
	2	0 → 0	0 → 1	0 → 1
	3	1 → 0	1 → 0	0 → 0
	4	1 → 1	1 → 0	1 → 0
	5	1 → 1	1 → 1	1 → 1
$\rho(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$		1	4	3
$r(i, j)$		30	8.75	1.667

Suppose that the threshold  $N$  for selecting the largest values of  $r(i, j)$  is 2. Table 3 shows individuals satisfying this condition and the values  $\mathbf{z}(i, j)$  of transitions taking the values  $-1, 0, 1$  (see Step 7). It can be seen from Table 3 that only the third SNP has two non-zero elements  $\mathbf{z}(i, j)$ . This implies that only the third SNP is important. Indeed, it is obviously from Table 3 that the largest difference is observed between phenotypes of the first and the second individuals. Moreover, only the third SNP separates the first and the second vectors of alleles. Intuitively, we can conclude that this SNP is a reason for the large difference between phenotypes of the first and the second individuals.

Table 3. Vectors  $\mathbf{z}_{ij}$  and decision making about the important SNP

$r^*(i, j)$		30	8.75
SNPs	1	0	-1
	2	0	-1
	3	1	1
	4	0	1
	5	0	1

The FAPI-GWAS for determining important SNPs is given as Algorithm 1.

*Algorithm 1.* A simple FAPI-GWAS algorithm

*Require:*  $\mathbf{X}_{n \times p} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n)$  (binary genotype matrix),  $Y$  (phenotype vector),  $N$ ,  $h$  (parameters)

*Ensure:*  $S_k$  (important SNPs)

1. Order  $(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n)$  such that  $y_1 \geq \dots \geq y_n$
2. for each  $i \leq n$  и  $j > i$  do

3. Build a pair  $(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$
4. Compute  $\rho(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|_2^2$
5. Compute  $r(i, j) = (y_i - y_j) / \rho(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$
6. Compute  $\mathbf{z}_{ij} = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j$
7. *end for*
8.  $J^* = \{(i, j) : N \text{ largest values of } r(i, j)\}$
9. *for each*  $k \leq p$  *do*
10. Compute  $a_k(t) = \sum_{(i,j) \in J^*} r_{\text{norm}}^*(i, j) \mathbf{1}(\mathbf{z}_{ij}(k) = t)$ ,  $t = -1, 0, 1$ .
11. *If*  $\sum_{t \neq 0} a_k(t) \geq h \cdot a_k(t = 0)$  *then* the  $k$ -th SNP is important,
12. Compute  $S_k = \arg \max_{t \in \{-1, 1\}} a_k(t)$
13. *end if*
14. *end for*

The Euclidean distance  $\rho(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  is taken in Algorithm 1. However, other distance metrics depending on the analyzed dataset can be used. These distance metrics can be regarded as tuning elements of the model.

**3. Properties of the algorithm.** Let us point out some properties and advantages of the FAPI-GWAS.

1) The epistatic effect which is viewed as gene-gene interaction should not be separately analyzed. It is implicitly included into the proposed algorithm. Indeed, we do not consider single SNPs. For every pair of vectors of alleles, the difference of the vectors is computed for all SNPs simultaneously. So, if there is a combination of alleles which significantly impact on the phenotype, it produces a large difference between the corresponding phenotype values. This is a very important property which allows us to significantly reduce the computational burden needed for consideration of many SNP pairs.

2) The FAPI-GWAS is very simple. Its computational complexity is  $O(p + n^2)$ , i.e. the complexity is linear with the number of SNPs  $p$ . This is a very important property of the algorithm because the number of SNPs  $p$  is typically 10-100 times the number of individuals  $n$  in the training sample for many problems. Moreover, the algorithm does not require special procedures like Lasso, etc. For comparison purposes, a very interesting algorithm for 2-locus genome-wide association studies [30] has the complexity  $O(p^{3/2})$ . Algorithms FastANOVA [19] and TEAM [22] have the complexity  $O(p^2 n)$ .

3) The FAPI-GWAS does not depend on the set of allele values. For example, a few trivial changes are needed to consider the case  $x_{ij} \in \{0,1,2\}$ . Moreover, the important feature of the algorithm is that the values  $\{0,1,2\}$  or  $\{0,1\}$  are viewed as categorical numbers without order, for example,  $0 < 1 < 2$ . The FAPI-GWAS can be modified for the case  $x_{ij} \in \mathbf{R}$  which takes place in the microarray gene expression data analysis.

4) Another advantage of the FAPI-GWAS is handling missing data in the genotype matrix. We do not need to apply special procedures for pre-processing missing data and their imputation. The missing data just extend the set of values of every  $x_{ij}$ . We use the conservative strategy. For example, suppose  $x_{ij} \in \{0,1\}$  and the missing value is denoted as 2. If we have two missing values at the same  $k$ -th position in vectors  $\mathbf{x}_i$  and  $\mathbf{x}_j$ , then  $z_{ij}(k) = 0$ . This value means that we do not consider the  $k$ -th position in vectors  $\mathbf{x}_i$  and  $\mathbf{x}_j$  as a candidate for getting an important SNP. At the same time, when we have a single missing value at the  $k$ -th position in vectors  $\mathbf{x}_i$  and  $\mathbf{x}_j$ , then  $z_{ij}(k) \neq 0$  in accordance with the strategy that a larger number of important SNPs is preferable because the second selection from a small subset of important SNPs should be carried out by means of the well-known standard procedures.

5) The FAPI-GWAS can be used when the phenotype takes only two values (the case-control study). It is obvious in this case that only a set composed from pairs of individuals taken from the case and control groups, respectively, is analyzed. Indeed,  $d(y_i, y_j) = 0$ ,  $r(i, j) = 0$  if  $y_i = y_j$ , and  $d(y_i, y_j) = 1$ ,  $r(i, j) = 1 / \rho(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  if  $y_i \neq y_j$  (we assume that the vectors of alleles are sorted in descending order of the corresponding phenotypes).

6) For many available algorithms of GWAS using filter methods for selection of the most important SNPs like the Fisher exact test, the one-way ANOVA, etc. we have to predefine a limit number of the important SNPs. The FAPI-GWAS determines this number itself.

7) The FAPI-GWAS can be tuned by means of the parameter  $N$  (the number of largest values of the rate  $r$ ) or parameter  $q$ . On the one hand, too small values of the parameter  $N$  may lead to a large number of target SNPs. As a result, we have to use some additional procedures for restricting the number of SNPs. On the other hand, large values of  $N$  may lead to possible missing SNPs which actually may be very important. There is a compromise choice

of  $N$  which can be carried out by considering all possible values of  $N$  in a predefined grid. Another parameter for tuning is the decision threshold  $h$ .

8) The FAPI-GWAS is flexible. This means that many its elements can be changed. For example, there are many metrics for computing distances between vectors of alleles such that the choice of an appropriate metric might improve the algorithm. Similarity  $S(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  and dissimilarity  $\rho(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  measures of two vectors  $\mathbf{x}_i$  and  $\mathbf{x}_j$  can be applied. If we use similarity measures, then  $r(i, j) = d(y_i, y_j) \cdot S(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ . Another element which could be changed is the choice of the ratio  $r$ . The proposed ratio is one of the possible measures for the target pair localization. It is just a simplest way for defining the measure. Perhaps, other measures might also improve the algorithm.

**4. Numerical experiments.** Numerical experiments are carried out on three populations of double haploid (DH) lines of barley:

1) The first dataset consists of 175 DH lines of barley [31, 32]. The data are available at Oregon Wolfe Barley Data (OWBD) and GrainGenes Tools (<http://wheat.pw.usda.gov/ggpages/maps/OWB/>). The lines are analyzed with respect to the heading date trait. The linkage map consists of 1328 SNPs.

2) The second dataset consists of 92 DH lines of barley from the Dicktoo x Morex cross and described in [33, 34, 35]. The data are available at <http://wheat.pw.usda.gov/ggpages/DxM/>. We analyze the lines with respect to two phenotypic traits: heading date with and without vernalization with an 8-h light/16-h dark photoperiod regime. The linkage map consists of 117 SNPs.

3) The third population dataset includes 150 DH lines of barley from the Steptoe x Morex cross [36]. The corresponding data are available at <http://wheat.pw.usda.gov/ggpages/SxM/>. The linkage map consists of 223 SNPs. The lines are analyzed with respect to the heading date trait measured in 16 environments and grain yield trait measured in 6 environments.

The missing data are handled by means of extending the set of values of every  $x_{ij}$ , i.e., the set of values  $\{0,1\}$  is extended on the set  $\{0,1,2\}$ .

First, we investigate DH lines of barley from OWBD. The parameter  $q$  is 97%. In order to compare the proposed algorithm, we apply the standard tool ANOVA to testing the association between a single marker and a continuous outcome. The F-test is used to assess whether the expected values of a quantitative variable within several predefined groups differ from each other. From this, we can retrieve a p-value for the significance of association between each SNP and the phenotype. Then we correct for multiple testing using the Holm-Bonferroni method. The Manhattan plot generated from the obtained p-values is shown in Figure 3 (the left plot). One can see from the Figure 3 that the significant SNPs have numbers close to 139, 725, 1100. SNPs with these numbers have the smallest p-values.

Let us look at Figure 3 (the right plot) now. It shows a similar Manhattan plot, but significant SNPs are obtained by using the FAPI-GWAS, and p-values are computed for this set again using the Holm-Bonferroni correction. However, the first step of the FAPI-GWAS provides not only the significant SNPs which coincide with the SNPs derived by the standard tool ANOVA. It provides SNPs with numbers 1169 and 1302, which do not belong to the set of significant SNPs obtained by means of the ANOVA. It turns out that the p-values of these single SNPs are larger than 0.05, i.e., they cannot be viewed as significant ones. In contrast to the single-locus approach applied before, we perform the ANOVA test in order to identify interacting SNP-pairs that have strong association with the phenotype. It is important to note that the two-locus ANOVA test is performed on a small number of candidate SNP-pairs which have been obtained by means of the FAPI-GWAS. It turns out that SNPs with numbers 1169 and 1302 interact with SNPs 729 and 725, respectively, such that the corresponding p-values (0.021 and 0.047) after the Holm-Bonferroni correction are smaller than 0.05. In other words, the FAPI-GWAS allows us to implement the efficient epistasis detection.

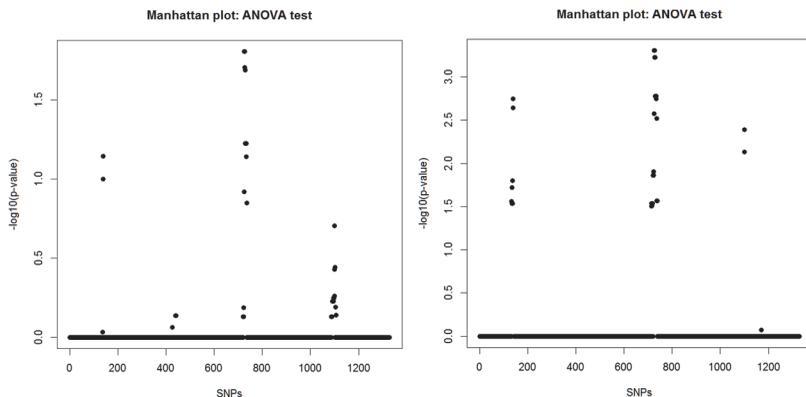


Fig. 3. The Manhattan plot for the OWBD using standard method (left) and the FAPI-GWAS (right)

Let us study the dataset obtained from the Dicktoo x Morex cross. According to Pan et al. [35] (Page 905), top ranked SNPs for heading date with and without vernalization are ABC170-CD064 and Dhn1-BCD265b which correspond to the following numbers of SNPs 22-24 and 111-113, respectively. The ANOVA is applied here again. We get two SNPs with numbers 22 and 112 having the smallest p-values  $1.32 \times 10^{-5}$  and  $2.66 \times 10^{-9}$ , respectively. The corresponding Manhattan plot is shown in Figure 4 (the left plot). Numerical experiments with using the FAPI-GWAS provide quite the same

results. They are shown in Figure 4 (the right plot). However, the FAPI-GWAS indicates that there is the 49-th SNP (saflp35) which has a large p-values, but its interaction with SNPs 112 and 22 gives the p-values 0.0135 and 0.0144, respectively. All p-values are computed by using the Holm-Bonferroni correction.

We get similar results for the unvernalized treatment (the second phenotypic trait). In addition, we obtain SNPs with numbers 36, 59, 76, which are called as saflp219, SOLPRO, HorB, respectively, and which are located on different chromosomes. These SNPs interact with the SNP 22 with the corresponding p-values 0.0034, 0.038, 0.045, respectively.

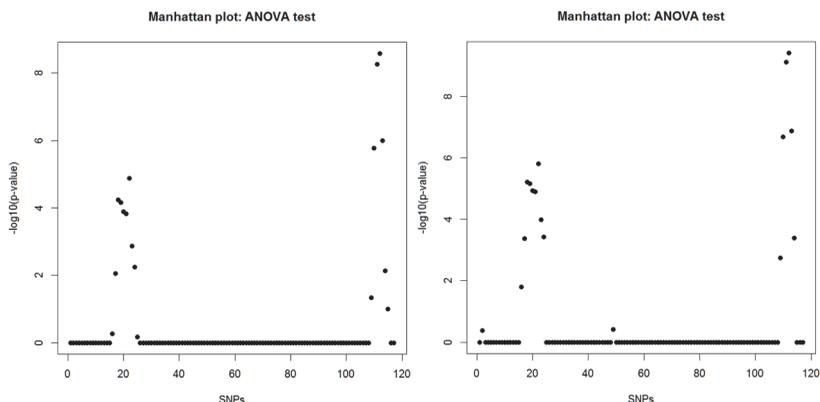


Fig. 4. The Manhattan plots for the Dicktoo x Morex data set using standard method (left) and the FAPI-GWAS (right)

The third dataset obtained from the Steptoe x Morex cross. First, we analyze lines with respect to the heading date trait. According to the standard ANOVA test, the 47-th SNP has the smallest p-value which is  $8.5 \times 10^{-19}$ . Other significant SNPs have numbers 68, 82, 205. However, they have larger p-values, namely,  $1.48 \times 10^{-3}$ ,  $1.37 \times 10^{-5}$ ,  $8.12 \times 10^{-3}$ . The Manhattan plot generated from the obtained p-values is shown in Figure 5 (the left plot). By using the FAPI-GWAS, we get quite the same results. The Manhattan plot generated from the p-values obtained by means of the FAPI-GWAS is shown in Figure 5 (the right plot). Moreover, we obtain the strong interactions of SNPs 47×82 (p-value is  $1.7 \times 10^{-26}$ ), 47×205 (p-value is  $7.66 \times 10^{-24}$ ), 47×68 (p-value is  $2.07 \times 10^{-21}$ ), 47×165 (p-value is  $4.65 \times 10^{-13}$ ), 47×102 (p-value is  $1.07 \times 10^{-12}$ ), 47×134 (p-value is  $2.26 \times 10^{-12}$ ).

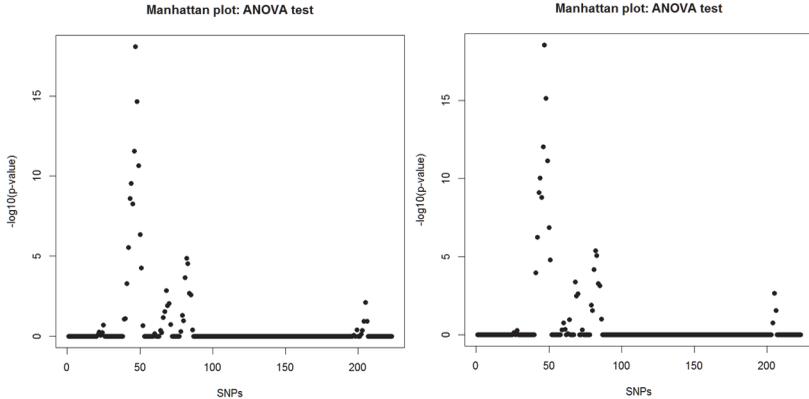


Fig. 5. The Manhattan plots for the Steptoe x Morex data set (the heading date trait) using standard method (left) and the FAPI-GWAS (right)

The standard analysis with respect to the grain yield trait gives the following significant SNPs and their p-values in parentheses: 82 ( $2.69 \times 10^{-11}$ ), 20 ( $1.03 \times 10^{-2}$ ), 68 ( $3.02 \times 10^{-2}$ ), 129 ( $4.04 \times 10^{-1}$ ). The FAPI-GWAS provides the same significant SNPs. Additionally, we get the following interacting SNPs: 82×112 ( $1.8 \times 10^{-11}$ ), 82×151 ( $5.56 \times 10^{-8}$ ), 82×135 ( $5.12 \times 10^{-6}$ ), 82×195 ( $1.22 \times 10^{-5}$ ). The corresponding Manhattan plots generated from the p-values for the grain yield trait are shown in Figure 6.

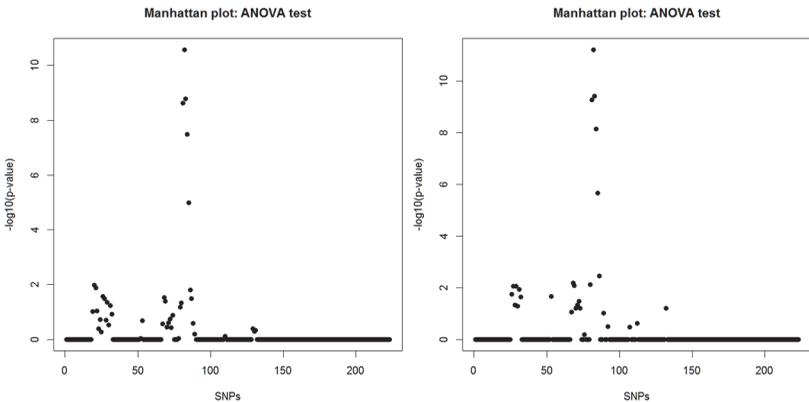


Fig. 6. The Manhattan plots for the Steptoe x Morex data set (the grain yield trait) using standard method (left) and the FAPI-GWAS (right)

**5. Discussion how to improve the algorithm.** Let us point out shortcomings of the FAPI-GWAS and discuss possible ways to overcome them and to improve the algorithm.

First, numerous experiments with real data illustrate that the FAPI-GWAS selects groups of adjacent strongly correlated SNPs in the same chromosomal region which are not inherited randomly. This effect is similar to those taking a place in the ridge regression algorithm which tends to select all of the correlated SNPs and make their importance coefficients to be equal. In contrast to the ridge regression, the Lasso method tends to select only one SNP from the group of correlated ones. Therefore, the problem of correlated SNPs can be solved by using a two-step procedure. The first step is based on the FAPI-GWAS. The result of this step is a small set of important SNPs. The second step uses the Lasso method or its modification, for example, the adaptive Lasso, in order to remove the correlated SNPs from the available small set. Moreover, we can use a modification of the Lasso which takes into account the epistatic effect because the number of possible pairs of SNPs after the first step is rather small.

Another way to treat with the correlated SNPs is to use the standard tools for testing the association between single SNPs and a continuous phenotype, including for example, one-way ANOVA. In order to identify two-locus epistatic effect or interacting SNP-pairs that have strong association with the phenotype, an algorithm for the two-locus ANOVA test can be used. There are many approximated methods for reducing the computational burden. They are reviewed in detail for a case-control study when the phenotype can be represented as a binary variable with 0 representing controls and 1 representing cases as well as for the quantitative trait locus analysis when the phenotype is quantitative [4]. Most methods are reduced to two steps. The first step is reduction of a set of SNPs in order to apply standard statistical procedures to this reduced set of SNPs. The standard statistical procedures make up the second step. The reduction of the set of correlated SNPs can be successfully implemented by means of the FAPI-GWAS as the first step. As a result, we get a small subset of important SNPs which can be processed by statistical tests, for instance, ANOVA test, in order to remove the correlated SNPs located on the same chromosome.

We point out another shortcoming which has been observed in numerical experiments. Since the number of SNPs is much larger than the number of individuals, then we observe only a very small number of vectors  $\mathbf{x}_i$  among all possible vectors. This implies that contributions of some important SNPs in a pair of vectors of alleles  $(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  may be hidden when there are many transitions in this pair, for example, from 0 to 1 and from 1 to 0. In this case, the distance between vectors is large, and this

pair does not get to a set of  $N$  best pairs with the largest ratios  $r(i, j)$ . One of the ways to overcome the difficulty is to apply the combination of the bagging method [37] and the random subspace method [38]. The FAPI-GWAS can be improved by using a combination of the bagging method for individuals and the random subspace method for SNPs. The random sampling of individuals in the proposed method allows us to smooth some outliers of the phenotype caused by random factors. By means of the random sampling of SNPs, we try to reduce the effect of SNPs which mask the effect of subsets of important SNPs.

**6. Conclusion.** In this paper, a very fast and simple algorithm for GWAS, including SNP interaction detection, has been presented. In spite of its simplicity, the FAPI-GWAS can be applied to various GWAS problems and cases from the analysis of binary genotype matrices to the microarray gene expression data analysis. Moreover, the algorithm can be simply extended, for example, on the bagging method.

At the same time, it is important to note that the algorithm should be used jointly with another algorithm, for example, with the ANOVA tests to identify the association between a single marker or interacting SNP-pairs and a continuous outcome. At that, the second stage uses a set of significant SNPs which is obtained at the first stage by means of the FAPI-GWAS.

The results of numerical experiments and the logic underlying the FAPI-GWAS have demonstrated that it outperforms the standard algorithms from the computational point of view for many real data sets. Moreover, it takes into account the epistatic effect or the SNP-SNP interaction. We have analyzed DH populations of barley for purposes of numerical experiments. The experiments have illustrated the FAPI-GWAS efficiency. The obtained sets of significant SNPs have coincided with similar sets obtained by means of standard algorithms. Moreover, we could see that SNP-SNP interactions detected by means of the FAPI-GWAS were successfully validated by performing the two-locus ANOVA test. However, we have investigated only rather small data sets and only a simplest implementation of the FAPI-GWAS. It has been done because we aimed to compare results of the FAPI-GWAS with the well-known standard technique. We aimed to get added evidence that the algorithm copes with tasks of the GWAS. It should be noted that a lot of experiments have to be performed in order to evaluate how the FAPI-GWAS handles various types of data set, large data sets, how its modifications and extensions outperform the available algorithms. These questions are directions for further research.

## References

1. Mieth B. et al. Combining multiple hypothesis testing with machine learning increases the statistical power of genome-wide association studies. *Scientific reports*. 2016. vol. 6. Article number: 36671. pp. 1–14.

2. Koo C.L., Liew M.J., Mohamad M.S., Salleh A.H.M. Review for Detecting Gene-Gene Interactions Using Machine Learning Methods in Genetic Epidemiology. *Bio-Med Research International*. 2013. vol. 2013. Article ID 432375. 13 p.
3. Yang J., Lee S.H., Goddard M.E., Visscher P.M. Genome-wide complex trait analysis (GCTA): methods, data analyses, and interpretations. *Genome-wide association studies and genomic prediction*. 2013. pp. 215–236.
4. Korte A., Farlow A. The advantages and limitations of trait analysis with GWAS: a review. *Plant Methods*. 2013. vol. 9(29). pp. 1–9.
5. Chandrashekar G., Sahin F. A survey on feature selection methods. *Computers & Electrical Engineering*. 2014. vol. 40(1). pp. 16–28.
6. Kim T.K. Understanding one-way ANOVA using conceptual figures. *Korean Journal of Anesthesiology*. 2017. vol. 70(1). pp. 22–26.
7. Dimou N.L., Tsirigou K.D., Elofsson A., Bagos P.G. GWAR: robust analysis and meta-analysis of genome-wide association studies. *Bioinformatics*. 2017. vol. 33(10). pp. 1521–1527.
8. Duan W. et. al. A fast algorithm for Bayesian multi-locus model in genome-wide association studies. *Molecular Genetics and Genomics*. 2017. vol. 292(4). pp. 923–934.
9. Franberg M. et. al. Fast and general tests of genetic interaction for genome-wide association studies. *PLOS Computational Biology*. 2017. vol. 13(6). pp. e1005556.
10. Wang S., He S., Yuan F., Zhu X. Tagging SNP-set selection with maximum information based on linkage disequilibrium structure in genome-wide association studies. *Bioinformatics*. 2017. vol. 33(14). pp. 2078–2081.
11. Lander E.S., Botstein D. Mapping Mendelian factors underlying quantitative traits using RFLP linkage maps. *Genetics*. 1989. vol. 121(1). pp. 185–199.
12. James G., Witten D., Hastie T., Tibshirani R. An introduction to statistical learning. Springer. 2013. 426 p.
13. Wray N.R. Pitfalls of predicting complex traits from SNPs. *Nature Reviews Genetics*. 2013. vol. 14(7). pp. 507–515.
14. Hayes B. Overview of statistical methods for genome-wide association studies (GWAS). *Methods in Molecular Biology*. 2013. vol. 1019. pp. 149–169.
15. Visscher P.M. et. al. 10 Years of GWAS Discovery: Biology, Function, and Translation. *The American Journal of Human Genetics*. 2017. vol. 101(6). pp. 5–22.
16. Bühlmann P. High-dimensional statistics, with applications to genome-wide association studies. *EMS Surveys in Mathematical Sciences*. 2017. vol. 4(1). pp. 45–75.
17. Uppu S., Krishna A., Gopalan R. A review of machine learning and statistical approaches for detecting SNP interactions in high-dimensional genomic data. *IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics*. 2016. vol. PP(99). pp. 1545–5963.
18. Li J., Zhong W., Li R., Wu R. Boost: A fast algorithm for detecting gene-gene interactions in genome-wide association studies. *The Annals of Applied Statistics*. 2014. vol. 8(4). pp. 2292–2318.
19. Zhang X., Zou F., Wang W. FastANOVA: an efficient algorithm for genome-wide association study. Proceedings of the 14th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. 2008. pp. 821–829.
20. Zhang X., Zou F., Wang W. FastChi: an efficient algorithm for analyzing gene-gene interactions. Proceedings of the Pacific Symposium on Biocomputing PMC. 2009. vol. 14. pp. 528–539.
21. Zhang X. et. al. COE: a general approach for efficient genome-wide two-locus epistasis test in disease association study. *Research in Computational Molecular Biology*. 2009. pp. 253–269.
22. Zhang X., Huang S., Zou F., Wang W. TEAM: efficient two-locus epistasis tests in human genome-wide association study. *Bioinformatics*. 2010. vol. 26(12). pp. i217–i227.

23. Zhang Y., Liu J.S. Bayesian inference of epistatic interactions in case-control studies. *Nature Genetics*. 2007. vol. 39(9). pp. 1167–1173.
24. Li J. et. al. Detecting gene-gene interactions using a permutation-based random forest method. *BioData Mining*. 2016. vol. 9(1). pp. 14–30.
25. Moore J.H., Andrews P.C. Epistasis analysis using multifactor dimensionality reduction. *Epistasis*. 2015. pp. 301–314.
26. Bocianowski J. Estimation of epistasis in doubled haploid barley populations considering interactions between all possible marker pairs. *Euphytica*. 2014. vol. 196(1). pp. 105–115.
27. Zhou Z., Liu G., Su L. A new approach to detect epistasis utilizing parallel implementation of ant colony optimization by MapReduce framework. *International Journal of Computer Mathematics*. 2016. vol. 93(3). pp. 511–523.
28. Ma L., Clark A.G., Keinan A. Gene-based testing of interactions in association studies of quantitative traits. *PLoS genetics*. 2013. vol. 9(2). pp. e1003321-12.
29. Niel C., Sinoquet C., Dina C., Rocheleau G. A survey about methods dedicated to epistasis detection. *Frontiers in Genetics*. 2015. vol. 6. Article 285. pp. 1–19.
30. Achlioptas P., Scholkopf B., Borgwardt K. Two-locus association mapping in subquadratic time. Proceedings of the 17th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. 2011. pp. 726–734.
31. Chutimanitsakun Y. Construction and application for QTL analysis of a restriction site associated DNA (rad) linkage map in barley. *BMC Genomics*. 2011. vol. 12. no. 4. pp. 1–13.
32. Cistue L. et. al. Comparative mapping of the Oregon Wolfe barley using doubled haploid lines derived from female and male gametes. *Theoretical and applied genetics*. 2011. vol. 122(7). pp. 1399–1410.
33. Hayes P.M. et. al. Quantitative trait loci on barley (*Hordeum vulgare* L.) chromosome 7 associated with components of winterhardiness. *Genome*. 1993. vol. 36(1). pp. 66–71.
34. Hayes P. et. al. The Dicktoo x Morex population. *Plant Cold Hardiness*. 1997. pp. 77–87.
35. Pan A. et. al. Genetic analysis of the components of winterhardiness in barley (*Hordeum vulgare* L.). *Theoretical and Applied Genetics*. 1994. vol. 89(7-8). pp. 900–910.
36. Close T.J. et. al. Development and implementation of high-throughput SNP genotyping in barley. *BMC Genomics*. 2009. vol. 10. no. 1. pp. 582.
37. Breiman L. Bagging predictors. *Machine Learning*. 1996. vol. 24(2). pp. 123–140.
38. Ho T.K. The random subspace method for constructing decision forests. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 1998. vol. 20(8). pp. 832–844.

**Utkin Lev Vladimirovich** — Ph.D., Dr. Sci., professor, professor of telematics (under Russian state scientific center for robotics and technical cybernetics (RTC)) of Institute of applied mathematics and mechanics, Peter the Great Saint-Petersburg Polytechnic University. Research interests: machine learning, uncertainty representation, decision making under incomplete information, reliability theory, bioinformatics. The number of publications — 344. lev.utkin@gmail.com, <http://levvu.narod.ru>; 29, Polytechnicheskaya, St. Petersburg, 195251; office phone: +7(812)552-6521.

**Utkina Irina Lvovna** — Master's degree student, Skolkovo Institute of Science and Technology, research assistant of research and innovation complex “Nanobiotechnologies”, Peter the Great Saint-Petersburg Polytechnic University. Research interests: bioinformatics, biophysics, mathematical statistics. The number of publications — 4. ira.l.utkina@gmail.com; 29, Polytechnicheskaya, St.Petersburg, 195251; office phone: +7(977)821-0425.

Л.В. УТКИН, И.Л. УТКИНА  
**БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩИЙ АЛГОРИТМ ПОЛНОГЕНОМНОГО  
ПОИСКА АССОЦИАЦИЙ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ПАР  
ОБЪЕКТОВ**

*Уткин Л.В., Уткина И.Л. Быстродействующий алгоритм полногеномного поиска ассоциаций на основе анализа пар объектов.*

**Аннотация.** Предложен простой быстродействующий алгоритм полногеномного поиска ассоциаций для оценки основного и эпистатического эффекта влияния маркеров или единичных нуклеотидных полиморфизмов (SNP). Основная идея, лежащая в основе алгоритма, заключается в сравнении генотипов пар объектов популяции и сравнении соответствующих значений фенотипа. В алгоритме используется интуитивное предположение, что изменения аллелей, соответствующих важным SNP у пары объектов, приводят к большому различию значений фенотипа этих индивидуумов. Алгоритм основан на рассмотрении пар индивидуумов вместо SNP или пар SNP. Основным преимуществом алгоритма является то, что он слабо зависит от количества SNP в матрице генотипов. В основном он зависит от количества объектов, которое, как правило, очень мало по сравнению с количеством SNP. Другое важное преимущество алгоритма заключается в том, что он позволяет без дополнительных вычислений обнаруживать эпистатический эффект, рассматриваемый как взаимодействие генов. Алгоритм также может использоваться в случае, когда фенотип принимает только два значения (схема случай–контроль). Кроме того, алгоритм может быть достаточно просто расширен с анализа двоичной матрицы генотипов на случай количественного анализа экспрессии генов. Численные эксперименты с реальными наборами данных, состоящими из популяций удвоенных гаплоидных линий ячменя, иллюстрируют преимущество предлагаемого алгоритма по сравнению со стандартными алгоритмами полногеномного поиска ассоциаций с вычислительной точки зрения, особенно для обнаружения эпистатического эффекта. Пути для повышения эффективности предлагаемого алгоритма также обсуждаются в статье.

**Ключевые слова:** полногеномный поиск ассоциаций; ANOVA; машинное обучение; эпистаз; SNP; метрика расстояния.

**Уткин Лев Владимирович** — д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры телематики (при ЦНИИ РТК) института прикладной математики и механики, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ). Область научных интересов: интеллектуальный анализ данных, представление неопределенности, принятие решений при неполной информации, теория надежности, биоинформатика. Число научных публикаций — 344. lev.utkin@gmail.com, http://levvu.narod.ru; Политехническая, 29, Санкт-Петербург, 195251; р.т.: +7(812)552-6521.

**Уткина Ирина Львовна** — магистрант, Сколковский институт науки и технологий (Сколтех), лаборант-исследователь научно-исследовательского комплекса «Нанобиотехнологии», Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ). Область научных интересов: биофизика, биоинформатика, математическая статистика. Число научных публикаций — 4. ira.l.utkina@gmail.com; Политехническая, 29, Санкт-Петербург, 195251; р.т.: +7(977)821-0425.

### Литература

1. *Mieth B. et al.* Combining multiple hypothesis testing with machine learning increases the statistical power of genome-wide association studies // *Scientific reports*. 2016. vol. 6. Article number: 36671. pp. 1–14.

2. *Koo C.L., Liew M.J., Mohamad M.S., Salleh A.H.M.* Review for Detecting Gene-Gene Interactions Using Machine Learning Methods in Genetic Epidemiology // *BioMed Research International*. 2013. vol. 2013. Article ID 432375. 13 p.
3. *Yang J., Lee S.H., Goddard M.E., Visscher P.M.* Genome-wide complex trait analysis (GCTA): methods, data analyses, and interpretations // *Genome-wide association studies and genomic prediction*. 2013. pp. 215–236.
4. *Korte A., Farlow A.* The advantages and limitations of trait analysis with GWAS: a review // *Plant Methods*. 2013. vol. 9(29). pp. 1–9.
5. *Chandrashekar G., Sahin F.* A survey on feature selection methods // *Computers & Electrical Engineering*. 2014. vol. 40(1). pp. 16–28.
6. *Kim T.K.* Understanding one-way ANOVA using conceptual figures // *Korean Journal of Anesthesiology*. 2017. vol. 70(1). pp. 22–26.
7. *Dimou N.L., Tsirigos K.D., Elofsson A., Bagos P.G.* GWAR: robust analysis and meta-analysis of genome-wide association studies // *Bioinformatics*. 2017. vol. 33(10). pp. 1521–1527.
8. *Duan W. et al.* A fast algorithm for Bayesian multi-locus model in genome-wide association studies // *Molecular Genetics and Genomics*. 2017. vol. 292(4). pp. 923–934.
9. *Franberg M. et al.* Fast and general tests of genetic interaction for genome-wide association studies // *PLOS Computational Biology*. 2017. vol. 13(6). pp. e1005556.
10. *Wang S., He S., Yuan F., Zhu X.* Tagging SNP-set selection with maximum information based on linkage disequilibrium structure in genome-wide association studies // *Bioinformatics*. 2017. vol. 33(14). pp. 2078–2081.
11. *Lander E.S., Botstein D.* Mapping Mendelian factors underlying quantitative traits using RFLP linkage maps // *Genetics*. 1989. vol. 121(1). pp. 185–199.
12. *James G., Witten D., Hastie T., Tibshirani R.* An introduction to statistical learning // Springer. 2013. 426 p.
13. *Wray N.R.* Pitfalls of predicting complex traits from SNPs // *Nature Reviews Genetics*. 2013. vol. 14(7). pp. 507–515.
14. *Hayes B.* Overview of statistical methods for genome-wide association studies (GWAS) // *Methods in Molecular Biology*. 2013. vol. 1019. pp. 149–169.
15. *Visscher P.M. et al.* 10 Years of GWAS Discovery: Biology, Function, and Translation // *The American Journal of Human Genetics*. 2017. vol. 101(6). pp. 5–22.
16. *Bühlmann P.* High-dimensional statistics, with applications to genome-wide association studies // *EMS Surveys in Mathematical Sciences*. 2017. vol. 4(1). pp. 45–75.
17. *Uppu S., Krishna A., Gopalan R.* A review of machine learning and statistical approaches for detecting SNP interactions in high-dimensional genomic data // *IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics*. 2016. vol. PP(99). pp. 1545–5963.
18. *Li J., Zhong W., Li R., Wu R.* Boost: A fast algorithm for detecting gene-gene interactions in genome-wide association studies // *The Annals of Applied Statistics*. 2014. vol. 8(4). pp. 2292–2318.
19. *Zhang X., Zou F., Wang W.* FastANOVA: an efficient algorithm for genome-wide association study // *Proceedings of the 14th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*. 2008. pp. 821–829.
20. *Zhang X., Zou F., Wang W.* FastChi: an efficient algorithm for analyzing gene-gene interactions // *Proceedings of the Pacific Symposium on Biocomputing PMC*. 2009. vol. 14. pp. 528–539.
21. *Zhang X. et al.* COE: a general approach for efficient genome-wide two-locus epistasis test in disease association study // *Research in Computational Molecular Biology*. 2009. pp. 253–269.
22. *Zhang X., Huang S., Zou F., Wang W.* TEAM: efficient two-locus epistasis tests in human genome-wide association study // *Bioinformatics*. 2010. vol. 26(12). pp. i217–i227.

23. *Zhang Y., Liu J.S.* Bayesian inference of epistatic interactions in case-control studies // *Nature Genetics*. 2007. vol. 39(9). pp. 1167–1173.
24. *Li J. et. al.* Detecting gene-gene interactions using a permutation-based random forest method // *BioData Mining*. 2016. vol. 9(1). pp. 14–30.
25. *Moore J.H., Andrews P.C.* Epistasis analysis using multifactor dimensionality reduction // *Epistasis*. 2015. pp. 301–314.
26. *Bocianowski J.* Estimation of epistasis in doubled haploid barley populations considering interactions between all possible marker pairs // *Euphytica*. 2014. vol. 196(1). pp. 105–115.
27. *Zhou Z., Liu G., Su L.* A new approach to detect epistasis utilizing parallel implementation of ant colony optimization by MapReduce framework // *International Journal of Computer Mathematics*. 2016. vol. 93(3). pp. 511–523.
28. *Ma L., Clark A.G., Keinan A.* Gene-based testing of interactions in association studies of quantitative traits // *PLoS genetics*. 2013. vol. 9(2). pp. e1003321-12.
29. *Niel C., Sinoquet C., Dina C., Rocheleau G.* A survey about methods dedicated to epistasis detection // *Frontiers in Genetics*. 2015. vol. 6. Article 285. pp. 1–19.
30. *Achlioptas P., Scholkopf B., Borgwardt K.* Two-locus association mapping in subquadratic time // *Proceedings of the 17th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*. 2011. pp. 726–734.
31. *Chutimanitsakun Y.* Construction and application for QTL analysis of a restriction site associated DNA (rad) linkage map in barley // *BMC Genomics*. 2011. vol. 12. no. 4. pp. 1–13.
32. *Cistue L. et. al.* Comparative mapping of the Oregon Wolfe barley using doubled haploid lines derived from female and male gametes // *Theoretical and applied genetics*. 2011. vol. 122(7). pp. 1399–1410.
33. *Hayes P.M. et. al.* Quantitative trait loci on barley (*Hordeum vulgare* L.) chromosome 7 associated with components of winterhardiness // *Genome*. 1993. vol. 36(1). pp. 66–71.
34. *Hayes P. et. al.* The Dicktoo x Morex population // *Plant Cold Hardiness*. 1997. pp. 77–87.
35. *Pan A. et. al.* Genetic analysis of the components of winterhardiness in barley (*Hordeum vulgare* L.) // *Theoretical and Applied Genetics*. 1994. vol. 89(7-8). pp. 900–910.
36. *Close T.J. et. al.* Development and implementation of high-throughput SNP genotyping in barley // *BMC Genomics*. 2009. vol. 10. no. 1. pp. 582.
37. *Breiman L.* Bagging predictors // *Machine Learning*. 1996. vol. 24(2). pp. 123–140.
38. *Ho T.K.* The random subspace method for constructing decision forests // *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 1998. vol. 20(8). pp. 832–844.

J.N. GALIĆ, S.T. JOVIČIĆ, V.D. DELIĆ, B.R. MARKOVIĆ,  
D.S. ŠUMARAC PAVLOVIĆ, Đ.T. GROZDIĆ

## HMM-BASED WHISPER RECOGNITION USING $\mu$ -LAW FREQUENCY WARPING

---

*Galić J.N., Jovičić S.T., Delić V.D., Marković B.R., Šumarac Pavlović D.S., Grozdić Đ.T.*  
**HMM-based Whisper Recognition using  $\mu$ -law Frequency Warping.**

**Abstract.** Due to the lack of sufficient amount of whisper data for training, whispered speech recognition is a serious challenge for state-of-the-art Automatic Speech Recognition (ASR) systems. Because of great acoustic mismatch between neutral and whispered speech, ASR systems are faced with significant drop of performance when applied to whisper.

In this paper, we give an analysis of neutral and whispered speech recognition based on traditional Hidden Markov Models (HMM) framework, in a Speaker Dependent (SD) and Speaker Independent (SI) cases. Special attention is paid to the neutral-trained recognition of whispered speech (N/W scenario). The ASR system is developed for recognition of isolated words from a real database (Whi-Spe) of neutral-whisper speech pairs. In the N/W scenario, a meaningful gain in robustness is achieved with the proposed frequency warping, originally developed for speech signal compression and expanding in digital telecommunication systems. Simultaneously, good performances in recognition of neutral speech are retained.

Compared to baseline recognition with Mel-frequency Cepstral Coefficients (MFCC), word recognition accuracy with cepstral coefficients using proposed frequency warping (denoted as  $\mu$ FCC) is improved for 7.36% (SD) and 3.44% (SI), absolute. As well, the F-measure (harmonic mean of the precision and recall) for  $\mu$ FCC feature vectors is increased for 6.90% (SD) and 3.59 (SI). Statistical tests confirm significance of the achieved improvement in recognition accuracy.

**Keywords:** automatic speech recognition, feature extraction, hidden Markov models, human voice, whisper, speech processing.

---

**1. Introduction.** Speech is the most natural and convenient form of interpersonal communication. According to the level of vocal effort, speech is classified in 5 modes: whispered, soft, normally phonated (neutral), loud and shouted speech [1]. Whisper is the most distinctive mode because of the lack of glottal vibrations and noisy excitation of the vocal tract. Humans tend to whisper or generally lower their voice for several reasons. First, it is used in situations where aloud speech is prohibited or inappropriate (e.g. in theatre or reading room); second, if some confidential information should not be heard from uninvolved parties, and third, in criminal activities for hiding their identity. In addition to conscious production of whisper, it may be phonated as a result of health issues, which appear after laryngitis or rhinitis.

State-of-the-art Automatic Speech Recognition (ASR) systems show good performances (accuracy and speed) and wide-spread commercial use. At the same time, they express high sensitivity when exposed to speech different from one used in training which is usually neutral speech recorded in controlled or even laboratory conditions. Recognition of such atypical speech with satisfactory accuracy independent from speaker is a challenging task for research community, and includes:

- speech changed in vocal effort;
- speech under different kinds of emotional states;
- various speaker dialects;
- Lombard effect speech;
- speech in adverse conditions (environment noise, reverberation, loudness, etc.).

In a range of speech modes from whisper to shouted, whispered speech has the most negative impact on the performance of the ASR system [2]. A considerable acoustic mismatch between neutral and whispered speech has dominant influence on such performance degradation. Since whisper data are not generally available (or at least not in a sufficient amount) for training of ASR systems, the greatest attention is paid to whisper recognition with ASR system trained with neutral speech only.

In this paper it is shown that using novel frequency warping for feature extraction in traditional Hidden Markov Models (HMM) framework gives accuracy in whisper recognition comparable with deep learning approach. In order to improve whisper recognition accuracy using neutral-trained ASR system, feature extraction based on  $\mu$ -law frequency warping is introduced. Therefore, the improvement in whisper recognition accuracy is achieved without model adaptation, feature mapping or increase in number of cepstral coefficients. Moreover, it is shown that a filterbank resolution in high and low frequency range of speech has an influence on accuracy in mismatched train/test scenarios. This study includes recognition of isolated words in neutral and whispered phonation in both Speaker Dependent (SD) and Speaker Independent (SI) cases.

The remainder of this paper is organized in 6 sections as follows. In Section 2, the literature survey on whisper recognition and description of available speech databases are briefly discussed. Section 3 gives basic characteristics of whispered speech and comparison with neutral speech.

Explanation of proposed frequency warping is given in Section 4. Experimental preparation (speech database, feature extraction procedure and ASR system) is described in Section 5. Experimental results and discussion are given in Section 6, while concluding remarks and directions for future work are stated in Section 7.

**2. Related Works.** The main prerequisite for effective language-dependent use of whispered speech in modern ASR system is extensive and systematically created speech database. To the best of our knowledge, there are only few speech databases with recordings in both speech modes: English [3], Serbian [4], Mandarin [5] and Polish [6].

One of the earliest research studies in recognition of whispered speech (over a cellular phone) was conducted for Japanese at University of Nagoya [2]. The research demonstrated that using small amount of whispered speech per target speaker (10 to 50 sentences) can be effectively used for whisper recognition. Subsequent studies were focused on compensation of differences between neutral and whispered speech. Significant improvement for whisper speaker identification was obtained with frequency warping and score competition [7]. Compared with closed-set speaker ID task based on a traditional Mel-frequency Cepstral Coefficients (MFCC), an exponential based frequency warping gave absolute accuracy gain of 27%.

High accurate detection of whisper-islands embedded within continuous neutral speech was achieved with linear prediction residual and entropy-based features [8-9]. Whisper recognition based on deep neural networks and KALDI toolkit was investigated in [6].

The generation of pseudo-whisper for efficient model adaptation based on Vector Taylor Series (VTS) algorithm was demonstrated in [10-11]. Together with vocal tract length normalization and shift frequency transformation the Word Error Rate (WER) reduction from 27.7% to 17.5% (for open speaker scenario) was reported. The ASR system was speaker independent with constrained lexicon [3, 10-11]. The research studies demonstrated that WERs were considerably reduced after adapting the acoustic model toward the VTS or denoising autoencoders pseudo-whisper samples, compared to model adaptation on an available small whisper set.

Preceding papers related to recognition of whispered speech from Whi-Spe database [4], were focused to SD case. Comparison between different normalization techniques was analyzed in [12]. The following

normalization techniques were tested and compared: CMN (Cepstral Mean Normalization), CVN (Cepstral Variance Normalization), MVN (Cepstral Mean and Variance Normalization), CGN (Cepstral Gain Normalization) and quantile-based dynamic normalization techniques such as QCN and QCN-RASTA. The best results were obtained using CMN.

Recently, using Teager energy cepstral coefficients with deep denoising autoencoder and inverse filtering has brought many benefits in speaker dependent neutral-trained whisper recognition [13-14].

Although a novel contribution was represented in each study, commercially available speaker independent recognition of whispered speech is an important problem that needs to be addressed in details.

**3. Characteristics of Whispered Speech.** Whisper is a specific style of speech which is, according to the characteristics, nature and generating mechanism, quite different from neutral speech. As already mentioned, the main characteristics of whisper are an absence of fundamental frequency and noisy excitation of the vocal tract. It was determined that the formant frequencies for whispered vowels are substantially higher than for the neutral voice [15]. Compared to normally phonated speech, whisper has lower frame energy, longer duration of speech and silence, flatter long-term spectrum and lower Sound Pressure Level (SPL) [1]. However, despite the fact that an increased effort in speech perception is needed, the intelligibility of whisper is very high. An average identification accuracy of 82% for vowels in [hVd] syllables in whisper mode has been shown in [16]. On the other hand, non-linguistic information is hardly revealed in whisper, like age, sex, emotions or identity.

In Figures 1 and 2 the waveform and spectrogram of the short sentence in Serbian "Govor šapata." ("Whispered speech." in English), uttered in neutral and whispered speech, are depicted, respectively. The figures are supported with a phonetic transcription. Because of the lack of sonority, a difference in amplitude levels between the two modes of speech can be observed. Also, the spectrograms show that some parts of spectrum are well preserved in whisper. That is especially strong for unvoiced consonants, such as fricative /š/ (/ʃ/ in IPA notation) and plosives /p/ and /t/. A similar shape of spectrum of vibrant /r/ in Serbian is observed. Moreover, the waveform and spectrogram show that the harmonic structure of vowels is lost in whisper.

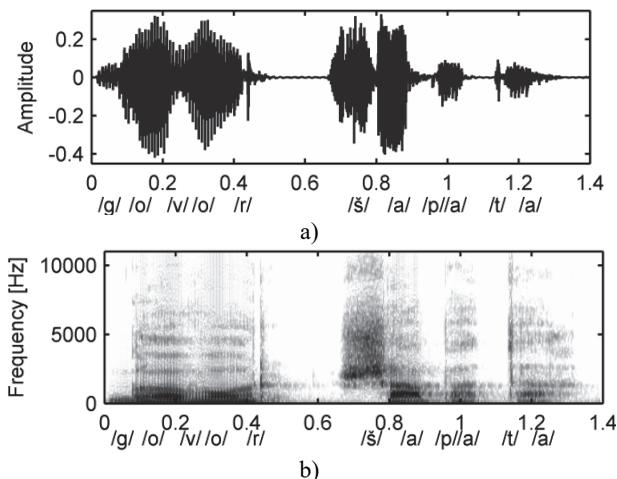


Fig. 1. The waveform (a) and the spectrogram (b) of a short sentence in Serbian "Govor šapata" uttered in normal phonation (neutral speech). The time in seconds is given on the abscissa

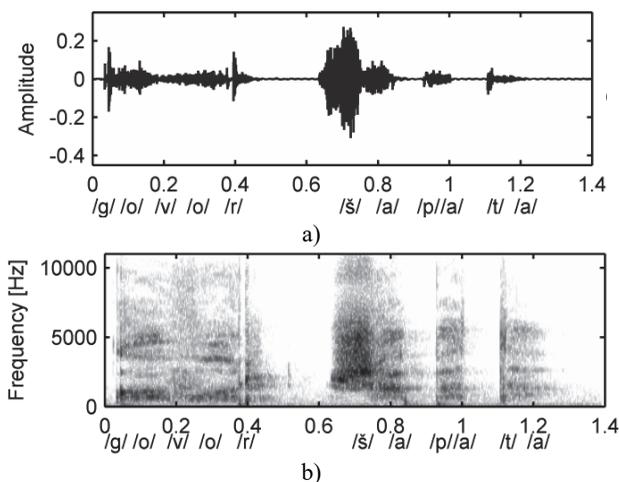


Fig. 2. The waveform (a) and the spectrogram (b) of a short sentence in Serbian "Govor šapata" uttered in whispered speech. The time in seconds is given on the abscissa

**4. Novel Frequency Warping.** Several frequency warping schemes commonly used in ASR are presented in this section, including a new one – proposed in this paper.

Mel-frequency cepstral coefficients (MFCC) are traditional and the most popular feature vectors for speech characterization in ASR systems. Their mel-warped frequency scale, which emulates human's ear sound perception, is given in the following equation:

$$f[\text{mel}] = 2595 \cdot \log_{10}(1 + f[\text{Hz}] / 700). \quad (1)$$

In some special ASR tasks, Linear Frequency Cepstral Coefficients (LFCCs) have shown considerable improvement in regard to MFCCs, especially in speaker identification in whisper mode [17].

Likewise, Perceptive Linear Prediction (PLP) feature vectors [18] are frequently used, specifically in adverse conditions. They are based on bark psychoacoustical scale on which equal distances correspond with perceptually equal distances. The scale corresponds to 24 critical bands of hearing and ranges from 1 up to 24.

Frequency warping based on bark scale is given in the following equation:

$$f[\text{bark}] = 6 \cdot \sinh^{-1}(f[\text{Hz}] / 600), \quad (2)$$

where  $\sinh^{-1}(x)$  denotes inverse sine hyperbolic function.

Filterbank frequency characteristics based on mel, linear, and bark frequency scale are depicted in Figure 3.

As noted in Section III, because of its unvoiced nature, compared to neutral speech, the spectrum of whispered speech tends to be more flat. As a consequence, a relatively significant portion of whispered speech information is reflected in higher range of speech frequency spectrum, wherein mel and bark scale have poor resolution (as can be seen in Figure 2). Consequently, recognizer which uses feature vectors based on mel and bark scale may neglect significant spectral details and perform poorly when applied to whisper. Compared to these scales, linear frequency scale improves resolution in higher range, but simultaneously deteriorates good resolution in lower frequency range of speech spectrum. In order to find optimal frequency warping in whisper recognition, we have considered the possibilities to combine good properties of linear and mel frequency scale; good frequency resolution in low frequency range (for mel scale) and high range (for linear scale). For that reason, we propose a novel frequency

warping with non-linear mapping (originally used in speech signal compression and expanding in North America and Japan; so-called  $\mu$ -law [19]), defined by the following equation:

$$\text{warp} = f_N \frac{\ln(1 + \mu \cdot f / f_N)}{\ln(1 + \mu)}. \quad (3)$$

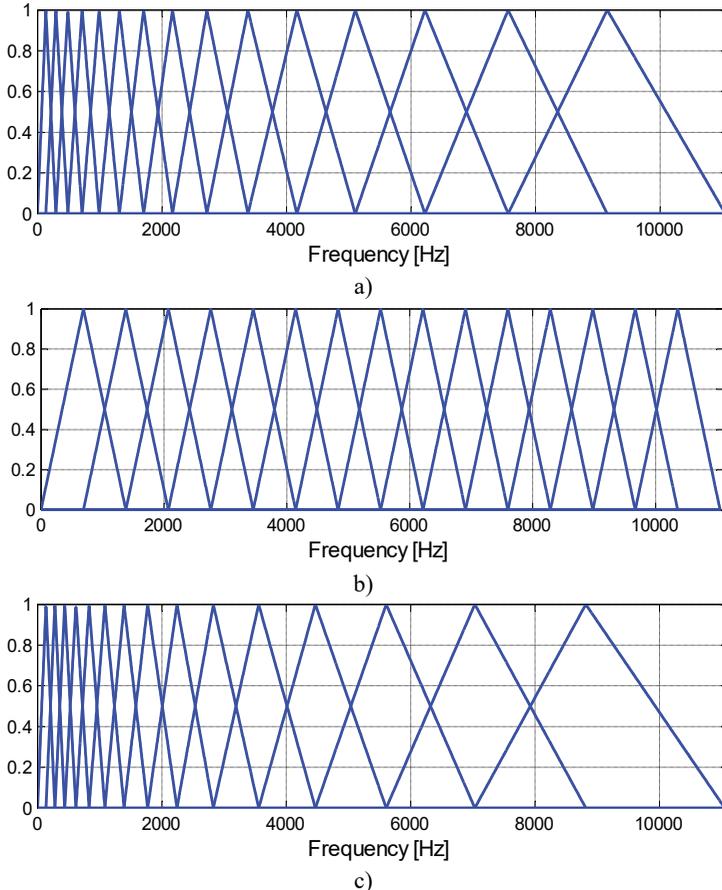


Fig. 3. Filterbank characteristics with 15 triangular filters for: a) mel; b) linear; c) bark frequency scale

In (3),  $f_N = f_s/2$  ( $f_s$  is the sampling frequency) is the Nyquist frequency,  $\mu$  is a positive constant, and  $\ln(x)$  refer to the natural

logarithm. As evident from (3), warping functions cross the identity line for frequencies  $f = 0$  and  $f = f_N$ . Frequency warping curves are depicted in Figure 4 for values of warping coefficient  $\mu \in \{0, 1, 2\}$  and corresponding filterbank characteristics in Figure 5. From the shapes of curves depicted in Figure 4, it is evident that parameter  $\mu$  determines the degree of convexity of warping functions. It can be shown (using L'Hospital's rule) that for  $\mu \rightarrow 0$  warping function converges to the identity line  $warp = f$ , i.e., linear frequency scale.

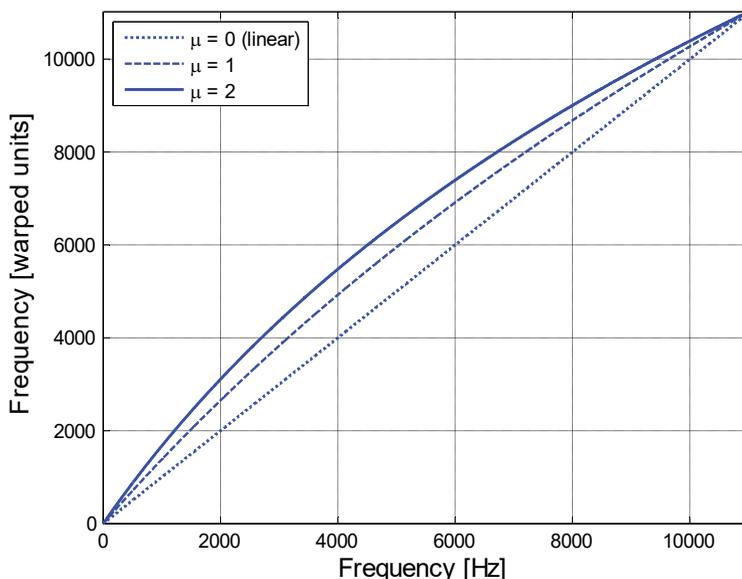


Fig. 4. Warping functions for  $\mu$ -law frequency warping for three values of warping coefficient

Filterbank resolution according to  $\mu$ -law frequency warping is clearly visible from Figure 5. Frequency warping using  $\mu$ -law functions yields to higher frequency resolution over mel scale (in high frequency range of speech) and over linear scale (in lower part). In the research we have experimentally tested the hypothesis that using cepstral coefficients with new  $\mu$ -warped frequency scale as feature vectors may provide some advantages in whisper recognition. For simplicity, these feature vectors are denoted by  $\mu$ FCC in the remainder of this paper.

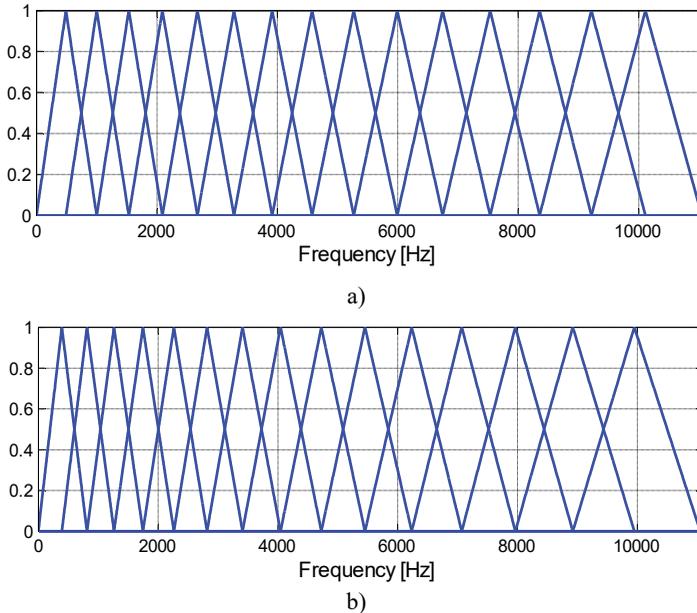


Fig. 5. Filterbank characteristics with 15 triangular filters with  $\mu$ -law frequency warping for values of warping coefficient: a)  $\mu = 1$ ; b)  $\mu = 2$

**5. Experimental Preparation.** This section is divided into three subsections describing speech database, feature extraction procedures, and applied ASR system.

*5.A. Speech Database.* For the purpose of machine recognition of neutral speech and whisper in Serbian, the speech database Whi-Spe (abbreviation of Whispered Speech) is created in the initial form [4]. The database is recorded in laboratory conditions, with a high-quality omni-directional microphone. The database was designed to have two parts: one that contains recordings of whispered words, and another one that comprises recordings of the same words uttered in neutral phonation. The corpus of 50 words is included in the database, from 10 speakers (5 female and 5 male). Each speaker read all 50 words 10 times in both speech modes. Finally, the Whi-Spe database contains 10000 recorded words, 5000 in normal speech and the same number of words recorded in whisper, or 2 hours in total. The words are divided in three sub-corpora: basic colors (6 words), numbers (14 words) and phonetically balanced words (30 words). The speech data are digitized using a sampling

frequency 22050 Hz, with 16 bits per sample, in Windows linear Pulse Code Modulation (PCM) .wav format.

More information about the vocabulary of the Whi-Spe database, manual segmentation, the quality control and a way of labeling can be found in [4].

*5.B. Feature extraction.* Generation of MFCCs is performed according to procedure described in [20], using MATLAB software package. Before performing MFCC calculation, speech frames are windowed by Hamming window functions in duration of 24 ms, mutually shifted by 8 ms and pre-emphasized using a filter with coefficient 0.97. Twenty filterbank channels uniformly distributed over mel-frequency scale are used. Compared to MFCCs, the parameter configurations for both LFCCs and  $\mu$ FCCs are the same except for the frequency warping scale.

The PLP features are extracted according to [21], using freely available code in MATLAB. Beside conventional PLP feature vectors, the analysis of PLP feature vectors with linear frequency scale is given. These feature vectors are denoted by LPLP. The parameter configurations for both PLPs and LPLPs are the same except for the frequency warping scale.

Experiments in the SI open-speaker neutral-trained whisper recognition show the best performance for modified PLP feature vectors, with bypassed equal loudness and power-intensity processing [10]. The filterbank comprise triangular filters uniformly distributed over linear frequency scale restricted to range 0-5800 Hz. Consequently, experiments with modified LPLP vectors are appended in this study. These feature vectors are denoted by LPLP(mod). Generation of LPLP(mod) feature vectors is performed by modifying the code in MATLAB used for PLP. Recognition of whispered speech based on PLP feature vector using Maximum Likelihood Linear Regression (MLLR) is analyzed in [22].

Speech recognition using RASTA (Relative Spectral) filtering applied on PLP features with ASR backend based on DTW algorithm is examined in [23]. The results confirmed good improvement in recognition when RASTA filtering is applied, especially in mismatch scenarios. As well, cepstral coefficients based on gammatone filterbank are analyzed in [24].

For all feature vectors in this research, each frame is represented with 39 coefficients, i.e., 13 cepstral coefficients (including the energy),

along with their first and second order time derivatives. Coefficients are normalized with cepstral mean of each utterance.

*5.C. HMM-GMM ASR System.* In ASR systems, the conventional technology is based on HMMs with Gaussian Mixture Models (GMMs). The most commonly used modeling units in isolated words recognition are phonemes independent from their context (monophones), phonemes dependent from their context (usually triphones), and the whole words. The greatest robustness in the case of experiments with the Whi-Spe database (isolated words) is achieved for the monophone models [25]. Therefore, models of phonemes independent from their context are used in this research.

The ASR system used in this paper is completely designed by using HTK [20]. The generation of the script and configuration files, as well as the files for model initialization and phonetic transcription is automated using MATLAB. For logging the ASR system performance results MATLAB is also used.

Output probabilities are modeled with the continuous density GMMs and diagonal covariance matrices. Each monophone model is represented with strictly left-to-right topology and self loops, but without skips over states. Each word from the Whi-Spe database is transcribed manually. The number of training cycles in embedded re-estimation is fixed to 5 and the variance floor for Gaussian probability density functions is set to 1%. The number of mixture components is gradually increased and amounts to 8 (in the SD case) and 32 (in the SI case). In the testing phase, the Viterbi algorithm is applied in order to determine the most probable state sequence. The experiments are conducted in both the SD and SI cases, with 32 monophones — 30 monophones corresponding to 30 letters in the Serbian alphabet, the phoneme /ə/ (schwa) and the silence. Schwa is marked when /r/ is found in a consonant environment. The model of silence is appended at the start and the end of each utterance.

The parameters of initial models in a flat-start training are obtained by calculating the global mean and variance. However, more accurate initial models could be achieved with the annotation of a part of database used for training, which includes labeling phoneme boundaries in utterance. In this paper, for both recognitions in the SD and SI cases, we use automatic annotation of a small database subset to bootstrap a set of HMM models. Additionally, instead of using a fixed number of states per each monophone

model, a noticeable gain in robustness can be achieved with a variable number, proportional to the phoneme duration. The number of HMM states per model, proportional to the average duration of all the instances of the corresponding phoneme in the training database is proposed in [26], for all phonemes in Serbian.

The parameters of the initial monophone models are obtained by using a small part of the database (10% of utterances in neutral phonation) annotated with automatic annotation with the forced alignment implemented in the HTK.

**6. Results and Discussion.** This section is organized as follows. The results and discussion of initial experiments, which analyze already existing approaches for speech characterization in ASR systems, are presented in subsection A. The main objective of initial experiments is to give a baseline performance for MFCC, LFCC, PLP, LPLP and LPLP(mod) feature vectors in terms of word recognition accuracy, in 4 train/test scenarios:

– N/N and W/W — the ASR system is trained on neutral speech (N) or whispered speech (W) and tested using the speech of the same mode. These scenarios are marked as *matched*.

– N/W and W/N — the ASR system is trained on neutral speech or whispered speech and tested against the speech of the opposite mode. These scenarios are marked as *mismatched*.

In subsection B, the influence of  $\mu$ -law warping coefficient to accuracy in neutral-trained recognition of neutral and whispered speech is examined. In addition, a comparison of the recognizer performance using  $\mu$ -law frequency warping and feature vectors utilized in initial experiments, along with statistical significance of results, is given.

The experiments are conducted in both the SD and SI cases. In order to provide more reliable evaluation of the performance, cross-validation is needed. For each speaker, 1000 utterances (500 in neutral and 500 in whisper mode) are available. Word recognition accuracy is presented as metric for performance of the recognizer.

In the SD case, accuracy is calculated according to the following procedure. In matched conditions available utterances are divided in the train and test set. The train set contains 90% utterances evenly distributed between words. Remaining 50 utterances are exploited in the test set. The HTK displays the percentage of correctly recognized utterances. For example, if  $N$  denotes total number of analyzed utterances and  $E$  denotes the

number of incorrectly recognized utterances, accuracy percentage is calculated in the following way:

$$accuracy = \frac{N - E}{N} \cdot 100\%. \quad (4)$$

The train and test set are rotated in 10-fold cross-validation. Accuracy for an examined speaker is calculated by averaging 10 results from cross-validation. Finally, average SD recognition accuracy is calculated as arithmetic mean of accuracies from all speakers. The procedure is the same for mismatched conditions, except the fact that test set contains all available utterances in the opposite speech mode. In train set equal number of utterances (450) is utilized in both matched and mismatched conditions.

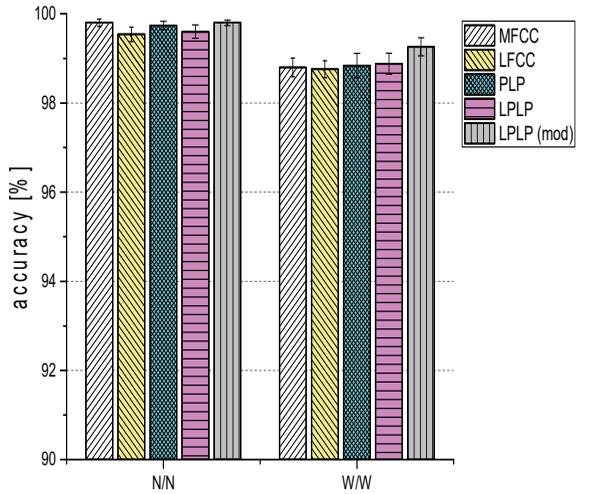
In the SI case, all 500 utterances from the examined speaker (for the respective mode) are given in the test set, whereas the utterances from the other 9 speakers (4500 for the respective mode) are given in the train set (full dataset training with leave-one-speaker-out cross-validation). Again, the accuracy is averaged across different speakers.

*6.A. Initial Experiments.* The results are depicted in bar graphs in Figure 6 and Figure 7, for the SD and the SI recognition, respectively. Depicted Standard Errors (SE) present standard deviation between different recognition systems divided by the square root of the sample size.

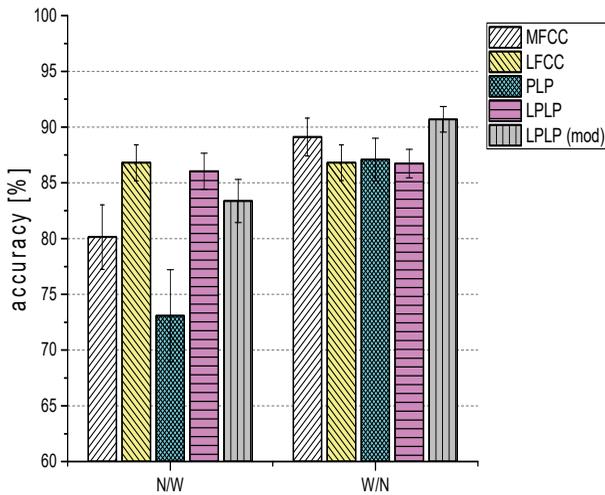
For better visual comparison of accuracies, only important part of each bar graph is shown (higher than 90% in matched and 60% mismatched scenarios). As can be seen from Figure 6(a) and Figure 7(a), the recognition of whisper is with lower success compared to the recognition of neutral speech in matched scenarios, as expected. In the SD case, recognition accuracy of neutral speech is higher than 99.5% for all feature vectors (N/N bars in Figure 6). The difference in performance between examined feature vectors is meaningless. In contrast, there is a noticeable increase in performance for modified LPLP features in recognition of whispered speech (W/W bars in Figure 6) with reached accuracy of 99.26%.

In the SI case, the performance of ASR system for LFCC and LPLP feature vectors noticeably dropped down, compared to original MFCC and

PLP features (bar graphs in Figure 7(a)). Recognition accuracy of 98.60% (neutral speech) and 96.66% (whisper) is achieved.



a)



b)

Fig. 6. The average word recognition accuracy with standard error (SE) in speaker dependent (SD) case and four train/test scenarios in: a) matched; b) mismatched scenarios for MFCC, LFCC, PLP, LPLP and modified LPLP feature vectors

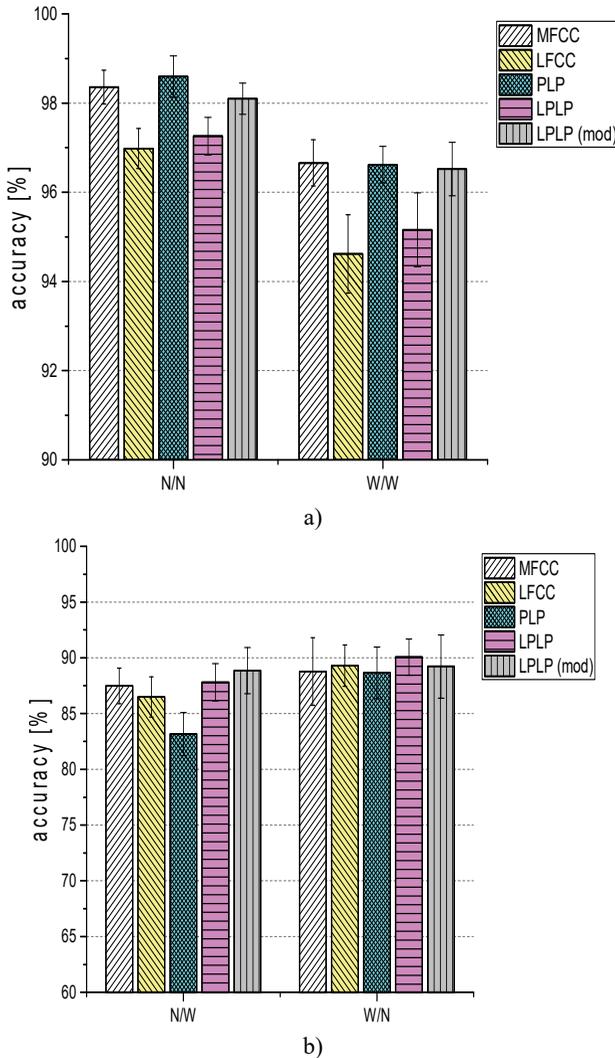


Fig. 7. The average word recognition accuracy with standard error (SE) in speaker independent (SI) case and four train/test scenarios in: a) matched and b) mismatched scenarios for MFCC, LFCC, PLP, LPLP and modified LPLP feature vectors

In mismatched scenarios, few observations can be made. There is a significant drop of performance compared to the recognition in matched conditions, for both the SD and the SI recognitions (Figure 6b and Figure 7b).

Also, there is a pronounced asymmetry in recognition accuracy between N/W and W/N train/test scenarios for MFCC and PLP feature vectors, which is especially strong for SD recognition. On the contrary, speech parameterization based on linear frequency scale (LFCC and LPLP) contributes to the absence of asymmetric performance between mismatched scenarios. As well as in research study [10], reducing the filterbank bandwidth to range 0-5800 Hz provides further improvement in neutral-trained recognition of whispered speech (Figure 7b, LPLP(mod) bar in N/W scenario) while preserving good performance in recognition of neutral speech. The highest recognition accuracy in N/W scenario (as more interesting scenario) is 86.80% in the SD case (for LFCC features) and 88.86% in the SI case (for LPLP(mod) features). In order to compare the performance in N/W scenario with results from [10], Word Error Rate (WER) for UT-Vocal Effort II was 18.2%, without adaptation to whisper and with lexicon constrained to 160 words. Very high deviation of performance among different speakers is obtained. Similar observation is found in whispered speaker identification with neutral trained HMM models [27]. It was stated that the degradation is concentrated for a certain number of speakers, while other speakers displayed consistent performance to that seen in neutral speech. One of the reasons for that deviation is Signal to Noise Ratio (SNR) of tested utterances.

*6.B. Recognition with Cepstral Coefficients using  $\mu$ -law Frequency Warping.* The experiments are done for 5 values of warping coefficient  $\mu$ , from 0.5 up to 2.5 (with an increment value of 0.5).

The neutral-trained ASR system recognition accuracy is depicted in Figure 8 (for neutral speech) and Figure 9 (for whisper).

Experiments in matched scenario show the best performance (accuracy 98.56%) for value of warping coefficient  $\mu=2$  (SI bars in Figure 8). At the same time, warping coefficient has meaningless influence on recognition in the SD case. For each examined value, accuracy is higher than 99.60% (SD bars in Figure 8).

Experiments in mismatched scenario (Figure 9) show very similar tendency with regard to influence of warping coefficient to the performance. Once again, the best accuracy in the SI recognition is achieved for  $\mu = 2$ , and amounts to 90.92%. Experiments in the SD case show very small change in accuracy for values of coefficient in range from  $\mu = 1$  up to  $\mu = 2$ . The best obtained accuracy is 87.50% for value  $\mu = 2$ . Finally, the results demonstrate that using  $\mu$ FCC results in increase of whisper-recognition accuracy, as compared to the neutral-trained recognition in initial experiments, while keeping very good performance in recognition of neutral speech.

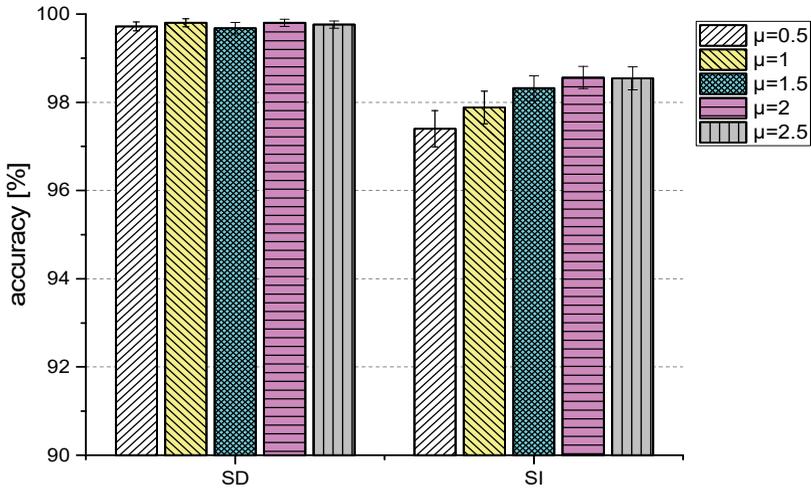


Fig. 8. The average word recognition accuracy with standard error (SE) in neutral-trained recognition of neutral speech (N/N) in speaker dependent (SD) and speaker independent (SI) case using  $\mu$ FCC (cepstral coefficients with  $\mu$ -law frequency warping), with different values of parameter  $\mu$

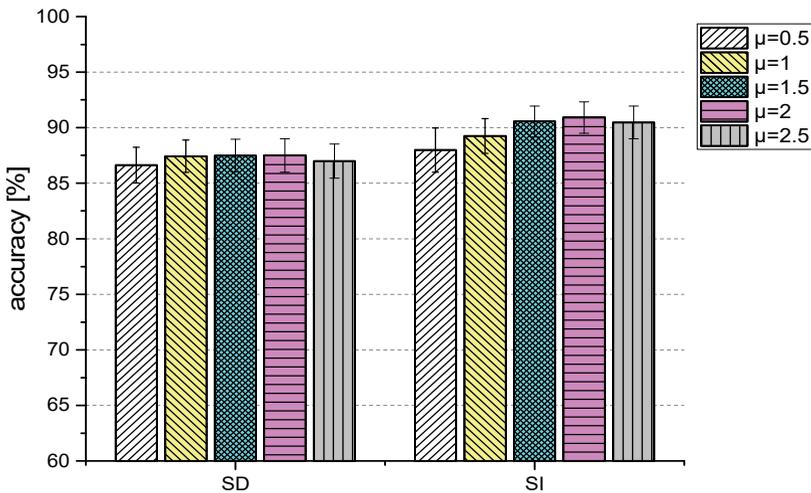


Fig. 9. The average word recognition accuracy with standard error (SE) in neutral-trained recognition of whisper (N/W) in speaker dependent (SD) and speaker independent (SI) case using  $\mu$ FCC (cepstral coefficients with  $\mu$ -law frequency warping), with different values of parameter  $\mu$

In order to confirm the effectiveness of  $\mu$ FCC in mismatched scenario, statistical tests are needed. Two-tailed Wilcoxon signrank test show that improvement with proposed frequency warping is statistically significant. In Table 1, the average accuracy is given for recognition with  $\mu$ FCC ( $\mu=2$ ), as well as for feature vectors examined in the initial experiments. Belonging range of p-value is labeled with asterisks.

The tests show statistical significance of recognition using  $\mu$ FCC compared to recognition using all feature vectors analyzed in the initial experiments. Despite the fact that improvement in the SD case related to the accuracy for LFCC vectors is marginal (0.70%), Wilcoxon test shows high significance ( $p<0.005$ ).

Table 1. Average Recognition Accuracy for Different Feature Vectors in Neutral-trained Recognition of Whispered Speech (N/W scenario)

Feature vector	Accuracy [%]	
	SD	SI
$\mu$ FCC	87.50	90.92
MFCC	80.14**	87.48**
LFCC	86.80**	86.50**
PLP	73.07**	83.16**
LPLP	86.05**	87.80**
LPLP(mod)	83.38**	88.86*

( $p<0.05$  \*;  $p<0.005$  \*\*, Confidence interval = 95%)

In order to evaluate how well particular ASR system performs, precision ( $P$ ) and recall ( $R$ ) are sometimes used as measures. The  $F$ -measure of the system, which is defined as weighted harmonic mean of its precision and recall, is given in the following [28]:

$$F = \left( \alpha \frac{1}{P} + (1-\alpha) \frac{1}{R} \right)^{-1}. \quad (5)$$

The balanced  $F$ -measure (commonly denoted as  $F_1$ ) equally weights precision and recall (i.e.,  $\alpha = 0,5$ ), that is,

$$F_1 = \frac{2PR}{P+R}. \quad (6)$$

In N/W scenario, for each individual word, precision and recall are determined by analyzing HTK recognition output file. The balanced  $F$ -measure is averaged across words and calculated for each speaker.

The results are presented for MFCC and  $\mu$ FCC feature vectors in Table 2, in both the SD and SI cases. The speakers denoted as Speaker 1 up to Speaker 5 are female speakers whereas speakers denoted as Speaker 6 up to Speaker 10 are male speakers. Obtained results suggest that the ASR system which exploits  $\mu$ FCC feature vectors can achieve higher  $F$ -measure in whisper recognition, compared to conventional MFCCs. Average balanced  $F$ -measure for  $\mu$ FCC feature vectors is higher for 7% in the SD case and 3.5% in the SI case, approximately (the last row in Table 2). As well as for accuracy, high deviation of  $F$ -measure between speakers is obtained.

Table 2. Average Balanced F-measure for all Speakers in Neutral-trained Recognition of Whispered Speech (N/W scenario)

Speaker	SD		SI	
	MFCC	$\mu$ FCC	MFCC	$\mu$ FCC
Speaker 1	0.9763	0.9695	0.9053	0.9453
Speaker 2	0.7629	0.8667	0.8630	0.8899
Speaker 3	0.8631	0.9093	0.8592	0.9186
Speaker 4	0.7324	0.8495	0.8449	0.9290
Speaker 5	0.7703	0.8227	0.7750	0.8199
Speaker 6	0.7274	0.8352	0.9444	0.9596
Speaker 7	0.8636	0.9119	0.9311	0.9438
Speaker 8	0.8273	0.8871	0.9130	0.9352
Speaker 9	0.8108	0.9152	0.9054	0.9497
Speaker 10	0.8560	0.9130	0.8895	0.8992
Average	0.8190	0.8880	0.8831	0.9190

**7. Conclusion.** This study has been motivated by insight in whispered speech recognition that modern ASR systems are not capable to handle when tested with whisper, due to high acoustic mismatch with neutral speech. Speech usually contains more energy at lower frequencies due to formant structure of vocals, while the whisper has relatively strong higher frequencies. Since traditional mel and bark frequency scales do not have good frequency resolution in high frequency range of speech, this study has investigated frequency warping schemes and compared performances for MFCC and LFCC as well as PLP and LPLP feature vectors, in both speaker dependent and speaker independent cases. The results in the initial experiments confirmed that filterbank resolution affects the recognizer performance in mismatched scenarios.

In order to find better frequency warping for neutral-trained whisper recognition, frequency warping based on  $\mu$ -law compression mapping has been proposed. Conducted experiments have shown effectiveness of proposed warping: the best performances for both the SD and SI recognition have been obtained for the value of warping coefficients  $\mu = 2$ . This new approach in generation of feature vectors has some advantages in whisper recognition: (i) notably higher recognition accuracy is observed in mismatched scenario compared to the traditional speech parameterization; (ii) whisper data in training needed for model adaptation or multi-condition training is not prerequisite; and, (iii) feature vectors are easily obtained without increase in feature dimensionality. Compared to MFCC based recognition, robustness of recognizer with  $\mu$ FCC has been improved for 7.36% (SD case) and 3.44% (SI case).

Our current and future work aims to find more robust speech parameterization for neutral-trained whispered speech recognition. Because Teager energy cepstral coefficients show superiority over MFCC, combined effect of Teager operator and  $\mu$ -law warping on HMM-based recognition of bimodal speech will be examined.

## References

1. Zhang C., Hansen J.H.L. Analysis and classification of speech mode: whispered through shouted. Eighth Annual Conference of the International Speech Communication Association. 2007. pp. 2289–2292.
2. Ito T., Takeda K., Itakura F. Analysis and recognition of whispered speech. *Speech Communication*. 2005. vol. 45. no. 2. pp. 129–152.
3. Ghaffarzadegan S., Boril H., Hansen J.H.L. UT-VOCAL EFFORT II: Analysis and constrained-lexicon recognition of whispered speech. 2014 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2014. pp. 2544–2548.
4. Marković B., Jovičić S.T., Galić J., Grozdić Đ. Whispered speech database: Design, processing and application. International Conference on Text, Speech and Dialogue. 2013. pp. 591–598.
5. Lee P.X. et al. A whispered Mandarin corpus for speech technology applications. Fifteenth Annual Conference of the International Speech Communication Association. 2014. pp. 1598–1602.
6. Kozierski P. et al. Kaldi toolkit in Polish whispery speech recognition. *Przegląd Elektrotechniczny*. 2016. vol. 92. pp. 301–304.
7. Fan X., Hansen J.H.L. Speaker identification for whispered speech based on frequency warping and score competition. Ninth Annual Conference of the International Speech Communication Association. 2008. vol. 1. pp. 1313–1316.
8. Zhang C., Hansen J.H.L. Advancements in whisper-island detection using the linear predictive residual. 2010 IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP). 2010. pp. 5170–5173.

9. Zhang C., Hansen J.H.L. Whisper-island detection based on unsupervised segmentation with entropy-based speech feature processing. *IEEE Transactions on Audio Speech and Language Processing*. 2011. vol. 19. no. 4. pp. 883–894.
10. Ghaffarzadegan S., Bořil H., Hansen J.H.L. Model and feature based compensation for whispered speech recognition. Fifteenth Annual Conference of the International Speech Communication Association. 2014. pp. 2420–2424.
11. Ghaffarzadegan S., Bořil H., Hansen J.H.L. Generative modeling of pseudo-whisper for robust whispered speech recognition. *IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*. 2016. vol. 24. no. 10. pp. 1705–1720.
12. Grozdić Đ. et al. Comparison of cepstral normalization techniques in whispered speech recognition. *Advances in Electrical and Computer Engineering*. 2017. vol. 17. no. 1. pp. 21–26.
13. Grozdić Đ., Jovičić S.T. Whispered Speech Recognition Using Deep Denoising Autoencoder and Inverse Filtering. *IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*. 2017. vol. 25. no. 12. pp. 2313–2322.
14. Marković B., Galić J., Mijić M. Application of Teager Energy Operator on Linear and Mel Scales for Whispered Speech Recognition. *Archives of Acoustics*. 2018. vol. 43. no. 1. pp. 3–9.
15. Swerdlin Y., Smith J., Wolfe J. The effect of whisper and creak vocal mechanisms on vocal tract resonances. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2010. vol. 127. no. 4. pp. 2590–2598.
16. Tartter V.C. Identifiability of vowels and speakers from whispered syllables. *Perception & psychophysics*. 1991. vol. 49. no. 4. pp. 365–372.
17. Fan X., Hansen J.H.L. Speaker identification with whispered speech based on modified LFCC parameters and feature mapping. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP 2009). 2009. pp. 4553–4556.
18. Hermansky H. Perceptual linear predictive (PLP) analysis of speech. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 1990. vol. 87. no. 4. pp. 1738–1752.
19. Sklar B. *Digital Communications: Fundamentals and Applications*: 2nd edition. Prentice-Hall. 1988. 776 p.
20. Young S. et al. *The HTK Book (for HTK Version 3.2)*. Cambridge University Engineering Department. 2006. 355 p. Available at: [http://speech.ee.ntu.edu.tw/homework/DSP\\_HW2-1/htkbook.pdf](http://speech.ee.ntu.edu.tw/homework/DSP_HW2-1/htkbook.pdf) (accessed: 17.04.2018).
21. Hermansky H., Morgan N. RASTA processing of speech. *IEEE transactions on speech and audio processing*. 1994. vol. 2. no. 4. pp. 578–589. Available at: <https://labrosa.ee.columbia.edu/matlab/rastamat/> (accessed: 17.04.2018).
22. Galić J. et al. Speaker dependent recognition of whispered speech based on MLLR adaptation. Proc. of 11th Conference Digital Speech and Image Processing DOGS. 2017. pp. 29–32.
23. Marković B. et al. Recognition of Normal and Whispered Speech Based on RASTA Filtering and DTW Algorithm. Proceedings of the Int. Conf. IcETRAN-2017. 2017. pp. AK1.8.2–4.
24. Marković B., Jovičić S., Galić J., Grozdić Đ. Recognition of the Multimodal Speech Based on the GFCC features. Proceedings of the Int. Conf. IcETRAN-2015. 2015. pp. AK1 1.3 1–5.
25. Galić J., Jovičić S., Grozdić Đ., Marković B. HTK-Based Recognition of Whispered Speech. International Conference on Speech and Computer (SPECOM-2014). 2014. pp. 251–258.

26. Jakovljević N. An application of sparse representation in Gaussian mixture models used in speech recognition task. Ph.D. thesis. University of Novi Sad. 2013.
27. Fan X., Hansen J.H.L. Speaker identification within whispered speech audio stream. *IEEE Transactions on Audio, Speech and Language Processing*. 2011. vol. 19. no. 5. pp. 1408–1421.
28. Zhang E., Zhang Y. F-Measure. *Encyclopedia of Database Systems*. 2009. pp. 1147.

**Galić Jovan Nedo** — Ph.D. student of School of Electrical Engineering, University of Belgrade, assistant of the Faculty of Electrical Engineering, University of Banja Luka. Research interests: speech processing, speech enhancement, robust automatic speech recognition and compression of audio signals. The number of publications — 30. jovan.galic@etf.unibl.org, <http://www.etf.unibl.org>; 5, Patre, 78000, Banja Luka, Republic of Srpska, Bosnia and Herzegovina; office phone: +387-51-221-876.

**Jovičić Slobodan Toma** — Ph.D., Dr. Sci., professor of chair of Telecommunications of School of Electrical Engineering, University of Belgrade, head of laboratory for forensic acoustics and phonetics, Life Advancement Activities Center (Belgrade), scientific adviser for the speech signal processing and forensic speaker identification, Life Advancement Activities Center (Belgrade). Research interests: speech communications, man-machine communications, natural language processing, cognition and psychology of speech, speech enhancement, speech technologies. The number of publications — 300. jovicic@etf.rs; 73, Bul. Kralja Aleksandra, 11120, Belgrade, Serbia; office phone: +381-11-3218-361.

**Delić Vlado Dragomir** — Ph.D., Dr. Sci., professor, head of the Chair of telecommunications and signal processing of Department of power, electronic and telecommunications engineering of Faculty of technical sciences, University of Novi Sad, visiting professor of the Faculty of Electrical Engineering, University of Banja Luka. Research interests: speech technologies, audio signal processing. The number of publications — 300. vdelic@uns.ac.rs; 6, Trg Dositeja Obradovića, 21000, Novi Sad, Serbia; office phone: +381-21-485-2533.

**Marković Branko Rade** — Ph.D. student of School of Electrical Engineering, University of Belgrade, lecturer, Čačak Technical College. Research interests: speech recognition, multimodal speech, pattern's matching technology, microphones arrays, Internet technology and networking. The number of publications — 50. branko333@mts.rs, <http://www.etf.bg.ac.rs>; 65, Svetog Save, 32000, Čačak, Serbia; office phone: +381-32-322-321.

**Šumarac Pavlović Dragana Staniša** — Ph.D., Dr. Sci., professor of chair of Telecommunications of School of Electrical Engineering, University of Belgrade. Research interests: processing audio and speech signals, room acoustic design and sound field modeling, building acoustics and noise control systems. The number of publications — 150. dsumarac@etf.rs, <http://www.etf.bg.ac.rs>; 73, Bul. Kralja Aleksandra, 11120, Belgrade, Serbia; office phone: +381-11-3218-361.

**Groždić Đorđe Tomislav** — Ph.D., Dr. Sci., software engineer – data scientist, Fincore Ltd. Research interests: speech signal processing, automatic speech recognition, speaker identification. The number of publications — 50. djordje.grozdic@fincore.com; 7, Mutapova, 11000, Belgrade, Serbia; office phone: +381-62-8081-921.

**Acknowledgements.** This research is partially supported by the Ministry of Education, Science and Technological Development of Republic of Serbia (grants OI178027, TR32032 and TR32035, as well as E19944).

Й.Н. Галич, С.Т. Йовичич, В.Д. Делич, Б.Р. Маркович,  
Д.С. ШУМАРАЦ ПАВЛОВИЧ, Г.Т. ГРОЗДИЧ

## РАСПОЗНАВАНИЕ ШЕПОТНОЙ РЕЧИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СММ И ЧАСТОТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПО $\mu$ -ЗАКОНУ

---

*Галич Й.Н., Йовичич С.Т., Делич В.Д., Маркович Б.Р., Шумарац Павлович Д.С., Гроздич Г.Т. Распознавание шепотной речи с использованием СММ и частотного преобразования по  $\mu$ -закону.*

**Аннотация.** Отсутствие достаточного количества данных шепотной речи для обучения является серьезной проблемой современных систем автоматического распознавания речи (АРР). Из-за большого акустического различия между обычной и шепотной речью АРР системы значительно снижают производительность при обработке шепота.

В статье приведен анализ подходов к распознаванию нейтральной и шепотной речи на основе традиционных скрытых марковских моделей (СММ) для дикторозависимых (SD) и дикторонезависимых (SI) случаев. Особое внимание уделяется распознаванию шепота с использованием нейтральной речи на этапе обучения (сценарий N/W). Система АРР разработана для распознавания изолированных слов из базы данных (Whi-Spe), включающей пары слов реально произнесенной речи нейтрально и шепотом. В сценарии N/W увеличение надежности достигается с применением предлагаемого частотного преобразования, изначально разработанного для сжатия и декомпрессии речевого сигнала в цифровых телекоммуникационных системах. Вместе с тем сохраняются хорошие показатели в распознавании нейтральной речи.

По сравнению с базовой моделью распознавания с применением Мел-частотных кепстральных коэффициентов (MFCC) точность распознавания слов с использованием кепстральных коэффициентов, полученных с помощью предложенного частотного деформирования (обозначаемого как  $\mu$ FCC), улучшена на 7,36% (SD) и 3,44% (SI) в абсолютных значениях. Кроме того, F-мера (гармоническое среднее значение точности и полноты) для векторов признаков  $\mu$ FCC увеличивается на 6,90% (SD) и 3,59 % (SI). Статистические тесты подтверждают значимость достигнутого улучшения точности распознавания.

**Ключевые слова:** автоматическое распознавание речи, извлечение признаков, скрытые марковские модели, человеческий голос, шепот, обработка речи.

---

**Галич Йован Недьо** — аспирант электротехнического факультета, Белградский университет, ассистент электротехнического факультета, Университет Баниа-Лука. Область научных интересов: обработка речи, шумоочистка речи, робастное автоматическое распознавание речи, сжатие аудио сигнала. Число научных публикаций — 30. [jovan.galic@etf.unibl.org](mailto:jovan.galic@etf.unibl.org), <http://www.etf.unibl.org>; Патре, 5, 78000, Баниа-Лука, Республика Сербская, Босния и Герцеговина; р.т.: +387-51-221-876.

**Йовичич Слободан Тома** — д-р техн. наук, профессор кафедры телекоммуникаций электротехнического факультета, Белградский университет, заведующий лабораторией судебной акустики и фонетики, Центр улучшения жизни (Белград), научный консультант по обработке речевого сигнала и идентификации судебных носителей, Центр улучшения жизни (Белград). Область научных интересов: речевые коммуникации, человеко-

машинные коммуникации, обработка естественного языка, познание и психология речи, улучшение речи, речевые технологии. Число научных публикаций — 300. jovicic@etf.rs; Король Александар Бульвар, 73, 11120, Белград, Сербия; р.т.: +381-11-3218-361.

**Делич Владо Драгомир** — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой телекоммуникаций и обработки сигналов департамента энергетике, электроники и телекоммуникационного инжиниринга факультета технических наук, Нови-Садский университет, приглашенный профессор электротехнического факультета, Университет Бая-Лука. Область научных интересов: речевые технологии, обработка звуковой сигнал. Число научных публикаций — 300. vdelic@uns.ac.rs; Трг Доситея Обрадовича, 6, 21000, Нови Сад, Сербия; р.т.: +381-21-485-2533.

**Маркович Бранко Раде** — аспирант электротехнического факультета, Белградский университет, преподаватель, Высшая техническая школа Чачак. Область научных интересов: распознавание речи, мультимодальная речь, распознавание образов, массив микрофонов, Интернет-технологии и сети. Число научных публикаций — 50. branko333@mts.rs, <http://www.etf.bg.ac.rs>; Светог Саве, 65, 32000, Чачак, Сербия; р.т.: +381-32-322-321.

**Шумарац Павлович Драгана Станиша** — д-р техн. наук, профессор кафедры телекоммуникаций электротехнического факультета, Белградский университет. Область научных интересов: обработка аудио и речевых сигналов, проектирование акустики помещений и моделирование распространения звука, построение систем управления акустикой и шумом. Число научных публикаций — 150. dsumarac@etf.rs, <http://www.etf.bg.ac.rs>; Король Александар Бульвар, 73, 11120, Белград, Сербия; р.т.: +381-11-3218-361.

**Гроздич Георгий Томислав** — д-р техн. наук, разработчик программного обеспечения – специалист по обработке и анализу данных, Fincore Ltd. Область научных интересов: обработка речевого сигнала, автоматическое распознавание речи, идентификация диктора. Число научных публикаций — 50. djordje.grozdic@fincore.com; Мутапова, 7, 11000, Белград Белград, Сербия; р.т.: +381-62-8081-921.

**Поддержка исследования.** Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Министерства образования, науки и технологического развития Республики Сербия (гранты O1178027, TR32032 и TR32035, E!9944).

## Литература

1. *Zhang C., Hansen J.H.L.* Analysis and classification of speech mode: whispered through shouted // Eighth Annual Conference of the International Speech Communication Association. 2007. pp. 2289–2292.
2. *Ito T., Takeda K., Itakura F.* Analysis and recognition of whispered speech // Speech Communication. 2005. vol. 45. no. 2. pp. 129–152.
3. *Ghaffarzagdegan S., Boril H., Hansen J.H.L.* UT-VOCAL EFFORT II: Analysis and constrained-lexicon recognition of whispered speech // 2014 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2014. pp. 2544–2548.

4. *Marković B., Jovičić S.T., Galić J., Grozdić Đ.* Whispered speech database: Design, processing and application // International Conference on Text, Speech and Dialogue. 2013. pp. 591–598.
5. *Lee P.X. et al.* A whispered Mandarin corpus for speech technology applications // Fifteenth Annual Conference of the International Speech Communication Association. 2014. pp. 1598–1602.
6. *Kozierski P. et al.* Kaldi toolkit in Polish whispery speech recognition // Przegląd Elektrotechniczny. 2016. vol. 92. pp. 301–304.
7. *Fan X., Hansen J.H.L.* Speaker identification for whispered speech based on frequency warping and score competition // Ninth Annual Conference of the International Speech Communication Association. 2008. vol. 1. pp. 1313–1316.
8. *Zhang C., Hansen J.H.L.* Advancements in whisper-island detection using the linear predictive residual // 2010 IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP). 2010. pp. 5170–5173.
9. *Zhang C., Hansen J.H.L.* Whisper-island detection based on unsupervised segmentation with entropy-based speech feature processing // IEEE Transactions on Audio Speech and Language Processing. 2011. vol. 19. no. 4. pp. 883–894.
10. *Ghaffarzadegan S., Bořil H., Hansen J.H.L.* Model and feature based compensation for whispered speech recognition // Fifteenth Annual Conference of the International Speech Communication Association. 2014. pp. 2420–2424.
11. *Ghaffarzadegan S., Bořil H., Hansen J.H.L.* Generative modeling of pseudo-whisper for robust whispered speech recognition // IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing. 2016. vol. 24. no. 10. pp. 1705–1720.
12. *Grozdić Đ. et al.* Comparison of cepstral normalization techniques in whispered speech recognition // Advances in Electrical and Computer Engineering. 2017. vol. 17. no. 1. pp. 21–26.
13. *Grozdić Đ., Jovičić S.T.* Whispered Speech Recognition Using Deep Denoising Autoencoder and Inverse Filtering // IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing. 2017. vol. 25. no. 12. pp. 2313–2322.
14. *Marković B., Galić J., Mijić M.* Application of Teager Energy Operator on Linear and Mel Scales for Whispered Speech Recognition // Archives of Acoustics. 2018. vol. 43. no. 1. pp. 3–9.
15. *Swerdlin Y., Smith J., Wolfe J.* The effect of whisper and creak vocal mechanisms on vocal tract resonances // The Journal of the Acoustical Society of America. 2010. vol. 127. no. 4. pp. 2590–2598.
16. *Tartter V.C.* Identifiability of vowels and speakers from whispered syllables // Perception & psychophysics. 1991. vol. 49. no. 4. pp. 365–372.
17. *Fan X., Hansen J.H.L.* Speaker identification with whispered speech based on modified LFCC parameters and feature mapping // IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP 2009). 2009. pp. 4553–4556.
18. *Hermansky H.* Perceptual linear predictive (PLP) analysis of speech // The Journal of the Acoustical Society of America. 1990. vol. 87. no. 4. pp. 1738–1752.
19. *Sklar B.* Digital Communications: Fundamentals and Applications: 2nd edition // Prentice-Hall. 1988. 776 p.
20. *Young S. et al.* The HTK Book (for HTK Version 3.2). Cambridge University Engineering Department. 2006. 355 p. URL: [http://speech.ee.ntu.edu.tw/homework/DSP\\_HW2-1/htkbook.pdf](http://speech.ee.ntu.edu.tw/homework/DSP_HW2-1/htkbook.pdf) (accessed: 17.04.2018).

21. *Hermansky H., Morgan N.* RASTA processing of speech. IEEE transactions on speech and audio processing. 1994. vol. 2. no. 4. pp. 578–589. URL: <https://labrosa.ee.columbia.edu/matlab/rastamat/> (дата обращения: 17.04.2018).
22. *Galić J. et al.* Speaker dependent recognition of whispered speech based on MLLR adaptation // Proc. of 11th Conference Digital Speech and Image Processing DOGS. 2017. pp. 29–32.
23. *Marković B. et al.* Recognition of Normal and Whispered Speech Based on RASTA Filtering and DTW Algorithm // Proceedings of the Int. Conf. IcETRAN-2017. 2017. pp. AK1.8.2–4.
24. *Marković B., Jovičić S., Galić J., Grozdić Đ.* Recognition of the Multimodal Speech Based on the GFCC features // Proceedings of the Int. Conf. IcETRAN-2015. 2015. pp. AK1 1.3 1–5.
25. *Galić J., Jovičić S., Grozdić Đ., Marković B.* HTK-Based Recognition of Whispered Speech // International Conference on Speech and Computer (SPECOM-2014). 2014. pp. 251–258.
26. *Jakovljević N.* An application of sparse representation in Gaussian mixture models used in speech recognition task // Ph.D. thesis. University of Novi Sad. 2013.
27. *Fan X., Hansen J.H.L.* Speaker identification within whispered speech audio stream // IEEE Transactions on Audio, Speech and Language Processing. 2011. vol. 19. no. 5. pp. 1408–1421.
28. *Zhang E., Zhang Y.* F-Measure // Encyclopedia of Database Systems. 2009. pp. 1147.

E. PAKOCI, B. POPOVIĆ, D. PEKAR

**IMPROVEMENTS IN SERBIAN SPEECH RECOGNITION USING SEQUENCE-TRAINED DEEP NEURAL NETWORKS**

*Pakoci E., Popović B., Pekar D. Improvements in Serbian Speech Recognition using Sequence-Trained Deep Neural Networks.*

**Abstract.** This paper presents the recent improvements in Serbian speech recognition that were obtained by using contemporary deep neural networks based on sequence-discriminative training to train robust acoustic models. More specifically, several variants of the new large vocabulary continuous speech recognition (LVCSR) system are described, all based on the lattice-free version of the maximum mutual information (LF-MMI) training criterion. The parameters of the system were varied to achieve best possible word error rate (WER) and character error rate (CER), using the largest speech database for Serbian in existence and the best  $n$ -gram based language model made for general purposes. In addition to tuning the neural network itself (its layers, complexity, layer splicing etc.) other language-specific optimizations were explored, such as the usage of accent-specific vowel phoneme models, and its combination with pitch features to produce the best possible results. Finally, speech database tuning was tested as well. Artificial database expansion was made by modifying speech speed in utterances, as well as volume scaling in an attempt to improve speech variability.

The results showed that 8-layer deep neural network with 625-neuron layers works best in the given environment, without the need for speech database augmentation or volume adjustments, and that pitch features in combination with the introduction of accented vowel models provide the best performance out of all experiments.

**Keywords:** deep neural network, automatic speech recognition, chain training, LF-MMI, accents, pitch, Serbian.

**1. Introduction.** This paper represents an overview of results and improvements in automatic speech recognition with systems trained on the largest Serbian speech database using an effective contemporary deep neural network (DNN) architecture. Previously, there have been several experiments with a few different neural network based, as well as Gaussian mixture model (GMM) based architectures. These are mostly systems trained on smaller speech databases consisting of telephone recordings with limited spectral range, and they were tested on smaller vocabularies (up to around 14000 words) accordingly [1-2]. They are based on the cross-entropy classification criterion. On the other hand, the system in [3] was trained on the same speech database used in this paper, so there is a possibility of direct comparison. That system had input alignments from a speaker adaptive training (SAT) stage [4], and used modified stochastic gradient descent (SGD) optimization and parameter averaging [5] to compute DNN parameter values in a given number of training epochs.

In contrast to the previous methods, recently there has been a lot of talk about connectionist temporal classification (CTC) [6] in speech recognition [7], especially when there is a greater amount of data available.

CTC can also be used in the context of maximum mutual information (MMI) based sequence training, as both of them maximize the conditional likelihood of correct transcriptions. As seen in [8], and implemented in the system from this paper, some of the ideas can be applied to MMI, such as training from scratch (without initialization), a 3-fold reduced frame rate [9] using a simpler hidden Markov model (HMM) topology, and the usage of finite state acceptors (FSAs) to limit the range of frames where supervision labels can appear [10]. The proposed method is denominator-lattice-free, and the summations are done over all possible label sequences — to accomplish such a task, it is run on the GPU with a phoneme-level language model, while also using several regularization techniques to prevent, or at least reduce the possibility of overfitting.

The rest of the article is organized as follows: Section 2 describes the baseline system upon which the new system is built. Section 3 explains the training method in detail. Section 4 describes the speech database used for training, and Section 5 the language model used for decoding the test set. Section 6 briefly overviews the experiments performed, and Section 7 presents all the results in details. The following Section 8 discusses possible upgrades to the current system. Finally, Section 9 concludes the paper.

**2. The baseline system.** The baseline HMM-GMM speech recognition system was trained using the Kaldi speech recognition toolkit [11], which allows a long list of options for pre-DNN trainings, to provide as good as possible input alignments for the neural network. These, among others, include context-dependent triphone acoustic model training and speaker adaptive training, which were used for the baseline system here. After an initial monophone training with 1000 Gaussians as the goal, two rounds of triphone training (*tr1l* and *tri2a*) were performed to eventually create a system with 3000 clustered HMM states and 25000 Gaussians in total. Alignments of the training database obtained from this system were used for SAT training (with unchanged number of states and Gaussians). Finally, the SAT system created the input alignments for DNN training. The results of decoding the test dataset (more on it in Section 4) with pre-DNN acoustic models are given in Figure 1.

**3. The training method.** The so-called “chain” training method is based on performing maximum mutual information (MMI) training [12-13] directly on the GPU, for the sake of benefitting from synchronized memory access across its cores, while not using lattices and implementing the forward-backward training algorithm in both the numerator and the denominator part of the objective function. Both the utterance-specific numerator graph and the shared denominator graph (which encodes all possible work sequences in the given setup) are stored as finite state acceptors (FSAs), which can be viewed as an equivalent to HMMs, but with

labels instead of states on their arcs. The obvious downside of this approach is computational complexity and efficiency, so the graphs have to be simplified, to be as small as possible for all the necessary computations.

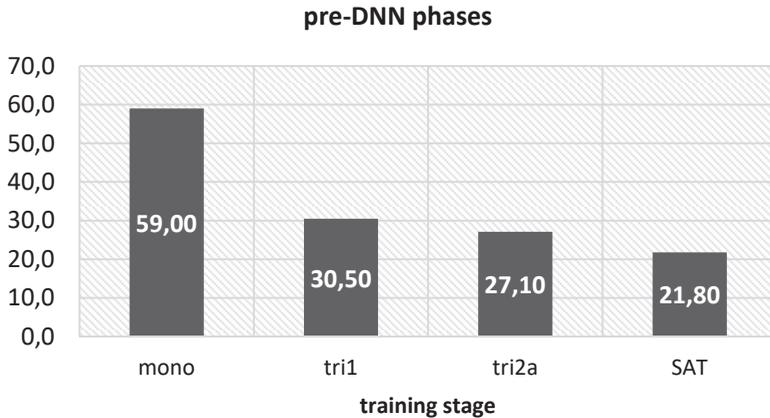


Fig. 1. Baseline WER results

Firstly, the phoneme topology is very simplified — instead of the standard left-to-right HMM topology with 3 states used in automatic speech recognition for a given phoneme model, this topology can be traversed in a single frame. Additionally, the first frame of a phoneme has a different label (the so-called “*pdf*” identifier, the neural network output) than the remaining ones, so the possible emitted sequences from one phoneme HMM are something like *a*, *ab*, *abb*, *abbb* (where *b* is a label analogous to the blank symbol in CTC) etc. A new context decision tree has to be built particularly for this new topology and the three-fold reduced frame rate (using the converted phoneme-level alignments). Furthermore, transition probabilities of HMMs are set to a constant value (0.5) since they are not that important when taking into account the presented topology.

Another simplification is in the language model used to create the denominator graph. In this method, it is a 4-gram phoneme-level language model, estimated directly from input phoneme-level alignments of the training dataset. Conventional language models (even unigrams that are often used in MMI and similar discriminative training methods) would be way too slow to use here. Furthermore, this language model has no smoothing or pruning below trigram level to limit the graph size increase after adding context dependency, and there is a predefined total number of 4-gram history states, selected in such a way to maximize the likelihood of

training data. Finally, there is no interpolation or backoff from existing history states (test data perplexity would be infinite).

The creation of both graphs is performed in an unusual way. For the denominator, after composing with C (context dependency) and then H (HMM topology), and epsilon removal afterwards (so far like the usual HCLG graph creation in Kaldi), instead of standard determinization and minimization, a different procedure is implemented to even further reduce the number of states and transitions in the output graph — this procedure can be summarized as the sequence of operations {pushing weights; minimization; reversing the FSA; pushing weights, minimization; reversing} repeated 3 times, followed by a final epsilon removal, because the reversals can create them. The denominator graph created this way will cut down both memory consumption (less states) and time taken for MMI training (less transitions).

Moreover, the initial and final probabilities in the graph are modified. Instead of reflecting only the sentence starts' and sentence endings' statistics (which does not work with parallel training on fixed size chunks of utterances), initial probabilities are here obtained by averaging the HMM state distribution for 100 subsampled frames from the initial state, while the final probabilities are fixed to be 1.0.

As for the numerator, for a given utterance, input alignments are converted into lattices representing all possible alternative utterance pronunciations, which are then processed into phoneme graphs, and then compiled into utterance FSAs. These are processed even further [8], until each FSA state can be identified with a frame index (important for the ability to separate FSA into chunks). The numerator FSA now contains a subset of paths contained in the denominator FSA.

Like for the denominator, for processing fixed sized utterance chunks, time constraints had to be added to alignments so that it can be possible to split up the numerator FSA accordingly. Using an idea similar to one used in CTC training [12], this FSA is composed with another FSA with *number\_of\_subsampled\_frames+1* states which has a transition from state  $t$  to state  $t+1$  with a *pdf* identifier as a label, only if that *pdf* corresponds to a phoneme that is allowed on the subsampled frame  $t$ . Phoneme allowance on a certain timestamp is determined based on a tolerance window (50ms), which for each phoneme in the utterance lattice allows it to appear slightly before, or slightly after from where it actually appeared.

Finally, the numerator FSA is also composed with the so-called *normalization FSA*, which is identical to the denominator FSA, but with the modified initial and final costs mentioned before. The new initial probabilities are added into the original denominator FSA using epsilon transitions from a new initial state (those epsilons are later removed).

The simpler forward-backward computation — for the numerator, is implemented on CPU, while denominator computations run on the more powerful GPU.

To reduce the possibility of overfitting [14], three different regularization methods are used — cross-entropy regularization (an additional special output layer for training the cross-entropy objective, with tweaks to the last hidden layer as well) and output  $l_2$ -norm regularization (on the main output layer), as well as the so-called leaky HMMs (allowing transitions from each HMM state into every other state, with a small coefficient, which makes the system gradually forget context).

The chosen acoustic models are sub-sampled time-delay neural networks (TDNNs), which are trained using cross-entropy training. A special set of layer splicing indexes are in use. They are  $-1,0,1$  for several initial layers (they see 3 consecutive frames), and  $-3,0,3$  for the remaining hidden layers (they see 3 frames as well, but separated by 3 frames from each other). In such a configuration, the most hidden layers need to be evaluated only on every third frame. The number of layers, number of neurons in each hidden layer, number of training epochs and other parameters, such as the coefficients for speed perturbation and volume scaling, were varied from experiment to experiment. Also, online-calculated *i-vectors* are used for the adaptation of the deep neural network along the way (with updates on every tenth frame).

**4. Serbian speech database.** For all the experiments, the largest Serbian speech database for LVCSR in existence up to this day was used. It is comprised of two very distinct parts — a larger part containing audio book recordings [15], read by professional speakers in a studio environment, which produced generally very high quality audio, and a smaller part containing mobile phone recordings of different people, mainly commands, inquiries and similarly structured short utterances that can be expected in a conversation with voice assistant type applications installed on mobile phones.

Naturally, the audio book part, which contains most of the material, brings a lot of variability in terms of expressiveness and the number of different sentence structures, even though the literary functional style dominates all other styles — this style is nevertheless the one most correlated with natural, everyday speech. The vast majority of the total of 121000 different words came from this part of the speech corpus. The utterances are very long on average (around 15 words per utterance), and the amount of material isn't equally distributed per speaker — some speakers have several hours of audio data, and others half an hour or even less. In the future, an equalized version of this database is going to be examined for acoustic model training. The equalization in this context implies dividing speakers with more abundant audio material into more or

less equally long segments, and then modifying tempo and pitch characteristics in individual segments to create different “artificial” speakers, equally represented in the speech database as a whole. There is no significant background noise, and words and phonemes are generally well pronounced throughout the database. Everything was manually reviewed multiple times before these experiments. All in all, there is around 154 hours of audio data, out of which around 129 hours is pure speech, and the remaining 25 hours correspond to silence segments. The data is divided into more than 87000 separate utterances. In total, there are 21 identified male speakers and 27 identified female speakers, with another 10-15 different unidentified speakers (with possible overlaps).

On the other hand, the so-called “mobile” speech database consists of mostly domain-oriented utterances, as mentioned above. These utterances are much shorter (between 4 and 5 words on average), and most of them are commands, questions, numbers, currencies, proper nouns (names, cities, rivers and other topological data), different inquiries and similar sentence structures, recorded using a specialized application which simulates a conversation with the device, i.e., a helper application installed on it. There are also some regular declarative sentences, as well as spellings of names, organizations, brands, etc. People were instructed to try to talk as naturally as possible (to be more spontaneous). A lot of different speakers contain a similar amount of audio data, and all of them have all the given utterance types. This set makes up around 61 hours of total audio data, out of which 42 hours is speech, and 19 hours is silence. In total, there are 170 male and 181 female speakers, which adds up to around 74000 utterances. Recording quality is usually good, but several speakers have a significant amount of background noise as well.

All audio data was sampled at 16 kHz, 16 bits per sample, mono PCM. Both parts of the speech database were used in an attempt to train more robust acoustic models, well-adjusted to both shorter commands and longer, regular sentences. To summarize, around 160000 utterances and 215 hours of audio data was obtained in total (170 hours of speech without silences, see Table 1). Out of this, 18 hours of speech coming from 26 speakers is selected for the test set. Test speakers do not participate in any training, and each unique speaker is either completely used for testing, or completely for training (never for both). The selection of speakers was random, and the goal was to take around 10% of the more varied audio books database (9 speakers, 15 hours, 9000 utterances, 140000 words), and around 5% of the more uniform (vocabulary- and structure-wise) mobile database (17 speakers, 3 hours, 4000 utterances, 20000 words).

Table 1. Serbian speech database breakdown

	Audiobook	Mobile phone recordings
total duration	154h	61h
speech duration	129h	42h
# speakers	60+	351
# utterances	87428	74137
# words	1314574	355396
# characters	6275495	1600390
# words per utterance	15.04	4.79

**5. Language model.** Language modeling is a very important aspect of speech recognition systems, especially on large vocabularies. For the purpose of the experiments in this article, a trigram language model was trained on the training part of the database transcriptions — which have over 1.5 million words in total by themselves (around 121000 different word forms), as well as on an additional part coming from the Serbian journalistic corpus for more realistic estimation of probabilities (this part consists of over 440000 additional sentences, mostly from newspaper articles and similar sources, for a 40%-60% mix). The journalistic corpus was only used to provide better estimates of  $n$ -gram probabilities, with no new words coming from it, so in the end there were still around 121000 different words (unigrams) in the final language model, with 1.3 million bigrams and 358000 trigrams. The Kneser-Ney smoothing method [16] with a pruning value of  $10^{-7}$  was applied to obtain the previously mentioned numbers, as it was proven to be optimal [3]. The language model was trained using the SRILM toolkit [17]. The vocabulary included words from both train and test sets (there are no out-of-vocabulary words). However, the test set was not included in the language model training procedure, to simulate real situations where the user says something not entirely expected by the speech recognizer. Test data perplexity was calculated to be 768.8.

**6. Experimental setup.** Several training parameters for the proposed training procedure have been examined in order to find the optimal configuration:

- number of hidden layers (7-9);
- number of neurons per layer (512-1024);
- number of training epochs and iterations (3-5 epochs);
- layer splicing options (how many  $-1, 0, 1$  vs.  $-3, 0, 3$  layers);
- HMM structure complexity (3000 vs. 4000 states);

- extending database using speed-perturbed data (Boolean);
- applying random volume adjustments to data (Boolean);
- using accent-specific vowel models (Boolean);
- using pitch as an additional feature (Boolean).

Other DNN parameters were the same everywhere. These included the basic features — 40 high-resolution Mel-frequency cepstral coefficients (MFCCs), calculated using 40 filter banks, on 30ms frames, with 10ms shifts, the number of initial and final parallel jobs (3 and 16), as well as the initial and final learning rates (0.001 and 0.0001).

Input alignments to the DNN training stage were provided via the baseline HMM-GMM speaker-adaptive training system (section 2, Figure 1), producing WER of around 22% on the described test set (without any additional discriminative training at this stage).

**7. Experimental results.** Initial training parameters were the following: 7 neural network layers, 625 neurons per each layer, 4 epochs (60 iterations) of training, two initial *-1,0,1* layer splicings and four *-3,0,3* splicings for the remaining hidden layers, no accent-specific vowel models, 3000-state HMM structure, no artificial database extension or adjustment, without the additional pitch features.

Various number of neurons per each hidden layer were examined for the fixed initial number of layers (7). All the produced word error rates were slightly under 10%, but the experiments have shown that 512 seems to be too few, and 1024 too many. In between, 625 and 768 (the midway between 512 and 1024) neurons per layer seem to produce very similar WERs — 9.71% and 9.72% to be exact (Figure 2). In this situation, it was reasonable to choose the less complex system — more neurons take a lot more time to train and the resulting models take up a significantly larger space on the disk, which can further result in much slower decoding time (this can be crucial for some ASR applications, e.g. on devices with limited memory resources and not so powerful processors, such as mobile phones), that can severely affect user experience when real time communication is to be expected. Specifically, total training times were between 11 hours for 512 neurons per layer, and 18 hours for 1024 neurons per layer, using a minibatch size of 32 to successfully complete the whole training on the concrete GPU. The difference in the final model size was substantial, as it ranged from 29MB (least complex system), up to almost 100MB (most complex system). The decoding time varied as well, even though it was very fast on the given machine in general, as it took only about an hour (or slightly more) to decode the whole 18 hours of test data. Compared to real time, the decoding speed ranged from 5.4% to 8.2% of real time. This is likely much more prominent on less powerful devices.

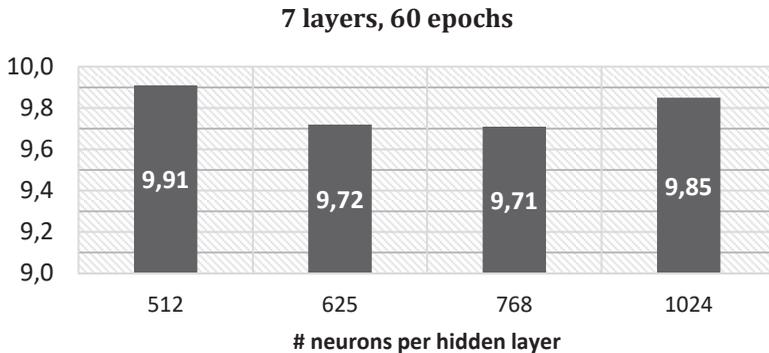


Fig. 2. WER results for different number of neurons per layer (7-layer DNN)

Character error rate mimicked the way WER behaved — it ranged from 2.53% to 2.62%. Based on this, it can be assumed that most errors occur in just a few letters (characters) of words, while most of the word (basic form, i.e., the lemma) is often correctly recognized. This is an observation that will be explained in more detail later in the article. Presenting the most frequent mistakes (particularly substitution errors) the decoder made proves the abovementioned considerations (Table 2). The most prominent insertions and deletions contain a great majority of very short one-syllable words (1-3 characters long), such as prepositions, conjunctions, etc. There are also substitutions, such as changing one version of a word pronunciation with another allowed pronunciation (which is often just slightly acoustically different). These type of errors can be handled in the pronunciation dictionary (lexicon) used for training and testing in future iterations. On the other hand, the mentioned deletions and insertions can probably only be solved with a more sophisticated language model.

Increasing the number of hidden layers in the network by one improved WER by a significant amount — to 9.45%. Further increments didn't seem to produce more improvement (Figure 3) — WER actually started going in the wrong direction. Other combinations of layers and neurons did not seem to be more successful either (8 layers and 768 neurons per layer, 9 layers and 625 or 768 neurons per layer, etc. — all fell short). So the 8-layer 625-neuron configuration seemed to be optimal one for the given amount of data and variability. Here, the training was completed in 14 hours, and the final models occupied 45MB. The decoding speed was 6.3% of real time. The character error rate also got better, from 2.53% to 2.47%. Most frequent errors expectedly remained almost the same, but the number of different errors was slightly reduced.

Table 2. Most frequent word error examples (total words in test set: 158653)

	substitutions	insertions	deletions
total	10889	952	3578
examples	je → i (1.18%)	i (7.98%)	je (17.08%)
	i → je (0.41%)	u (6.09%)	i (16.1%)
	bilo → bila (0.29%)	je (5.88%)	u (5.14%)
	peter → petar (0.26%)	na (4.41%)	a (2.91%)
	u → o (0.26%)	da (3.15%)	da (1.98%)
	koja → koje (0.25%)	mu (2.94%)	na (1.68%)
	osamnaeste → osamneste (0.25%)	ni (2.42%)	o (1.57%)
	iz → i (0.24%)	ne (1.79%)	se (1.43%)
	sam → osam (0.21%)	to (1.79%)	on (1.34%)
	me → mi (0.2%)	od (1.58%)	ona (1.09%)
	je → nije (0.19%)	a (1.47%)	s (0.87%)
	hiljadu → hijadu (0.17%)	sa (1.47%)	su (0.81%)
	je → koje (0.17%)	s (1.16%)	joj (0.75%)
	koje → koji (0.17%)	se (1.16%)	mu (0.67%)
	sa → se (0.16%)	pre (1.05%)	pa (0.67%)
revolucija → revolucije (0.15%)	po (0.84%)	bi (0.61%)	

The number of training epochs seemed to be optimal right from the start (Figure 4) — changing the number of training epochs in any direction seemed to increase WER. More epochs and iterations are definitely not suggested. If time was more relevant, the slightly shorter training (less iterations) could be proposed. The system might benefit from a change in learning rate or the number of parallel jobs (initial and/or final) alongside the change in epochs and training iterations, but it was not tested in this round of experiments, since the given learning rate was recommended for systems of similar complexity, and the training and validation probabilities did not show signs of overtraining.

### 625 neurons, 60 iterations

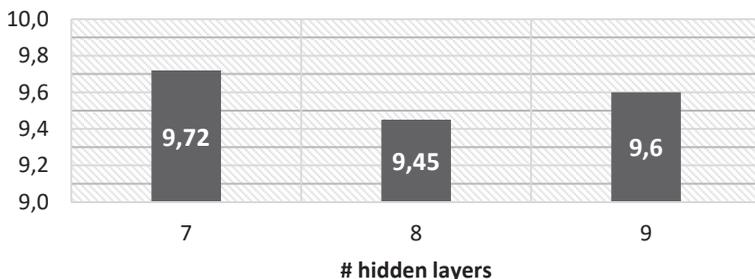


Fig. 3. WER results for different number of layers (625 neurons per layer)

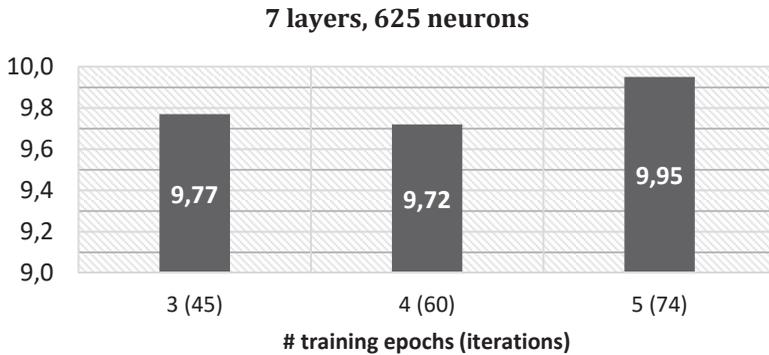


Fig. 4. WER results for different training lengths (number of iterations)

Initially, in the 8-layer neural network architecture, the two layer splicing variants were equally distributed among hidden layers (3 initial layers had the  $-1,0,1$  splicing with neighboring layers, while the 4 deepest layers had the  $-3,0,3$  splicing put in place, or  $3+4$  for short). Additional adjustments did not produce better results. In the 9-layer system however, an alternative  $4+4$  splice distribution managed to improve WER in relation to the original  $3+5$  splicing variant, but it still did not reach the current best result of 9.45% WER. All of these results can be seen in Figure 5.

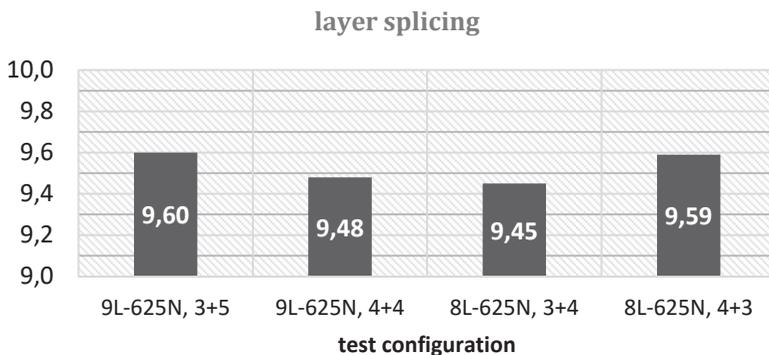


Fig. 5. WER results for different layer splicing

In all further experiments (unless explicitly mentioned), the best architecture so far was used (8 layers, 625 neurons per layer,  $3+4$  splicing, 4 epochs, 9.45% WER).

The next adjustment to be examined was artificial data expansion. The speech data was expanded by using speed perturbation coefficients to produce new versions of the database (on the fly), that contained either faster or slower speech than the original database. These perturbed database versions were added to the original in the training set. Several perturbation coefficients have been examined, always in pair (one slower and one faster database version plus the original). Unfortunately, no gain was made in WER, at least with the given architecture (Figure 6). The more the perturbed data was changed in comparison to the original, the worse the results became. Features were probably too dispersed in this setup for the previously optimized network to cover properly. An increase in the number of layers and/or neurons could be tested (with caution to not cause overfitting). Nevertheless, as stated before, smaller neural networks are preferred, so those experiments were skipped for now. Not to mention that the training was much longer (over 42 hours long), with a lot more iterations (same number of epochs) due to the increased amount of data.

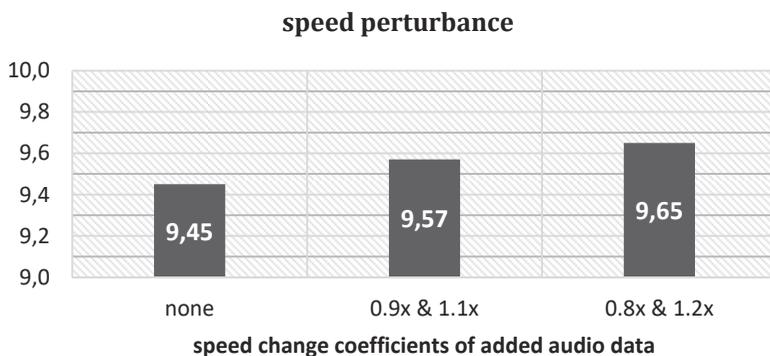


Fig. 6. WER results with added speed-perturbed data

Another interesting approach was to modify input audio data by volume scaling using a random coefficient for each file in the speech database. This was also performed on the fly in the training scripts. Therefore, there is no extra training material, only the variability is increased. This could compensate the fact that some speakers naturally speak louder than others, so in a way this may produce a more equalized database volume-wise, i.e., with more training for much louder or much quieter speech than normal (neutral loudness). More precisely, the volume adjustment coefficient was randomly selected for each file between the values of 0.125 and 2.0. At first, this approach did not improve the best

result — in fact, it produced one of the worst ones so far. Luckily, increasing the number of neurons per layer to 768 made a big difference — almost reaching the best result. Because of that result, even a 9-layer architecture was examined, and the new best result so far was obtained — 9.32% WER. All the mentioned results are presented in Figure 7.

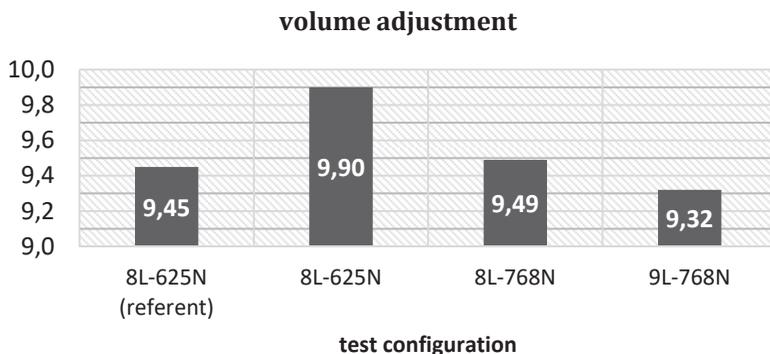


Fig. 7. WER results with volume-adjusted data

Unfortunately, this had a bit of a toll on training length and decoding speed — 18.5 hours of training, 6.5% of real time decoding speed. Yet, it has been shown that this kind of an approach can work well, if not for anything else than for systems running on more powerful machines which can perform in real time without issues. Of course, due to randomness, the training is not exactly repeatable (unless producing the same pseudorandom sequence of volume scaling coefficients using the same seed), and sometimes you can be a bit luckier than at other times. For the rest of the results in the paper, the 9.45% WER result is still considered as the referent one.

A major change incorporated in the system was obtained using separate models for vowels with different accents — five standard Serbian accents, plus the unstressed version of the vowel, ignoring diphthongs. The biggest change in this approach was creating a lexicon with word pronunciations with accents, which was eventually performed using the most comprehensive existing accentuation dictionary for Serbian. Other appropriate changes were made to tree-based clustering of HMM states as well. Of course, firstly the HMM-GMM models had to be retrained with the described changes to produce new phoneme-level alignments for the neural network. After everything has been performed, there was still no luck in improving the existing WER. Increments in layers and neurons also

produced no improvement (Figure 8). Increasing the number of HMM states from 3000 to 4000 in the initial system to possibly cluster the now more diverse set of phoneme states in a better way also didn't change much, producing a WER of 9.68%. This was likely because speakers often pronounced words in unexpected, incorrect ways, so that accented vowel models were not trained in the best possible way — it can be said that there was a lot of “noise” in the data. Unfortunately, manually labeling the whole training set (specifically vowel accents) is not possible in practice, especially for datasets this big or even larger. Maybe this approach can work better on smaller databases, or where speakers were instructed to speak exclusively in the linguistically correct way (and data was checked thoroughly). Hopefully though, adding pitch features in the mix can help, since pitch and accents are very correlated in the Serbian language.

Adding the fundamental frequency alone as an additional feature helped a lot (Figure 9). Specifically, there were 3 new features — weighted log-pitch, delta-log-pitch and the warped Normalized Cross Correlation Function (NCCF) value (originally between -1 and 1, higher for voiced frames). The whole system was retrained from the start for the new feature set. Finally, a significant jump in WER was obtained, to 9.18%. At this point, the training procedure was moved to a machine with a better GPU, but for later comparisons let's mention that the training lasted around 10 hours. The final model was still around 45-46MB big, and the decoding speed was 5.1% of real time. Character error rate followed the WER improvement, and jumped from 2.47% to 2.40%. The list of the most frequent errors was still unchanged, although their frequency decreased, as the acoustic model actually helped distinguish similar words a little bit better.

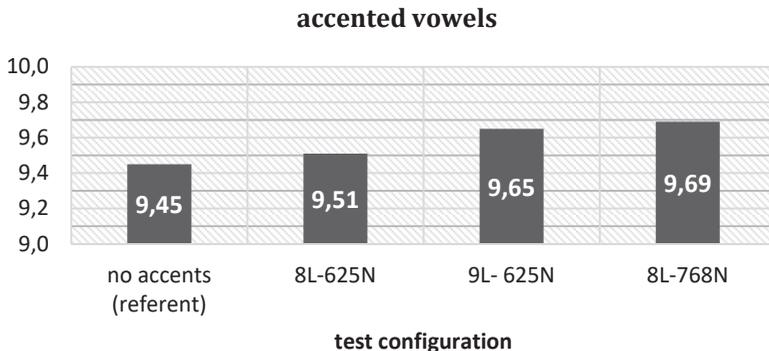


Fig. 8. WER results with accented vowel models

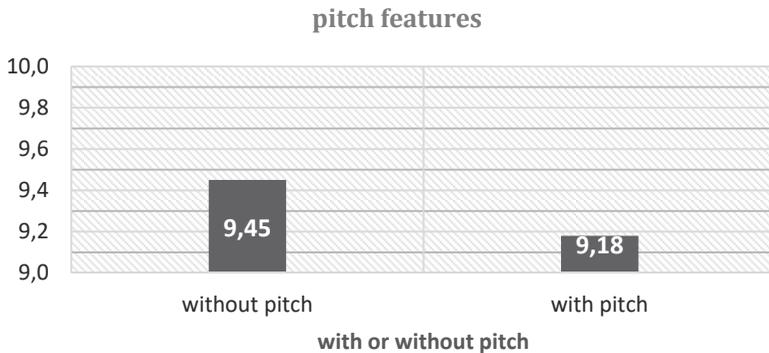


Fig. 9. WER results with added pitch features

The final TDNN-based experiment was the examination of pitch features in combination with accented vowels, for the reasons stated above. Fortunately, this produced the best result to date (Figure 10) — word error rate of 9.06% and CER of 2.37%. The whole DNN part of the training took 9.5 hours and produced a model of 45MB (just slightly smaller than without accents). The decoding capabilities were calculated to be 5.6% of real time.

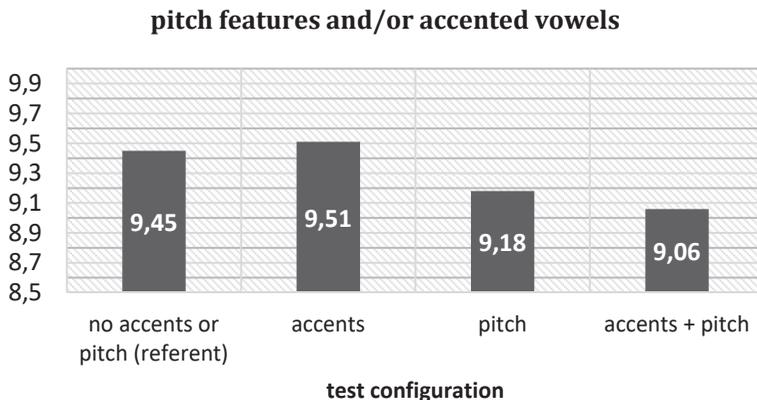


Fig. 10. WER results with added pitch features and/or accents

In order to create even better acoustic models for the given database and a general purpose LVCSR system, speaker audio data equalization could be analyzed. Purposefully adding noise to speech data to prepare models for not-so-perfect environments (this could also produce more variability to the features) might be another way. However, creating a

sophisticated language model based on recurrent neural networks seems to be the most promising direction.

Let us also mention that WER was mostly accumulated on the audio books test dataset (10.21% WER, 2.63% CER), while the mobile database test produces a much better WER of less than 1% (0.82% WER, 0.33% CER for pitch-based models with accents).

Like mentioned before, overall CER is only at around 2.4%, which is due to the high language inflectivity and most likely suboptimally trained language models. High inflectivity means that small changes in words are used to express different grammatical categories, e.g. case, tense, gender, number. This creates a possibility of very similar but completely different words (with the same basic word form, i.e., lemma) to be substituted with each other in the recognition process. There is another proposed ASR system evaluation method that was created for languages like these — inflectional WER (IWER), which assigns a weight between 0 and 1 to so-called “weak” substitutions, where the lemma of the word is correctly recognized [18]. If the default weight of 0.5 is taken here, for the best system the IWER value is calculated to be 7.23%. A lot of small errors still persist — including alternative pronunciations of same words (e.g. numbers) and some errors that are more due to the language model in use, but these are not further explored in this paper.

The system also performed a lot better on the female speaker test dataset than on its male counterpart — WER of 5.66% compared to 11.22%, but this was likely a consequence of speaker choice (random selection) for this particular test set (Figure 11). Some of the male speakers do have more background noise and lower quality audio in general (e.g. mumbling).

### database and speaker gender

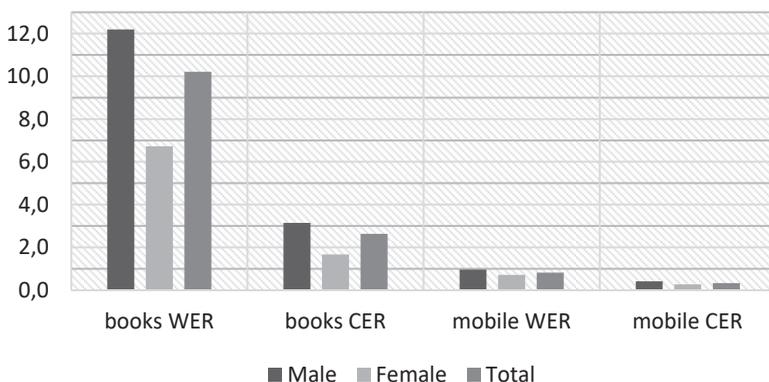


Fig. 11. WER breakdown for speech database parts and speaker genders

Figure 12 shows a side-to-side comparison between this system (the best variant that incorporates vowel accents and pitch features) with the previous ASR systems for Serbian that use acoustic models trained on the same speech database.

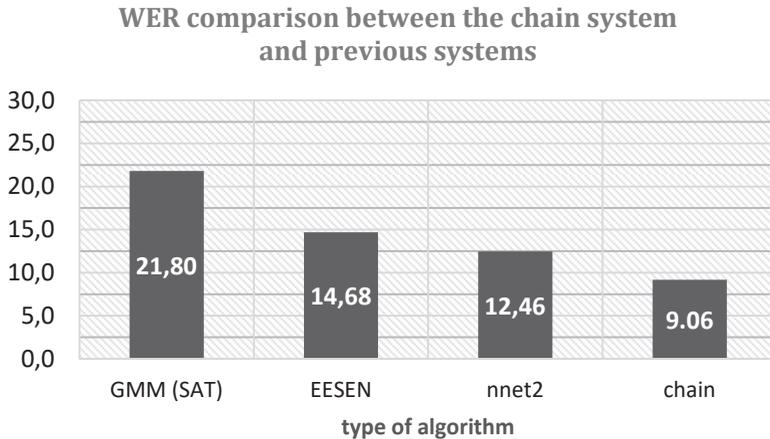


Fig. 12. WER comparison – baseline GMM, end-to-end, SGD system, chain system

As expected, the “chain” system more than halves the WER obtained with the baseline HMM-GMM system, which is described in Section 2.

The next system is an end-to-end system for Serbian developed by the Eesen framework [19]. In this system a LSTM-based deep neural network is trained to directly model connections between speech and context-independent lexicon units, which dramatically reduces the amount of expert knowledge needed to successfully train a competitive LVCSR system. The training is CTC-based, while allowing the usage of weighted finite state transducers (WFSTs) in the decoding procedure. When using the Serbian speech database from this article, as described in [20], a reasonably good WER of 14.68% is obtained. Still, the 9.06% WER of the “chain” system is superior.

The final comparison is with the “nnet2” system, which is the system based on modified SGD and parameter averaging, as detailed in [3]. The acoustic models here were also TDNNs, with such an architecture that more efficiently models longer temporal contexts [21]. This system produced another significant improvement, lowering the WER to 12.46%. It was shown in [3] that WER can improve even further by introducing a discriminative MMI training stage before the DNN phase to produce even better input alignments for the neural network, but for fair comparison the

12.46% WER was chosen. This is the second best system, right after “chain”, but it is still almost 30% worse in relative word error rate.

It can be concluded that the new system is a lot better than any of the previous ones. Not only in WER, but in speed (it uses frame subsampling) as well, as well as efficient training.

**8. Experiments with LSTM.** After the TDNN experiments have been completed and catalogued, several experiments using long short term memory recurrent neural network architectures have been carried out. These tests used deep LSTMs with a recurrent projection layer — unlike the regular LSTM architecture, in which there are recurrent connections in LSTM layers from cell output units to cell input units, input gates, output gates and forget gates, here, another separate linear projection layer exists after a LSTM layer, with recurrent connections attaching this new layer to the input of the LSTM layer, as detailed in [22]. This architecture is often abbreviated as a LSTMP neural network. Several versions of the neural network with different complexities were examined (number of layers and neurons), while keeping the splicing method the same throughout the experiments — the proposed -2:2 splicing for the initial hidden layer, after which there are no spliced inputs for any of the other layers, up to, and including the output layer.

Experiments were first concentrated on less complex architectures, similar to tests in [22], but without much success (Figure 13). Only two layers didn't seem to be enough, and tweaking the recurrent vs. non-recurrent projection dimensionality didn't produce any change at all. Also, having more layers, but remaining with a very low number of neurons per hidden layer produced the worst result by far (this configuration was tried without any projections as well).

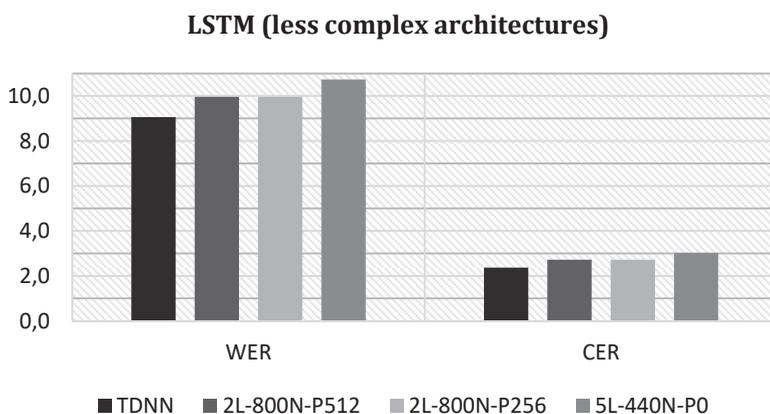


Fig. 13. LSTM results with less complex architectures

Going back to more hidden layers with a reasonable number of neurons, the results got a bit better (Figure 14). All in all, the more complex the network got, the better the results were, especially related to the number of neurons per layer. By far the best result was obtained from the 3-layer 2048-neuron system (more layers with such a big number of neurons were not examined due to very long training times). On the whole test dataset, it produced a WER of 9.00%, which is even better than the best TDNN system, with a gain on audio books, and a slight loss on the mobile dataset. Unfortunately, these architectures are very slow, compared to TDNN on the same machines, regarding both training and decoding speeds. The best LSTM architecture was being trained for almost a full week (4 epochs, 113 iterations, same learning rates as before for TDNN), and even the minibatch size had to be lowered a couple of times during training because of GPU memory errors. The final model size was 89MB, with decoding speed of 23% of real time.

### LSTM (more complex architectures)

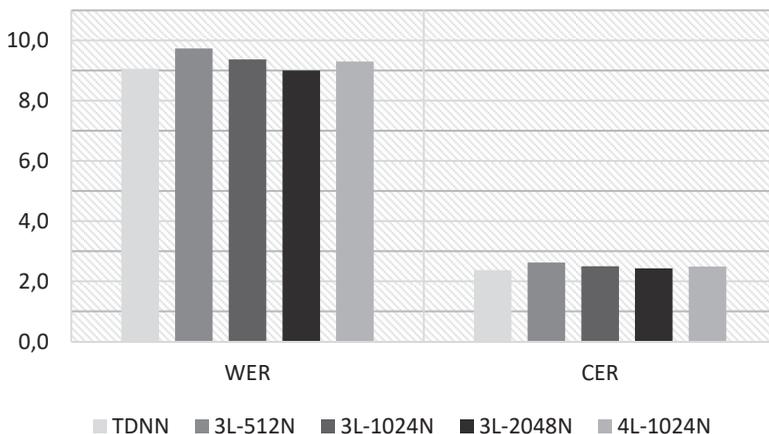


Fig. 14. LSTM results with more complex architectures

**9. Conclusion.** This paper describes all experiments and available results on the Serbian LVCSR speech database in detail, using the “chain” DNN models. It can be concluded that an 8-layer, 625-neuron-per-layer structure works best, without the need for artificial database expansion using speed perturbation or random volume adjustment, with the explained splicing method, while also preventing the system from overtraining. Accented vowel models in combination with additional pitch features

prevailed as the best configuration until now, while even pitch features alone produced a significant improvement. Various experiments have been proposed to further polish the acoustic models. Nevertheless, finding the optimal language model configuration (also based on neural networks) and incorporating it in the final system seems to be the correct way to proceed.

## References

1. Popović B., Pakoci E., Ostrogonac S., Pekar D. Large vocabulary continuous speech recognition for Serbian using the Kaldi toolkit. Proceedings of 10th Conference on Digital Speech and Image Processing (DOGS'2014). 2014. pp. 31–34.
2. Popović B. et al. Deep neural network based continuous speech recognition for Serbian using the Kaldi toolkit. Proceedings of 17th International Conference on Speech and Computing (SPECOM'2015). 2015. LNCS 9319. pp. 186–192.
3. Pakoci E., Popović B., Pekar D. Language model optimization for a deep neural network based speech recognition system for Serbian. Proceedings of 19th International Conference on Speech and Computing (SPECOM'2017). 2017. LNAI 10458. pp. 483–492.
4. Povey D., Kuo H.-K.J., Soltau H. Fast speaker adaptive training for speech recognition. Proceedings of 9th Annual Conference of the International Speech Communication Association (INTERSPEECH'2008). 2008. pp. 1245–1248.
5. Povey D., Zhang X., Khudanpur S. Parallel training of DNNs with natural gradient and parameter averaging. Proceedings of 3rd International Conference on Learning Representations Workshop (ICLR'2015). 2015. arXiv:1410.7455. 28 p.
6. Graves A., Fernández S., Gomez F., Schmidhuber J. Connectionist temporal classification: labelling unsegmented sequence data with recurrent neural networks. Proceedings of 23rd International Conference on Machine Learning (ACM'2006). 2006. pp. 369–376.
7. Povey D. et al. Purely sequence-trained neural networks for ASR based on lattice-free MMI. Proceedings of 17th Annual Conference of the International Speech Communication Association (INTERSPEECH'2016). 2016. pp. 2751–2755.
8. Sak H., Senior A., Rao K., Beaufays F. Fast and accurate recurrent neural network acoustic models for speech recognition. Proceedings of 16th Annual Conference of the International Speech Communication Association (INTERSPEECH'2015). 2015. pp. 1468–1472.
9. Povey D. Discriminative Training for Large Vocabulary Speech Recognition. Ph.D. thesis. Engineering Department. Cambridge University. 2003. 170 p.
10. Sak H. et al. Learning acoustic frame labeling for speech recognition with recurrent neural networks. Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP'2015). 2015. pp. 4280–4284.
11. Povey D. et al. The Kaldi speech recognition toolkit. Proceedings of IEEE Workshop on Automatic Speech Recognition and Understanding (ASRU'2011). 2011. pp. 1–4.
12. Senior A. et al. Acoustic modelling with CD-CTC-SMBR LSTM RNNs. Proceedings of IEEE Automatic Speech Recognition and Understanding Workshop (ASRU'2015). 2015. pp. 604–609.
13. Povey D. et al. Boosted MMI for model and feature-space discriminative training. Proceedings of 33rd International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP'2008). 2008. pp. 4057–4060.
14. Su H., Li G., Yu D., Seide F. Error back propagation for sequence training of context-dependent deep networks for conversational speech transcription. Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP'2013). 2013. pp. 6664–6668.
15. Suzić S., Ostrogonac S., Pakoci E., Bojanić M. Building a Speech Repository for a Serbian LVCSR System. *Telfor Journal*. 2014. vol. 6. no. 2. pp. 109–114.
16. Kneser R., Ney H. Improved backing-off for M-gram language modeling. Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP'1995). 1995. pp. 181–184.

17. Stolcke A., Zheng J., Wang W., Abrash V. SRILM at sixteen: Update and outlook. Proceedings of IEEE Workshop on Automatic Speech Recognition and Understanding (ASRU'2011). 2011. vol. 5. 5 p.
18. Bhanuprasad K., Svenson D. Errgrams - a way to improving ASR for highly inflected Dravidian languages. Proceedings of 3rd International Joint Conference on Natural Language Processing (IJCNLP'2008). 2008. pp. 805–810.
19. Miao Y., Gowayyed M., Metz F. EESEN: End-to-end speech recognition using deep RNN models and WFST-based decoding. Proceedings of IEEE Automatic Speech Recognition and Understanding Workshop (ASRU'2015). 2015. pp. 167–174.
20. Popović B., Pakoci E., Pekar D. End-to-end large vocabulary speech recognition for the Serbian language. Proceedings of 19th International Conference on Speech and Computing (SPECOM'2017). 2017. LNAI 10458. pp. 343–352.
21. Peddinti V., Povey D., Khudanpur S. A time delay neural network architecture for efficient modeling of long temporal contexts. Proceedings of 16th Annual Conference of the International Speech Communication Association (INTERSPEECH'2015). 2015. pp. 2–6.
22. Sak H., Senior A.W., Beaufays F. Long short-term memory recurrent neural network architectures for large scale acoustic modeling. Proceedings of 16th Annual Conference of the International Speech Communication Association (INTERSPEECH'2015). 2015. pp. 338–342.

**Pakoci Edvin** — research assistant of the Department for Power, Electronic and Telecommunications Engineering of the Faculty of Technical Sciences, University of Novi Sad. Research interests: human-computer interaction, speech recognition and synthesis, speaker identification, numerical simulations, statistical analysis, artificial intelligence. The number of publications — 32. edvin.pakoci@uns.ac.rs; 6, Trg Dositeja Obradovića, 21000, Novi Sad, Serbia; office phone: +381214852521.

**Popović Branislav** — Ph.D., Dr. Sci., research associate of the Department for Power, Electronic and Telecommunications Engineering of the Faculty of Technical Sciences, University of Novi Sad, member, the Centre for Vibro-Acoustic Systems and Signal Processing (CEVAS) of the Faculty of Technical Sciences, University of Novi Sad, associate professor of Academy of Arts Belgrade, Alfa BK University, founder and owner, Computer Programming Agency Code85. Research interests: human-computer interaction, speech recognition and synthesis, speaker identification, emotion recognition, image processing, pattern recognition, clustering algorithms, numerical simulations, statistical analysis, applied mathematics, artificial intelligence. The number of publications — 60. branislav.popovic.gm@gmail.com, <http://www.branislavpopovic.com>; 6, Trg Dositeja Obradovića, 21000, Novi Sad, Serbia; office phone: +381214852521.

**Pekar Darko Jovan** — research assistant of the Department for Power, Electronic and Telecommunications Engineering of the Faculty of Technical Sciences, University of Novi Sad, CEO (Chief Executive Officer), AlfaNum Speech Technologies. Research interests: human-computer interaction, speech recognition and synthesis, speaker identification, emotion recognition, speech morphing, numerical simulations, artificial intelligence. The number of publications — 100. darko.pekar@alfanum.co.rs; 40, Bulevar Vojvode Stepe, 21000, Novi Sad, Serbia; office phone: +381-21-485-2521.

**Acknowledgements.** The work is supported in part by the Ministry of Education, Science and Technological Development of the Republic of Serbia, within the project “Development of Dialogue Systems for Serbian and Other South Slavic Languages”, EUREKA project DANSPLAT, “A Platform for the Applications of Speech Technologies on Smartphones for the Languages of the Danube Region”, ID E! 9944, and the Provincial Secretariat for Higher Education and Scientific Research, within the project “Central Audio-Library of the University of Novi Sad”, No. 114-451-2570/2016-02.

Э. ПАКОЦИ, Б. ПОПОВИЧ, Д. ПЕКАР  
**УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ РАСПОЗНАВАНИЯ СЕРБСКОЙ  
РЕЧИ С ПОМОЩЬЮ ОБУЧЕННЫХ НА  
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯХ ГЛУБОКИХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ**

*Пакоци Э., Попович Б., Пекар Д. Усовершенствование распознавания сербской речи с помощью обученных на последовательностях глубоких нейронных сетей.*

**Аннотация.** Представлены последние усовершенствования в распознавании сербской речи, достигнутые с использованием современных глубоких нейронных сетей, основанных на применении дискриминативного обучения на последовательностях для акустического моделирования. Описываются несколько вариантов новой системы распознавания слитной речи с большим словарем (LVCSR), которая основана на обучении по критерию максимальной взаимной информации (LF-MMI) без использования решетки. Параметры системы варьировались таким образом, чтобы достичь наименьших значений ошибки распознавания слов (WER) и ошибки распознавания символов (CER) при использовании самой большой существующей речевой базы данных сербского языка и наилучшей n-граммной языковой модели общего назначения. В дополнение к настройке самой нейронной сети (числа слоев, сложности, объединения элементов слоя и т.д.) для получения наилучших результатов были исследованы и другие ориентированные на конкретный язык способы оптимизации, такие как использование акценто-зависимых моделей гласных фонем и их сочетание с тональными признаками. Также была исследована настройка речевой базы данных, которая включает в себя искусственное расширение базы данных путем изменения скорости речевых высказываний и масштабирование уровня громкости для учета вариативности речи.

Результаты экспериментов показали, что 8-слойная глубокая нейронная сеть с 625 нейронами в каждом слое работает в данных условиях работает лучше других сетей без необходимости увеличения речевой базы данных или регулировки громкости. Кроме того, тональные признаки в сочетании с использованием акценто-зависимых моделей гласных обеспечивают наилучшие показатели точности во всех экспериментах.

**Ключевые слова:** глубокая нейронная сеть, автоматическое распознавание речи, обучение на последовательностях, LF-MMI, акценты, основной тон, сербский.

**Пакоци Эдвин** — младший научный сотрудник департамента энергетики, электроники и телекоммуникационного инжиниринга факультета технических наук, Нови-Садский университет. Область научных интересов: человеко-машинное взаимодействие, распознавание и синтез речи, идентификация диктора, цифровое моделирование, статистический анализ, искусственный интеллект. Число научных публикаций — 32. edvin.pakoci@uns.ac.rs; ул. Трг Доситея Обрадовича, 6, 21000, Нови Сад, Сербия; р.т.: +381214852521.

**Попович Бранислав** — д-р техн. наук, научный сотрудник департамента энергетики, электроники и телекоммуникационного инжиниринга факультета технических наук, Нови-Садский университет, сотрудник центра виброакустических систем и обработки сигналов (CEVAS) факультета технических наук, Нови-Садский университет, доцент Академии искусств в Белграде, Альфа БК университет, основатель и владелец, Computer Programming Agency Code85. Область научных интересов: человеко-машинное взаимодействие, распознавание и синтез речи, идентификация диктора, распознавание эмоций,

обработка изображений, распознавание образа, алгоритмы кластеризации, цифровое моделирование, статистический анализ, прикладная математика, искусственный интеллект. Число научных публикаций — 60. [branslav.popovic.gm@gmail.com](mailto:branslav.popovic.gm@gmail.com), <http://www.branslavpopovic.com>; ул. Трг Доситея Обрадовича, 6, 21000, Нови Сад, Сербия; р.т.: +381214852521.

**Пекар Дарко Йован** — младший научный сотрудник департамента энергетики, электроники и телекоммуникационного инжиниринга факультета технических наук, Нови-Садский университет, главный исполнительный директор, AlfaNum Speech Technologies. Область научных интересов: человеко-машинное взаимодействие, распознавание и синтез речи, идентификация диктора, морфинг речи, статистический анализ, искусственный интеллект. Число научных публикаций — 100. [darko.pekar@alfanum.co.rs](mailto:darko.pekar@alfanum.co.rs); ул. Войводе Степе, 40, 21000, Нови Сад, Сербия; р.т.: +381-21-485-2521.

**Поддержка исследований.** Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Министерства образования, науки и технологического развития Республики Сербия в рамках проекта «Развитие диалоговых систем для сербских и других южнославянских языков», проект EUREKA DANSPLAT, «Платформа для приложений речевых технологий на смартфонах для языков Дунайского региона», ID E! 9944 и провинциального секретариата высшего образования и научных исследований в рамках проекта «Центральная аудиобиблиотека Университета Нови-Сад», № 114-451-2570 / 2016-02.

### Литература

1. *Popović B., Pakoci E., Ostrogonac S., Pekar D.* Large vocabulary continuous speech recognition for Serbian using the Kaldi toolkit // Proceedings of 10th Conference on Digital Speech and Image Processing (DOGS'2014). 2014. pp. 31–34.
2. *Popović B. et al.* Deep neural network based continuous speech recognition for Serbian using the Kaldi toolkit // Proceedings of 17th International Conference on Speech and Computing (SPECOM'2015). 2015. LNCS 9319. pp. 186–192.
3. *Pakoci E., Popović B., Pekar D.* Language model optimization for a deep neural network based speech recognition system for Serbian // Proceedings of 19th International Conference on Speech and Computing (SPECOM'2017). 2017. LNAI 10458. pp. 483–492.
4. *Povey D., Kuo H-K.J., Soltau H.* Fast speaker adaptive training for speech recognition // Proceedings of 9th Annual Conference of the International Speech Communication Association (INTERSPEECH'2008). 2008. pp. 1245–1248.
5. *Povey D., Zhang X., Khudanpur S.* Parallel training of DNNs with natural gradient and parameter averaging // Proceedings of 3rd International Conference on Learning Representations Workshop (ICLR'2015). 2015. arXiv:1410.7455. 28 p.
6. *Graves A., Fernández S., Gomez F., Schmidhuber J.* Connectionist temporal classification: labelling unsegmented sequence data with recurrent neural networks // Proceedings of 23rd International Conference on Machine Learning (ACM'2006). 2006. pp. 369–376.
7. *Povey D. et al.* Purely sequence-trained neural networks for ASR based on lattice-free MMI // Proceedings of 17th Annual Conference of the International Speech Communication Association (INTERSPEECH'2016). 2016. pp. 2751–2755.
8. *Sak H., Senior A., Rao K., Beaufays F.* Fast and accurate recurrent neural network acoustic models for speech recognition // Proceedings of 16th Annual Conference of the International Speech Communication Association (INTERSPEECH'2015). 2015. pp. 1468–1472.
9. *Povey D.* Discriminative Training for Large Vocabulary Speech Recognition // Ph.D. thesis. Engineering Department. Cambridge University. 2003. 170 p.

10. *Sak H. et al.* Learning acoustic frame labeling for speech recognition with recurrent neural networks // Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP'2015). 2015. pp. 4280–4284.
11. *Povey D. et al.* The Kaldi speech recognition toolkit // Proceedings of IEEE Workshop on Automatic Speech Recognition and Understanding (ASRU'2011). 2011. pp. 1–4.
12. *Senior A. et al.* Acoustic modelling with CD-CTC-SMBR LSTM RNNs // Proceedings of IEEE Automatic Speech Recognition and Understanding Workshop (ASRU'2015). 2015. pp. 604–609.
13. *Povey D. et al.* Boosted MMI for model and feature-space discriminative training // Proceedings of 33rd International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP'2008). 2008. pp. 4057–4060.
14. *Su H., Li G, Yu D., Seide F.* Error back propagation for sequence training of context-dependent deep networks for conversational speech transcription // Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP'2013). 2013. pp. 6664–6668.
15. *Suzić S., Ostrogonac S., Pakoci E., Bojanić M.* Building a Speech Repository for a Serbian LVCSR System // Telfor Journal. 2014. vol. 6. no. 2. pp. 109–114.
16. *Kneser R., Ney H.* Improved backing-off for M-gram language modeling // Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP'1995). 1995. pp. 181–184.
17. *Stolcke A., Zheng J., Wang W., Abrash V.* SRILM at sixteen: Update and outlook // Proceedings of IEEE Workshop on Automatic Speech Recognition and Understanding (ASRU'2011). 2011. vol. 5. 5 p.
18. *Bhanuprasad K., Svenson D.* Errgrams - a way to improving ASR for highly inflected Dravidian languages // Proceedings of 3rd International Joint Conference on Natural Language Processing (IJCNLP'2008). 2008. pp. 805–810.
19. *Miao Y., Gowayyed M., Metze F.* EESSEN: End-to-end speech recognition using deep RNN models and WFST-based decoding // Proceedings of IEEE Automatic Speech Recognition and Understanding Workshop (ASRU'2015). 2015. pp. 167–174.
20. *Popović B., Pakoci E., Pekar D.* End-to-end large vocabulary speech recognition for the Serbian language // Proceedings of 19th International Conference on Speech and Computing (SPECOM'2017). 2017. LNAI 10458. pp. 343–352.
21. *Peddinti V., Povey D., Khudanpur S.* A time delay neural network architecture for efficient modeling of long temporal contexts // Proceedings of 16th Annual Conference of the International Speech Communication Association (INTERSPEECH'2015). 2015. pp. 2–6.
22. *Sak H., Senior A.W., Beaufays F.* Long short-term memory recurrent neural network architectures for large scale acoustic modeling // Proceedings of 16th Annual Conference of the International Speech Communication Association (INTERSPEECH'2015). 2015. pp. 338–342.

Н.М. Марковников, И.С. Кипяткова  
**АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР ИНТЕГРАЛЬНЫХ СИСТЕМ  
РАСПОЗНАВАНИЯ РЕЧИ**

*Марковников Н.М., Кипяткова И.С. Аналитический обзор интегральных систем распознавания речи.*

**Аннотация.** Приведен аналитический обзор разновидностей интегральных (end-to-end) систем для распознавания речи, методов их построения, обучения и оптимизации. Рассмотрены варианты моделей на основе коннекционной временной классификации (СТС) в качестве функции потерь для нейронной сети, модели на основе механизма внимания и шифратор-дешифратор моделей. Также рассмотрены нейронные сети, построенные с использованием условных случайных полей (CRF), которые являются обобщением скрытых марковских моделей, что позволяет исправить многие недостатки стандартных гибридных систем распознавания речи, например, предположение о том, что элементы входных последовательностей звуков речи являются независимыми случайными величинами. Также описаны возможности интеграции с языковыми моделями на этапе декодирования, демонстрирующие существенное сокращение ошибки распознавания для интеграционных моделей. Описаны различные модификации и улучшения стандартных интегральных архитектур систем распознавания речи, как, например, обобщение коннекционной классификации и использование регуляризации в моделях, основанных на механизмах внимания. Обзор исследований, проводимых в данной предметной области, показывает, что интегральные системы распознавания речи позволяют достичь результатов, сравнимых с результатами стандартных систем, использующих скрытые марковские модели, но с применением более простой конфигурации и быстрой работой системы распознавания как при обучении, так и при декодировании. Рассмотрены наиболее популярные и развивающиеся библиотеки и инструментарии для построения интегральных систем распознавания речи, такие как TensorFlow, Eesen, Kaldi и другие. Проведено сравнение описанных инструментариев по критериям простоты и доступности их использования для реализации интегральных систем распознавания речи.

**Ключевые слова:** автоматическое распознавание речи, интегральные системы, нейронные сети, глубокое обучение.

**1. Введение.** В настоящее время с увеличением вычислительной мощности компьютеров задача распознавания речи становится все более востребованной. Распознавание речи используется в таких областях, как: управление интерфейсом множества приложений (навигаторы, мессенджеры и т.д.), распознавание телефонных разговоров, генерация речи и так далее. Существуют качественные стандартные модели распознавания речи, показывающие хорошие результаты и состоящие из множества различных частей. Но в них все компоненты обучаются независимо, и ошибки в одних компонентах могут вызывать ошибки в других. Сценарий стандартной системы состоит из множества шагов, что требует гигабайты памяти для хранения, например, обученных языковых моделей, и не позволяет использовать системы локально на различных устройствах, а появляется необходимость удаленных вычислений на серверах. Кроме того,

использование широко применяемых для акустического моделирования скрытых марковских моделей (СММ) имеет недостатки: используется предположение о том, что наблюдения являются независимыми случайными величинами и применяются «слабые модели» — модели Маркова первого порядка.

В последнее время получил распространение другой подход: обучение выполняется так, что только одна модель может выдавать нужный выход без использования других компонент. Такие модели называются *интегральными (end-to-end)*. Обычно в качестве интегральных моделей служат глубокие искусственные нейронные сети (ИНС). Отметим преимущества такого подхода перед стандартным:

- интегральные модели проще реализовать, так как они могут включать в себя только одну нейронную сеть, которая может быть написана только с использованием одного фреймворка и обучена только с помощью градиентного спуска и одной функции потерь; это уменьшает вероятность появления ошибок в коде программы;

- интегральные модели демонстрируют лучшую производительность (скорость, а иногда и точность);

- интегральные модели потенциально требуют меньший объем памяти компьютера, что позволяет использовать их на мобильных устройствах локально.

Недостатком таких моделей является потребность в большом количестве размеченных данных для обучения, что на некоторых типах задач может быть проблематично.

В данном обзоре рассматриваются три вида интегральных моделей на основе глубоких ИНС для распознавания речи: на основе коннекционной временной классификации, шифратор-дешифратор модели с использованием механизма внимания и модели, использующие условные случайные поля. Но сначала рассмотрим архитектуру стандартных систем.

**2. Стандартная система распознавания речи.** Цель автоматического распознавания речи — преобразование звукового сигнала  $S$  в последовательность слов  $W$ . Эту задачу можно сформулировать [1] как поиск наиболее вероятной последовательности слов по входному сигналу  $S$ :

$$W^* = \arg \max_{W \in \Omega} P(W | S), \quad (1)$$

где  $\Omega$  — множество гипотез.

Обычно система распознавания речи разбивает задачу на три шага, как показано на рисунке 1: выделение признаков, акустическое

моделирование и декодирование последовательности. Рассмотрим каждый шаг более подробно.

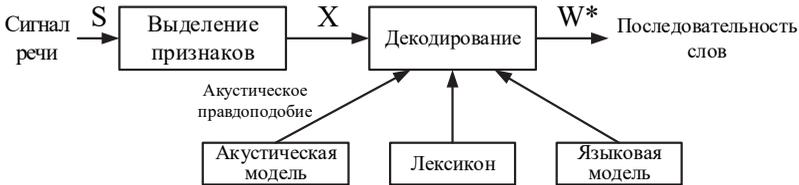


Рис. 1. Стандартная система распознавания речи

**2.1. Выделение признаков.** На данном шаге осуществляется выделение признаков  $X$  из сигнала речи  $S$  в зависимости от задачи и речевых особенностей и уменьшение пространства векторов признаков. Два наиболее популярных типа признаков: мел-частотные кепстральные коэффициенты (MFCC) [2] и коэффициенты перцептивного линейного предсказания (perceptual linear prediction cepstral coefficient; PLP) [3]. Получение данных признаков состоит из следующих этапов:

1. преобразование сегмента сигнала речи в множество частот (например, с помощью дискретного преобразования Фурье);
2. применение различных фильтров;
3. применение нелинейной функции ( $\ln(\cdot)$  или  $\sqrt[3]{\cdot}$ );
4. применение различных преобразований для уменьшения размерности некоррелированных признаков (дискретное косинусное преобразование или авторегрессионные модели).

Описанный процесс моделирует только локальное изменение сигнала в окне длительностью, как правило, 20-30 мс. Но сигнал распространен во времени, поэтому для моделирования временных изменений сигнала используют первую и вторую производные признаков.

**2.2. Акустическое моделирование.** Акустическое моделирование используется для построения статистических зависимостей между признаками и лингвистическими единицами, например, фонемами.

**2.3. Декодирование последовательности.** Декодирование последовательности преобразует последовательность признаков  $X$  в последовательность слов  $W$ . Этот шаг можно описать следующим образом:

$$\begin{aligned} W^* &= \arg \max_{W \in \Omega} P(W | X) = \arg \max_{W \in \Omega} \frac{P(X | W)P(W)}{P(X)} = \\ &= \arg \max_{W \in \Omega} P_A(X | W)P_L(W), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $P_L(W)$  — априорная вероятность, получаемая с помощью языковых моделей (ЯМ), а  $P_A(X | W)$  — функция правдоподобия на основе акустических моделей (АМ).

## 2.4. Системы, основанные на скрытых марковских моделях.

Популярным подходом к построению систем распознавания речи является использование скрытых марковских моделей (СММ) [4]. В таких системах функцию правдоподобия на основе акустических моделей, используя теорему Байеса и алгоритм Витерби, можно описать следующим образом:

$$P_A(X | W) = \max_{Q \in \Xi} \prod_{t=1}^T P_e(x_t | q_t = i) P_w(W | q_{t-1} = j), \quad (3)$$

где  $X = \{x_1, \dots, x_t, \dots, x_T\}$  — последовательность признаков,  $Q = \{q_1, \dots, q_t, \dots, q_T\} \in \Xi$  — множество скрытых состояний СММ, каждое из которых описывается вероятностью наблюдений из распределения вероятностей  $P(x_t | q_t)$ , где состояния соответствуют классам  $i \in \{1, \dots, I\}$ . Также предполагается, что  $x_t$  зависят только от текущего состояния  $q_t$ , и  $q_t$  зависит только от предыдущего состояния  $q_{t-1}$ .  $P_e(x_t | q_t = i)$  — вероятности наблюдений для класса  $i$ ,  $P_w(q_t = i | q_{t-1} = j)$  — вероятности переходов между классами  $i$  и  $j$  момент времени  $t$ .

Существуют два основных подхода к определению вероятностей наблюдений: смеси гауссовских распределений плотностей вероятностей (Gaussian Mixture Model; GMM) и искусственные нейронные сети (ИНС; Artificial Neural Networks; ANN).

В системе, использующей смеси гауссовских распределений плотностей вероятностей, вероятности наблюдений определяются как:

$$P_e(x_t | q_t = i) = \sum_{j=1}^J c_{ij} N(x_t, \mu_{ij}, \Sigma_{ij}), \quad (4)$$

где  $J$  — число компонент смеси,  $c_{ij}$  — вес гауссовского распределения  $N(x_t, \mu_{ij}, \Sigma_{ij})$ ,  $\mu_{ij}$  и  $\Sigma_{ij}$  — элемент вектора математических ожиданий и ковариационная матрица соответственно.

В гибридной СММ/ИНС модели вероятности наблюдений вычисляются с помощью нейронной сети. ИНС вычисляет вероятности в зависимости от класса  $P(x_t | q_t = i)$ . Так, пользуясь теоремой Байеса, можно вычислить вероятности наблюдений:

$$P_e(x_t | q_t = i) = \frac{P(x_t | q_t = i)}{P(x_t)} = \frac{P(q_t = i | x_t)}{P(q_t = i)}. \quad (5)$$

Схема гибридной СММ/ИНС модели изображена на рисунке 2. Используются различные архитектуры ИНС для построения гибридных моделей, например:

- многослойные перцептроны (Multilayer Perceptron; MLP) или глубокие нейронные сети (Deep Neural Networks; DNN) [5, 6];
- свёрточные нейронные сети (Convolutional Neural Networks; CNN) [7-9];
- рекуррентные нейронные сети (Recurrent Neural Networks; RNN) [10];
- нейронные сети с длительной кратковременной памятью (Long Short Term Memory; LSTM) [11];
- управляемый рекуррентный блок (Gated Recurrent Unit; GRU) [12];
- двунаправленные рекуррентные нейронные сети (Bidirectional Recurrent Neural Networks BRNN) [13];
- остаточные сети (Residual Networks) [14, 15].

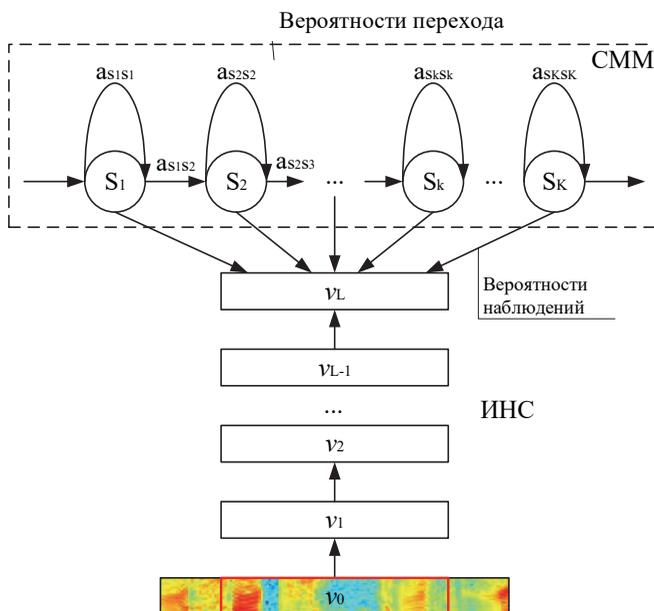


Рис. 2. Гибридная СММ/ИНС модель

Подробный обзор ИНС, используемых для построения гибридных систем распознавания речи, представлен в [16]. Также применяются различные типы инициализации матрицы весов (например, глу-

бокими сетями доверия (Deep Belief Networks; DBN) [17]), регуляризации (например, дропаут (dropout) [18]), нормализации (батч-нормализация (batch-normalization) [19]) и так далее.

**2.5. Метрики.** Для измерения качества работы системы распознавания слитной речи обычно используют количество неверно распознанных слов (Word Error Rate; WER), количество неверно распознанных фонем (Phoneme Error Rate; PER) или количество неверно распознанных символов (Character Error Rate; CER). Эти метрики вычисляются с помощью расстояния Левенштейна [20] между данной и полученной последовательности слов, фонем или символов:

$$WER / PER / CER = \frac{D + S + I}{N} \cdot 100\%, \quad (6)$$

где  $N$  — общее число слов, фонем или символов в данной последовательности,  $D$  — число удалений,  $S$  — число замен,  $I$  — число вставок.

**3. Интегральные системы распознавания речи.** Во многих работах было показано, что использование нейронных сетей на каждом шаге сценария стандартной системы распознавания речи улучшает качество ее работы. Так, например, в [21] языковые модели были обучены с помощью RNN, в [22] словарь был получен с помощью LSTM сетей, в [4] глубокие нейронные сети показали высокие результаты для построения акустических моделей, в [23] был представлен метод выделения признаков с помощью ограниченных машин Больцмана [24]. Следовательно, появилась идея использовать ИНС на всех этапах распознавания речи.

**3.1. Описание подхода.** Как уже было сказано, многие системы содержат множество компонент, обучаемых независимо друг от друга, которые затем объединяются в цепочку для получения нужного результата. Например, чтобы обучить некоторого робота двигаться в нужном направлении на основе визуальных признаков, первый компонент может быть обучен преобразовывать визуальные данные в некоторое промежуточное представление, которое будет принимать другой компонент и выдавать команды для робота. Виды таких пошаговых сценариев нужны тогда, когда вход и выход модели имеют разную «природу», например:

- вход — звуковой сигнал, выход — текст;
- вход — значения пикселей изображения, выход — текстовое описание изображения;
- вход — значения пикселей изображения, выход — команды для робота [25] и так далее.

Подход, когда обучение выполняется так, что только одна модель может выдавать нужный выходной результат без использования

других компонент, называется интегральным. А модель, реализующую этот подход — интегральной моделью.

**3.2. Интегральный подход в распознавании речи.** В случае распознавания речи интегральный подход пытается вычислить  $P(W | X)$  «глобально». Пусть вход представляет собой последовательность звуковых признаков  $X = (x_1, \dots, x_T)$ , а соответствующая ему последовательность слов —  $W = w_m = (w_1, \dots, w_M)$ . Так, нейронная сеть вычисляет вероятности  $P(\cdot | x_1), \dots, P(\cdot | x_T)$ , где аргументами вероятностей являются не сами последовательности слов, а некоторые их представления (далее — метки). На рисунке 3 изображена схема работы интегральной системы. На данный момент существует несколько методов реализации интегральных моделей. Далее рассмотрим три подобных метода:

1. Модели на основе коннекционной временной классификации.
2. Шифратор-дешифратор модели, основанные на механизме внимания.
3. Условные случайные поля.



Рис. 1. Интегральная система распознавания речи

**3.3. Модели на основе коннекционной временной классификации.** Нейронные сети в распознавании речи обычно обучаются с помощью отдельных фрагментов звуковых записей речи. Для этого требуется выделять отдельные метки, соответствующие для каждого кадра, что влечет за собой необходимость выравнивания звуковой дорожки и транскрипции. Однако выравнивание надежно только после обучения нейронной сети, что приводит к циклической зависимости между сегментацией и распознаванием (известной как парадокс Сайре [26] в тесно связанной области распознавания рукописного ввода). Более того, в задачах распознавания речи, основанных только на транскрипции слов, выравнивание не приносит пользы.

Коннекционная временная классификация (Connectionist Temporal Classification; CTC) [27] — это функция, которая позволяет рекуррентным нейронным сетям обучаться для распознавания последовательности слов без начального выравнивания входных и выходных последовательностей.

*Этап обучения.* Опишем подход, в котором CTC-функция используется в качестве функции потерь для обучения нейронной сети. Выходной слой нейронной сети содержит по одному блоку для каждо-

го символа выходной последовательности (букв, фонем, знаков препинания, нот) и еще один для дополнительного символа «пропуск» («blank»), соответствующего пустому выходному символу. Выходной вектор  $w_m$  нормализуется с помощью softmax [28] функции, которая интерпретируется как вероятность появления символа (или «пропуска») с индексом  $k$  в момент времени  $m$ :

$$P(k, m | x) = \frac{\exp(w_m^k)}{\sum_{k'=0}^{|w_m|} w_m^{k'}}, \quad (7)$$

где  $w_m^k$  —  $k$ -ый элемент  $w_m$ , а  $|w_m|$  — длина слова  $w_m$ . Пусть,  $\alpha$  — последовательность из индексов «пропусков» и символов длины  $T$  для выравнивания. Вероятность  $P(\alpha | x)$  можно представить как произведение вероятностей появления символов в каждый момент времени:

$$P(\alpha | x) = \prod_t P(\alpha_t, t | x). \quad (8)$$

Для данной выходной последовательности  $|w_m|$  существует столько возможных выравниваний, сколько способов расставить «пропуски» между символами. Пусть «—» означает «пропуск». Например, выравнивания (а,—,б,в,—,—) и (—, —, а, —, б, в) соответствуют последовательности (а,б,в). Когда одинаковые символы появляются последовательно, то эти повторы удаляются: (а,б,б,б,в,в) и (а,—,б,—,в,в) соответствуют (а,б,в). Обозначим, что  $B$  — оператор, который удаляет сначала все повторы, а затем — «пропуски». Так, полная вероятность выходной последовательности  $w$  равна сумме вероятностей всех возможных соответствующих выравниваний:

$$P(w | x) = \sum_{\alpha \in B^{-1}(w)} P(\alpha | x), \quad (9)$$

где  $B^{-1}$  — оператор, обратный к  $B$ .

Эта сумма по всем возможным выравниваниям позволяет нейронной сети тренироваться на несегментированных данных. То есть, не зная точное расположение меток, мы суммируем по всем расположениям, где они могут быть. Эта сумма может быть вычислена с помощью динамического программирования [27]. Пусть  $w^*$  — целе-

вая последовательность слов, тогда нейронная сеть может быть обучена минимизировать CTC функцию:

$$CTC(x) = -\log P(w^* | x). \quad (10)$$

Нейронная сеть может быть обучена с помощью любого оптимизационного алгоритма, использующего градиент. На рисунке 4 представлена схема CTC модели, где шифратор может быть DNN, LSTM, BLSTM, CNN или любой другой разновидностью нейронных сетей. В [27] предложен CTC алгоритм прямого-обратного хода, который использует алгоритм динамического программирования, похожий на алгоритм прямого обратного хода для СММ [29]. Основная идея этого алгоритма в том, что сумма по всем выравниваниям разбивается на сумму по выравниваниям соответствующих префиксам их выходных последовательностей. Эта сумма может быть эффективно вычислена с помощью рекурсивных прямых и обратных переменных.

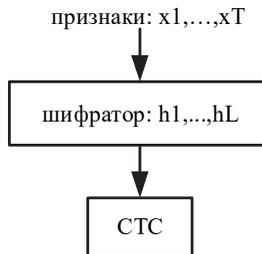


Рис. 4. CTC система распознавания речи

Также в [27] была предложена метрика количества неверных меток (label error rate, LER) для временного классификатора  $h$  как среднее нормализованное расстояние Левенштейна между выходом классификатора и истинным результатом:

$$LER(h, S') = \frac{1}{|S'|} \sum_{(x, w) \in S'} \frac{dist(h(x), w)}{|w|}, \quad (11)$$

где  $dist(p, q)$  — расстояние Левенштейна между последовательностями  $p$  и  $q$ , а  $S'$  — тестовая выборка, состоящая из пар векторов  $(x, w)$ . Эту метрику нейронная сети и пытается минимизировать.

*Этап декодирования.* В [27] было представлено два варианта декодирования интегральных CTC-моделей. Первый метод (нахождение

ния наилучшего выравнивания выходной последовательности) основывается на предположении, что наиболее вероятное выравнивание соответствует наиболее вероятной выходной последовательности:

$$\arg \max_w P(w | x) \approx B(\alpha^*), \quad (12)$$

где  $\alpha^* = \arg \max_{\alpha} P(\alpha | x)$ . Вычисление наилучшего выравнивания яв-

ляется простой задачей, так как  $\alpha^*$  — конкатенация наиболее «активных» выходов на каждом временном шаге. Однако это не гарантирует нахождение наиболее вероятной последовательности слов.

Второй метод (метод нахождения префиксов) основывается на факте, что, модифицировав алгоритм прямого-обратного хода, описанный выше, можно эффективно вычислять вероятности последовательных расширений префиксов выходных последовательностей.

*Модификации и улучшения.* В [30] был предложен метод декодирования, использующий алгоритм лучевого поиска (beam search algorithm), который также позволяет интегрировать языковую модель. Предложенный алгоритм похож на алгоритм декодирования для гибридных СММ/ИНС систем, но отличается интерпретацией выхода нейронной сети. В гибридных системах выходные значения нейронной сети интерпретируются как апостериорные вероятности состояний, которые затем комбинируются с вероятностями перехода и СММ. В СТС сети выходные значения нейронной сети сами представляют собой вероятности перехода. В качестве архитектуры нейронной сети были выбраны двунаправленные LSTM-сети. Сравнивались три модели: RNN-СТС модель, RNN-СТС модель (RNN-WER), переобученная минимизировать WER, и базовая гибридная модель, написанная с помощью инструментария Kaldi [31]. RNN-СТС модель без языковой модели показала WER 30,1%, хотя базовая модель не может быть обучена без ЯМ. Но уже при использовании триграмной ЯМ базовая модель показала WER 7,8%, RNN-СТС — 8,7%, а RNN-WER — 8,2%. Также была протестирована комбинация RNN-СТС и базовой модели, которая показала лучший результат равный 6,7%. В качестве речевого корпуса был использован корпус Wall Street Journal [32].

В [33] и [34] была представлена реализация интегральной системы с использованием инструментария Eesen [33], где декодирование СТС моделей происходило с помощью взвешенных конечных преобразователей (WFST) [35]. Каждый компонент системы: СТС мет-

ки ( $T$ ), словарь ( $L$ ) и языковая модель ( $G$ ) — преобразовывались в один граф поиска следующим образом:

$$TLG = T \circ \min(\det(L \circ G)), \quad (13)$$

где  $\min$  означает минимизацию,  $\det$  — детерминацию, и  $\circ$  — композицию. Так,  $TLG$  строит соответствие между последовательностью CTC меток и словами. Это позволяет производить эффективный поиск с помощью, например, библиотеки OpenFST [36]. В [34] были использованы двунаправленные LSTM-сети для распознавания сербской речи. Так был достигнут результат с WER, равной 14,68%, что является не самым хорошим результатом, хотя CER оказалась довольно маленькой — 3,68%.

В [37] была представлена интегральная система с использованием глубоких свёрточных сетей. Также в данной работе была представлена модификация CTC с тремя изменениями: (1) убраны символы «пропуска»; (2) использованы ненормализованные значения в вершинах; (3) применена глобальная нормализация вместо нормализации кадров. Данный метод получил название автоматический критерий сегментации (Auto Segmentation Criterion, ASG). Также для декодирования был использован алгоритм лучевого поиска. По результатам тестов ASG показал более высокую скорость распознавания и меньшую ошибку LER: для CTC на тестовой выборке 10,5%, а ASG — 10,1%. В качестве речевого корпуса был использован корпус LibriSpeech [38]. Система была написана с использованием инструментария Torch7 [39].

В [40] была предложена CTC модель с использованием глубоких свёрточных сетей вместо рекуррентных сетей. Лучшая модель на основе свёрточных сетей имела 10 свёрточных слоев и 3 полносвязных слоя. Лучшая PER оказалась равна 18,2%, при том, что лучшая PER для двунаправленных LSTM сетей оказалась равна 18,3%. Тесты проводились на корпусе TIMIT [41]. Был также сделан вывод, что свёрточные сети позволяют увеличить скорость обучения и больше подходят для обучения на последовательностях фонем.

В [42] были проведены эксперименты по распознаванию речи с использованием CTC моделей на основе LSTM сетей с применением последовательного дискриминантного обучения, а именно минимизация Байесовского риска на уровне состояний (state-level Bayes risk, sMBR) [43]. Эти модели были применены для распознавания детской и взрослой речи с шумом. Также эти модели оказались быстрее в сравнении с комбинацией свёрточных и LSTM сетей, представленных в [44]. Были исследованы два метода для комбинирования моделей:

слияние оценочных метрик (score fusion) и ROVER [45]. Лучший результат был получен с использованием метода ROVER (комбинация двух полносвязных сетей и одной свёрточной) и sMBR, так на тестовых данных взрослой и детской речи была достигнута WER, равная 12,2%. Также были исследованы методы переноса знаний (knowledge transfer) из одной обученной модели в другую и сделан вывод, что это непростая и перспективная задача.

В [46] было проведено исследование интегральных систем с использованием CTC. Было показано, что CTC модель может хорошо работать и без языковых моделей и словаря. В качестве обучающего речевого корпуса был использован корпус [47], составленный из аудиодорожек YouTube видео, общей длительностью более 650 часов. А в качестве тестового корпуса были взяты аудиодорожки из Google Preferred [48] видео, общей длительностью 25 часов. Так, лучшая WER без использования ЯМ была равна 13,9%, а с ЯМ — 13,4%.

Существует «обобщение» CTC моделей — RNN преобразователь (RNN Transducer), который объединяет две RNN в последовательную преобразовательную систему [49, 50]. Одна из сетей похожа на CTC-сеть и обрабатывает тот же момент времени, что и входная последовательность, а вторая RNN моделирует вероятности следующих меток при условии предыдущей. Как и в CTC-сетях, используется динамическое программирование для вычислений и алгоритм прямого-обратного хода, но с учетом ограничений обоих RNN. В отличие от CTC-сетей, RNN преобразователь позволяет генерировать выходные последовательности длиннее входных. RNN преобразователи показали хорошие результаты в распознавании фонем [51] с PER равной 17,7% на корпусе TIMIT.

В [52] было предложено использование глубоких рекуррентных свёрточных сетей и глубоких остаточных сетей совместно с CTC. Лучший результат был получен с применением остаточных сетей с батч-нормализацией. Так был получен результат PER равной 17,33% на речевом корпусе TIMIT.

В [53] были рассмотрены три модели с CTC: ResNet, BLSTM и комбинация LSTM и CNN. Также был предложен метод объединения моделей похожий на ROVER. Так, на речевом корпусе WSJ с помощью ResNet был получен результат — WER, равный 8,99%, а с помощью комбинации трех моделей, упомянутых выше — 7,65%.

*Недостатки.* CTC модели не лишены недостатков. Во многих работах было отмечено, что при отсутствии языковых моделей CTC-модели часто ошибаются в символах распознанных последовательностей, хотя звучание сохраняется правильным.

Также CTC-модели все еще используют предположение о независимости наблюдаемых переменных. Это значит, что CTC-сети требуется языковая модель, при добавлении которой ошибка распознавания значительно уменьшается [33].

**3.4. Инструментарии и библиотеки для построения CTC-моделей.** Рассмотрим некоторые примеры инструментариев и библиотек, позволяющих строить системы распознавания речи с использованием CTC.

Keras [54] — это высокоуровневая библиотека для работы с нейронными сетями, написанная на языке Python и использующая инструментарии TensorFlow [55], CNTK или Theano [56]. Так, Keras предоставляет API для использования CTC для обучения нейронных сетей.

CNTK [57] — это открытый инструментарий от Microsoft Research для построения и обучения глубоких нейронных сетей, сверточных сетей, рекуррентных сетей и сетей с памятью, распространяемый по лицензии MIT. В него была добавлена поддержка CTC и примеры по его использованию [58].

Eesen [33] — это легковесная библиотека для построения интегральных систем распознавания речи, использующая рекуррентные сети, CTC и позволяющая выполнять декодирование с помощью WFST или ЯМ на основе рекуррентных нейронных сетей.

Baidu [59] — библиотека, реализующая параллельный алгоритм обучения сетей с использованием CTC. Предоставляет простой интерфейс, написанный на языке C, для использования в различных инструментариях, например TensorFlow, Torch, Theano. Baidu является одной самых быстрых реализаций CTC на данный момент.

Kaldi — свободно распространяемый инструментарий для распознавания речи [31]. Возможности Kaldi позволяют обучать АМ и декодировать модели в системах распознавания речи. С использованием Kaldi и Baidu написана библиотека [60], позволяющая выполнять обучение и декодирование интегральных систем с CTC.

**3.5. Шифратор-дешифратор модели, основанные на механизме внимания.** Шифратор-дешифратор (Encoder-Decoder) модели часто используются для задач, где длины входной и выходной последовательностей являются переменными [61, 62]. Шифратор (Encoder) — это нейронная сеть, которая трансформирует вход  $x = (x_1, \dots, x_L)$  в некоторое промежуточное представление  $h = (h_1, \dots, h_L)$ , выделяет признаки. Дешифратор (Decoder) — это обычно RNN, которая использует это промежуточное представление для генерации выходных последовательностей. Шифратор может быть

любой нейронной сетью, например: DNN, LSTM, BLSTM, CNN. На рисунке 5 изображена схема модели.

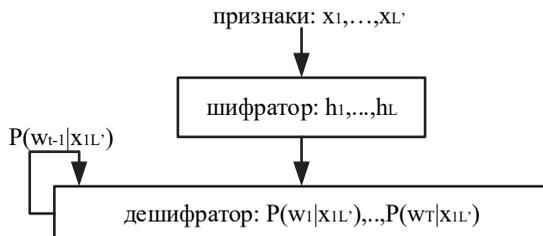


Рис. 5. Шифратор-дешифратор система распознавания речи

В работе [63] в качестве дешифратора было предложено использовать рекуррентный генератор последовательностей, основанный на механизме внимания (Attention-based Recurrent Sequence Generator; ARSG). ARSG — это рекуррентная нейронная сеть, которая стохастически генерирует выходную последовательность  $(y_1, \dots, y_i)$  по входу  $h$  длины  $L = L'$ . ARSG состоит из RNN и из подсети, называемой механизмом внимания (attention-mechanism). Механизм внимания выбирает подпоследовательность входной последовательности, которая затем используется для обновления скрытых состояний RNN и для предсказания следующего выходного значения. На  $i$ -ом шаге ARSG генерирует выход  $y_i$ , фокусируясь на определенных элементах  $h$ :

$$\begin{aligned}
 \alpha_i &= \text{Attend}(s_{i-1}, \alpha_{i-1}, h) \\
 g_i &= \sum_{j=1}^L \alpha_{i,j} h_j \\
 y_i &= \text{Generate}(s_{i-1}, g_i),
 \end{aligned} \tag{14}$$

где  $s_{i-1}$  —  $(i-1)$ -е состояние RNN, которое называется Generator (также возможно использование не только RNN),  $\alpha_i \in \mathbb{R}^L$  — вектор весов внимания (attention weights), которые также часто называются выравниванием [64]. В [65]  $g_i$  было названо «проблеск» (glimpse). Шаг завершается вычислением нового состояния генератора:

$$s_i = \text{Recurrency}(s_{i-1}, g_i, y_i). \tag{15}$$

Recurrency обычно представляет из себя LSTM или GRU [61] модули. Схематично данная модель изображена на рисунке 6.

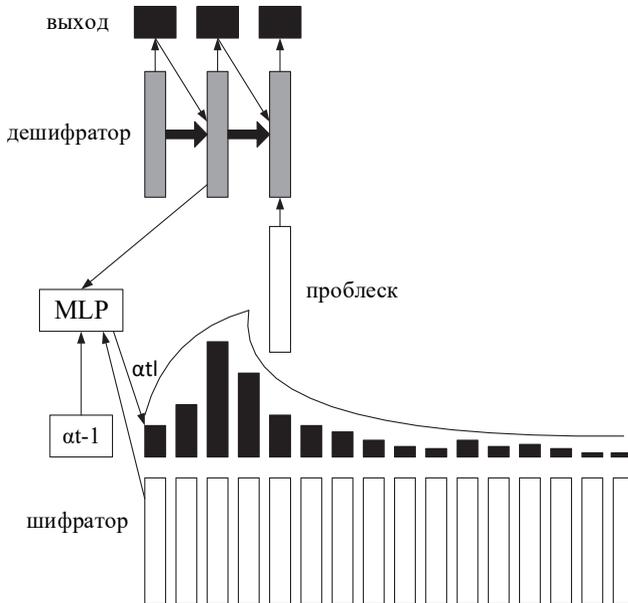


Рис. 6. Интегральная модель, основанная на механизме внимания

*Модификации и улучшения.* В [63] было предложено разделить механизмы внимания на три вида: по расположению (location-based), по содержанию (content-based) и гибридный, наиболее общий вид. Если  $\text{Attend}$  не зависит от  $\alpha_{i-1}$ , то есть  $\alpha_i = \text{Attend}(s_{i-1}, h)$ , то это — механизм внимания по содержанию [62].  $\text{Attend}$  можно представить как нормализованную сумму метрик каждого элемента  $h$ :

$$e_{i,j} = \text{Score}(s_{i-1}, h_j)$$

$$\alpha_{i,j} = \frac{\exp(e_{i,j})}{\sum_{j=1}^L \exp(e_{i,j})}. \quad (16)$$

Главное ограничение такой схемы в том, что одинаковые или очень похожие элементы  $h$  считаются одинаково, несмотря на их позиции в последовательности, что в распознавании речи имеет большое значение. Эта проблема называется «проблемой похожих фрагментов речи». Часто эта проблема частично решается шифратором, например BLSTM или глубокими CNN, которые шифруют контекстную информацию в элементы  $h$ . Однако размеры  $h$  и их элементов всегда ограничены, что решает данную проблему не в полной мере.

Так, механизм внимания по расположению вычисляет выравнивание с помощью состояния генератора и предыдущего выравнивания, то есть  $\alpha_i = \text{Attend}(s_{i-1}, \alpha_{i-1})$ . Этот тип механизма внимания предсказывает расстояние между последовательными фонемами или символами только по  $s_{i-1}$ , что может быть трудно из-за большой дисперсии этого расстояния.

Гибридный механизм внимания использует предыдущее выравнивание  $\alpha_{i-1}$ , чтобы выбрать короткую подпоследовательность  $h$ , по которой механизм внимания по содержанию выберет наиболее релевантные элементы без проблемы похожих фрагментов речи.

В [64] была предложена модель с механизмом внимания по содержанию, в которой Score вычисляется следующим образом:

$$e_{i,j} = w^T \tanh(Ws_{i-1} + Vh_j + b), \quad (17)$$

где  $w$  и  $b$  — вектора, а  $W$  и  $V$  — матрицы.

В [63] было предложено обобщение этой модели до гибридной. Сначала выделяются  $k$  векторов  $f_{ij} \in \mathbb{R}^k$  (конволюционные признаки) для каждой позиции  $j$  предыдущего выравнивания  $\alpha_{i-1}$  с помощью свёртки с матрицей  $F \in \mathbb{R}^{k \times r}$ :

$$f_i = F * \alpha_{i-1}. \quad (18)$$

Затем вектора  $f_{ij}$  используются для операции Score:

$$e_{ij} = w^T \tanh(Ws_{i-1} + Vh_j + Uf_{ij} + b). \quad (19)$$

В формуле (16) есть три проблемы с нормализацией. Во-первых, когда  $h$  имеет большую длину, то  $g_i$  может содержать много шума из множества незначущих векторов  $h_j$ . Во-вторых, механизм внимания должен перебрать все  $L$  признаков для каждого  $y_i$  для декодирования выходной последовательности длины  $T$ , что требует  $O(LT)$  операций. Также использование softmax-нормализации в 1 приводит к фокусированию только на одном векторе  $h_j$ .

Для решения проблемы шума в  $g_i$  применяют заострение (sharpening). В данном методе вводят веса  $\beta > 1$ :

$$\alpha_{i,j} = \frac{\exp(\beta e_{i,j})}{\sum_{j=1}^L \exp(\beta e_{i,j})}. \quad (20)$$

Это позволяет контролировать зашумленные элементы.

Также в [63] для уменьшения количества операции было предложено использование окон (windowing). Для каждого  $i$  механизм внимания смотрит только на подпоследовательность  $\tilde{h} = (h_{p_i-w}, h_{p_i+w-1})$  для целой последовательности  $h$ , где  $w \ll L$  определяет ширину окна, и  $p_i$  — медиана выравниваний  $\alpha_{i-1}$ . Метрики для  $h_j \notin \tilde{h}$  равны 0. Так получаем сложность  $O(L+T)$ .

Предыдущие техники решают проблемы с длинными последовательностями признаков, но ухудшают работу с обычными признаками. Так, была предложена техника сглаживания (smoothing) уравнения 20. Неограниченная функция экспоненты заменяется на ограниченную сигмоидную функцию  $\sigma$  :

$$\alpha_{i,j} = \frac{\sigma(e_{i,j})}{\sum_{j=1}^L \sigma(e_{i,j})}. \quad (21)$$

В [66] также была предложена интеграция модели, основанной на механизме внимания, и ЯМ. Для того чтобы построить ЯМ, основанную на символах, из модели, построенной на словах, использовались WFST. Так, был построен конечный автомат  $T = \min(\det(L \circ G))$ , где  $L$  — словарь и  $G$  — конечный автомат для ЯМ. При декодировании запускался поиск выхода  $y$ , который минимизировал функционал  $L$ , комбинирующий модель шифратор-дешифратор и ЯМ:

$$L = -\log P_{ED}(y|x) - \beta \log P_{LM}(y) - \gamma T, \quad (22)$$

где  $\beta$  и  $\gamma$  — настраиваемые параметры. В итоге на речевом корпусе WSJ были получены следующие результаты: WER, равная 11,3%, и CER, равная 4,8%.

В [67] независимо была предложена похожая модель, основанная на механизме внимания, названная «Listen, Attend and Spell» (LAS). Шифратор представлял собой BLSTM пирамидальной структуры, а дешифратор использовал LSTM. Также полученная модель после декодирования пересчитывалась с помощью ЯМ. Так на речевом корпусе Google Voice Search была получена WER, равная 10,3%.

В [68] была предложена модель, объединяющая CTC и модели, основанной на механизме внимания. Идея данной модели в том, чтобы использовать CTC функцию для обучения шифратора модели. Так, на

чистом речевом корпусе WSJ1 были получены результаты: WER равная 18,2% и CER равная 7,36%.

В [69] были предложены различные техники, такие как: монотонная регуляризация (monotonic regularization); плановое обучение (Curriculum learning) [70], когда длины входных последовательностей увеличиваются с обучением; «плоский старт» (flatstart) [42] — для выбора начальных позиций в зависимости от темпа речи диктора.

В [71] была рассмотрена техника модификации LAS системы с использованием свёрточных LSTM сетей с остаточными модулями и батчнормализацией. Так, лучший результат на речевом корпусе WSJ по показателю WER составил 10,53%.

В работе [72] был описан подход обучения модели, основанной на механизме внимания, с использованием необработанных звуковых признаков и техники переноса знаний (transfer learning). Для упрощения обучения на стадии шифрования модель имела следующую архитектуру: нижние слои шифратора состояли из нескольких свёрточных и обычных слоев, предсказывающих спектральные признаки по необработанным данным, а именно мелкочастотные мелкочастотные коэффициенты (MFCC) и коэффициенты перцептивного линейного предсказания (log Mel-scale spectrogram). Лучший результат на корпусе WLJ по показателю CER был равен 14,71%.

**3.6. Инструментарии и библиотеки для построения шифратор-дешифратор моделей на основе механизма внимания.** Рассмотрим примеры библиотек и инструментариев, позволяющих реализовать модели на основе механизма внимания.

Theano+Bricks+Fuel — это инструментарий [73], написанный с помощью библиотек Theano, Bricks и Fuel [74] и использовавшийся в [64, 75].

Tensor2Tensor — популярная библиотека, написанная с использованием TensorFlow и позволяющая строить обобщенные модели. Библиотека предоставляет возможность использовать модели, основанные на механизме внимания [76].

Keras — с помощью инструментария Keras была написана библиотека для построения моделей шифратор-дешифратор и моделей, основанных на механизме внимания [77].

**3.7. Условные случайные поля.** В [78] был предложен еще один метод для вычисления условных вероятностных распределений, которые можно использовать для распознавания речи — условные случайные поля (Conditional Random Field; CRF).

Эту модель определяют следующим образом. Пусть  $X$  — множество последовательностей, которые нужно распознать, а  $Y$  — множество последовательностей меток над алфавитом  $\Upsilon$ . Необходимо

построить распределение  $P(Y | X)$ . Пусть  $G = (V, E)$  — граф, где  $Y = (Y_v)_{v \in V}$ , так что  $Y$  индексировано вершинами графа  $G$ . Тогда  $(X, Y)$  называется условным случайным полем (CRF), если  $P(Y_v | X, Y_w, w \neq v) = P(Y_v | X, Y_w, w \sim v)$ . Так, CRF представляет собой неориентированный граф  $G$ , где каждая вершина является случайной переменной и каждое ребро представляет собой зависимость между случайными переменными. На рисунке 7 представлена схема линейного условного случайного поля. Пустые кружки означают, что соответствующая переменная не генерируется моделью.

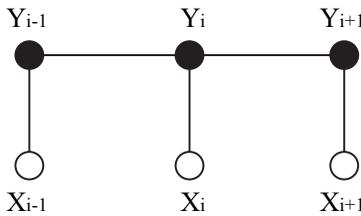


Рис. 7. Линейное условное случайное поле для последовательностей

Для вычисления условной вероятности  $P(Y | X)$  можно определить набор потенциальных функций (potential function)  $\varphi$  для каждой клики графа  $c \in C$ , где  $C$  — множество клик графа  $G$  (клика — полный подграф неориентированного графа). Функция  $\varphi$  каждому возможному состоянию элементов клики ставит в соответствие некоторое неотрицательное число. Вершины, не являющиеся смежными, должны соответствовать условно независимым случайным величинам. Группа смежных вершин образует клику, набор состояний вершин является аргументом соответствующей потенциальной функции. Обозначим  $y_c$  множество случайных переменных из  $Y$ , соответствующих клике  $c$ . Тогда:

$$P(y | X) = \frac{1}{Z(X)} \prod_{c \in C} \varphi(y_c, X), \quad (23)$$

где  $Z(X)$  — нормализующий коэффициент:

$$Z(X) = \sum_{y' \in Y'} \prod_{c \in C} \varphi(y'_c, X). \quad (24)$$

Обозначим множество переменных, соответствующих клике  $c$ , в момент времени  $t$  как  $y_{t,c}$ , тогда можно вычислять  $P(Y | X)$  следующим образом:

$$P(y | X) = \frac{1}{Z(X)} \prod_{c \in C} \prod_{t=1}^T \exp(\lambda_c^T \cdot f(y_{t,c}, X)), \quad (25)$$

где  $\lambda_c$  — множество параметров для клики  $c$ .

Метод CRF, как и метод MEMM (Maximum Entropy Markov Models) [79], относится к дискриминативным вероятностным методам, в отличие от генеративных методов, таких как СММ.

По аналогии с MEMM, выбор признаков для задания вероятности перехода между состояниями при наличии наблюдаемого значения зависит от данных. Но в отличие от MEMM, CRF может учитывать любые особенности и взаимозависимости в исходных данных. Вектор признаков рассчитывается на основе обучающей выборки и определяет вес каждой потенциальной функции. Для обучения и применения модели используются алгоритмы, аналогичные алгоритмам СММ: Витерби и его разновидность — алгоритм прямого-обратного хода (forward-backward algorithm).

СММ можно рассматривать как частный случай линейного условного случайного поля (linear-chain CRF). В условных случайных полях отсутствует так называемая проблема смещения меток (label bias problem) [80] — ситуация, когда преимущество получают состояния с меньшим количеством переходов, так как строится единое распределение вероятностей и нормализация производится в целом, а не в рамках отдельного состояния. Так, алгоритм не требует предположения независимости наблюдаемых переменных.

*Недостатки.* Недостатком подхода CRF является вычислительная сложность анализа обучающей выборки, что затрудняет постоянное обновление модели при поступлении новых обучающих данных.

*Модификации и улучшения.* В [81] было предложено использовать модификацию CRF — дополненные CRF (Augmented CRF; ACRF). На речевом корпусе TIMIT был получен результат по показателю PER, равный 23,0%.

В [82] были предложены сегментные рекуррентные нейронные сети (Segmental Recurrent Neural Networks; SRNN). Они строятся на

основе модификации CRF — сегментных условных случайных полей (semi-Markov CRF), которые можно описать как:

$$P(y, E | X) = \frac{1}{Z(X)} \prod_{t=1}^T \exp(f(y_t, e_t, X)), \quad (26)$$

где  $E = (e_1, \dots, e_T)$  — вспомогательные сегментные метки,  $e_t = \langle s_t, n_t \rangle$  — пара из начала  $s_t$  и конца  $n_t$  временной метки сегмента  $y_t$ , а  $Z(X)$  — нормализующий коэффициент:

$$Z(X) = \sum_{y, E} \prod_{t=1}^T \exp(f(y_t, e_t, X)). \quad (27)$$

Функция  $f(\cdot)$  определяется следующим образом:

$$f(y_t, e_t, X) = w^T \Phi(y_t, e_t, X), \quad (28)$$

где  $\Phi(\cdot)$  — функция признаков, и  $w$  — вектор весов.

Для определения  $\Phi(\cdot)$  используют рекуррентные нейронные сети, а параметры, в частности  $E$ , определяют с помощью модификации функции потерь на основе максимального правдоподобия. Так, сначала  $y_t$  представляются в виде прямого унитарного кода  $v_t$ , а затем переводится в непрерывное пространство с помощью матрицы  $M$ , определяющей векторное представление меток (embedding matrix):

$$u_t = Mv_t. \quad (29)$$

Для отображения акустических сегментов в вектора фиксированного размера используется рекуррентная нейронная сеть:

$$\begin{aligned} h_1^t &= r(h_0, x_{s_t}) \\ h_2^t &= r(h_1^t, x_{s_{t+1}}) \\ h_{d_t}^t &= r(h_{d_t-1}^t, x_{n_t}), \end{aligned} \quad (30)$$

где  $h_0$  означает начальное скрытое состояние сети,  $d_t = n_t - s_t$  — длины сегмента, и  $r(\cdot)$  — нелинейную функцию. Так,

$$\Phi(y_t, e_t, X) = g(u_t, h_{d_t}^t), \quad (31)$$

где  $g(\cdot)$  соответствует одному или нескольким слоям линейных и нелинейных преобразований. На рисунке 8 представлена схема сегментной рекуррентной сети с CRF, где закрашенные кружки обозначают  $h_{d_t}^l$ .

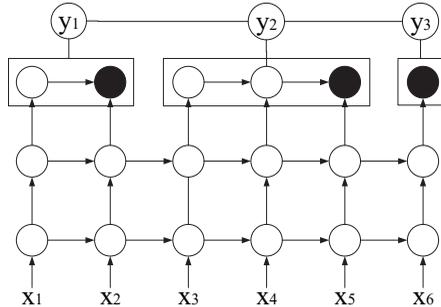


Рис. 8. Сегментные рекуррентные нейронные сети использующие CRF первого порядка

В [83] SRNN были применены для распознавания речи. На речевом корпусе TIMIT был получен результат по показателю PER, равный 17,3%. Предложенная модель не использовала ЯМ.

**3.8. Сравнение результатов.** В таблице 1 представлены результаты применения рассмотренных методов (гибридные СММ/ИНС модели, CTC-модели, модели, на основе механизма внимания и CRF-модели).

Таблица 1. Сравнение результатов

Модель	ЯМ	Технологии	Тестовый речевой корпус	WER, %	CER, %	PER, %
Гибридные СММ/ИНС модели						
CNN [84]	✓	Torch7	WSJ (Nov'92)	6,7	–	–
BLSTM [13]	✓	–	TIMIT	–	–	17,99
CLDNN-HMM [44]	✓	–	Google Voice Search	8,0	–	–
Kaldi-dnn5b-pretrain-dbn-dnn-smb-r recipe [31]	✓	Kaldi	WSJ (Nov'92)	3,35	–	–
CTC-модели						
RNN-CTC + Kaldi + trigram LM [30]	✓	Kaldi	WSJ (Nov'92)	6,7	–	–
LSTM-CTC для фонем + trigram LM [33]	✓	Eesen	WSJ (Nov'92)	7,9	–	–

Продолжение таблицы 1

Шифратор-дешифратор модели, на основе механизма внимания						
LSTM-CTC + trigram LM [33]	✓	Eesen	WSJ (Nov'92)	7,3	–	–
RCNN + BLSTM + CLDNN + CTC [53]	✓	–	WSJ (Nov'92)	7,65	–	–
CNN + RNN + CTC [70]	✓	Baidu	WSJ (Nov'92)	4,42	–	–
BLSTM-CTC [34]	✓	Eesen	Корпус сербской речи	14,7	3,7	–
CNN + ASG [37]	✓	Torch7, Baidu	LibriSpeech	7,2	–	–
ROVER: LSTM + CNN + sMBR [42]	✓	–	Google Now+Youtube Kids	12,2	–	–
BLSTM + CTC + LM [46]	✓	TensorFlow	YouTube video	13,4	–	–
CNN + CTC [40]	✗	Theano, Blocks, Fuel	TIMIT	–	–	18,2
ResNet + CTC [52]	✓	Lasagne [86], Baidu	TIMIT	–	–	17,33
RNN Transducer [51]	✗	–	TIMIT	–	–	17,7
ARSG + конв. признаки + сглаживание [63]	✗	Theano, PyLearn2, Blocks	TIMIT	–	–	17,6
ARSG + trigram LM [66]	✓	Theano, Blocks, Fuel	WSJ (Nov'92)	9,3	3,9	–
ARSG + CTC [68]	✗	Chainer [87]	WSJ (Nov'92)	18,2	7,36	–
LAS + LM [67]	✓	DistBelief [88]	Google Voice Search	10,3	–	–
LAS + CNN + LSTM + ResNet [71]	✗	TensorFlow	WSJ (Nov'92)	10,5	–	–
Att. + transfer learning [72]	✗	PyTorch	WSJ (Nov'92)	17,04	14,71	–
CRF-модели						
SRNN [83], [89]	✗	Kaldi, DyNet [90]	TIMIT	–	–	17,3

Как можно видеть из таблицы, интегральные системы в настоящее время немного уступают гибридным моделям по точности распознавания. Но заметим, что CTC-модели являются наиболее простыми с точки зрения архитектуры и при условии использования языковых моделей дают близкие к гибридным моделям результаты. Во многих работах было отмечено, что CTC-модели часто ошибаются в символах распознанных последовательностей, хотя звучание сохраняется правильным. Именно этот недостаток и заставляет использовать отдельно обученные языковые модели.

Стоит отметить, что шифратор-дешифратор архитектуры на основе механизма внимания также показывают перспективные результаты, так как даже без применения языковых моделей демонстрируют низкую погрешность распознавания. А также при малом размере обучающей выборки применение техники переноса «знаний» с модели, обученной на другом языке, является перспективным направлением, которое может быть использовано для создания универсальных систем распознавания речи или систем для редких языков.

Рассмотрим отличия интегральных моделей друг от друга, их преимущества и недостатки. В работах было отмечено, что CTC-модели позволяют достичь хороших результатов только при использовании языковых моделей, но была показана относительная простота их реализации и обучения по сравнению с шифратор-дешифратор моделями, которые, как было показано в работах, позволяют достичь приемлемых результатов и без использования языковых моделей. При этом была отмечена сложность процесса обучения шифратор-дешифратор моделей по причине большого числа гиперпараметров нейронной сети и необходимость объемного речевого корпуса, что может представлять собой проблему для малоиспользуемых языков. Использование CRF-моделей является пока что развивающейся областью и не продемонстрировало достаточных результатов для сравнения.

**3.9. Сравнение инструментариев для построения интегральных моделей.** В таблице 2 представлено сравнение библиотек и инструментариев, позволяющих создавать и обучать интегральные модели для распознавания речи, которые были рассмотрены в данном обзоре.

Таблица 1. Сравнение инструментариев

Название	Модели			ЯМ	Платформа	Язык	API
	a	b	c				
TensorFlow	✓	✓		✓	Linux, OS X, Windows	C++, Python	C++, Python, Java, Haskell
Kaldi	✓	✓	✓	✓	Linux, Windows	C++, bash	C++, bash
Eesen	✓	✓		✓	Linux	C++	C++, bash, Python
Baidu	✓	✗		✗	Linux, OS X	C++	C++, Python
Torch	✓	✓		✓	Linux, OS X, Windows	C, Lua	Lua, C
Theano	✓	✓		✓	Linux, OS X, Windows	C++, Python	Python, C++
Chainer		✗		✗	Linux	Python	Python
CNTK	✓	✗		✗	Linux, Windows	C++, Python	Python, C++, C#, Java

Модели (a), (b) и (c) означают CTC-модели, шифратор-дешифратор и CRF-модели соответственно. Галочка стоит напротив тех инструментариев, которые были использованы в рассмотренных выше статьях для построения соответствующих моделей.

Очевидно, что с помощью данных библиотек можно реализовать практически любые модели, но информация о применении была взята из официальных репозиторий с примерами из статей.

**4. Заключение.** В данном обзоре были рассмотрены основные методы построения интегральных моделей распознавания речи, такие как: CTC-модели, модели на основе механизма внимания и CRF-модели. Как можно видеть из таблицы 1, интегральные системы пока что немного уступают в точности распознавания гибридным СММ/ИНС моделям. Но можно отметить такие преимущества интегральных систем, как возможность устранения «тяжелых» языковых моделей, упрощение системы и более быстрая работа по сравнению с гибридными СММ/ИНС моделями. В перспективе интегральные модели предоставляют возможность качественного распознавания слитной речи на мобильных устройствах локально без обработки сигнала на удаленных серверах, при этом используя меньше памяти и вычислительных мощностей, чем гибридные модели.

### Литература

1. *Ронжин А.Л., Карпов А.А., Лу И.В.* Речевой и многомодальный интерфейсы // М.: Наука. 2006. 173 с.
2. *Ganchev T., Fakotakis N., Kokkinakis G.* Comparative evaluation of various MFCC implementations on the speaker verification task // Proceedings of the SPECOM. 2005. pp. 191–194.
3. *Hermansky H., Malayath N.* Speaker verification using speaker-specific mappings // Proc. RLA2C. 1998. 4 p.
4. *Маковкин К.А.* Гибридные модели – Скрытые марковские модели. Многослойный перцептрон и их применение в системах распознавания речи. Обзор // Речевые технологии. 2012. № 3. С. 58–83.
5. *Cosi P.* A KALDI-DNN-based ASR system for Italian // 2015 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN). 2015. pp. 1–5.
6. *Kipyatkova I., Karpov A.* DNN-Based Acoustic Modeling for Russian Speech Recognition Using Kaldi // International Conference on Speech and Computer. 2016. pp. 246–253.
7. *LeCun Y., Bengio Y.* Convolutional networks for images, speech, and time series // The handbook of brain theory and neural networks. 1995. vol. 3361. no. 10. pp. 1995.
8. *Abdel-Hamid O. et al.* Convolutional neural networks for speech recognition // IEEE/ACM Transactions on audio, speech, and language processing. 2014. vol. 22. no. 10. pp. 1533–1545.
9. *Sainath T.N., Mohamed A.-R., Kingsbury B., Ramabhadran B.* Deep convolutional neural networks for LVCSR // 2013 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2013. pp. 8614–8618.
10. *Robinson T., Hochberg M., Renals S.* The use of recurrent neural networks in continuous speech recognition // Automatic speech and speaker recognition. 1996. pp. 233–258.

11. *Hochreiter S., Schmidhuber J.* Long short-term memory // *Neural computation*. 1997. vol. 9. no. 8. pp. 1735–1780.
12. *Ганочкин А.В.* Нейронные сети в системах распознавания речи // *Science Time*. 2014. № 1(1). pp. 29–36.
13. *Graves A., Jaitly N., Mohamed A.-R.* Hybrid speech recognition with deep bidirectional LSTM // 2013 IEEE Workshop on Automatic Speech Recognition and Understanding (ASRU). 2013. pp. 273–278.
14. *He K., Zhang X., Ren S., Sun J.* Deep residual learning for image recognition // *Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition*. 2016. pp. 770–778.
15. *Markovnikov N.M., Kipyatkova I., Karpov A., Filchenkov A.* Deep neural networks in Russian speech recognition // *Proceedings of 2017 Artificial Intelligence and Natural Language Conference*. 2017. pp. 54–67.
16. *Куляtkова И.С., Карнов А.А.* Разновидности глубоких искусственных нейронных сетей для систем распознавания речи // *Труды СПИИРАН*. 2016. Вып. 49(6). С. 80–103.
17. *Ackley D.H., Hinton G.E., Sejnowski T.J.* A learning algorithm for Boltzmann machines // *Cognitive science*. 1985. vol. 9. no. 1. pp. 147–169.
18. *Srivastava N. et al.* Dropout: a simple way to prevent neural networks from overfitting // *Journal of machine learning research*. 2014. vol. 15. no. 1. pp. 1929–1958.
19. *Ioffe S., Szegedy C.* Batch normalization: Accelerating deep network training by reducing internal covariate shift // *International Conference on Machine Learning*. 2015. pp. 448–456.
20. *Levenshtein V.I.* Binary codes capable of correcting deletions, insertions, and reversals // *Soviet physics. Doklady*. 1996. vol. 10. pp. 707–710.
21. *Mikolov T., et al.* Recurrent neural network based language model // *Interspeech*. 2010. vol. 2. pp. 1045–1048.
22. *Rao K., Peng F., Sak H., Beaufays F.* Grapheme-to-phoneme conversion using long short-term memory recurrent neural networks // 2015 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2015. pp. 4225–4229.
23. *Jaitly N., Hinton G.* Learning a better representation of speech soundwaves using restricted boltzmann machines // 2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2011. pp. 5884–5887.
24. *Smolensky P.* Information processing in dynamical systems: Foundations of harmony theory // *Colorado University at Boulder Dept of Computer Science*. 1986. pp. 194–281.
25. *Bojarski M. et al.* End to End Learning for Self-Driving Cars // 2016. preprint: arXiv: 1604.07316. URL: <https://arxiv.org/abs/1604.07316> (дата обращения 17.02.2018).
26. *Sayre K.M.* Machine recognition of handwritten words: A project report // *Pattern recognition*. 1973. vol. 5. no. 3. pp. 213–228.
27. *Graves A., Ferná'ndez S., Gomez F., Schmidhuber J.* Connectionist temporal classification: labelling unsegmented sequence data with recurrent neural networks // *Proceedings of the 23rd international conference on Machine learning*. 2006. pp. 369–376.
28. *Bridle J.S.* Probabilistic interpretation of feedforward classification network outputs, with relationships to statistical pattern recognition // *Neurocomputing*. 1990. pp. 227–236.
29. *Rabiner L.R.* A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition // *Proceedings of the IEEE*. 1989. vol. 77. no. 2. pp. 257–286.
30. *Graves A., Jaitly N.* Towards end-to-end speech recognition with recurrent neural networks // *Proceedings of the 31st International Conference on Machine Learning (ICML-14)*. 2014. pp. 1764–1772.
31. *Povey D. et al.* The Kaldi speech recognition toolkit // *IEEE 2011 workshop on automatic speech recognition and understanding*. IEEE Signal Processing Society. 2011. 4 p.
32. *Корпус английской речи WSJ*. URL: <https://catalog.ldc.upenn.edu/LDC93S6B> (дата обращения: 17.02.2018).

33. *Miao Y., Gowayyed M., Metze F.* EESEN: End-to-end speech recognition using deep RNN models and WFST-based decoding // 2015 IEEE Workshop on Automatic Speech Recognition and Understanding (ASRU). 2015. pp. 167–174.
34. *Popovi'c B., Pakoci E., Pekar D.* End-to-End Large Vocabulary Speech Recognition for the Serbian Language // International Conference on Speech and Computer. 2017. pp. 343–352.
35. *Mohri M., Pereira F., Riley M.* Weighted finite-state transducers in speech recognition // Computer Speech & Language. 2002. vol. 16. no. 1. pp. 69–88.
36. *Allauzen C. et al.* A general and efficient weighted finite-state transducer library // International Conference on Implementation and Application of Automata. 2007. pp. 11–23.
37. *Collobert R., Puhresch C., Synnaeve G.* Wav2letter: an end-to-end convnetbased speech recognition system // 2016. preprint: arXiv: 1609.03193. URL: <https://arxiv.org/abs/1609.03193> (дата обращения 17.02.2018).
38. *Panayotov V., Chen G., Povey D., Khudanpur S.* Librispeech: an ASR corpus based on public domain audio books // 2015 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2015. pp. 5206–5210.
39. Deep learning toolkit Torch. URL: <http://www.torch.ch/> (дата обращения 17.02.2018).
40. *Zhang Y. et al.* Towards end-to-end speech recognition with deep convolutional neural networks // 2017. preprint: arXiv: 1701.02720. URL: <https://arxiv.org/abs/1701.02720> (дата обращения 17.02.2018).
41. Корпус английской речи ТИМТ. URL: <https://catalog ldc.upenn.edu/ldc93s1> (дата обращения: 17.02.2018).
42. *Sak H., de Chaumont Quitry F., Sainath T., Rao K.* Acoustic modelling with cd-ctc-smbr lstm rnns // 2015 IEEE Workshop on Automatic Speech Recognition and Understanding (ASRU). 2015. pp. 604–609.
43. *Kingsbury B.* Lattice-based optimization of sequence classification criteria for neural-network acoustic modeling // 2009 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP 2009). 2009. pp. 3761–3764.
44. *Sainath T.N., Vinyals O., Senior A., Sak H.* Convolutional, long shortterm memory, fully connected deep neural networks // 2015 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2015. pp. 4580–4584.
45. *Fiscus J.G.* A post-processing system to yield reduced word error rates: Recognizer output voting error reduction (ROVER) // Proceedings of 1997 IEEE Workshop on Automatic Speech Recognition and Understanding. 1997. pp. 347–354.
46. *Soltau H., Liao H., Sak H.* Neural speech recognizer: Acoustic-to-word LSTM model for large vocabulary speech recognition // 2016. preprint: arXiv: 1610. 09975. URL: <https://arxiv.org/abs/1610.09975> (дата обращения 17.02.2018).
47. *Liao H., McDermott E., Senior A.* Large scale deep neural network acoustic modeling with semi-supervised training data for YouTube video transcription // 2013 IEEE Workshop on Automatic Speech Recognition and Understanding (ASRU). 2013. pp. 368–373.
48. Youtube. URL: <https://www.youtube.com/yt/lineups/> (дата обращения 17.02.2018).
49. *Graves A.* Sequence transduction with recurrent neural networks // 2012. preprint: arXiv: 1211.3711. URL: <https://arxiv.org/abs/1211.3711> (дата обращения 17.02.2018).
50. *Boulanger-Lewandowski N., Bengio Y., Vincent P.* High-dimensional sequence transduction // 2013 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2013. pp. 3178–3182.
51. *Graves A., Mohamed A.-R., Hinton G.* Speech recognition with deep recurrent neural networks // 2013 IEEE International Conference on Acoustics, speech and signal processing (ICASSP). 2013. pp. 6645–6649.
52. *Zhang Z. et al.* Deep Recurrent Convolutional Neural Network: Improving Performance For Speech Recognition // 2016. preprint: arXiv: 1611.07174. URL: <https://arxiv.org/abs/1611.07174> (дата обращения 17.02.2018).
53. *Wang Y., Deng X., Pu S., Huang Z.* Residual convolutional CTC networks for automatic speech recognition // 2017. preprint: arXiv: 1702.07793. URL: <https://arxiv.org/abs/1702.07793> (дата обращения 17.02.2018).

54. Keras: The Python Deep Learning library. URL: <https://keras.io/> (дата обращения 17.02.2018).
55. TensorFlow. An open source machine learning framework for everyone. URL: <https://www.tensorflow.org/> (дата обращения 17.02.2018).
56. Инструментарий для глубокого обучения Theano. URL: <https://deeplearning.net/software/theano/> (дата обращения 17.02.2018).
57. The Microsoft Cognitive Toolkit. URL: <https://docs.microsoft.com/ru-ru/cognitive-toolkit/> (дата обращения 17.02.2018).
58. Example implementation of speech recognition system. URL: [https://github.com/Microsoft/CNTK/tree/master/Tests/EndToEndTests/Speech/LSTM\\_CTC\\_MLF](https://github.com/Microsoft/CNTK/tree/master/Tests/EndToEndTests/Speech/LSTM_CTC_MLF) (дата обращения 17.02.2018).
59. CTC loss-function implementation. URL: <https://github.com/baidu-research/warp-ctc> (дата обращения 17.02.2018).
60. CTC model implementation using Kaldi. URL: <https://github.com/lingochamp/kaldi-ctc> (дата обращения 17.02.2018).
61. *Cho K. et al.* Learning phrase representations using RNN encoder-decoder for statistical machine translation // 2014. preprint: arXiv: 1406.1078. URL: <https://arxiv.org/abs/1406.1078> (дата обращения 17.02.2018).
62. *Sutskever I., Vinyals O., Le Q.V.* Sequence to sequence learning with neural networks // Advances in neural information processing systems. 2014. pp. 3104–3112.
63. *Chorowski J.K. et al.* Attentionbased models for speech recognition // Advances in Neural Information Processing Systems. 2015. pp. 577–585.
64. *Bahdanau D., Cho K., Bengio Y.* Neural machine translation by jointly learning to align and translate // 2014. preprint: arXiv: 1409.0473. URL: <https://arxiv.org/abs/1409.0473> (дата обращения 17.02.2018).
65. *Mnih V., Heess N., Graves A.* Recurrent models of visual attention // Advances in neural information processing systems. 2014. pp. 2204–2212.
66. *Bahdanau D. et al.* End-to-end attention-based large vocabulary speech recognition // 2016 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2016. pp. 4945–4949.
67. *Chan W., Jaitly N., Le Q., Vinyals O.* Listen, attend and spell: A neural network for large vocabulary conversational speech recognition // 2016 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2016. pp. 4960–4964.
68. *Kim S., Hori T., Watanabe S.* Joint CTC-attention based end-to-end speech recognition using multi-task learning // 2017 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2017. pp. 4835–4839.
69. *Chorowski J., Bahdanau D., Cho K., Bengio Y.* End-to-end continuous speech recognition using attention-based recurrent NN: first results // 2014. preprint: arXiv: 1412.1602. URL: <https://arxiv.org/abs/1412.1602> (дата обращения 17.02.2018).
70. *Amodei D. et al.* End to end speech recognition in English and Mandarin // ICLR 2016 workshop. 2016. 12 p.
71. *Zhang Y., Chan W., Jaitly N.* Very deep convolutional networks for end-to-end speech recognition // 2017 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2017. pp. 4845–4849.
72. *Tjandra A., Sakti S., Nakamura S.* Attention-based Wav2Text with feature transfer learning // 2017. preprint: arXiv: 1709.07814. URL: <https://arxiv.org/abs/1709.07814> (дата обращения 17.02.2018).
73. Implementation of attention-based model. URL: <https://github.com/rizar/attention-lvcsr> (дата обращения 17.02.2018).
74. *Van Merriënboer et al.* Blocks and fuel: Frameworks for deep learning // 2015. preprint: arXiv: 1506.00619. URL: <https://arxiv.org/abs/1506.00619>. (дата обращения 17.02.2018).
75. *Bahdanau D. et al.* Task loss estimation for sequence prediction // 2015. preprint: arXiv: 1511.06456. URL: <https://arxiv.org/abs/1511.06456> (дата обращения 17.02.2018).
76. *Luong T., Brevdo E., Zhao R.* Neural machine translation (seq2seq) tutorial. 2017. URL: <https://www.tensorflow.org/tutorials/seq2seq> (дата обращения 17.02.2018).

77. Implementation of end-to-end models. URL: <https://github.com/farizrahman4u/seq2seq> (дата обращения 17.02.2018).
78. *Lafferty J., McCallum A., Pereira F.C.* Conditional random fields: Probabilistic models for segmenting and labeling sequence data // 2001. 8 p.
79. *Fosler-Lussier E., He Y., Jyothi P., Prabhavalkar R.* Conditional random fields in speech, audio, and language processing // Proceedings of the IEEE. 2013. vol. 101. no. 5. pp. 1054–1075.
80. *Bottou L.* Une Approche th´eorique de l’Apprentissage Connexioniste; Applications `a la reconnaissance de la Parole // Ph.D. thesis. Universite de Paris XI. 1991. 236 p.
81. *Hifny Y., Renals S.* Speech recognition using augmented conditional random fields // IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing. 2009. vol. 17. no. 2. pp. 354–365.
82. *Kong L., Dyer C., Smith N.A.* Segmental recurrent neural networks // 2015. preprint: arXiv: 1511.06018. URL: <https://arxiv.org/abs/1511.06018> (дата обращения 17.02.2018).
83. *Lu L., et al.* Segmental recurrent neural networks for end-to-end speech recognition // 2016. preprint: arXiv: 1603.00223. URL: <https://arxiv.org/abs/1603.00223> (дата обращения 17.02.2018).
84. *Palaz D., Doss M.M., Collobert R.* Convolutional neural networksbased continuous speech recognition using raw speech signal // 2015 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2015. pp. 4295–4299.
85. *Amodei D. et al.* Deep speech 2: End-to-end speech recognition in english and mandarin // International Conference on Machine Learning. 2016. pp. 173–182.
86. Deep learning toolkit Lasagne. URL: <http://lasagne.readthedocs.io/en/latest/> (дата обращения 17.02.2018).
87. Chainer. A Powerful, Flexible, and Intuitive Framework for Neural Networks. URL: <https://chainer.org/> (дата обращения 17.02.2018).
88. *Dean J. et al.* Large scale distributed deep networks // Advances in neural information processing systems. 2012. pp. 1223–1231.
89. *Lu L., Kong L., Dyer C., Smith N.A.* Multi-task Learning with CTC and Segmental CRF for Speech Recognition // 2017. preprint: arXiv: 1702.06378. URL: <https://arxiv.org/abs/1702.06378> (дата обращения 17.02.2018).
90. *Neubig G. et al.* DyNet: The Dynamic Neural Network Toolkit // 2017. preprint: arXiv: 1701.03980. URL: <https://arxiv.org/abs/1701.03980> (дата обращения 17.02.2018).

**Марковников Никита Михайлович** — программист лаборатории речевых и многомодальных интерфейсов, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН). Область научных интересов: распознавание речи, нейронные сети, глубокое обучение. Число научных публикаций — 1. [niklemark@gmail.com](mailto:niklemark@gmail.com); 14-я линия В.О., 39, Санкт-Петербург, 199178; р.т.: +7(812)328-3337, Факс: +7(812)328-4450.

**Кипяткова Ирина Сергеевна** — к-т техн. наук, старший научный сотрудник лаборатории речевых и многомодальных интерфейсов, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН), доцент кафедры управления в технических системах, Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения (СПбГУАП). Область научных интересов: автоматическое распознавание речи, статистические модели языка, нейронные сети. Число научных публикаций — 75. [kiryatkova@ias.spb.su](mailto:kiryatkova@ias.spb.su); 14-я линия В.О., 39, Санкт-Петербург, 199178; р.т.: +7(812)328-0421, Факс: +7(812)328-0421.

**Поддержка исследований.** Работа выполнена при финансовой поддержке фонда РФФИ (проекты № 18-07-01216 и 18-07-01407), Совета по грантам Президента РФ (проекты № МК-1000.2017.8 и МД-254.2017.8) и бюджетной темы № 0073-2018-0002.

N.M. MARKOVNIKOV, I.S. KIPYATKOVA  
AN ANALYTIC SURVEY OF END-TO-END SPEECH  
RECOGNITION SYSTEMS

*Markovnikov N.M., Kipyatkova I.S. An Analytic Survey of End-to-End Speech Recognition Systems.*

**Abstract.** This article presents an analytic survey of various end-to-end speech recognition systems, as well as some approaches to their construction, training and optimization. We consider models based on connectionist temporal classification (CTC) as a loss function for neural networks, models based on encoder-decoder architecture with attention mechanism. Also, we describe neural networks models built using conditional random field (CRF), that is a generalization of hidden markov models that allows to fix some drawbacks of standard hybrid speech recognition systems like an assumption of independency of elements from speech frames sequences. We also describe integration possibilities with language models at a stage of decoding for end-to-end systems. Also, various modification and improvements of standard end-to-end models, for example, like generalization of connectionist temporal classification and regularization using attention-based encoder-decoder models. We see that such an approach significantly reduces recognition error rates for end-to-end models. A survey of research works in this subject area reveals that end-to-end systems allow achieving results close to that of the state-of-the-art hybrid models. Nevertheless, end-to-end models use simple configuration and demonstrate a high speed of learning and decoding. In addition, we consider popular frameworks and toolkits for creating speech recognition systems like TensorFlow, Eesen, Kaldi, etc. Their comparing was provided by simplicity and accessibility of implementation end-to-end speech recognition system.

**Keywords:** speech recognition, end-to-end models, neural networks, deep learning.

**Markovnikov Nikita Mikhailovich** — programmer of speech and multimodal interfaces laboratory, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences (SPIIRAS). Research interests: speech recognition, neural networks, deep learning. The number of publications — 1. [niklemark@gmail.com](mailto:niklemark@gmail.com); 39, 14-th Line V.O., St.-Petersburg, 199178, Russia; office phone: +7(812)328-3337, Fax: +7(812)328-4450.

**Kipyatkova Irina Sergeevna** — Ph.D., senior researcher of speech and multimodal interfaces laboratory, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences (SPIIRAS), associate professor of control in technical systems department, Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation (SUAI). Research interests: automatic speech recognition, statistical language models. The number of publications — 75. [kipyatkova@ias.spb.su](mailto:kipyatkova@ias.spb.su); 39, 14-th Line V.O., St.-Petersburg, 199178, Russia; office phone: +7(812)328-0421, Fax: +7(812)328-0421.

**Acknowledgements.** This research is supported by the Russian Foundation for Basic Research (projects No. 18-07-01216 and 18-07-01407), by the Council for Grants of the President of the Russian Federation (projects No. MK-1000.2017.8 and MD-254.2017.8) and state research № 0073-2018-0002.

## References

1. Ronzhin A.L., Karpov A.A., Li I.V. *Rechevoj i mnogomodal'nyj interfejsy* [Speech and multimodal interfaces]. M.: Nauka. 2006. 173 p. (In Russ.).
2. Ganchev T., Fakotakis N., Kokkinakis G. Comparative evaluation of various MFCC implementations on the speaker verification task. Proceedings of the SPECOM. 2005. pp. 191–194.

3. Hermansky H., Malayath N. Speaker verification using speaker-specific mappings. Proc. RLA2C. 1998. 4 p.
4. Makovkin K.A. [Hybrid models – Hidden Markov Models/Multilayer perceptron and their application in speech recognition systems. Survey]. *Rechevye tehnologii – Speech Technology*. 2012. vol. 3. pp. 58–83. (In Russ.).
5. Cosi P. A KALDI-DNN-based ASR system for Italian. 2015 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN). 2015. pp. 1–5.
6. Kipyatkova I., Karpov A. DNN-Based Acoustic Modeling for Russian Speech Recognition Using Kaldi. International Conference on Speech and Computer. 2016. pp. 246–253.
7. LeCun Y., Bengio Y. Convolutional networks for images, speech, and time series. The handbook of brain theory and neural networks. 1995. vol. 3361. no. 10. pp. 1995.
8. Abdel-Hamid O. et al. Convolutional neural networks for speech recognition. IEEE/ACM Transactions on audio, speech, and language processing. 2014. vol. 22. no. 10. pp. 1533–1545.
9. Sainath T.N., Mohamed A.-r., Kingsbury B., Ramabhadran B. Deep convolutional neural networks for LVCSR. 2013 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2013. pp. 8614–8618.
10. Robinson T., Hochberg M., Renals S. The use of recurrent neural networks in continuous speech recognition. Automatic speech and speaker recognition. 1996. pp. 233–258.
11. Hochreiter S., Schmidhuber J. Long short-term memory. *Neural computation*. 1997. vol. 9. no. 8. pp. 1735–1780.
12. Gapochkin A.V. [Neural networks in speech recognition systems]. *Science Time*. 2014. vol. 1(1). pp. 29–36. (In Russ.).
13. Graves A., Jaitly N., Mohamed A.-R. Hybrid speech recognition with deep bidirectional LSTM. 2013 IEEE Workshop on Automatic Speech Recognition and Understanding (ASRU). 2013. pp. 273–278.
14. He K., Zhang X., Ren S., Sun J. Deep residual learning for image recognition. Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition. 2016. pp. 770–778.
15. Markovnikov N.M., Kipyatkova I., Karpov A., Filchenkov A. Deep neural networks in Russian speech recognition. Proceedings of 2017 Artificial Intelligence and Natural Language Conference. 2017. pp. 54–67.
16. Kipyatkova I., Karpov A.A. [Variants of Deep Artificial Neural Networks for Speech Recognition Systems]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2016. vol. 49(6). pp. 80–103. (In Russ.).
17. Ackley D.H., Hinton G. E., Sejnowski T.J. A learning algorithm for Boltzmann machines. *Cognitive science*. 1985. vol. 9. no. 1. pp. 147–169.
18. Srivastava N. et al. Dropout: a simple way to prevent neural networks from overfitting. *Journal of machine learning research*. 2014. vol. 15. no. 1. pp. 1929–1958.
19. Ioffe S., Szegedy C. Batch normalization: Accelerating deep network training by reducing internal covariate shift. International Conference on Machine Learning. 2015. pp. 448–456.
20. Levenshtein V.I. Binary codes capable of correcting deletions, insertions, and reversals. *Soviet physics. Doklady*. 1996. vol. 10. pp. 707–710.
21. Mikolov T. et al. Recurrent neural network based language model. Interspeech. 2010. vol. 2. pp. 1045–1048.
22. Rao K., Peng F., Sak H., Beaufays F. Grapheme-to-phoneme conversion using long short-term memory recurrent neural networks. 2015 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2015. pp. 4225–4229.
23. Jaitly N., Hinton G. Learning a better representation of speech soundwaves using restricted boltzmann machines. 2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2011. pp. 5884–5887.
24. Smolensky P. Information processing in dynamical systems: Foundations of harmony theory. Colorado University at Boulder Dept of Computer Science. 1986. pp. 194–281.
25. Bojarski M. et al. End to End Learning for Self-Driving Cars». 2016. preprint: arXiv: 1604.07316. Available at: <https://arxiv.org/abs/1604.07316> (accessed: 17.02.2018).

26. Sayre K.M. Machine recognition of handwritten words: A project report. *Pattern recognition*. 1973. vol. 5. no. 3. pp. 213–228.
27. Graves A., Ferañdez S., Gomez F., Schmidhuber J. Connectionist temporal classification: labelling unsegmented sequence data with recurrent neural networks. Proceedings of the 23rd international conference on Machine learning. 2006. pp. 369–376.
28. Bridle J.S. Probabilistic interpretation of feedforward classification network outputs, with relationships to statistical pattern recognition. *Neurocomputing*. 1990. pp. 227–236.
29. Rabiner L.R. A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition. Proceedings of the IEEE. 1989. vol. 77. no. 2. pp. 257–286.
30. Graves A., Jaitly N. Towards end-to-end speech recognition with recurrent neural networks. Proceedings of the 31st International Conference on Machine Learning (ICML-14). 2014. pp. 1764–1772.
31. Povey D. et al. The Kaldi speech recognition toolkit». IEEE 2011 workshop on automatic speech recognition and understanding. IEEE Signal Processing Society. 2011. 4 p.
32. Description of WSJ speech corpus. Available at: <https://catalog.ldc.upenn.edu/LDC93S6B> (accessed: 17.02.2018).
33. Miao Y., Gowayed M., Metz F. EESN: End-to-end speech recognition using deep RNN models and WFST-based decoding. 2015 IEEE Workshop on Automatic Speech Recognition and Understanding (ASRU). 2015. pp. 167–174.
34. Popović B., Pakoci E., Pekar D. End-to-End Large Vocabulary Speech Recognition for the Serbian Language. International Conference on Speech and Computer. 2017. pp. 343–352.
35. Mohri M., Pereira F., Riley M. Weighted finite-state transducers in speech recognition. *Computer Speech & Language*. 2002. vol. 16. no. 1. pp. 69–88.
36. Allauzen C. et al. OpenFst: A general and efficient weighted finite-state transducer library. International Conference on Implementation and Application of Automata. 2007. pp. 11–23.
37. Collobert R., Puhersch C., Synnaeve G. Wav2letter: an end-to-end convnetbased speech recognition system. 2016. preprint: arXiv: 1609.03193. Available at: <https://arxiv.org/abs/1609.03193> (accessed: 17.02.2018).
38. Panayotov V., Chen G., Povey D., Khudanpur S. Librispeech: an ASR corpus based on public domain audio books. 2015 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2015. pp. 5206–5210.
39. Deep learning toolkit Torch. Available at: <http://www.torch.ch/> (accessed: 17.02.2018).
40. Zhang Y. et al. Towards end-to-end speech recognition with deep convolutional neural networks. 2017. preprint: arXiv: 1701.02720. Available at: <https://arxiv.org/abs/1701.02720> (accessed: 17.02.2018).
41. Description of TIMIT speech corpus. Available at: <https://catalog.ldc.upenn.edu/ldc93s1> (accessed: 17.02.2018).
42. Sak H., F. de Chaumont Quiry, Sainath T., Rao K. Acoustic modelling with cd-ctc-smb-1stm-rnns. 2015 IEEE Workshop on Automatic Speech Recognition and Understanding (ASRU). 2015. pp. 604–609.
43. Kingsbury B. Lattice-based optimization of sequence classification criteria for neural-network acoustic modeling. 2009 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP 2009). 2009. pp. 3761–3764.
44. Sainath T.N., Vinyals O., Senior A., Sak H. Convolutional, long shortterm memory, fully connected deep neural networks. 2015 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2015. pp. 4580–4584.
45. Fiscus J.G. A post-processing system to yield reduced word error rates: Recognizer output voting error reduction (ROVER). Proceedings of 1997 IEEE Workshop on Automatic Speech Recognition and Understanding. 1997. pp. 347–354.
46. Soltau H., Liao H., Sak H. Neural speech recognizer: Acoustic-to-word LSTM model for large vocabulary speech recognition. 2016. preprint: arXiv: 1610. 09975. Available at: <https://arxiv.org/abs/1610.09975>. (accessed: 17.02.2018).

47. Liao H., McDermott E., Senior A. Large scale deep neural network acoustic modeling with semi-supervised training data for YouTube video transcription. 2013 IEEE Workshop on Automatic Speech Recognition and Understanding (ASRU). 2013. pp. 368–373.
48. Youtube. Available at: <https://www.youtube.com/yt/lineups/> (accessed: 17.02.2018).
49. Graves A. Sequence transduction with recurrent neural networks. 2012. preprint: arXiv: 1211.3711. Available at: <https://arxiv.org/abs/1211.3711> (accessed: 17.02.2018).
50. Boulanger-Lewandowski N., Bengio Y., Vincent P. High-dimensional sequence transduction. 2013 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2013. pp. 3178–3182.
51. Graves A., Mohamed A.-R., Hinton G. Speech recognition with deep recurrent neural networks. 2013 IEEE International Conference on Acoustics, speech and signal processing (ICASSP). 2013. pp. 6645–6649.
52. Zhang Z. et al. Deep Recurrent Convolutional Neural Network: Improving Performance For Speech Recognition. 2016. preprint: arXiv: 1611.07174. Available at: <https://arxiv.org/abs/1611.07174> (accessed: 17.02.2018).
53. Wang Y., Deng X., Pu S., Huang Z. Residual convolutional CTC networks for automatic speech recognition. 2017. preprint: arXiv: 1702.07793. Available at: <https://arxiv.org/abs/1702.07793> (accessed: 17.02.2018).
54. Keras: The Python Deep Learning library. Available at: <https://keras.io/> (accessed: 17.02.2018).
55. TensorFlow. An open source machine learning framework for everyone. Available at: <https://www.tensorflow.org/> (accessed: 17.02.2018).
56. Deep learning toolkit Theano. Available at: <http://deeplearning.net/software/theano/> (accessed: 17.02.2018).
57. The Microsoft Cognitive Toolkit. Available at: <https://docs.microsoft.com/ru-ru/cognitive-toolkit/> (accessed: 17.02.2018).
58. Example implementation of speech recognition system. Available at: [https://github.com/Microsoft/CNTK/tree/master/Tests/EndToEndTests/Speech/LSTM\\_CTC\\_MLF](https://github.com/Microsoft/CNTK/tree/master/Tests/EndToEndTests/Speech/LSTM_CTC_MLF) (accessed: 17.02.2018).
59. CTC loss-function implementation. Available at: <https://github.com/baidu-research/warp-ctc> (accessed: 17.02.2018).
60. CTC model implementation using Kaldi. Available at: <https://github.com/lingochamp/kaldi-ctc> (accessed: 17.02.2018).
61. Cho K. et al. Learning phrase representations using RNN encoder-decoder for statistical machine translation. 2014. preprint: arXiv: 1406.1078. Available at: <https://arxiv.org/abs/1406.1078> (accessed: 17.02.2018).
62. Sutskever I., Vinyals O., Le Q.V. Sequence to sequence learning with neural networks. Advances in neural information processing systems. 2014. pp. 3104–3112.
63. Chorowski J.K. et al. Attentionbased models for speech recognition. Advances in Neural Information Processing Systems. 2015. pp. 577–585.
64. Bahdanau D., Cho K., Bengio Y. Neural machine translation by jointly learning to align and translate. 2014. preprint: arXiv: 1409.0473. Available at: <https://arxiv.org/abs/1409.0473> (accessed: 17.02.2018).
65. Mnih V., Heess N., Graves A. Recurrent models of visual attention. Advances in neural information processing systems. 2014. pp. 2204–2212.
66. Bahdanau D., et al. End-to-end attention-based large vocabulary speech recognition. 2016 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2016. pp. 4945–4949.
67. Chan W., Jaitly N., Le Q., Vinyals O. Listen, attend and spell: A neural network for large vocabulary conversational speech recognition. 2016 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2016. pp. 4960–4964.
68. Kim S., Hori T., Watanabe S. Joint CTC-attention based end-to-end speech recognition using multi-task learning. 2017 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2017. pp. 4835–4839.

69. Chorowski J., Bahdanau D., Cho K., Bengio Y. End-to-end continuous speech recognition using attention-based recurrent NN: first results. 2014. preprint: arXiv: 1412.1602. Available at: <https://arxiv.org/abs/1412.1602> (accessed: 17.02.2018).
70. Amodei D. et al. End to end speech recognition in English and Mandarin. ICLR 2016 workshop. 2016. 12 p.
71. Zhang Y., Chan W., Jaitly N. Very deep convolutional networks for end-to-end speech recognition. 2017 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2017. pp. 4845–4849.
72. Tjandra A., Sakti S., Nakamura S. Attention-based Wav2Text with feature transfer learning. 2017. preprint: arXiv: 1709.07814. Available at: <https://arxiv.org/abs/1709.07814> (accessed: 17.02.2018).
73. Implementation of attention-based model. Available at: <https://github.com/rizar/attention-lvcsr> (accessed: 17.02.2018).
74. Van Merriënboer et al. Blocks and fuel: Frameworks for deep learning. 2015. preprint: arXiv: 1506.00619. Available at: <https://arxiv.org/abs/1506.00619> (accessed: 17.02.2018).
75. Bahdanau D. et al. Task loss estimation for sequence prediction. 2015. preprint: arXiv: 1511.06456. Available at: <https://arxiv.org/abs/1511.06456> (accessed: 17.02.2018).
76. Luong T., Brevdo E., Zhao R. Neural machine translation (seq2seq) tutorial. 2017. Available at: <https://www.tensorflow.org/tutorials/seq2seq> (accessed: 17.02.2018).
77. Implementation of end-to-end models. Available at: <https://github.com/farizrahman4u/seq2seq> (accessed: 17.02.2018).
78. Lafferty J., McCallum A., Pereira F.C. Conditional random fields: Probabilistic models for segmenting and labeling sequence data. 2001. 8 p.
79. Fosler-Lussier E., He Y., Jyothi P., Prabhavalkar R. Conditional random fields in speech, audio, and language processing. *Proceedings of the IEEE*. 2013. vol. 101. no. 5. pp. 1054–1075.
80. Bottou L. Une Approche théorique de l'Apprentissage Connexionniste; Applications à la reconnaissance de la Parole. Ph.D. thesis. Université de Paris XI. 1991. 236 p. (In French).
81. Hifny Y., Renals S. Speech recognition using augmented conditional random fields. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*. 2009. vol. 17. no. 2. pp. 354–365.
82. Kong L., Dyer C., Smith N.A. Segmental recurrent neural networks. 2015. preprint: arXiv: 1511.06018. Available at: <https://arxiv.org/abs/1511.06018> (accessed: 17.02.2018).
83. Lu L., et al. Segmental recurrent neural networks for end-to-end speech recognition. 2016. preprint: arXiv: 1603.00223. Available at: <https://arxiv.org/abs/1603.00223> (accessed: 17.02.2018).
84. Palaz D., Doss M.M., Collobert R. Convolutional neural networks based continuous speech recognition using raw speech signal. 2015 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2015. pp. 4295–4299.
85. Amodei D., et al. Deep speech 2: End-to-end speech recognition in English and mandarin. *International Conference on Machine Learning*. 2016. pp. 173–182.
86. Deep learning toolkit Lasagne. Available at: <http://lasagne.readthedocs.io/en/latest/> (accessed: 17.02.2018).
87. Chainer. A Powerful, Flexible, and Intuitive Framework for Neural Networks. Available at: <https://chainer.org/> (accessed: 17.02.2018).
88. Dean J. et al. Large scale distributed deep networks. *Advances in neural information processing systems*. 2012. pp. 1223–1231.
89. Lu L., Kong L., Dyer C., Smith N.A. Multi-task Learning with CTC and Segmental CRF for Speech Recognition. 2017. preprint: arXiv: 1702.06378. Available at: <https://arxiv.org/abs/1702.06378> (accessed: 17.02.2018).
90. Neubig G., et al. DyNet: The Dynamic Neural Network Toolkit. 2017. preprint: arXiv: 1701.03980. Available at: <https://arxiv.org/abs/1701.03980> (accessed: 17.02.2018).

В.Ч. НГУЕН, А.А. ТРОПЧЕНКО  
**ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДА  
ЭНТРОПИЙНОГО КОДИРОВАНИЯ В СОВРЕМЕННЫХ  
СТАНДАРТАХ ВИДЕОСЖАТИЯ**

*Нгуен В.Ч., Тропченко А.А.* **Повышение эффективности метода энтропийного кодирования в современных стандартах видеосжатия.**

**Аннотация.** Современные стандарты кодирования видеоданных имеют высокую эффективность кодирования, но скорость кодирования может быть улучшена для удовлетворения растущих потребностей мультимедийных приложений. В статье рассматриваются методы и алгоритмы энтропийного кодирования в стандартах кодирования видеоданных H.264/AVC и H.265/HEVC. Контекстно-зависимое адаптивное кодирование с переменной длиной кодового слова CAVLC (Context-based Adaptive Variable Length) для стандарта H.264/AVC изначально предназначалось для кодирования с потерями и как таковое не давало адекватной производительности для кодирования без потерь. Контекстно-зависимое адаптивное бинарное арифметическое кодирование CABAC (Context-Adaptive Binary Arithmetic Coding) — это метод энтропийного кодирования, впервые введенный в H.264/AVC и используемый в стандарте H.265/HEVC. Хотя он обеспечивает высокую эффективность кодирования, зависимости данных в H.264/AVC CABAC затрудняют распараллеливание и, таким образом, ограничивают его пропускную способность. Соответственно, во время стандартизации энтропийного кодирования для HEVC были рассмотрены как эффективность кодирования, так и пропускная способность. На основе анализа их достоинств и недостатков предложен метод энтропийного кодирования с последующим применением нумерационного иерархического кодирования. Он состоит из алгоритма CABAC и алгоритма нумерационного кодирования с применением иерархического подхода. Предложенный метод протестирован в среде разработки Visual C++ на различных тестовых видеопоследовательностях. Результаты экспериментов показали большую эффективность кодирования мультимедийных данных (уменьшает в среднем до 15% объема памяти хранения по сравнению с традиционным методом CABAC), но при этом метод требует большее время кодирования (примерно в два раза). Предложенный метод можно рекомендовать для применения в телекоммуникационных системах для решения задач хранения, передачи и обработки мультимедийных данных, где в первую очередь требуется большая степень сжатия.

**Ключевые слова:** энтропийное кодирование, метод CABAC, метод CAVLC, алгоритм нумерационного кодирования, H.265/HEVC, H.264/AVC.

**1. Введение.** Энтропийный кодер преобразовывает последовательности символов, представляющих элементы видеопоследовательности, в сжатый поток битов, который можно сохранять в файле или передавать по сетям связи [1, 2]. Этот кодер играет важную роль в целом процессе кодирования. Основными методами энтропийного кодирования служат коды Хаффмана [3] и арифметическое кодирование [3]. На их основе были разработаны современные методы и алгоритмы для кодирования бинарных нестационарных последовательностей такие. как методы CAVLC [5, 6] и CABAC [7, 8], которые широко

применяются в стандартах H.264 [9] и H.265 [10, 11]. Все эти алгоритмы в первую очередь ориентированы на снижение объема выходного файла. Именно эту величину и будем использовать в дальнейшем как показатель эффективности того или иного алгоритма. В работе [12] предлагается адаптивный двоичный арифметический кодер, но снижение объема оказывается небольшим (до 2.3% по стандарту H.264 и до 3.6% по H.265). В [13] предложен новый аппаратно-эффективный адаптивный кодер двоичного диапазона и его архитектура с очень крупномасштабной интеграцией. Экспериментальные результаты предложенного кодера показывают, что он значительно выигрывает у существующих кодеров (до 8% у MQ-кодера, и до 24.2% – M-кодера). Однако результаты получены для вейвлет-видеокодека с энтропийным кодером, подобным JPEG2000. А в [14] предполагается контекстно-адаптивное двоичное арифметическое кодирование с использованием кодовых слов с фиксированной длиной, которое обеспечивает упрощенную вычислительную сложность по сравнению с MQ-кодером JPEG2000 и M-кодером HEVC (в порядке примерно 2%). После анализа преимуществ и недостатков существующих методов был предложен новый.

**2. Метод CAVLC [4, 5].** Метод CAVLC является одним из методов энтропийного кодирования, который используется в стандарте H.264/AVC. По своей сути, метод представляет собой технологию сжатия без потерь, как и большинство методов энтропийного кодера. CAVLC кодирование блока преобразования коэффициентов происходит следующим образом:

*Стадия 1.* Кодировать число ненулевых коэффициентов и замыкающих единиц  $T1(\text{coeff\_token})$ .

$\text{coeff\_token}$  кодируется как общее количество ненулевых коэффициентов  $N$  и количество замыкающих  $+/-1(T1)$ .  $N$  может принимать значения от 0 (нет ненулевых коэффициентов в блоке 4x4) до 16 (16 ненулевых коэффициентов), а  $T1$  от 0 до 3. В случае, если есть более 3-х замыкающих  $+/-1$ , только последние 3 рассматриваются как «особый случай», а другие кодируются как обычные коэффициенты.

Существуют 4 варианта выбора справочной таблицы (таблица 1) для кодирования  $\text{coeff\_token}$ , описанные как  $Num-VLC0$ ,  $Num-VLC1$ ,  $Num-VLC2$  и  $Num-FLC$  (3 кодовые таблицы переменной длины и 1 кодовая таблица фиксированной длины).

Таблица 1. Справочная таблица для кодирования  $coeff\_token$ 

$N$	Вариант для кодирования $coeff\_token$
0,1	$Num - VLC0$
2,3	$Num - VLC1$
4,5,6,7	$Num - VLC2$
8 и больше	$Num - FLC$

Выбор таблиц зависит от числа ненулевых коэффициентов в верхнем и левом закодированных блоках  $N_{верх}$  и  $N_{лев}$ . Параметр  $N$  вычисляется следующим образом.. Если верхний и левый блоки доступны (то есть в том же закодированном слайсе),  $N = (N_{верх} + N_{лев}) / 2$ ; если только верхний блок доступен,  $N = N_{верх}$ ; если только левый блок доступен,  $N = N_{лев}$ ; если ни один не доступен,  $N = 0$ .

Стадия 2. Кодировать знак каждого значения  $T1$ .

Каждое значение  $T1(\pm 1)$  описывается с помощью  $coeff\_token$  ( $0 = +, 1 = -$ ). Они кодируются, начиная со значения  $T1$  с наивысшей частотой.

Стадия 3. Кодировать уровни остальных ненулевых коэффициентов.

Уровень (знак и величина) каждого оставшегося ненулевого коэффициента в блоке кодируется, начиная с самой высокой частоты. Выбор  $VLC$  таблицы для кодирования каждого уровня адаптируется в зависимости от величины каждого успешно закодированного уровня. Есть 7 таблиц для выбора: от  $Level\_VLC0$  до  $Level\_VLC6$  как показано в таблице 2.  $Level\_VLC0$  смещается в сторону более низких величин;  $Level\_VLC1$  в сторону несколько более высоких величин и так далее.

Таблица 2: Пороговое значение

Текущая $VLC$ таблица	Пороговое значение
$VLC0$	0
$VLC1$	3
$VLC2$	6
$VLC3$	12
$VLC4$	24
$VLC5$	48
$VLC6$	$N/A$ (наивысшая таблица)

Выбор таблицы осуществляется следующим образом:

- инициализировать таблицу  $Level\_VLC0$  (если не более 10 ненулевых коэффициентов и менее 3-х завершающих единиц, в этом случае начинаются с  $Level\_VLC1$ );
- закодировать высокочастотные ненулевые коэффициенты;
- если величина этого коэффициента больше, чем предопределенное пороговое значение, перейти к следующей  $VLC$  таблице.

*Стадия 4.* Кодировать число нулей перед последним ненулевым коэффициентом.

$TotalZeros$  является суммой всех нулей, предшествующих наивысшему ненулевому коэффициенту в переупорядоченном массиве. Это число кодируется вместе с  $VLC$ .

*Стадия 5.* Кодировать все длины серий нулей.

Длины серий нулей, предшествующих каждому ненулевому коэффициенту ( $run\_before$ ), кодируется в обратном порядке. Параметр  $run\_before$  кодируется для каждого ненулевого коэффициента, начиная с имеющего самую высокую частоту.

$VLC$  для каждого пробегания нулей выбирается в зависимости от числа нулей, которые еще не закодированы ( $ZerosLeft$ ) и  $run\_before$ . Например, если имеется только 2 нуля,  $run\_before$  может принимать только 3 значения (0, 1 или 2), и поэтому  $VLC$  не должен превышать 2 бита длины; если существует 6 нулей, следовательно,  $run\_before$  может принимать 7 значений, и таблица  $VLC$  станет, соответственно, больше.

Недостаток этого метода заключается в том, что правильность предсказания таблицы  $VLC$  не высока. Правильность предсказания  $VLC$  таблицы для тестовых последовательностей составляет около 55% в среднем [15]. В работе [16] было проведено сравнение полученных скоростей передачи битов между H.264 CAVLC и идеальным алгоритмом CAVLC. Идеальный CAVLC имеет 100% правильность предсказания таблицы  $VLC$ . В результате, если мы используем правильную таблицу  $VLC$  для текущего блока 4x4, мы можем уменьшить скорость передачи данных примерно на 3%, по сравнению с CAVLC в H.264. Следовательно, если мы можем увеличить правильность прогнозирования таблицы  $VLC$  для каждой тестовой последовательности, мы можем повысить эффективность кодирования.

**3. Метод САВАС [7, 8].** Метод САВАС основан на арифметическом кодировании с несколькими изменениями, чтобы адаптировать его

к потребностям стандартов видео кодирования [17] и имеет следующие особенности:

- кодирует двоичные символы, что снижает сложность метода и позволяет использование вероятностных моделей для наиболее часто используемых последовательностей битов;
- вероятностные модели выбираются адаптивно на основе локального контекста, так как режимы кодирования локально хорошо коррелированы;
- использует безраздельное деление диапазона с использованием квантованных вероятностных диапазонов и вероятностных состояний.

На рисунке 1 показана общая блок-схема кодирования одного элемента синтаксиса в САВАС. Процесс кодирования состоит из трех элементарных этапов:

*Этап 1:* бинаризация;

*Этап 2:* моделирование контекста;

*Этап 3:* бинарное арифметическое кодирование.

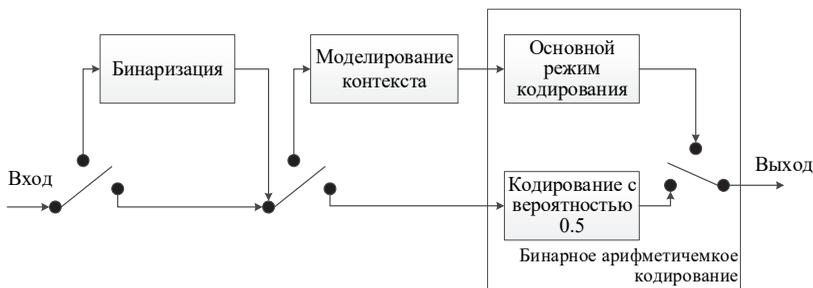


Рис. 1. Общая блок-схема кодирования методом САВАС

На первом этапе данный недвоичный синтаксический элемент однозначно отображается в двоичную последовательность. Когда дается двоичный элемент, этот шаг пропускается. В зависимости от режима кодирования для каждого элемента могут следовать один или два последовательных шага.

В так называемом основном режиме кодирования двоичной элемент входит в стадию моделирования контекста, где вероятностная модель выбирается таким образом, чтобы соответствующий выбор зависел от заранее закодированных элементов. Затем, после присвоения модели, двоичной элемент со своей моделью переходит к основному режиму кодирования, где и происходит конечная стадия арифметического кодирования вместе с последующей модификацией модели (например, если значение было «1», счетчик единиц увеличивается).

В качестве альтернативы для выбранных двоичных элементов выбирается кодирование с вероятностью 0.5 с помощью упрощенного механизма кодирования (рисунок 1).

В H.264/AVC арифметический кодер представляет собой совокупность процедур низкой сложности, в которых отсутствуют операции умножения. Процедуры включают в себя сдвиги и обращения к таблицам. Использование CABAC позволяет снизить битрейт в среднем на 10-15%. Наибольший выигрыш получается обычно при обработке чересстрочных сигналов ТВ.

В целом CABAC обеспечивает повышенную эффективность кодирования по сравнению с кодированием CAVLC. Чтобы доказать этот вывод проводим эксперимент для сравнения эффективности методов CAVLC и CABAC с помощью Эталонного программного обеспечения JM 19.0 основного профиля (H.264/1449610 AVC Reference Software). Сравнение осуществляется по качеству кодирования и требуемое время выполнения. Эксперимент проводится на платформе Windows 10 с процессором Intel (R) Core i5-4210U CPU @ 1,70 ГГц 2,40 ГГц и 6 ГБ оперативной памяти.

Чтобы сравнить эффективность метода CABAC над CAVLC в качестве тестовых используются 3 основных типа последовательностей: с малым количеством движущихся объектов в кадре, с их большим количеством и D1-последовательности полного разрешения (таблица 3).

Эффективность кодирования оценивается путем сравнения объема выходного потока, представленного в таблице 4. Результаты показали, что алгоритм CABAC уменьшает объем выходного файла в среднем до 10 % по сравнению с алгоритмом CAVLC.

Таблица 3. Тестовые видеопоследовательности

Тип	Видеопоследовательность	Расширение	Частота кадров
с малым количеством движущихся объектов в кадре	Bus_QCIF	176x144	15
	Football_QCIF	176x144	15
	Foreman_QCIF	176x144	15
	Ice_QCIF	176x144	15
	Mobile_QCIF	176x144	15
	City_CIF	352x288	30
с их большим количеством	Bus_CIF	352x288	15
	Football_CIF	352x288	30
	Foreman_CIF	352x288	30
	Ice_CIF	352x288	30
	Soccer_CIF	352x288	30
полного разрешения	Crew_D1	704x576	60
	Ice_D1	704x576	60

Таблица 4. Объем выходного потока разных типов видеопоследовательностей

Тип	Видеопоследовательность	Процент уменьшения объема метода CABAC над CAVLC, %			
		QP = 22	QP = 28	QP = 32	QP = 36
с малым количеством движущихся объектов в кадре	Bus_QCIF	2.04	2.22	3.28	6.17
	Football_QCIF	2.79	2.20	2.95	4.13
	Foreman_QCIF	6.27	6.86	7.92	9.98
	Ice_QCIF	3.09	3.63	5.23	7.87
	Mobile_QCIF	3.34	3.44	3.11	4.26
	City_CIF	4.00	4.57	6.66	9.94
с их большим количеством	Bus_CIF	3.53	3.83	5.01	7.23
	Football_CIF	3.76	4.31	4.82	6.69
	Foreman_CIF	7.63	8.84	10.67	13.16
	Ice_CIF	3.35	5.16	7.37	10.75
	Soccer_CIF	5.52	5.97	7.30	10.13
полного разрешения	Crew_D1	13.59	10.13	13.88	18.27
	Ice_D1	12.04	7.11	10.68	15.25
<i>В среднем</i>		<i>5.46</i>	<i>5.25</i>	<i>6.84</i>	<i>9.53</i>

Вторым по важности работы алгоритма видеокodeка показателем является время кодирования. Оба метода оцениваются путем сравнения среднего необходимого времени для кодирования каждой последовательности, показанной в таблице 5. Видно, что алгоритм CABAC требует больше времени кодирования, в среднем до 16% по сравнению с алгоритмом CAVLC.

Таблица 5. Среднее время для кодирования разных типов видеопоследовательностей

Тип	Видеопоследовательность	Степень увеличения среднего времени метода CABAC над CAVLC, %			
		QP = 22	QP = 28	QP = 32	QP = 36
с малым количеством движущихся объектов в кадре	Bus_QCIF	10.71	10.48	14.24	9.26
	Football_QCIF	15.89	14.53	19.03	13.07
	Foreman_QCIF	12.58	10.51	14.17	10.16
	Ice_QCIF	16.12	11.71	14.04	10.62
	Mobile_QCIF	16.91	13.94	42.38	12.13
	City_CIF	18.03	13.21	18.63	7.39
с их большим количеством	Bus_CIF	10.90	10.68	6.58	9.69
	Football_CIF	8.44	13.12	14.07	7.92
	Foreman_CIF	13.63	13.18	10.91	13.69
	Ice_CIF	13.75	11.56	6.97	13.349
	Soccer_CIF	12.58	14.22	11.87	19.68
полного разрешения	Crew_D1	16.87	17.03	14.38	9.408
	Ice_D1	17.62	12.46	15.32	19.37
<i>В среднем</i>		<i>14.16</i>	<i>12.82</i>	<i>15.58</i>	<i>11.98</i>

#### 4. Модифицированный метод энтропийного кодирования.

Предложенный энтропийный кодер состоит из алгоритма САВАС и алгоритма нумерационного кодирования с применением иерархического подхода (рисунок 2).



Рис. 2. Общая схема кодирования предложенным методом

Входные данные кодера представляют собой параметры временной модели (векторы движения) и пространственной модели (коэффициенты преобразования), а также маркеры (коды, обозначающие точки синхронизации в видеопоследовательности) и заголовки (заголовки макроблоков, изображений, последовательностей и других объектов). После выполнения алгоритма САВАС, входные данные превращаются в бинарные последовательности, являющиеся входными для алгоритма нумерационного кодирования с применением иерархического подхода. После него получают конечные выходные данные энтропийного кодера или, иными словами, сжатые данные видеокodeка.

Алгоритм нумерационного кодирования с применением иерархий [18, 19] включает в себя метод Линча — Дэвиссона [20, 21] и метод нумерационного кодирования ограниченных целых чисел.

Пусть  $\{0,1\}^n$  — вектор  $n$  двоичных чисел и  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  — элементы этого вектора,  $S$  — множество векторов  $n$  двоичных чисел. Определим  $n_S$  — число элементов в  $S$  и обозначим  $n_S(x_1, x_2, \dots, x_k)$  — число элементов в  $S$ , для которого были определены первые  $k$  элементов.

Предложим, что вектор имеет  $w$  элементов 1 или  $\sum_{j=1}^n x_j = w$ .

Кодирование методом нумерационного кодирования с применением иерархий включает следующие стадии:

1. Построить дерево сумм (рисунок 3).
2. Кодировать  $w_{p_{\max,1}}$  с использованием  $\lceil \log_2(N+1) \rceil$  бит.
3. Выполнить цикл для  $p$  от  $p_{\max} - 1$  до 1 с единичным шагом:

$$- \text{выполнить цикл для } i \text{ от } 1 \text{ до } \left\lceil \frac{N}{\prod_{j=1}^p n_j} \right\rceil;$$

– кодировать вектор  $\{w_{p,(i-1)n_p+1}, \dots, w_{p,in_p}\}$  методом нумерационного кодирования ограниченных целых чисел.

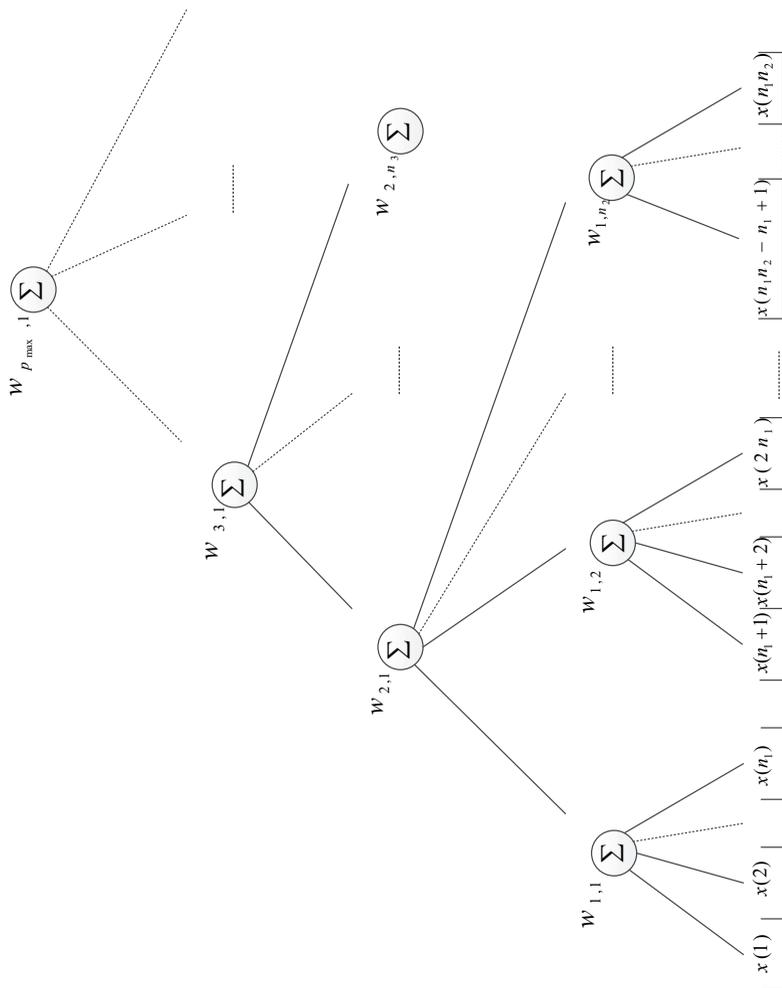


Рис. 3. Дерево сумм

4. Выполнить цикл для  $i$  от 1 до  $\left\lceil \frac{N}{n_1} \right\rceil$ :

– кодировать  $\{w_{p,(i-1)n_p+1}, \dots, w_{p, in_p}\}$  методом Линча — Дэвиссона, чтобы получить выходную последовательность.

Процесс декодирования методом нумерационного кодирования с применением иерархий производится в таком же порядке, как и процесс кодирования.

**4.1. Метод Линча — Дэвиссона.** Процесс кодирования заключается в вычислении лексикографического индекса [18] (обычное словарное упорядочивание при интерпретации  $0 < 1$ ) вектора  $x \in S \subseteq \{0, 1, 2, \dots, M\}^n$  определяется по следующей формуле:

$$i_S(x) = \sum_{j=1}^n \sum_{m=0}^{x_j-1} x_j n_S(x_1, x_2, \dots, x_{j-1}, m). \quad (1)$$

Для построения выходного кода требуется  $\left\lceil \log_2 C_w^n \right\rceil$  битов.

Процесс декодирования осуществляется по следующему алгоритму: если  $i_S(x) > n_S(x_1, x_2, \dots, x_{k-1}, 0)$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$  то  $x_k = 1$ ; в противном случае —  $x_k = 0$ . Выполнить до конца последовательности.

**4.2. Метод нумерационного кодирования ограниченных целых чисел.** Вектор  $x$  с размером  $n$ , каждый элемент которого  $x_i$  удовлетворяет условию:  $0 \leq x_i \leq M$ , где  $M$  — постоянное положительное целое число. По [19] имеем:

$$i_S(x) = \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{m=0}^{x_j-1} f_M \left( \left( w - m - \sum_{i=1}^k x_i \right), n - j \right), \quad (2)$$

$$\text{где: } f_M(p, q) = \sum_{i=p-M}^p f_M(i, q-1), \quad f_M(p, 1) = \begin{cases} 1, & \text{если } : 0 \leq p \leq M \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}.$$

Для построения выходного кода требуется  $\left\lceil \log_2 f_M(w, n) \right\rceil$  битов.

При  $M = 1$  этот процесс превращается в кодирование по методу Линча — Дэвиссона.

Процесс декодирования осуществляется по алгоритму, представленному в работах [18, 19].

Рассмотрим пример кодирования и декодирования двоичной последовательности из 24-и элементов ‘000010000011000000001001’ методом нумерационного кодирования с применением иерархического подхода.

*Кодирование последовательности.* Имеем  $p_{\max} = 2$ ,  $n_1 = 8$ ,  $n_2 = 3$ . Дерево сумм описано на рисунке 4.

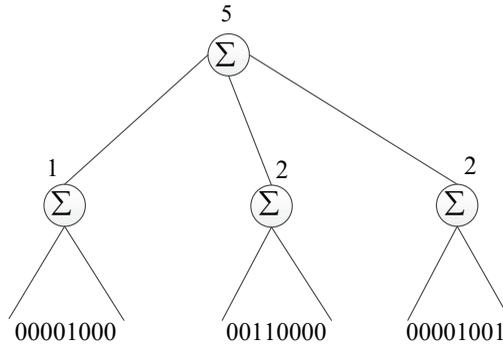


Рис. 4. Дерево сумм для примера

Процесс кодирования продолжается следующим образом:

- кодирует  $w_{p_{\max,1}} = 5$  с использованием код фиксированной длины  $\lceil \log_2(24+1) \rceil = 5$  бит;

- кодирует  $\{w_{1,1}, w_{1,2}, w_{1,3}\}$  методом нумерационного кодирования ограниченных целых чисел. Итак,  $x = \{1, 2, 2\}$  имеет  $n = 3$ ,  $w = 5$ ,  $M = 2$ . По (2):  $i_S(x) = 0$  и код фиксированной длины  $\lceil \log_2 f_2(5, 3) \rceil = \lceil \log_2 3 \rceil = 2$  бит;

- кодирует 00001000, 00110000, 00001001 методом Линча — Дэвиссона. По (1) для 00001000 :  $i_S(x) = 3$  и код фиксированной длины  $\lceil \log_2 C_1^8 \rceil = 3$  бит; для 00110000 :  $i_S(x) = 14$  и код фиксированной длины  $\lceil \log_2 C_2^8 \rceil = 5$  бит; для 00001001 :  $i_S(x) = 3$  и код фиксированной длины  $\lceil \log_2 C_2^8 \rceil = 5$  бит.

Таким образом, общее количество бит, требуемое для хранения закодированной заданной последовательности, равно  $5+2+3+5+5=20$  бит. Для хранения конечного результата требуется на 4 бита меньше.

Процесс декодирования проводится в таком же порядке. Сначала получают  $w_{p_{\max,1}} = 5$ ; затем  $\{w_{1,1}, w_{1,2}, w_{1,3}\} = \{1, 2, 2\}$  и, наконец, составляющие последовательности 00001000, 00110000, 00001001.

**5. Экспериментальные результаты.** Предложенный выше подход был реализован в среде разработки C++ и протестирован с видеопоследовательностями разного информационного характера и различных размерностей.

В проведенном эксперименте будем сравнивать предложенный метод со стандартным алгоритмом САВАС, используемыми в видеокодеке H.264/AVC основного профиля (с помощью Эталонного программного обеспечения JM 19.0 (H.264/1449610 AVC Reference Software)) по следующим критериям: качество кодирования (по объему выходного потока) и время кодирования. Эксперимент проводится на платформе Windows 10 с процессором Intel (R) Core i5-4210U CPU @ 1,70 ГГц 2,40 ГГц и 6 ГБ оперативной памяти.

Эффективность кодирования также оценивается путем сравнения объема выходного потока, представленного в таблице 6 и на рисунке 5. Экспериментальные результаты показали, что предложенный алгоритм уменьшает объем выходного файла в среднем на 12.42 – 14.76% по сравнению с методом САВАС.

Таблица 6. Объем выходного потока для разных типов видеопоследовательностей

Тип	Видеопоследовательность	Процент уменьшения объема предложенного метода над САВАС, %			
		QP = 24	QP = 28	QP = 32	QP = 36
с малым количеством движущихся объектов в кадре	Bus_QCIF	5.46	13.21	22.75	5.55
	Football_QCIF	15.26	13.34	16.85	16.68
	Foreman_QCIF	13.52	13.75	17.06	23.15
	Ice_QCIF	15.43	5.53	16.83	22.95
	Mobile_QCIF	5.343	15.36	22.52	22.43
	City_CIF	5.43	13.22	5.49	5.58
с их большим количеством	Bus_CIF	15.25	13.23	5.32	9.26
	Football_CIF	9.86	15.25	5.58	13.30
	Foreman_CIF	16.47	15.23	22.55	15.35
	Ice_CIF	37.88	15.36	5.39	15.56
	Soccer_CIF	9.84	13.37	5.56	15.37
полного разрешения	Crew_D1	5.27	15.35	5.57	13.31
	Ice_D1	10.04	6.20	9.96	13.41
<i>В среднем</i>		<i>12.70</i>	<i>12.95</i>	<i>12.42</i>	<i>14.76</i>

Второй показатель — время кодирования оценивается путем сравнения среднего необходимого времени для кодирования каждого

видеопотока, показанного в таблице 7. Видно, что предложенный алгоритм повышает время кодирования в среднем на 50% по сравнению с методом САВАС.

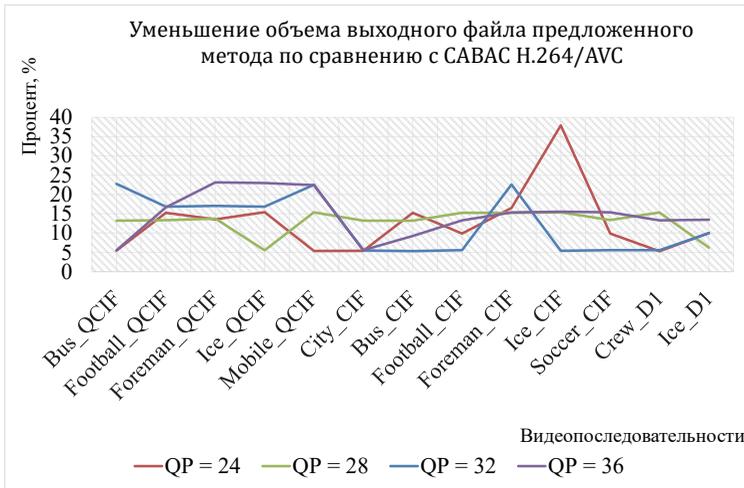


Рис. 5. Уменьшение объема выходного файла предложенного метода по сравнению с САВАС

Таблица 7. Среднее время для кодирования разных типов видеопоследовательностей

Тип	Видеопоследовательность	Степень увеличения среднего времени предложенного метода над САВАС, %			
		QP = 24	QP = 28	QP = 32	QP = 36
с малым количеством движущихся объектов в кадре	Bus_QCIF	88.88	67.98	53.06	74.53
	Football_QCIF	72.18	68.02	62.44	35.98
	Foreman_QCIF	43.72	35.42	47.53	40.73
	Ice_QCIF	60.12	84.23	52.16	51.53
	Mobile_QCIF	91.95	76.34	64.05	52.48
	City_CIF	84.38	64.02	74.07	63.53
с их большим количеством	Bus_CIF	63.36	64.18	75.67	39.77
	Football_CIF	83.57	69.55	76.68	36.62
	Foreman_CIF	33.20	28.72	31.82	43.61
	Ice_CIF	42.70	30.99	63.72	42.18
	Soccer_CIF	77.64	59.95	68.88	52.09
полного разрешения	Crew_D1	78.68	49.64	46.16	22.73
	Ice_D1	47.41	55.09	37.44	28.10
<i>В среднем</i>		<i>66.75</i>	<i>58.01</i>	<i>57.98</i>	<i>44.91</i>

Таким образом, можно утверждать, что предложенный метод обеспечивает больший коэффициент сжатия (в среднем до 15%), но при этом требуется большее время на выполнение по сравнению с другими алгоритмами (примерно на 50 %).

**6. Заключение.** В данной работе предложен модифицированный подход к построению энтропийного кодека с параллельным выполнением операций для повышения эффективности сжатия мультимедийных данных. Экспериментальные результаты показали что предложенный метод обеспечивает увеличение от 15 до 30% степени сжатия по сравнению с традиционным методом, но при этом увеличивается время выполнения всей процедуры кодирования. Таким образом, предлагаемый подход может быть рекомендован прежде всего для приложений, критичных к объему выходного файла и мало критичным к скорости обработки видеопотока, например, если не требуется обеспечить реальный масштаб времени.

### Литература

1. *Ричардсон Я.* Видеокодирование. H.264 и MPEG-4 – стандарты нового поколения // М.: Техносфера. 2005. 368 с.
2. *Zhang H. et al.* Evaluation of beyond-HEVC entropy coding methods for DCT transform coefficients // 2016 Visual Communications and Image Processing (VCIP). 2016. pp. 1–4.
3. *Huffman D.A.* A method for the construction of minimum-redundancy codes // Proc. IRE. 1952. vol. 40. no. 9. pp. 1098–1101.
4. *Rissanen J., Langdon G.G.* Arithmetic Coding // IBM Journal of Research and Development. 1979. vol. 23. no. 2. pp. 149–162.
5. *Acharyya A., Kothari S., Reeve J.* A new CAVLC algorithm for higher bit compression by introducing the concept of Position Coding of the coefficients in H.264/AVC // 2012 IEEE International Conference on Industrial Technology. 2012. pp. 123–128.
6. *Nargundmath S., Nandibewor A.* Entropy coding of H.264/AVC using Exp-Golomb coding and CAVLC coding // International Conference on Advanced Nanomaterials & Emerging Engineering Technologies. 2013. pp. 607–612.
7. *Rapaka K., Yang En-Hui.* A High Throughput Multi Symbol CABAC Framework for Hybrid Video Codes // 2013 Data Compression Conference. 2013. pp. 515–515.
8. *Marpe D., Schwarz H., Wiegand T.* Context-based adaptive binary arithmetic coding in the H.264/AVC video compression standard // IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol. 2003. vol. 13. no. 7. pp. 620–636.
9. *Wiegand T.* Overview of the H. 264/AVC video coding standard // IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology. 2003. vol. 13. no 7. pp. 560–576.
10. *Sullivan G.J. et al.* Overview of the high efficiency video coding (HEVC) standard // IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology. 2012. vol. 22. no. 12. pp. 1649–1668.
11. ITU-T. ITU-T Recommendation H.265 High Efficiency Video Coding // ITU Telecommunication Standardization Sector (ITU-T). 2015. 609 p.
12. *Belyaev E., Turlikov A., Egiazarian K.* An Efficient Adaptive Binary Arithmetic Coder With Low Memory Requirement // IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing. 2013. vol. 7. no. 6. pp. 1053–1061.
13. *Belyaev E. et al.* An Efficient Adaptive Binary Range Coder and Its VLSI Architecture

14. // IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol. 2015. vol. 25. no. 8. pp. 1435–1446.
14. *Auli-Llinàs F.* Context-Adaptive Binary Arithmetic Coding With Fixed-Length Codewords // IEEE Trans. Multimed. 2015. vol. 17. no. 8. pp. 1385–1390.
15. *Heo J., Ho Y.-S.* VLC table prediction for CAVLC in H.264/AVC using correlation, statistics, and structural characteristics of mode information // Telecommun. Syst. 2013. vol. 52, no 3. pp. 1633–1641.
16. *Heo J., Oh K.-J., Ho Y.-S.* An Efficient Table Prediction Scheme for CAVLC in H.264. URL:<https://pdfs.semanticscholar.org/a383/2912d3fbb463b4dde1d286c7f138226171ed.pdf> (accessed: 15.03.2017).
17. *Neji N. et al.* FPGA implementation of improved binarizer design for context-based adaptive binary arithmetic coder // 2016 International Image Processing, Applications and Systems (IPAS). 2016. pp. 1–4.
18. *Нгуен В.Ч., Тропченко А.А.* Повышение эффективности сжатия данных с помощью иерархического перечислительного кодирования // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2016. Т. 59. № 12. С. 991–996.
19. *Нгуен В.Ч.* Анализ и разработка методов и алгоритмов энтропийного кодирования. Deutschland: LAP LAMBERT Academic Publishing. 2017. 52 с.
20. *Lynch T.J.* Sequence time coding for data compression // Proc. IEEE. 1966. vol. 54. no. 10. pp. 1490–1491.
21. *Davisson L.D.* Comments on “Sequence Time Coding for Data Compression” // Proceedings of the IEEE. 1966. vol. 54. no. 12. pp. 2010–2011.

**Нгуен Ван Чыонг** — аспирант кафедры вычислительной техники факультета программной инженерии и компьютерной техники, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (Университет ИТМО). Область научных интересов: алгоритмы обработки видео и мультимедийных данных, сжатие мультимедийных данных. Число научных публикаций — 15. [vcnguen@corp.ifmo.ru](mailto:vcnguen@corp.ifmo.ru); Кронверкский пр., 49, 197101, Санкт-Петербург; р.т.: +79632492202.

**Тропченко Андрей Александрович** — к-т техн. наук, доцент кафедры вычислительной техники факультета программной инженерии и компьютерной техники, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (Университет ИТМО). Область научных интересов: алгоритмы обработки аудио, видео и мультимедийных данных, биометрические системы идентификации личности человека, сжатие мультимедийных данных. Число научных публикаций — 41. [aatropchenko@corp.ifmo.ru](mailto:aatropchenko@corp.ifmo.ru), [http://cse.ifmo.ru/ru/viewperson/111848/tropchenko\\_andrey\\_aleksandrovich.htm](http://cse.ifmo.ru/ru/viewperson/111848/tropchenko_andrey_aleksandrovich.htm); Кронверкский пр., 49, 197101, Санкт-Петербург; р.т.: +7(812)232-5278.

**Поддержка исследований.** Работа выполнена при государственной поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 08-08)

V.T. NGUYEN, A.A. TROPCHENKO  
**IMPROVING EFFICIENCY OF ENTROPY CODING METHOD IN  
MODERN VIDEO COMPRESSION STANDARDS**

*Nguyen V.T., Tropchenko A.A. Improving Efficiency of Entropy Coding Method in Modern Video Compression Standards.*

**Abstract.** Modern video coding standards have high coding efficiency, but the encoding performance has to be improved to meet the growing multimedia applications. The paper deals with the entropy encoding methods and algorithms in video coding standard H.264/AVC and H.265/HEVC. Context-based Adaptive Variable Length Coding (CAVLC) for the H.264/AVC standard was originally designed for lossy video coding, and as such does not yield adequate performance for lossless video coding. Context-Adaptive Binary Arithmetic Coding (CABAC) is a method of entropy coding first introduced in H.264/AVC and now used in the standard H.265/HEVC. While it provides high coding efficiency, the data dependencies in H.264/AVC CABAC make it challenging to parallelize and thus, limit its throughput. Accordingly, during the standardization of entropy coding for HEVC, both coding efficiency and throughput were considered. Based on an analysis of their advantages and disadvantages, a method called the entropy coding algorithm using the enumerative coding of the hierarchical approach is proposed. The proposed algorithm consists of the Context-Adaptive Binary Arithmetic Coding algorithm and the enumerative coding algorithm with a hierarchical approach. The proposed algorithm is tested in the Visual C++ development environment on various test video sequences. The results of the experiments showed a greater efficiency of coding of multimedia data (the proposed one reduces on average up to 15% of the storage volume compared to the traditional CABAC method), while the method requires a longer coding time (approximately twice). The proposed method can be recommended for use in telecommunication systems for storage, transmission and processing of multimedia data, where a high degree of compression is required first.

**Keywords:** entropy coding, method CABAC, method CAVLC, enumerative coding algorithm, H.265/HEVC, H.264/AVC.

**Nguyen Van Truong** — Ph.D. student of computation technologies department of software engineering and computer systems faculty, ITMO University (Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics). Research interests: algorithms for video and multimedia data processing, multimedia data compression. The number of publications — 15. [vcnguen@corp.ifmo.ru](mailto:vcnguen@corp.ifmo.ru); 49, Kronverksky pr., St.-Petersburg, 197101, Russia; office phone: +79632492202.

**Tropchenko Andrey Alexandrovitch** — Ph.D., associate professor of computation technologies department of software engineering and computer systems faculty, ITMO University (Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics). Research interests: algorithms for audio, video and multimedia data processing, Biometric systems of human personality identification, multimedia data compression. The number of publications — 41. [aatropchenko@corp.ifmo.ru](mailto:aatropchenko@corp.ifmo.ru), [http://cse.ifmo.ru/ru/viewperson/111848/tropchenko\\_andrey\\_aleksandrovich.htm](http://cse.ifmo.ru/ru/viewperson/111848/tropchenko_andrey_aleksandrovich.htm); 49, Kronverksky pr., St.-Petersburg, 197101, Russia; office phone: +7(812)232-5278.

**Acknowledgements.** This work is supported by Government of the Russian Federation (Grant 08-08).

## References

1. Richardson I.E. *H. 264 and MPEG-4 video compression: video coding for next-generation multimedia*. John Wiley & Sons. 2004. 306 p. (Russ. ed.: Richardson Ja. *Videokodirovanie. H.264 i MPEG-4 – standarty novogo pokolenija*. M.: Tehnosfera. 2005. 368 p.).

2. Zhang H. et al. Evaluation of beyond-HEVC entropy coding methods for DCT transform coefficients. 2016 Visual Communications and Image Processing (VCIP). 2016. pp. 1–4.
3. Huffman D.A. A method for the construction of minimum-redundancy codes. Proc. IRE. 1952. vol. 40. no. 9. pp. 1098–1101.
4. Rissanen J., Langdon G.G. Arithmetic Coding. *IBM Journal of Research and Development*. 1979. vol. 23. no. 2. pp. 149–162.
5. Acharyya A., Kothari S., Reeve J. A new CAVLC algorithm for higher bit compression by introducing the concept of Position Coding of the coefficients in H.264/AVC. 2012 IEEE International Conference on Industrial Technology. 2012. pp. 123–128.
6. Nargundmath S., Nandibewoor A. Entropy coding of H.264/AVC using Exp-Golomb coding and CAVLC coding. International Conference on Advanced Nanomaterials & Emerging Engineering Technologies. 2013. pp. 607–612.
7. Rapaka K., Yang En-Hui. A High Throughput Multi Symbol CABAC Framework for Hybrid Video Codecs. 2013 Data Compression Conference. 2013. pp. 515–515.
8. Marpe D., Schwarz H., Wiegand T. Context-based adaptive binary arithmetic coding in the H.264/AVC video compression standard. *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.* 2003. vol. 13. no. 7. pp. 620–636.
9. Wiegand T. Overview of the H. 264/AVC video coding standard. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*. 2003. vol. 13. no. 7. pp. 560–576.
10. Sullivan G.J. et al. Overview of the high efficiency video coding (HEVC) standard. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*. 2012. vol. 22. no. 12. pp. 1649–1668.
11. ITU-T. ITU-T Recommendation H.265 High Efficiency Video Coding. ITU Telecommunication Standardization Sector (ITU-T). 2015. 609 p.
12. Belyaev E., Turlikov A., Egiazarian K. An Efficient Adaptive Binary Arithmetic Coder With Low Memory Requirement. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*. 2013. vol. 7. no. 6. pp. 1053–1061.
13. Belyaev E. et al. An Efficient Adaptive Binary Range Coder and Its VLSI Architecture. *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.* 2015. vol. 25. no. 8. pp. 1435–1446.
14. Aulí-Llinàs F. Context-Adaptive Binary Arithmetic Coding With Fixed-Length Code-words. *IEEE Trans. Multimed.* 2015. vol. 17. no. 8. pp. 1385–1390.
15. Heo J., Ho Y.-S. VLC table prediction for CAVLC in H.264/AVC using correlation, statistics, and structural characteristics of mode information. *Telecommun. Syst.* 2013. vol. 52. no. 3. pp. 1633–1641.
16. Heo J., Oh K.-J., Ho Y.-S. An Efficient Table Prediction Scheme for CAVLC in H.264. Available at : <https://pdfs.semanticscholar.org/a383/2912d3fbb463b4dde1d286c7f138226171ed.pdf> (accessed: 15.03.2017).
17. Neji N. et al. FPGA implementation of improved binarizer design for context-based adaptive binary arithmetic coder. 2016 International Image Processing, Applications and Systems (IPAS). 2016. pp. 1–4.
18. Nguyen V. T., [Improving the efficiency of data compression using a hierarchically enumerative coding]. *Izv. vuzov. Priborostroenie – Journal of Instrument Engineering*. 2016. vol. 59. no. 12. pp. 991–996. (In Russ.).
19. Nguyen V.T. *Analiz i razrabotka metodov i algoritmov entropinogo kodirovaniya* [Analysis and development of entropy coding methods and algorithms. Deutschland: LAP LAMBERT Academic Publishing. 2017. 52 p. (In Russ.).
20. Lynch T.J. Sequence time coding for data compression. Proc. IEEE. 1966. vol. 54. no. 10. pp. 1490–1491.
21. Davisson L.D. Comments on “Sequence Time Coding for Data Compression”. Proceedings of the IEEE. 1966. vol. 54. no. 12. pp. 2010–2011.

К. А. БАТЕНКОВ, А. А. БАТЕНКОВ  
**АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СТРУКТУР СЕТЕЙ СВЯЗИ ПО  
ДЕТЕРМИНИРОВАННЫМ ПОКАЗАТЕЛЯМ УСТОЙЧИВОСТИ**

*Батенков К.А., Батенков А.А. Анализ и синтез структур сетей связи по детерминированным показателям устойчивости.*

**Аннотация.** Анализ и синтез сетей связи, основанный на критериях устойчивости, предполагает рассмотрение простых и удобных для понимания показателей, слабо привязанных к классическому понятию вероятности выхода объекта из состояния работоспособности. Подобные детерминированные показатели устойчивости (связность, пара связностей, линейный функционал связности, число остовых деревьев) позволяют, пусть и весьма приближенно, решать целый комплекс задач, связанных с оценкой надежности и живучести сложноразветвленных сетей связи. Вследствие достаточно простого аналитического вида линейного функционала связности для синтеза структур оказывается возможным использовать аналитический метод, представленный в работе. При этом общая постановка задачи для синтеза связных графов формулируется как поиск графа с заданным числом ребер, вершин и с фиксированными значениями их весовых коэффициентов, имеющего максимальное значение линейного функционала связности. В целом для детерминированных показателей характерен и достаточно серьезный недостаток, проявляющийся в невозможности учета особенностей функционирования отдельных линий связи. Кроме того, для структур общего типа, где выражение линейного функционала не сводится к аналитическому виду, конструктивность такого показателя связности структур сетей связи (графов) оказывается менее выраженной. В теоретических исследованиях относительно структур общего типа линейный функционал слабо коррелирует с уже существующими понятиями (например, с реберной связностью). Поэтому, несмотря на то, что он, как показатель связности (надежности), может быть применен для оценки любой структуры, при исследовании структур общего типа более рационально использовать такие показатели связности, которые все же каким-либо образом согласовывались с понятиями, используемыми в теории графов.

**Ключевые слова:** сеть связи, граф, структура, детерминированные показатели устойчивости, связность, пара связностей, линейный функционал связности, число остовых деревьев.

**1. Введение.** Анализ и синтез сетей связи, основанный на критериях устойчивости, предполагает рассмотрение простых и удобных для понимания показателей [1], слабо привязанных к классическому понятию вероятности выхода объекта из состояния работоспособности [2]. Целью использования подобных детерминированных показателей устойчивости [3, 4] является возможность, пусть и весьма приближенно, решать целый комплекс задач, связанных с оценкой надежности и живучести сложноразветвленных сетей связи [5, 6]. Причем основным преимуществом данных показателей оказывается, прежде всего, простота их расчета, и как следствие, возможность анализа и синтеза структур крупномасштабных сетей связи.

Отметим, что в настоящей работе под устойчивостью понимается способность сети связи сохранять работоспособность при влиянии внутренних и внешних дестабилизирующих факторов [7, 8]. При этом надежность выступает одной из составляющих устойчивости и отражает влияние на работоспособность сети и главным образом внутрисистемных факторов, а живучесть — другой составляющей и характеризует устойчивость системы связи против действия причин, лежащих вне системы и приводящих к разрушениям или значительным повреждениям некоторой части ее элементов. Необходимо подчеркнуть, что в большинстве научных работ [9-11], посвященных теории надежности, под *надежностью* сети понимается ее объективное свойство функционировать с качеством не хуже заданного в условиях дестабилизирующего воздействия внешней среды. В этом смысле теория надежности, по сути, занимается более общими закономерностями, затрагивающими определенные аспекты анализа устойчивости сетей связи. Именно поэтому в дальнейшем все задачи анализа и синтеза структур сетей связи рассматриваются на основе показателей надежности, хотя с точки зрения сетевой терминологии более правильным является использование показателей *устойчивости*.

**2. Связность сетей связи.** Одно из наиболее простых и распространенных свойств, которым может обладать граф, — свойство быть связным. Граф  $G$  является *связным*, если между любой парой его вершин можно выделить простую цепь [12]. При этом *компонента связности*, или просто *компонента* графа  $G$  — это связный подграф графа  $G$ , имеющий максимальный набор элементов. Следовательно, произвольный несвязный граф включает в себя минимум две компоненты.

Рассмотрение в качестве математической модели сети связи графа позволяет переформулировать свойство связности: связной является такая сеть связи, в которой между любой парой узлов существует хотя бы один маршрут (транзитный или прямой путь) [11] (на рисунке 1 приведены примеры связной и несвязной сетей).

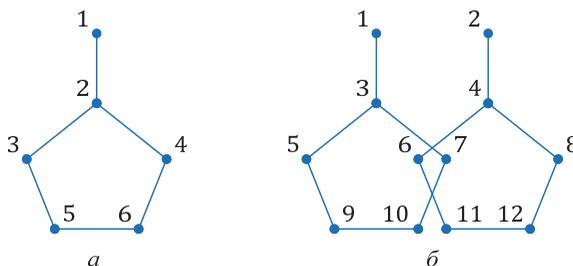


Рис. 1. Графы: а) связный; б) несвязный

Со свойством связности теснейшим образом связана такая характеристика сетей связи, как структурная надежность. Поэтому в литературе [11] под структурной надежностью (живучестью) подразумевают свойство сети обеспечивать ее связность в случае существенных разрушений как определенных сегментов сети, так и ее элементов. Иногда к этому определению еще добавляется требование обеспечения связи между всеми узлами сети даже с пониженным качеством обслуживания. Но независимо от того, какие дополнительные требования и ограничения закладываются в определение структурной надежности, ясно, что связность выступает как одно из значимых свойств сетей связи, а следовательно, ее целесообразно рассматривать в качестве показателя структурной надежности [13].

Сама по себе связность, в том определении, которое дано выше, мало что говорит о структуре сети связи. Из факта связности структуры еще не следует, что такая сеть связи обладает высокой структурной живучестью. И это достаточно хорошо иллюстрирует рисунок 1, слева — удаление вершины 2 приводит к появлению двухкомпонентного графа, а следовательно, к несвязности структуры сети.

В результате гораздо важнее знать, как хорошо связана сеть (насколько хорошо или насколько плохо). Иначе говоря, необходимо иметь некоторые количественные оценки связности структуры сети связи. Это становится тем более очевидным, когда при решении задачи синтеза структуры сети связи появляется несколько альтернатив выбора решения.

Связность графов — понятие в теории графов довольно интуитивное, обобщающее такие ранее введенные понятия, как точка сочленения, мост и блок [12]. При исследовании вопроса о том, какой из двух графов «более связан», полезны два инварианта, называемые связностью и реберной связностью.

*Связность*  $\chi(G)$  графа  $G$  — это минимальное количество вершин, удаление которых образует либо тривиальный, либо несвязный граф. Отсюда следует, что у несвязного графа связность  $\chi(G)$  равна 0, а у связного с точкой сочленения  $\chi(G) = 1$ . Граф клик (полносвязный, полный) при удалении любого числа вершин остается связным, однако удаление  $(v-1)$  вершины приводит его к тривиальному виду ( $v$  — число вершин графа), в результате связность клики  $\chi(G) = v-1$ . Иногда в литературе  $\chi$  именуют *вершинной связностью*.

Реберная связность  $\lambda(G)$  графа  $G$  — минимальное число ребер, удаление которых образует несвязный граф. Понятно, что у несвязного графа реберная связность  $\lambda(G) = 0$ , а у связного графа, включающего в себя мост,  $\lambda(G) = 1$ . Уитни получено неравенство, определяющее взаимосвязь связности, реберной связности и наименьшей степени графа [12].

*Теорема 1.* Для любого графа  $G$  выполняются неравенства  $\kappa(G) \leq \lambda(G) \leq \delta(G)$ , где  $\delta(G)$  — минимальная степень вершины в графе  $G$ .

Установлено [12], что если  $\delta(G)$  достаточно велико, то реберная связность и минимальная степень вершин графа равны между собой.

*Теорема 2.* Если граф  $G$  имеет  $v$  вершин и  $\delta(G) = \lfloor v/2 \rfloor$ , то  $\lambda(G) = \delta(G)$ , где  $\lfloor x \rfloor$  — округление в меньшую сторону до ближайшего целого числа  $x$ .

Утверждение в виде равенства для вершинной связности несправедливо. Например, у графов  $G$ , построенных на основе двух одинаковых клик с  $v'$  вершинами, соединенных посредством всего одной вершины (рисунок 2), число вершин  $v(G) = 2v' - 1$ , минимальная степень вершины  $\delta(G) = v' - 1$ , реберная связность  $\lambda(G) = \delta(G) = v' - 1$ , а вершинная связность  $\kappa(G) = 1 \neq \lambda(G)$ .

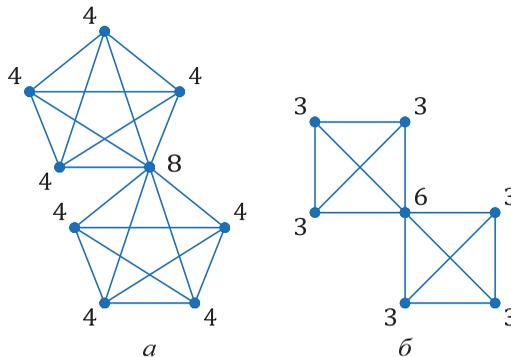


Рис. 2. Графы, построенные на основе двух одинаковых клик: а) с пятью; б) четырьмя вершинами, соединенных посредством всего одной вершины (точки сочленения)

Задача определения наибольшей связности, возможной для графа с данным числом вершин и данным числом ребер, была поставлена К. Бержем и решена Ф. Харари.

*Теорема 3.* Среди всех графов с  $v$  вершинами и  $l$  ребрами наибольшая связность определяется выражением:

$$\lambda(G) = \begin{cases} 0, & l < v-1, \\ \left\lfloor \frac{2l}{v} \right\rfloor, & l \geq v-1. \end{cases}$$

В данном выражении учтено, что наибольшая связность  $\chi(G)$  графа соответствует его наибольшей реберной связности  $\lambda(G)$ .

В качестве примера рассмотрим расчет связностей графов, заданных их инвариантами — макси-кодами.

*Пример 1.* Макси-код первого графа равен 1023, а второго — 823 [14]. Определить их вершинные и максимальные связности.

Дано:  $\mu(G_1) = 1023$ ,  $\mu(G_2) = 787$ .

Найти:  $\kappa(G_1)$ ,  $\kappa(G_2)$ ,  $\lambda(G_1)$ ,  $\lambda(G_2)$ .

Проще всего определить сначала максимальную, или реберную, связность. Для этого необходимо найти вектор смежностей  $\mathbf{a}$ . Количество вершин в графах вычисляется следующим образом [14]:

$$v(G_i) = \frac{1}{2} + \sqrt{2 \lceil \log_2 \mu(G_i) \rceil} + \frac{1}{4}; \quad v(G_1) = v(G_2) = 5.$$

Представление макси-кодов в двоичной системе исчисления позволяет определить вектор смежностей  $\mathbf{a}$ :

$$\mathbf{a}(G_1) = [1111111111]^T, \quad \mathbf{a}(G_2) = [1100010011]^T.$$

Следует отметить, поскольку  $\mu(G_1) = 2^{\frac{\lceil v(G_1)-1 \rceil v(G_1)}{2}} - 1$ , то первый граф является 5-кликкой и имеет единичный вектор смежностей, то есть  $\mathbf{a}(G_1) = \mathbf{1}_{10}$ .

Исходя из вектора смежностей, число ребер вычисляется как:

$$l(G_i) = \mathbf{a}^T(G_i) \mathbf{1}_{v(G_i)} : l(G_1) = 10; l(G_2) = 5.$$

Реберная (максимальная) связность:

$$\lambda(G_i) = \begin{cases} 0, l(G_i) < v(G_i) - 1, \\ \left\lfloor \frac{2l(G_i)}{v(G_i)} \right\rfloor, l(G_i) \geq v(G_i) - 1; \end{cases}$$

$$\lambda(G_1) = \left\lfloor \frac{2 \cdot 10}{5} \right\rfloor = 4; \lambda(G_2) = 2.$$

Для получения вершинной связности целесообразно построить диаграммы графов: на рисунке 3а представлена диаграмма первого графа, на рисунке 3б — второго.

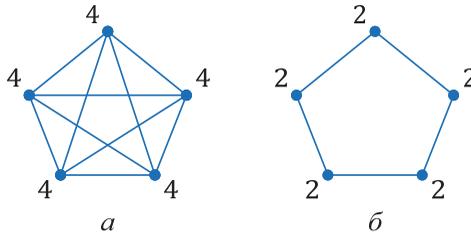


Рис. 3. Диаграммы графов

Поскольку первый граф является 5-кликой, то его вершинная связность соотносится с числом вершин, то есть  $\chi(G_1) = v(G_1) - 1 = 4$ . Для второго графа, исходя из его диаграммы, вершинная связность равна реберной, то есть  $\chi(G_1) = \lambda(G_1) = 2$ .

**3. Пары связностей сетей связи.** Также существует задача о дроблении графа на основе удаления из него заданного числа ребер и вершин. *Пара связностей* графа  $G$  — это упорядоченная пара целых неотрицательных чисел,  $(a, b)$ , причем существует множество, включающее  $a$  вершин и  $b$  ребер, удаление которых образует несвязный граф, и нет такого множества, состоящее из  $(a - 1)$  вершин и  $b$  ребер или  $a$  вершин и  $(b - 1)$  ребер, удаление которых формирует несвязный граф. В частности, упорядоченные пары  $(\kappa, 0)$  и  $(0, \lambda)$  — это вершинная и реберная связности графа  $G$  соответственно. Таким образом, понятие пары связностей является обобщением данных понятий. Легко заметить, что для каждого значения  $a$ ,  $0 \leq a \leq \kappa$  существует единственная пара связностей  $(a, b_a)$ ; таким образом, граф  $G$  имеет в точности  $\kappa + 1$  пар связностей.

Пары связностей графа  $G$  определяют функцию  $f: a \rightarrow b_a$ , отображающую множество  $\{0, 1, \dots, k\}$  в множество неотрицательных целых чисел и такую, что  $f(k) = 0$ . Эта функция называется функцией связности графа  $G$ . Она строго убывает, поскольку, если  $(a, b)$  — пара связностей и  $b > 0$ , то очевидно, найдется множество, включающее  $a+1$  вершин и  $b-1$  ребер, удаление которых формирует несвязный или тривиальный граф.

Граф  $G$  называется  $n$ -связным, если  $\kappa(G) \geq n$ , и  $n$ -реберно-связным, если  $\lambda(G) \geq n$ . Заметим, что нетривиальный граф 1-связен тогда и только тогда, когда он является связным, и 2-связен тогда и только тогда, когда он включает блок, содержащий минимум два ребра.

В качестве примера рассмотрим расчет функций связностей графов, заданных их инвариантами — макси-кодами.

*Пример 2. Макси-код первого графа равен 1023, а второго — 823. Определить их функции связностей.*

*Дано:*  $\mu(G_1) = 1023$ ,  $\mu(G_2) = 787$ .

*Найти:*  $f_{G_1}$ ,  $f_{G_2}$ .

Воспользуемся результатами, полученными в примере 1. Таким образом, функция связности  $f$  отображает для первого графа множество  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ , а для второго —  $\{0, 1, 2\}$ . Исходя из диаграмм графов (рисунок 3) соответствующие пары связностей имеют следующий вид:

$$G_1: (0, 4), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (4, 0); G_2: (0, 2), (1, 1), (2, 0).$$

Следует заметить, что для первого графа, являющегося кликой, удаление любой вершины приводит к графу, также оказывающемуся кликой, что свидетельствует о его реберной связности, на единицу меньшей числа вершин. Второй же граф после удаления вершины превращается в дерево, что говорит о единичной его реберной связности.

Таким образом, функции связности можно представить в графическом (рисунок 4) или табличном виде:

$$\begin{array}{cccccc} a & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ f_{G_1} & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \quad \begin{array}{cccc} a & 2 & 1 & 0 \\ f_{G_2} & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

Рассмотренные показатели связности сетей связи (графов) обладают целым рядом достоинств [11]:

- простота интерпретации;
- использование для анализа значительного класса сетей (следует отметить, что сети связи, моделируемые на основе ориентированных графов, должны использовать понятия связностей, отличные от рассмотренных здесь);
- относительно простые математические преобразования при вычислениях;
- возможность описания результатов в наглядной форме и проведения сравнительного анализа.

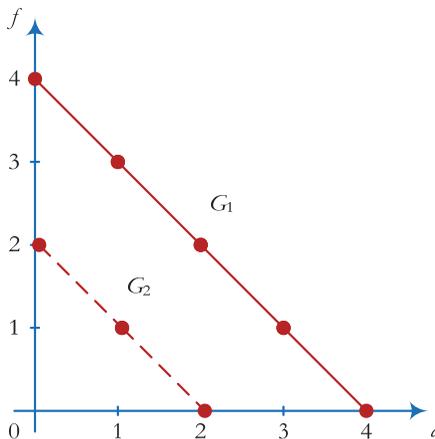


Рис. 4. Функции связностей

Сложность состоит в том, что большинство методов решения задач анализа и синтеза связных графов сталкивается с необходимостью выполнения большого количества вычислений, что делает их трудно применимыми для реальных сетей связи [15, 16]. Особенно трудоемким оказывается расчет как связностей, так и пар связностей в целом для структур сетей связи, имеющих достаточно сложные формы, не позволяющие использовать такие особенности графов, как мост, двудольность, компонентность и другие. Данное обстоятельство обуславливается, прежде всего, необходимостью применения либо визуального метода анализа рассмотренных детерминированных показателей на основе диаграмм, либо же исключительно переборных способов анализа, имеющих просто катастрофический рост вычислительной сложности при увеличении сложности сети. Поэтому используются некоторые эвристические показатели связности, которые позволяют легче решать поставленные задачи [17].

Таким образом, несмотря на то, что существует несколько показателей по оценке связности структуры сетей связи (графов), возможности их применения к решению задач анализа и синтеза сетей связи оказываются несколько ограниченными [18, 19]. Это обстоятельство вынуждает использовать другие методы анализа надежности сетей.

**4. Линейный функционал связности сетей связи.** Ограниченные возможности применения известных показателей связности графов при решении задач анализа надежности сетей связи вынуждают использовать более простые с вычислительной точки зрения показатели.

Рассмотрим некоторый линейный функционал, представляющий собой линейную комбинацию определенным образом выбранных параметров связности, составленную по всем узлам (вершинам) сети связи (графа). Такими параметрами могут быть относительная и абсолютная связности каждого узла (каждой вершины) рассматриваемой сети связи (графа) [11].

*Относительная связность*  $i$ -го узла (вершины) сети (графа) определяется следующим отношением [11]:

$$c_i = \frac{v_i}{v - d_i + 1}, i = 1, 2, \dots, v, \quad (1)$$

где  $v_i$  — ранг  $i$ -го узла сети (степень вершины);  $v$  — общее число узлов в сети связи;  $d_i$  — количество узлов сети связи, с которыми  $i$ -й узел может иметь связь в сети (учитывается также и сам  $i$ -узел), то есть величина  $d_i$  на единицу больше числа узлов, с которыми  $i$ -й узел соединен хотя бы одной простой цепью.

В векторном виде данное соотношение имеет форму:

$$\mathbf{c} = \text{diag} \left\{ \text{diag}(\mathbf{v}) \left[ \text{diag}(\{v+1\} \mathbf{1}_v - \mathbf{d}) \right]^{-1} \right\},$$

где  $\text{diag}(\mathbf{x})$  — диагональная матрица с главной диагональю, соответствующей вектору  $\mathbf{x}$ , а  $\text{diag}(\mathbf{X})$  — вектор, составленный из элементов главной диагонали матрицы  $\mathbf{X}$ ;  $\mathbf{c} = \{c_i\}_{i=1,2,\dots,v}$  — вектор относительных связностей;  $\mathbf{v} = \{v_i\}_{i=1,2,\dots,v}$  — вектор степеней вершин; где  $\mathbf{1}_v = [1, 1, \dots, 1]^T$  — единичный вектор размера  $(v \times 1)$ .

Величину  $v_i$  можно справедливо трактовать как число прямых связей, которыми обладает  $i$ -й узел. Очевидно, что  $v_i \leq d_i - 1$ . Данный параметр показывает соотношение числа прямых и отсутствующих связей у  $i$ -го узла, указывает на преобладание одних над другими. Он будет тем больше, чем больше первых и меньше вторых. В итоге значение данного параметра будет определяться числом связей, которыми может обладать  $i$ -й узел сети связи.

Относительность этого параметра состоит в том, что он не дает полного представления о связях  $i$ -го узла с остальными узлами рассматриваемой сети.

*Абсолютная связность*  $i$ -го узла сети определяется отношением числа связей, которыми может обладать  $i$ -й узел, к общему числу узлов рассматриваемой сети:

$$c'_i = \frac{d_i - 1}{v}, i = 1, 2, \dots, v, \quad (2)$$

или в векторном виде:

$$\mathbf{c}' = \frac{1}{v}(\mathbf{d} - \mathbf{1}_v).$$

Абсолютная связность  $i$ -го узла при фиксированном числе узлов  $v$  в сети будет полностью определяться величиной  $d_i$ . Чем больше  $d_i$ , тем больше абсолютная связность.

Общий вид линейного функционала для графа  $G$  определяется как сумма выражений (1) и (2):

$$k(G) = \sum_{i=1}^v \alpha_i (c_i + c'_i) = \sum_{i=1}^v \alpha_i \left( \frac{v_i}{v - d_i + 1} + \frac{d_i - 1}{v} \right),$$

где  $\alpha_i$  — коэффициент веса  $i$ -го узла (вершины); или в векторном виде:

$$k(G) = \mathbf{a}^T (\mathbf{c} + \mathbf{c}') = \mathbf{a}^T \left( \text{diag} \left\{ \text{diag}(\mathbf{v}) \left[ \text{diag}(\{v+1\} \mathbf{1}_v - \mathbf{d}) \right]^{-1} \right\} + \frac{1}{v} [\mathbf{d} - \mathbf{1}_v] \right),$$

где  $\mathbf{a} = \{\alpha_i\}_{1,2,\dots,v}$  — вектор весовых коэффициентов вершин графа.

Следует отметить, что коэффициенты веса вершин  $\alpha_i$  определяют важность того или иного узла связи относительно других узлов и задаются субъективно при постановке задач анализа и синтеза.

Для весовых коэффициентов справедливо условие нормировки:

$$\sum_{i=1}^v \alpha_i = \mathbf{a}^T \mathbf{1}_v = 1, \quad (3)$$

а для других параметров сети неравенство:

$$v_i \leq d_i - 1 \leq v.$$

Если все узлы рассматриваемой структуры сети связи равноценны, то есть обладают одинаковым весом  $\alpha_i = \alpha_j$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, v$  в общей структуре сети, то  $\alpha_i = 1/v$ .

Значения введенных параметров для каждого узла сети связи в общем случае могут быть различными и определяются, как уже отмечалось, числом связей, которыми он может обладать. Тем не менее для значений относительной  $c_i$  и абсолютной  $c_i'$  связности каждого узла сети справедливы следующие оценки. В силу того, что  $0 \leq d_i - 1 \leq v$  и  $0 \leq v_i \leq v - 1$ , получается:

$$0 \leq c_i \leq v - 1;$$

$$0 \leq c_i' \leq 1 - 1/v.$$

В качестве примера рассмотрим расчет линейных функционалов связности графов, заданных их инвариантами — макси-кодами.

*Пример 3. Макси-код первого графа равен 1023, а второго — 0. Все вершины имеют одинаковый вес. Определить значения их линейных функционалов связности.*

*Дано:*  $\mu(G_1) = 1023$ ,  $\mu(G_2) = 0$ .

*Найти:*  $k(G_1)$ ,  $k(G_2)$ .

Воспользуемся результатами, полученными в примере 2. Тогда первый граф является 5-кликкой, а второй нуль-графом, причем с неуказанным числом вершин  $v$ . Матрицы смежностей графов:

$$\mathbf{A}(G_1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}(G_2) = \mathbf{0}_{v(G_2), v(G_2)}.$$

Векторы степеней:

$$\mathbf{v}(G_i) = \mathbf{A}(G_i)\mathbf{1}_{v(G_i)}; \mathbf{v}(G_1) = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}; \mathbf{v}(G_2) = \mathbf{0}_{v(G_2)}.$$

Матрицы достижимостей:

$$\mathbf{D}(G_i) = \bigcup_{i=1}^{v(G_i)-1} \mathbf{A}^i(G_i) \cup \text{diag}(\mathbf{1}_v);$$

$$\mathbf{D}(G_1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{D}(G_2) = \text{diag}(\mathbf{1}_{v(G_2)}).$$

Отметим, что в данном случае символ  $\cup$  трактуется как объединение матриц, то есть в результате объединения матриц  $\mathbf{A} = \{a_{i,j}\}_{i,j=1,\dots,v}$  и  $\mathbf{B} = \{b_{i,j}\}_{i,j=1,\dots,v}$  формируется матрица  $\mathbf{C} = \{c_{i,j}\}_{i,j=1,\dots,v}$ , элементы которой равны нулю при условии одновременного равенства нулю соответствующих элементов матриц  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$ , и единице — при неравенстве нулю хотя бы одного из соответствующих элементов матриц  $\mathbf{A}$  или  $\mathbf{B}$ :

$$a_{i,j} \cup b_{i,j} = \begin{cases} 0, & a_{i,j} = 0 \wedge b_{i,j} = 0, \\ 1, & a_{i,j} \neq 0 \vee b_{i,j} \neq 0. \end{cases}$$

Вектор достижимостей:

$$\mathbf{d}(G_i) = \mathbf{D}(G_i)\mathbf{1}_{v(G_i)}; \mathbf{d}(G_1) = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}; \mathbf{d}(G_2) = \mathbf{1}_{v(G_2)}.$$

Относительная связность:

$$\mathbf{c}(G_i) = \text{diag} \left\{ \text{diag}(\mathbf{v}(G_i)) \left[ \text{diag}(\{v(G_i) + 1\} \mathbf{1}_v - \mathbf{d}(G_i)) \right]^{-1} \right\};$$

$$\mathbf{c}(G_1) = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}; \mathbf{c}(G_2) = \mathbf{0}_{v(G_2)}.$$

Абсолютная связность:

$$\mathbf{c}'(G_i) = \frac{1}{v(G_i)} (\mathbf{d}(G_i) - \mathbf{1}_v); \mathbf{c}'(G_1) = \begin{bmatrix} 0,8 \\ 0,8 \\ 0,8 \\ 0,8 \end{bmatrix}; \mathbf{c}'(G_2) = \mathbf{0}_{v(G_2)}.$$

Исходя из условия нормировки для весовых коэффициентов (3) и их равнозначности, вектор весовых коэффициентов узлов имеет вид:

$$\mathbf{a}(G_i) = \frac{1}{v(G_i)} \mathbf{1}_{v(G_i)}.$$

Тогда линейный функционал рассчитывается следующим образом:

$$k(G_i) = \mathbf{a}^T (\mathbf{c}(G_i) + \mathbf{c}'(G_i)); k(G_1) = 4,8; k(G_2) = 0.$$

Вообще, когда относительная (1) и абсолютная (2) связности  $i$ -го узла сети связи принимают максимальные значения, то есть  $c_i = v - 1$ ,  $c'_i = 1 - 1/v$ , что характерно для полносвязных структур (клик [12]), у которых ранг каждого узла (степень вершины)  $v - 1$ , значение линейного функционала принимает максимальное значение  $k_{\max} = v - \frac{1}{v}$  [11].

Также очевидно, что при достаточно большом числе узлов  $v$  (вершин) в сети связи (графе), представляющей собой полносвязную структуру (клик), значение линейного функционала практически определяется самим числом  $v$ .

Значения нижних пределов для относительной  $c_i = 0$  и абсолютной  $c'_i = 0$  связностей узла (вершины) полностью несвязной сети связи (нуль-графа) справедливы при  $\mathbf{v} = \mathbf{d} = \mathbf{0}_v$ . Если это соотношение будет выполняться, то значение линейного функционала будет минимальным и равным нулю  $k_{\min} = 0$ .

Для связного графа формула для линейного функционала несколько упрощается, поскольку  $d_i = v$ . Тогда, так как  $\mathbf{c} = \mathbf{v}$ ,

$\mathbf{c}' = \frac{v-1}{v} \mathbf{1}_v$ , то  $\mathbf{c} + \mathbf{c}' = \mathbf{v} + \frac{v-1}{v} \mathbf{1}_v$ , то линейный функционал составит:

$$k(G) = \mathbf{a}^T \mathbf{v} + 1 - \frac{1}{v}. \quad (4)$$

Для графа типа дерево также достаточно просто получить значение линейного функционала  $k(G)$  при равновесности всех вершин. Поскольку дерево связно, то справедлива вышеприведенное выражение, а так как число вершин  $v$  на единицу больше числа

ребер  $l$ , то  $\mathbf{1}^T \mathbf{v} = 2l = 2v - 2$ , а значит,  $k(G) = 3 \left( 1 - \frac{1}{v} \right)$ . Кроме того,

поскольку дерево является связным графом с минимальным числом ребер  $l$  при заданном числе вершин  $v$ , то, по сути, величина его линейного функционала  $k$  определяет нижнюю границу для любого связного графа с равновесными вершинами. Отметим, что при значительных размерах сетей, то есть когда  $v$  велико, минимальное значение линейного функционала для связного графа стремится к 3.

Верхняя граница для несвязного графа определяется исходя из следующих соображений. Несвязный граф с максимальным числом ребер  $l$  при заданном числе вершин  $v$  является объединением  $(v-1)$ -

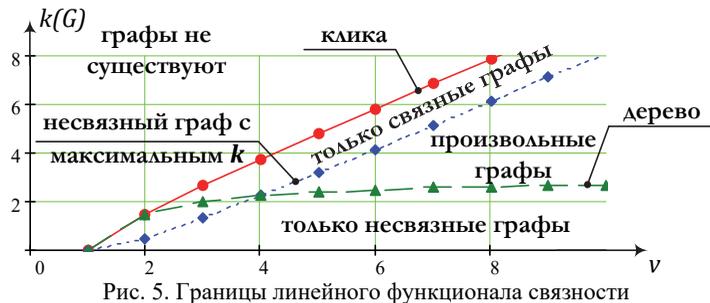
клик и изолированной вершины. Поскольку число ребер  $u$   $(v-1)$ -

клик равно  $l = C_{v-1}^2 = \frac{(v-1)(v-2)}{2}$ , то  $\mathbf{1}^T \mathbf{v} = 2l = (v-1)(v-2)$ , а

значит,  $k(G) = v - 2 + \frac{1}{v}$ . Данные границы изображены на рисунке 5.

Таким образом, можно отметить, что линейный функционал  $k$  отражает только структурные характеристики сети связи и не зависит от особенностей функционирования элементов этой сети. Каждое слагаемое этого функционала в определенной мере характеризует связность некоторого узла сети связи со всеми остальными узлами, а

в целом линейный функционал отражает физическую сущность связности сетей связи. Он максимален для полностью связной структуры (клика) и равен нулю только для «вырожденной» структуры (нуль-графа), то есть для набора несвязных узлов.



Все сказанное дает основание использовать линейный функционал  $k$  в качестве показателя связности структуры сетей связи.

Нельзя не отметить еще и то, что сам по себе линейный функционал  $k$  прост и для некоторых классов структур сетей (например, класса регулярных структур) удастся получить его конкретное аналитическое выражение, что в значительной степени упрощает его использование.

**5. Оценка надежности решетчатой структуры (решетки) на основе линейного функционала связности.** В общем виде решетчатую структуру можно задать в виде, представленном на рисунке 6. В общем случае в данной структуре  $a$  рокад (рядов по вертикали) и  $b$  осей (рядов по горизонтали).

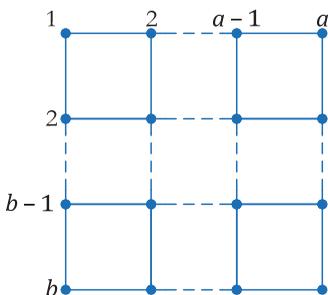


Рис. 6. Решетчатая структура (решетка)

Из построения структуры следует, что общее число узлов  $|G| = v = ab$ , а также ее связность.

Множество узлов (вершин) решетчатой структуры целесообразно разделить на три подмножества: подмножество вершин  $G_2$  со степенью 2,  $G_3$  — 3 и  $G_4$  — 4 соответственно. Мощность множеств  $g_i = |G_i|$ ,  $i = 2, 3, 4$  (число вершин в подмножествах)  $g_2 = 4$ ,  $g_3 = 2a + 2b - 8$ ,  $g_4 = ab - 2a - 2b + 4$ .

Тогда, учитывая равновесность всех вершин, линейный функционал решетчатой структуры представим в виде суммы:

$$k(G) = \frac{1}{v} \sum_{i=2}^4 i \cdot g_i + 1 - \frac{1}{v} = 5 - \frac{2}{a} - \frac{2}{b} - \frac{1}{ab}.$$

**6. Оценка надежности сотовой структуры (соты) на основе линейного функционала связности.** В общем виде сотовую структуру можно задать в виде, представленном на рисунке 7. В общем случае в данной структуре  $a$  рокад (рядов по вертикали — от правого верхнего угла к левому нижнему) и  $b$  осей (рядов по вертикали).

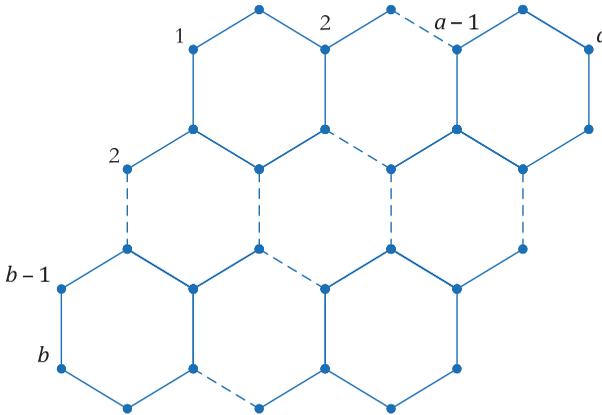


Рис. 7. Сотовая структура (сота)

Из построения структуры следует, что общее число узлов  $|G| = v = 2(ab - 1)$ ,  $a > 1$ ,  $b > 1$ , а также ее связность.

Множество узлов (вершин) решетчатой структуры целесообразно разделить на два подмножества: подмножество вершин  $G_2$  со степенью 2 и  $G_3$  — 3 соответственно. Мощность множеств  $g_i = |G_i|$ ,  $i = 2, 3$ :  $g_2 = 2(a + b - 1)$ ,  $g_3 = 2(a - 1)(b - 2) + 2(a - 2)$ .

Тогда, учитывая равновесность всех вершин, линейный функционал сотовой структуры представим в виде суммы:

$$k(G) = \frac{1}{v} \sum_{i=2}^3 i \cdot g_i + 1 - \frac{1}{v} = 4 - \frac{a+b}{ab-1} + \frac{1}{2(ab-1)}, a > 1, b > 1.$$

**7. Оценка надежности древовидной структуры (дерева) на основе линейного функционала связности.** В общем виде регулярную древовидную структуру можно задать в виде, представленном на рисунке 8. Регулярность заключается в постоянной величине «размножения» каждого узла древовидной структуры (за исключением узлов последнего уровня). В общем случае в данной структуре у каждой вершины (за исключением листьев)  $a$  ответвлений (величина «размножения») и  $b$  уровней (рядов по вертикали).

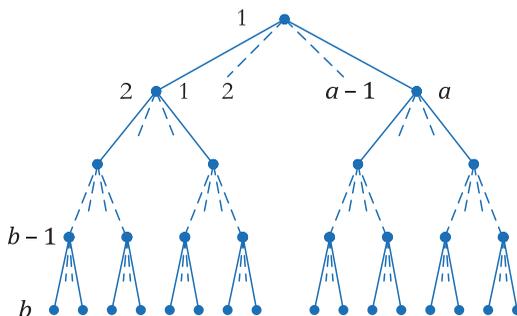


Рис. 8. Древовидная структура (дерево)

Из построения структуры следует, что общее число узлов  $|G| = v = \sum_{i=0}^b a^i = \frac{a^{b+1} - 1}{a - 1}$ ,  $a > 1$ ,  $b > 0$ , а также ее 1-связность.

Множество узлов (вершин) древовидной структуры целесообразно разделить на три подмножества: подмножество вершин  $G_1$  со степенью 1,  $G_2$  —  $a$  и  $G_3$  —  $a+1$  соответственно. Мощность множеств  $g_i = |G_i|$ ,  $i = 1, 2, 3$ :  $g_1 = a^b$ ,  $g_2 = 1$ ,  $g_3 = \sum_{i=1}^{b-1} a^i = \frac{a - a^b}{a - 1}$ .

Тогда, учитывая равновесность всех вершин, линейный функционал древовидной структуры представим в виде суммы:

$$k(G) = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^3 i \cdot g_i + 1 - \frac{1}{v} = \frac{3a^{b+1} - 3a}{a^{b+1} - 1}, a > 1, b > 0.$$

Отметим, что для произвольного дерева значение линейного функционала получено ранее и составляет  $k = 3 \left( 1 - \frac{1}{v} \right)$ .

**8. Оценка надежности двойной решетчатой структуры (двойная решетка) на основе линейного функционала связности.** В общем виде двойную решетчатую структуру можно задать в виде, представленном на рисунке 9. В общем случае в данной структуре  $a$  рокад (рядов по вертикали) и  $b$  осей (рядов по горизонтали). Принципиальное отличие данной структуры от классической решетки (рисунок 9) состоит в том, что степень всех узлов увеличена за счет дополнительных (диагональных) ветвей в сети.

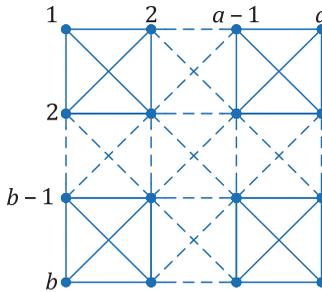


Рис. 9. Двойная решетчатая структура (двойная решетка)

Из построения структуры следует, что общее число узлов  $|G| = v = ab$ , а также ее связность.

Множество узлов (вершин) решетчатой структуры целесообразно разделить на три подмножества: подмножество вершин  $G_1$  со степенью 3,  $G_2$  — 5 и  $G_3$  — 8 соответственно. Мощность множеств  $g_i = |G_i|$ ,  $i = 1, 2, 3$  :  $g_1 = 4$ ,  $g_2 = 2a + 2b - 8$ ,  $g_3 = ab - 2a - 2b + 4$ .

Тогда, учитывая равновесность всех вершин, линейный функционал решетчатой структуры представим в виде суммы:

$$k(G) = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^3 g_i \cdot g_i + 1 - \frac{1}{v} = 9 - \frac{6}{a} - \frac{6}{b} + \frac{3}{ab}.$$

**9. Сравнительный анализ структур.** Полученные выражения линейного функционала для каждой рассмотренной структуры определяют значения функционала для сетей, в которых нет приоритета одних узлов над другими, то есть когда  $\alpha_i = 1/v$ ,  $i = 1, 2, \dots, v$ .

Графическое представление зависимостей значения линейного функционала связности  $k(G)$  от числа вершин  $v$  представлено на рисунках 10 и 11. Отметим, что на данных рисунках рассматривается случай, когда  $a, b = 1, 2, \dots, 10$ . Подобное допущение использовано для того, чтобы на графиках не отображались предельные графы, например при значительных величинах числа рокад  $a \gg 1$  и одной оси  $b = 1$  или, наоборот, при  $a = 1, b \gg 1$ . Данные варианты приводят к графам типа дерево, то есть к значению линейного функционала связности  $k(G)$ , близкого к трем. Поэтому, по сути, приведенные зависимости указывают на наибольшие значения линейного функционала  $k$  в некотором (достаточно малом) диапазоне числа вершин  $v$ .

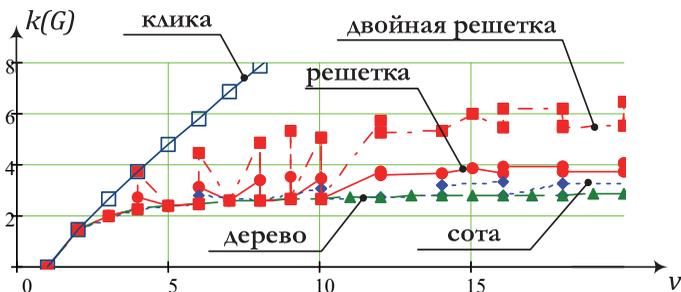


Рис. 10. Зависимости значения линейного функционала связности  $k(G)$  от числа вершин  $v = 1, 2, \dots, 20$  ( $a, b = 1, 2, \dots, 10$ )

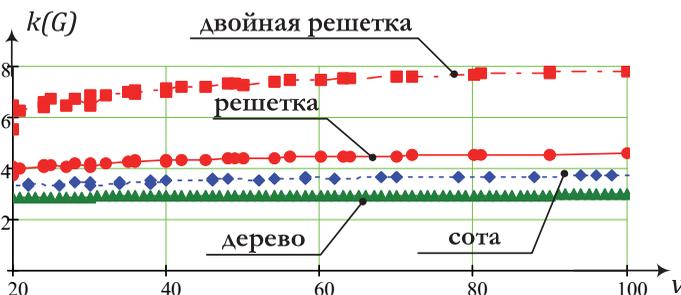


Рис. 11. Зависимости значения линейного функционала связности  $k(G)$  от числа вершин  $v = 20, 21, \dots, 100$  ( $a, b = 1, 2, \dots, 10$ )

Несомненно, структура «двойная решетка» с позиции связности значительно превосходит остальные (рисунок 11). Это вполне естественно, поскольку данная структура содержит наибольшее число ветвей, а

минимальная степень ее вершин оказывается наибольшей. О таком соотношении в величине связности рассмотренных структур можно было бы сказать и по чисто визуальным наблюдениям. Следует заметить, что при малом количестве узлов в сети линейный функционал связности для двойной решетчатой структуры колеблется для одного и того же значения числа вершин в широких пределах (рисунок 10). Это вызвано тем, что связность малых структур существенно зависит от конфигурации сети (соотношении числа осей и рокад).

Полученные результаты указывают на приоритет решетчатой структуры относительно сотовой, что также согласуется с минимальной величиной степеней вершин соответствующих графов.

Особняком расположилась древовидная структура. По сравнению с остальными структурами ее связность оказалась самой низкой для всех примеров. Если при этом вспомнить о том, что дерево является связным графом с минимальным значением линейного функционала связности, то вывод окажется очевидным.

В целом полученные результаты лишней раз подтверждают правомерность использования линейного функционала  $k(G)$  в качестве показателя связности структур сетей связи (графов). Это в первую очередь относится к регулярным структурам, где достоинства этого функционала относительно простоты вычислений проявляются особенно ярко.

Для структур общего типа, где выражение линейного функционала не сводится к аналитическому виду, конструктивность такого показателя связности структур сетей связи (графов) оказывается менее выраженной. В теоретических исследованиях относительно структур общего типа линейный функционал слабо коррелирует с уже существующими понятиями (например, с реберной связностью). Поэтому, несмотря на то, что он как показатель связности (надежности) может быть применен для оценки любой структуры, при исследовании структур общего типа более рационально использовать такие показатели связности, которые все же каким-либо образом согласовывались с понятиями, используемыми в теории графов. Необходимость привязки показателя надежности сетей связи к классическому понятию связности требует равенства нулю этого показателя тогда, когда нарушается связность структуры сети связи (графа) в обычном понимании, то есть когда хотя бы один узел сети (хотя бы одна вершина графа) оказывался изолированным (изолированной).

**10. Синтез структур сетей связи.** Вследствие достаточно простого аналитического вида линейного функционала связности для синтеза структур возможно использовать аналитический метод. Общая постановка задачи для синтеза связных графов может быть представлена в следующем виде: для графа  $G$  с заданными значениями числа

вершин  $v$  и ребер  $l$  и вектора весовых коэффициентов вершин  $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=1,2,\dots,v}$ ,  $\alpha_i > 0$ ,  $\sum_{i=1}^v \alpha_i = 1$ , найти вектор степеней вершин  $\mathbf{v}^* = \{v_i^*\}_{i=1,2,\dots,v} \in \mathbb{N}^v$ ,  $\sum_{i=1}^v v_i^* = 2l$  такой, что

$$k(G) \rightarrow \max_v.$$

Естественно, что решением задачи является вектор степеней вершин  $\mathbf{v}$ , который и определяет структуру результирующего графа. Сложность заключается в том, что, как и в любой задаче на графах, вектор варьируемых переменных  $\mathbf{v}^*$  имеет дискретный характер. Ситуация несколько упрощается некоторыми особенностями целевой функции задачи синтеза. Во-первых, синтезировать необходимо исключительно связный граф, что позволяет использовать упрощенную формулу (4) для линейного функционала связности. Во-вторых, введение дополнительно ребра в граф приводит лишь к увеличению линейного функционала, причем чем выше вес инцидентных вершин, тем на большее значение увеличивается функционал. В результате оказывается возможным реализовать последовательную процедуру добавления ребер, которая приводит к максимальному значению линейного функционала связности.

Первоначально определяется связный граф с минимальным числом ребер. Естественно, подобным графом будет являться дерево, причем для максимизации его линейного функционала связности необходимо корневой вершиной назначить узел с максимальным весом, а все остальные узлы считать «листьями».

В результате задача синтеза графа с максимальным значением линейного функционала связности  $k$  с заданным числом вершин  $v$  с весами  $\alpha_i, i = 1, 2, \dots, v$  и количеством ребер  $l$  решается путем реализации следующих процедур.

Первоначально определяется матрица весов ребер  $\mathbf{A}' = \{\alpha_{i,j}\}_{i,j=1,\dots,v}$ , элементы которой задаются в виде:

$$\alpha_{i,j} = \begin{cases} \alpha_i + \alpha_j, & i \neq j, \\ 0, & i=j, i, j=1, 2, \dots, v. \end{cases}$$

Таким образом, корневой вершиной в начальном графе (дереве) будет вершина с номером:

$$n = \operatorname{argmax}_{1 \leq i \leq v} \left( \max_{1 \leq j \leq v} \alpha_{i,j} \right).$$

Тогда матрица смежности  $\mathbf{A}' = \{a_{i,j}\}_{i,j=1,\dots,v}$  начального дерева будет заполнена нулевыми элементами  $a_{i,j} = 0$ , за исключением  $a_{i,n} = a_{n,j} = 1, i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, v$ .

Затем элементы матрицы весов ребер  $\mathbf{A}'$ , соответствующие ребрам сформированного дерева, обнуляются, то есть  $\alpha_{i,n} = \alpha_{n,j} = 0, i, j = 1, 2, \dots, v$ .

Заметим, что на первом этапе граф (дерево) содержит  $v-1$  ребер, то есть на последующих этапах необходимо добавить еще  $l-v+1$  ребер.

Далее последовательно вычисляются пары, задающие номера добавляемых ребер:

$$(n_1, n_2) = \arg \max_{1 \leq i, j \leq v} \alpha_{i,j},$$

на основе которых соответствующие элементы матрицы смежности  $\mathbf{A}$  назначаются единичными, то есть  $a_{n_1, n_2} = a_{n_2, n_1} = 1$ , а элементы матрицы весов  $\mathbf{A}'$  обнуляются  $\alpha_{n_1, n_2} = \alpha_{n_2, n_1} = 0$ . Процедура выполняется до момента распределения всех  $l$  ребер.

Оптимальность данного алгоритма вытекает из формулы (1), которую можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} k(G) &= \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{v} + 1 - \frac{1}{v} = \sum_{i=1}^v \alpha_i v_i + 1 - \frac{1}{v} = \sum_{i=1}^v \sum_{j=1}^{v_i} \alpha_i + 1 - \frac{1}{v} = \\ &= \sum_{i=1}^v \sum_{j=1}^v \alpha_i \cdot a_{i,j} + 1 - \frac{1}{v} = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^v \sum_{j=1}^v \alpha_i \cdot a_{i,j} + \sum_{i=1}^v \sum_{j=1}^v \alpha_j \cdot a_{i,j} \right) + 1 - \frac{1}{v} = \\ &= \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^v \sum_{j=1}^v a_{i,j} (\alpha_i + \alpha_j) \right) + 1 - \frac{1}{v}. \end{aligned}$$

Величина под суммой  $a_{i,j} (\alpha_i + \alpha_j)$  является, по сути, весом ребра, задаваемым весами инцидентных ему вершин. Поскольку в графе отсутствуют по определению петли и двойные ребра [20], то для максимизации линейного функционала связности  $k(G)$  необходимо выбирать ребра с максимальным весом  $\alpha_i + \alpha_j$ , что и выполняется в предложенном алгоритме.

В качестве примера рассмотрим синтез структуры сети с заданным числом ребер и вершин с соответствующими весами.

*Пример 4. Синтезировать структуру сети связи с 5 вершинами и 7 ребрами. Вектор весов узлов  $\alpha = [0, 4; 0, 25; 0, 1; 0, 1; x]^T$ , где  $x$  — неизвестное число.*

*Дано:*  $v = 5$ ,  $l = 7$ ,  $\alpha = [0, 4; 0, 25; 0, 1; 0, 1; x]^T$ .

*Найти:*  $G : k(G) \rightarrow \max_A$ .

Неизвестный весовой коэффициент рассчитывается, исходя из условия нормировки:

$$\alpha_5 = 1 - \sum_{i=1}^4 \alpha_i = 0,15.$$

Матрица весов ребер имеет вид:

$$A' = \begin{bmatrix} 0 & 0,65 & 0,5 & 0,5 & 0,55 \\ 0,65 & 0 & 0,35 & 0,35 & 0,4 \\ 0,5 & 0,35 & 0 & 0,2 & 0,25 \\ 0,5 & 0,35 & 0,2 & 0 & 0,25 \\ 0,55 & 0,4 & 0,25 & 0,25 & 0 \end{bmatrix}.$$

Номер корневой вершины определяется как:

$$n = \operatorname{argmax}_{1 \leq i \leq v} \left( \max_{1 \leq j \leq v} \alpha_{i,j} \right) = 1.$$

Матрица смежности начального дерева имеет форму:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Заметим, что на первом этапе граф (дерево) содержит 4 ребра, то есть необходимо добавить еще 3 ребра.

Модифицированная матрица весов ребер определяется следующим образом:

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,35 & 0,35 & 0,4 \\ 0 & 0,35 & 0 & 0,2 & 0,25 \\ 0 & 0,35 & 0,2 & 0 & 0,25 \\ 0 & 0,4 & 0,25 & 0,25 & 0 \end{bmatrix}.$$

Пара, идентифицирующая первое добавляемое ребро, задается выражением:

$$(n_1, n_2) = (2, 5), (5, 2).$$

Из этого набора можно выбрать любую пару, поскольку все они приводят к идентичному росту линейного функционала. Тогда матрица смежности приобретает вид:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

а матрица весовых коэффициентов имеет форму:

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,35 & 0,35 & 0 \\ 0 & 0,35 & 0 & 0,2 & 0,25 \\ 0 & 0,35 & 0,2 & 0 & 0,25 \\ 0 & 0 & 0,25 & 0,25 & 0 \end{bmatrix}.$$

Продолжая подобную процедуру, получаем следующую матрицу смежностей:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

Диаграмма соответствующего графа приведена на рисунке 12.

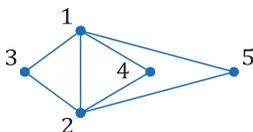


Рис. 12. Граф с максимальным значением линейного функционала связности

Заметим, что в результате решения задач оптимального синтеза структур сетей по линейному функционалу связности последовательно назначаются ребра, инцидентные вершинам с весами, упорядоченными в порядке невозрастания.

**11. Число остовых деревьев.** Существует значимый простой вид графов, называемый деревьями. Они важны, прежде всего, широким охватом приложений для разнообразных областей науки, но в то же время занимают и особое положение в теории графов [12]. Последнее предопределено существенной простотой структуры деревьев. Зачастую решение задач на графах анализируется первоначально на деревьях.

Термин дерево как математическая абстракция введен Г. Кирхгофом для задания фундаментальных циклов, используемых для исследования электрических цепей [20]. Спустя почти десятилетие А. Кэли опять (независимо от Г. Кирхгофа) использовал понятие *дерево* и формализовал значительное число результатов в области анализа подобных графов [12, 20, 21].

Граф — *ациклический*, если в нем отсутствуют циклы.

*Дерево* является связным ациклическим графом (рисунок 13а).

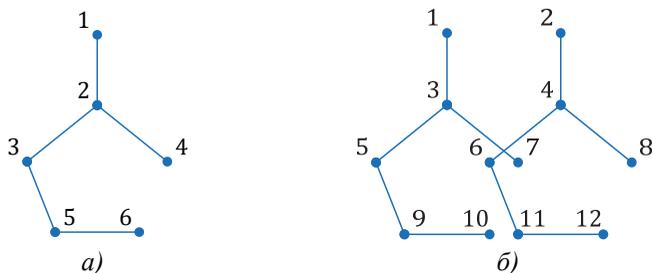


Рис. 13. Дерево (а) и лес (б)

Каждый граф, не содержащий циклов, называется *лесом* (рисунок 13б). Следовательно, деревья являются компонентами леса (на рисунке 13б лес состоит из двух деревьев).

*Деревом графа  $G$*  называется связный ациклический подграф графа  $G$ . *Остов (остовое дерево)* графа  $G$  — это дерево графа  $G$ , содержащее все вершины  $G$ . Связный подграф дерева называется *поддеревом*.

Например, для графа  $G$ , показанного на рисунке 14а, граф на рисунке 14б является его подграфом (как, впрочем, и все остальные графы на рисунке 14), граф на рисунке 14в — его остовом, а граф на рисунке 14г — его деревом, но не остовом.

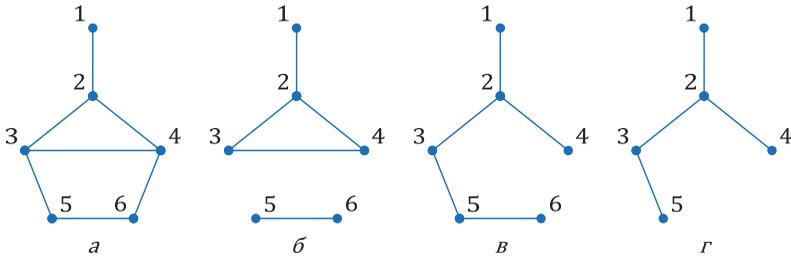


Рис. 14. Исходный граф (а), его подграф (б), остов (в) и дерево (г)

В результате остов графа  $G$  является наименьшим связным подграфом графа  $G$ , где «минимальность» трактуется следующим образом: не существует способа сформировать связный остовый подграф графа  $G$  из подмножество ребер этого остова.

Существует задачи, требующие поиска всех остовов графа  $G$ . Например, в случае трудно формализуемого критерия выбора наилучшего дерева, в том числе субъективного, что не позволяет аналитически разрешать подобные задачи оптимизации, не применяя анализ всех возможных альтернатив.

В задачах анализа надежности структур сетей связи число остовых деревьев  $t$  используется в качестве одного из показателей [11]. При этом одним из главных его достоинств является высокая чувствительность к организации связей между вершинами. Там, где трудно получить единственно правильное решение по известным показателям надежности (связности), данный показатель, как правило, позволяет это сделать.

Другим важным достоинством является возможность получения объективной оценки важности того или иного ребра в графе  $G$ . Важность ребра будет определяться тем «вкладом», который вносит это ребро в общую связность графа  $G$ . Этот «вклад» может быть оценен числом остовых деревьев  $t(G)$  графа  $G$ , которые образованы с непосредственным участием данного ребра.

Несомненно, должно быть отмечено и то, что для определения числа остовов графа существует достаточно много конструктивных методов и алгоритмов. В этой связи результат, полученный Г. Кирхгофом, является наиболее приемлемым при решении задач анализа структур реальных сетей связи.

Количество остовов вычисляется на основе *матричной теоремы 4 (о деревьях)* [20]. Число остовов  $t(G)$  (остовых деревьев) в графе  $G$  с  $v$  вершинами равно любому из миноров элементов главной диагонали матрицы Кирхгофа  $\mathbf{K}$  (для случая единичных проводимостей):

$$t(G) = |\mathbf{K}_i|, i = 1, 2, \dots, v,$$

где  $\mathbf{X}_{i,j}$  — подматрица матрицы  $\mathbf{X}$ , полученная вычеркиванием  $i$ -й строки и  $j$ -го столбца,  $\mathbf{X}_i = \mathbf{X}_{i,i}$ .

Таким образом, для вычисления числа остовов необходимо рассчитать определитель матрицы  $(v-1)$  порядка. Естественно, наиболее рационально проводить подобные операции с помощью средств вычислительной техники. Однако иногда возникает необходимость осуществить расчет вручную. При этом предпочтительным оказывается использование теоремы разложения определителя матрицы и некоторых его свойств, а также мнемонических правил для определителей второго и третьего (правила Саррюса) порядков [22].

Определители более высоких порядков также можно вычислять по определению, однако это требует больших усилий. Чаше поступают следующим образом: определитель  $v$ -го порядка приводят к определителям  $(v-1)$ -го порядка, каждый из которых сводят к определителям  $(v-2)$ -го порядка и так далее. В результате получают сумму определителей 3-го или 2-го порядка. Фундаментом данного принципа «последовательного снижения порядка» является теорема разложения: определитель  $v$ -го порядка представляется как сумма определителей порядка  $(v-1)$ ; далее для любого из этих определителей порядка  $(v-1)$  также применима теорема разложения. Часто используется следующее свойство: сумма определителей вырождается во всего один определитель, если все, за исключением одного из элементов  $i$ -й строки (столбца) определителя, равны нулю. Следовательно, существенного упрощения можно добиться путем сведения элементов заданной строки (столбца) к нулю перед разложением определителя. Подобные же преобразования основываются на свойствах определителей.

В качестве примера рассмотрим расчет числа остовых деревьев графа, заданного диаграммой.

*Пример 5. Оценить количество остовов графа, приведенного на рисунке 14а.*

*Дано:  $G$  (рисунок 14а).*

*Найти:  $t(G)$ .*

Матрица Кирхгофа рассматриваемого графа имеет вид:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Рациональнее всего для вычисления числа остовых деревьев использовать минор элемента, соответствующий вершине с максимальной степенью (например, второй):

$$t(G) = |\mathbf{K}_2| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 11.$$

Следует отметить, что наличие в графе  $G$  по крайней мере одного остового дерева  $t$  означает, что данный граф  $G$  является связным. Отсутствие же остовых деревьев  $t(G) = 0$  приводит к несвязности графа  $G$ .

Кроме того, очевидно, что чем больше остовых деревьев  $t(G)$  содержится в графе  $G$ , тем более связным он является [12, 21].

**12. Заключение.** Представленные в работе детерминированные показатели устойчивости отличаются не только простотой их аналитического описания, но и достаточно понятной интерпретацией их физического смысла, непосредственно связанного с тем или иным аспектом понятия устойчивости сети связи. В то же время следует заметить, что несмотря на существенные достоинства подобных показателей, позво-

ляющие даже сформулировать задачу синтеза структуры сети, решение которой выполняется на основе последовательных процедур, а не переборными методами, для данных показателей характерен и достаточно серьезный недостаток, проявляющийся в невозможности учета особенностей функционирования отдельных линий связи, а следовательно, и существенно ограничивающий применимость детерминированных показателей для реальных топологий сетей.

### Литература

1. *Форман Дж.* Много цифр: Анализ больших данных при помощи Excel // М.: Альпина Паблишер. 2016. 464 с.
2. *Остроумова Л.А.* Математические ожидания  $k$ -х входящих степеней вершин в случайных графах в модели Боллобаша-Риордана // Труды Московского физико-технического института. 2012. Т. 4. № 1(13). С. 29–40.
3. *Лакеев А.В.* Элементы теории обыкновенных графов : учеб. пособие // Иркутск: Изд-во ИГУ. 2014. 83 с.
4. *Колганов А.С.* Параллельная реализация алгоритма поиска минимальных остовных деревьев с использованием центрального и графического процессоров // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2016). 2016. С. 530–543.
5. *Батенков К.А.* Общие подходы к анализу и синтезу структур сетей связи // Современные проблемы телекоммуникаций: материалы Российской научно-технической конференции. 2017. С. 19–23.
6. *Батенков К.А.* К вопросу оценки надежности двухполюсных и многополюсных сетей связи // Современные проблемы радиоэлектроники: сб. науч. тр. Красноярск: Сиб. федер. ун-т. 2017. С. 604–608.
7. ГОСТ Р 53111–2008. Устойчивость функционирования сети связи общего пользования. Требования и методы проверки. // М.: Стандартинформ. 2009. 16 с.
8. *Батенков К.А.* Устойчивость сетей связи // Орел: Академия ФСО России. 2017. 277 с.
9. *Дудник Б.Я., Овчаренко В.Ф.* Надежность и живучесть систем связи / под ред. Б.Я. Дудинка // М.: Радио и связь. 1984. 216 с.
10. *Обоскалов В. П.* Структурная надежность электроэнергетических систем: учеб. пособие // Екатеринбург: УрФУ. 2012. 194 с.
11. Оптимизация структур сетевых моделей / под ред. А.А. Колесникова // Л.: ВАС. 1987. С. 101.
12. *Харари Ф.* Теория графов: пер. с англ; изд. 2-е // М.: Едиториал УРСС. 2003. 296 с.
13. *Kalofolias S.V., Bresson X., Bronstein M.M., Vandergheynst P.* Robust principal component analysis on graphs // CoRR, vol. abs/1504.06151. 2015. URL: <http://arxiv.org/abs/1504.06151>. (дата обращения: 28.10.2017).
14. *Батенков К.А.* Числовые характеристики структур сетей связи // Труды СПИИРАН. 2017. № 4 (53). С. 5–28.
15. *Bollobás B., Riordan O., Spencer J., Tusnády G.* The degree sequence of a scale-free random graph process // Random Structures Algorithms. 2001. vol. 18. no. 3. pp. 279–290.
16. *Grechnikov E.A.* An estimate for the number of edges between vertices of given degrees in random graphs in the Bollobás–Riordan model // Moscow Journal of Combinatorics and Number Theory. 2011. vol. 1. no. 2. pp. 40–73.
17. *Drinea E., Enachescu M., Mitzenmacher M.* Variations on random graph models for the web // Harvard Computer Science Group Technical Report TR-06-01. 2001.
18. *Егунов М.М., Шувалов В.П.* Анализ структурной надёжности транспортной сети // Вестник СибГУТИ. 2012. № 1. С. 54–60.

19. *Tsitsiashvili G.Sh.* Complete calculation of disconnection probability in planar graphs // *Reliability: Theory and Applications*. 2012. vol. 1. no. 1. pp. 154–159.
20. *Tamm V.* Теория графов: пер. с англ. // М.: Мир. 1988. 424 с.
21. *Кристофидес Н.* Теория графов: пер. с англ. // М.: Мир. 1978. 432 с.
22. *Бронштейн, И. И., Семендяев К. Л.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов: 13-е изд., исправленное // М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1986. 544 с.

**Батенков Кирилл Александрович** — д-р техн. наук, сотрудник, Академия Федеральной службы охраны Российской Федерации. Область научных интересов: статистическая теория связи, модели и методы обработки сигналов, качества сетей связи. Число научных публикаций — 150. [pustur@yandex.ru](mailto:pustur@yandex.ru); Приборостроительная, 35, Орёл, 302034; р.т.: +7(486)254-13-25.

**Батенков Александр Александрович** — д-р техн. наук, профессор, научный сотрудник, Орловский филиал института проблем информатики Российской академии наук (ИПИ РАН). Область научных интересов: статистическая теория связи, модели и методы обработки сигналов. Число научных публикаций — 110. [batenkov1957@mail.ru](mailto:batenkov1957@mail.ru); Московское шоссе, 137, Орёл, 302025; р.т.: +79038831183.

K.A. BATENKOV, A.A. BATENKOV  
**ANALYSIS AND SYNTHESIS OF COMMUNICATION NETWORK  
STRUCTURES ACCORDING TO THE DETERMINED STABILITY  
INDICATORS**

*Batenkov K.A., Batenkov A.A. Analysis and Synthesis of Communication Network Structures According to the Determined Stability Indicators.*

**Abstract.** When solving problems related to the analysis and synthesis of communication networks for stability, a special place is simple and easy to understand indicators, weakly linked to the classical concept of exit probability from a state of health. Such deterministic indicators of stability (connectedness, a couple of connections, linear functional connectivity, the number of spanning trees) allow, albeit very approximately, to solve a complex of tasks related to the assessment of the reliability and survivability complex networks. Due to the rather simple analytical form of a linear functional connectivity for the synthesis of structures, it is possible to use the analytical method presented in the work. In this general formulation for the synthesis of connected graphs is formulated as the maximization of the linear functional connectivity for all possible graphs with a given number of edges, vertices, and with fixed values of their weighting coefficients. In general, the deterministic indicators are characterized by a rather serious drawback, which is manifested in the inability to take into account the peculiarities of the functioning of individual communication lines. In addition, for structures of general type, where the expression of the linear functional is not reduced to an analytical form, the constructiveness of such an indicator of connectivity of structures of communication networks (graphs) is less pronounced. In theoretical studies on structures of general type, the linear functional is weakly correlated with already existing concepts (for example, with edge connectivity). Therefore, despite the fact that it, as an indication of connectivity (reliability), can be used to evaluate any structure, in the study of structures of general type, it is more rational to use such indicators of connectivity, which are still in any way consistent with the principles used in graph theory.

**Keywords:** network graph structure, a deterministic indicators of stability, connectivity, pair of connections, linear functional connectivity, the number of spanning trees.

**Batenkov Kirill Aleksandrovich** — Ph.D., Dr. Sci., researcher, The Academy of Federal Security Guard Service of the Russian Federation. Research interests: statistical communication theory, models and methods of signal processing, communications network quality analysis. The number of publications — 150. [pustur@yandex.ru](mailto:pustur@yandex.ru); 35, Priborostroitel'naya Street, Orel, 302034, Russia; office phone: +7(486)254-13-25.

**Batenkov Aleksandr Aleksandrovich** — Ph.D., Dr. Sci., professor, researcher, Orel branch of The Institute of Informatics Problems of the Russian Academy of Sciences (IPI RAN). Research interests: statistical communication theory, models and methods of signal processing. The number of publications — 110. [batenkov1957@mail.ru](mailto:batenkov1957@mail.ru); 137, Moskovskoe sh., Orel, 302034, Russia; office phone: +79038831183.

## References

1. Foreman J.W. Data smart: *Using data science to transform information into insight*. John Wiley & Sons. 2013. 432 p. (Russ. ed.: Forman Dzh. *Mnogo cifr: Analiz bol'shikh dannyh pri pomoshchi Excel*. M.: Al'pina Publisher. 2016. 464 p.).

2. Ostroumova L.A. [The expectations k-th incoming vertex degrees of random graphs in Bollobasha-Riordan model]. *Trudy Moskovskogo fiziko-tehnicheskogo instituta – Proceedings of Moscow Institute of Physics and Technology (State University)*. 2012. Issue 4. vol. 1(13). pp. 29–40. (In Russ.).
3. Lakeev A.V. *Elementy teorii obyknovennykh grafov* [Elements common graph theory]. Irkutsk: Izd-vo IGU. 2014. 83 p. (In Russ.).
4. Kolganov A.S. [Parallel implementation of the search algorithm of minimum spanning Dere-vev using the CPU and GPU]. *Parallel'nye vychislitel'nye tekhnologii (PaVT'2016)* [Parallel computing technology]. 2016. pp. 530–543. (In Russ.).
5. Batenkov K.A. [General approaches to the analysis and synthesis of structures of communication networks]. *Sovremennye problemy telekommunikacij: materialy Rossijskoj nauchno-tehnicheskoy konferencii* [Modern problems of telecommunications: materials of Russian scientific-technical conference]. 2017. pp. 19–23. (In Russ.).
6. Batenkov K.A. [To the question of assessing the reliability of bipolar and multipolar networks]. *Sovremennye problemy radioelektroniki: sb. nauch. tr.* [Modern problems of radio electronics: collection of scientific papers]. Krasnoyarsk: Sib. Feder. Univ. 2017. pp. 604–608. (In Russ.).
7. GOST R 53111–2008. [Stability of the public communication network. Requirements and verification methods]. M.: Standardinform. 2009. 16 p. (In Russ.).
8. Batenkov K.A. *Ustojchivost' setej svyazi* [Network stability]. Orel: Akademiya FSO Rossii. 2017. 277 p. (In Russ.).
9. Dudnik B.Ya., Ovcharenko V.F. *Nadezhnost' i zhivuchest' sistem svyazi* [The reliability and survivability of communication systems]. Moskva: Radio i svyaz'. 1984. 216 p. (In Russ.).
10. Oboskalov V.P. *Structural reliability of electric power systems* [Structural reliability of electric power systems]. Ekaterinburg: UrFU. 2012. 194 p. (In Russ.).
11. *Optimizaciya struktur setevykh modelej. Pod red. A.A. Kolesnikova* [Optimisation of the structures network models. Edited by A.A. Kolesnikov]. Leningrad: VAS. 1987. 101 p. (In Russ.).
12. Harary F. *Graph Theory*. Addison-Wesley Pub. Co. 1969. 274 p. (Russ. Ed.: Harary F. *Teoriya grafov*. M.: Editorial URSS. 2003. 296 p.).
13. Kalofolias S.V., Bresson X., Bronstein M.M., Vandergheynst P. Robust principal component analysis on graphs. *CoRR*. vol. abs/1504.06151. 2015. Available at: <http://arxiv.org/abs/1504.06151> (accessed: 28.10.2017).
14. Batenkov K.A. [Numerical characteristics of the structures of communication networks]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2017. vol. 4(53). pp. 5–28. (In Russ.).
15. Bollobás B., Riordan O., Spencer J., Tusnády G. The degree sequence of a scale-free random graph process. *Random Structures Algorithms*. 2001. vol. 18. no. 3. pp. 279–290.
16. Grechnikov E.A. An estimate for the number of edges between vertices of given degrees in random graphs in the Bollobás–Riordan model. *Moscow Journal of Combinatorics and Number Theory*. 2011. vol. 1. no. 2. pp. 40–73.
17. Drinea E., Enachescu M., Mitzenmacher M. Variations on random graph models for the web. Harvard Computer Science Group Technical Report TR-06-01. 2001.
18. Egunov M. M., Shuvalov V. P. [Analysis of the structural reliability of the transport network]. *Vestnik SibGUTI – Herald of SibGUTI*. 2012. vol. 1. pp. 54–60. (In Russ.).
19. Tsitsiashvili G.Sh. Complete calculation of disconnection probability in planar graphs. *Reliability: Theory and Applications*. 2012. vol. 1. no. 1. pp. 154–159.
20. Tutte W.T. *Graph Theory*. Addison-Wesley Pub. Co. 1984. 233 p. (Russ. Ed.: Tutte W. T. *Teoriya grafov*. Moskva: Mir. 1988. 424 p.).
21. Christofides N. *Graph Theory: An Algorithmic Approach*. Academic Press. 1975. 400 p. (Russ. Ed.: Christofides N. *Teoriya grafov*. Moskva: Mir. 1978. 432 p.).
22. Bronstein I.I., Semendyaev K.L. *Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchihsya vtuzov* [Handbook of mathematics for engineers and students of technical universities]. M.: Nauka. GL. ed. Fiz.-Mat. lit. 1986. 544 p. (In Russ.).

А.В. ПАРШУТКИН, Д.В. ЛЕВИН, С.А. ЗАЙЦЕВ, А.В. ЕГИН  
**ПРИМЕНЕНИЕ СТРУКТУРНЫХ ПОМЕХ ДЛЯ ЗАЩИТЫ  
ИНФОРМАЦИИ ОТ УТЕЧКИ ПО КАНАЛУ ПОБОЧНЫХ  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ**

*Паршуткин А.В., Левин Д.В., Зайцев С.А., Егин А.В.* **Применение структурных помех для защиты информации от утечки по каналу побочных электромагнитных излучений.**

**Аннотация.** Работа посвящена рациональному выбору параметров формирования шумовых маскирующих и структурных помех в целях их совместного применения для защиты конфиденциальной информации от утечки по каналу побочных электромагнитных излучений средств отображения информации, использующих стандарт Digital Visual Interface (DVI).

В работе отражены особенности имитационного моделирования воздействия шумовых и структурных помех системы активного зашумления на квазиоптимальный приемник технического средства перехвата информации. Представлен порядок образования импульсных компонент побочных электромагнитных излучений, возникающих при передаче видеоданных по стандарту DVI, а также отдельных составляющих структурных помех. Отмечено, что именно в режиме вывода информации на экран монитора возникают наиболее широкополосные и многократно повторяющиеся побочные электромагнитные излучения, совпадающие с частотой кадровой развертки устройств видеотракта.

Задан показатель оценивания результативности применения структурных помех при решении задачи защиты информации от утечки по каналу побочных электромагнитных излучений — вероятность ошибочного распознавания цвета блока графической информации. Приведены зависимости изменения показателя результативности от количества кадров изображения, накапливаемых в техническом средстве перехвата побочных электромагнитных излучений, и показана его связь с отношением сигнал/шум по амплитуде на входе технического средства перехвата.

По результатам имитационного моделирования проведено оценивание результативности применения структурных помех в системах активного зашумления. Выявлена целесообразность использования структурных помех при защите конфиденциальной информации от утечки по каналу побочных электромагнитных излучений средств отображения информации со стандартом DVI. Показана возможность снижения суммарной мощности излучения средства активного зашумления по сравнению с традиционно используемыми шумовыми маскирующими помехами.

**Ключевые слова:** структурные помехи, побочные электромагнитные излучения, система активного зашумления, техническая защита информации, технические каналы утечки информации, стандарт DVI.

**1. Введение.** При обработке информации на персональных электронно-вычислительных машинах (ПЭВМ) возникают технические каналы утечки данных, среди которых стоит отметить побочные электромагнитные излучения (ПЭМИ) средств отображения информации, а также наводки информативных сигналов в линиях электропитания, цепях заземления и соединительных линиях вспомогательных технических средств и систем. При выводе информации на экран монитора возникают наиболее широкополосные и

многократно повторяющиеся с частотой кадровой развертки ПЭМИ устройств видеотракта. С точки зрения обеспечения требуемого уровня технической защиты конфиденциальной информации именно при этом режиме функционирования ПЭВМ является наиболее уязвимой [1-3].

В современных ПЭВМ высокоскоростная передача объемных видеоизображений на цифровые средства отображения, такие как жидкокристаллические мониторы и проекторы, в основном осуществляется по стандарту Digital Visual Interface (DVI) [4, 5]. При обработке в ПЭВМ конфиденциальной информации необходимо проводить мероприятия технической защиты информации, направленные на снижение качества функционирования технических средств перехвата ПЭМИ, обусловленных особенностями работы стандарта DVI средств отображения информации [6, 7].

Для защиты информации от утечки по каналу ПЭМИ применяются мощные генераторы шума. При наложении ограничений по мощности допустимого излучения активных помех в современных системах активного зашумления используется совместное применение маскирующих (шумовых) и имитирующих (структурных) помех [8, 9]. Поэтому исследования процессов воздействия активных структурных помех на технические средства перехвата широкополосных ПЭМИ средств отображения, использующих стандарт DVI, являются актуальными.

Исследование воздействия различных помех на технические средства перехвата ПЭМИ современных средств отображения информации, использующих цифровые технологии передачи данных, невозможно без детального ознакомления с особенностями формирования информативных сигналов ПЭМИ. Теоретический анализ и математическое описание дуэльной ситуации взаимодействия средства перехвата ПЭМИ и системы активного зашумления представлены в работах [7-9].

Для защиты информации от утечки по каналу ПЭМИ широко используются средства активного зашумления с широкополосными шумовыми помехами. Однако при наличии близко размещенных радиоприемных систем эфирного телевидения, средств дальней и спутниковой связи, средств высокоскоростной беспроводной передачи данных возникают проблемы электромагнитной совместимости.

Развитию способов защиты информации от утечки по каналам ПЭМИ посвящены научные труды Маркуса Г. Куна [10], А.А. Хорева [1, 11, 12], В.Б. Авдеева [13-16], А.Б. Таранова [4] и других авторов. Однако вопросы совместного применения шумовых маскирующих и структурных помех в условиях ограничений на суммарную мощность излучения активных помех для обеспечения

электромагнитной совместимости со средствами беспроводной передачи данных ранее не рассматривались.

Цель настоящей статьи заключается в рациональном выборе на основе результатов имитационного моделирования параметров совместного применения активных структурных и шумовых помех при технической защите конфиденциальной информации от утечки по каналу ПЭМИ средств отображения, использующих стандарт DVI, при заданном допустимом уровне суммарной мощности помех.

**2. Моделирование воздействия шумовых маскирующих и структурных помех на технические средства перехвата побочных электромагнитных излучений средств отображения информации.** На основе комплексной математической модели системы активного зашумления, представленной в работах [7-9], проведено моделирование воздействия шумовых и структурных помех на квазиоптимальный приемник технического средства перехвата ПЭМИ средств отображения, использующих стандарт DVI. Структура имитационной модели воздействия помех на средство перехвата сигналов ПЭМИ приведена в работе [8].

*Моделирование системы активного зашумления* заключалось в формировании шумовых маскирующих и структурных помех. Шумовые маскирующие помехи представлялись массивами независимых отсчетов нормального распределения с нулевым математическим ожиданием. При этом уровень каждого независимого отсчета соответствовал величине отношения сигнал/шум по амплитуде  $q_{с/ш}$ . Текущее значение  $q_{с/ш}$  определялось через отношение сигнал/шум по амплитуде  $q_{с/ш} = A_{пэми} / \sigma_{шп}$ , где  $A_{пэми}$  — средняя амплитуда сигнала ПЭМИ на входе приемного устройства средства перехвата;  $\sigma_{шп}$  — среднеквадратическая ошибка (СКО) амплитуды шумовой маскирующей помехи [7]. При накоплении сигнала ПЭМИ, формируемого в результате выведения на экран монитора одного пиксела или кадра изображения, на входе приемного устройства средства перехвата будет сформирована совокупность независимых отсчетов шумовой помехи, имеющих нормальный закон распределения [9].

Моделирование воздействия структурных помех на приемное устройство средства перехвата ПЭМИ заключалось в формировании повторяющейся пачки импульсов, обладающей высокой степенью сходства по структуре с сигналом ПЭМИ, возникающего в результате выведения одного кадра изображения на экран монитора. При формировании каждого отдельного импульса структурной помехи фиксировались его амплитуда  $g_{сп}$  и вероятность появления  $P_{сп}$ . При этом амплитуда и длительность  $\tau_{и}$  отдельного импульса структурной помехи на

15-20 % превышала среднюю амплитуду сигнала ПЭМИ и длительность видеопульса стандарта DVI соответственно. Сформированная пачка импульсов структурной помехи на всем интервале ее излучения оставалась неизменной, а вероятность появления отдельного импульса задавалась нормальным законом распределения (рисунок 1).

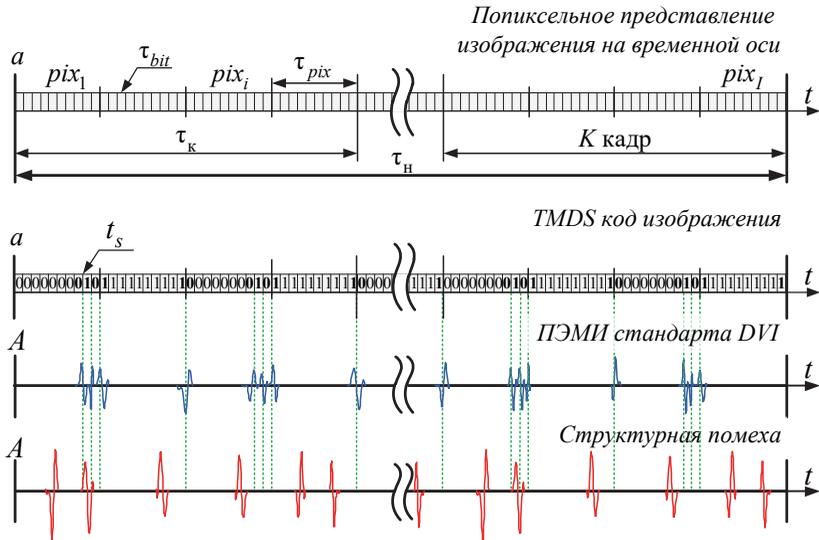


Рис. 1. Принцип формирования импульсов ПЭМИ и импульсных компонент структурной помехи

На рисунке 1 введены следующие обозначения:  $pix_i$  —  $i$ -й пиксель изображения,  $i \in (1, I)$ ;  $\tau_{pix}$  — длительность одного пикселя;  $\tau_{bit}$  — длительность бита информации;  $\tau_k$  — длительность одного кадра изображения;  $\tau_n$  — длительность накопления сигнала ПЭМИ средством перехвата;  $t_c$  — момент изменения битового символа;  $a$  — символы TMDS кода;  $A$  — амплитуда радиосигнала;  $t$  — время.

Период повторения пачки импульсов структурной помехи жестко связывался с частотой кадровой развертки средства отображения информации. Поэтому для синхронизации следования импульсов структурных помех и импульсов ПЭМИ обеспечивалось их согласование по тактовой частоте следования битов информации  $f_{\text{ТАКТ}}$  в DVI стандарте [8].

В итоге на входе средства перехвата сигнала ПЭМИ создавалась пачка импульсов, превышающих по амплитуде импульсы битовой

последовательности полезных сигналов (т.е. сигналов каналов цветности при передаче данных по стандарту DVI) [8]. И поскольку пачка импульсов структурной помехи оставалась неизменной при накоплении сигнала ПЭМИ, формируемого в результате выведения на экран монитора множества кадров изображения, структурная помеха накапливалась также эффективно, как и информативный сигнал.

При моделировании приемника технического средства перехвата ПЭМИ предполагалось, что на его входе будет сформирована аддитивная смесь сигнала ПЭМИ, возникающего в результате передачи неизвестного фрагмента двухцветного изображения на средства отображения информации по стандарту DVI, с шумовыми маскирующими и структурными помехами системы активного зашумления (рисунок 2).

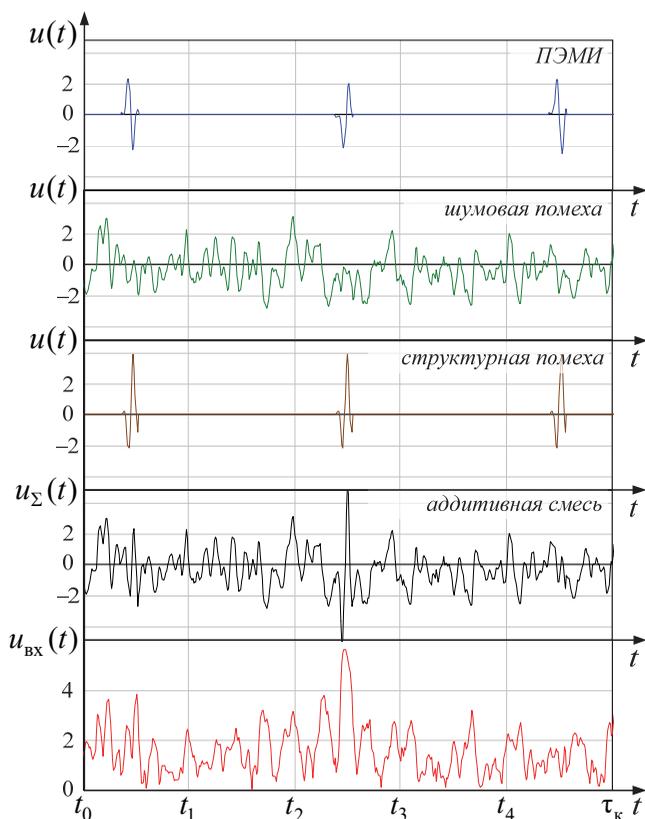


Рис. 2. Временное представление сигнала ПЭМИ, шумовой помехи, структурной помехи и аддитивной смеси сигнала ПЭМИ и помех

Приемным устройством средства перехвата ПЭМИ неизвестного двухцветного изображения в условиях воздействия шума и структурных помех являлся двухканальный некогерентный коррелятор с адаптивным к характеристикам сигнала и помех решающим устройством. В его каждом канале приема осуществлялась корреляционная обработка информативного сигнала и активных помех. При этом в качестве опорного сигнала использовался сигнал ПЭМИ, формируемого при выведении на экран монитора фрагмента изображения заданного цвета. Решающее устройство реализовывало адаптивное принятие решений в зависимости от мощности активных помех на входе приемного устройства средства перехвата ПЭМИ [17, 18].

Выделение огибающей аддитивной смеси информативного сигнала и активных помех осуществлялось на основе использования преобразования Гильберта [19]. Так, для определения текущей амплитуды сигнала (аддитивной смеси сигнала ПЭМИ с шумовой и структурной помехами) использовалось следующее выражение:

$$u_{\Sigma}(t) = \sqrt{u_{\Sigma}^2(t) + \delta u_{\Sigma}^2(t)}, \quad (1)$$

где  $u_{\Sigma}(t)$  — аддитивная смесь сигнала ПЭМИ со структурной и шумовой помехами;  $\delta u_{\Sigma}(t)$  — сигнал, сопряженный по Гильберту с сигналом  $u_{\Sigma}(t)$ .

После корреляционной обработки в имитационной модели формируется массив значений взаимной корреляционной функции  $R$  аддитивной смеси информативного сигнала и помех с опорным сигналом каждого приемного канала (т.е. с опорным сигналом ПЭМИ, выводимого на экран монитора фрагмента изображения заданного цвета). В каждом канале приемника перехвата ПЭМИ отклик коррелятора сравнивался с пороговым значением. Для выбора опорного сигнала ПЭМИ в каждом канале приема, использовалась пачка импульсов, соответствующих переходам из «0» в «1» и обратно TMDS кода прямоугольного блока графической информации, заданного цвета. Такой подход позволил получить дополнительный энергетический выигрыш от накопления сигнала в корреляторе при снижении разрешения восстанавливаемого изображения [4, 7, 10].

При поблочной идентификации отображаемого двухцветного изображения в решающем устройстве по максимуму значения корреляционного пика определялся цвет области изображения, выводимой на экран монитора. Сигналы ПЭМИ фрагмента изображения черного и белого цветов размером в один пиксел, а также опорные сигналы приемного устройства, настроенного на перехват

ПЭМИ, формируемого в результате выведения черного и белого пиксела на экран монитора, представлены на рисунке 3.

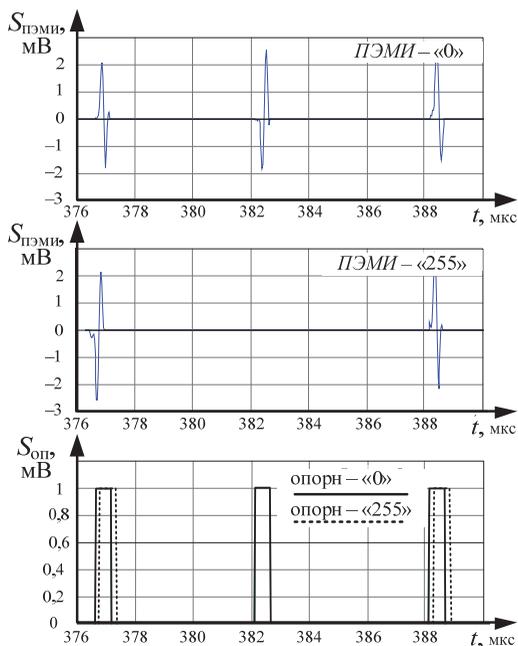


Рис. 3. Импульсы сигналов ПЭМИ черного «0» и белого цветов «255» и импульсы опорных сигналов в двух каналах коррелятора приемника технического средства перехвата ПЭМИ

При двухканальной корреляционной обработке в техническом средстве перехвата ПЭМИ выведение на экран монитора изображения, состоящего из двух цветов, приводило к формированию на выходе каждого канала коррелятора двух взаимных корреляционных функций. Поэтому при анализе работы приемника в целом требовалось исследовать параметры четырех таких функций.

В условиях отсутствия помех взаимные корреляционные функции сигналов ПЭМИ, формируемых при выведении на экран монитора прямоугольных фрагментов изображения из 16 пикселей одного цвета (черного или белого) с опорными сигналами заданных цветов в каждом канале коррелятора, приведены на рисунке 4.

Для оценивания результативности применения структурных помех при решении задачи защиты информации от утечки по каналу ПЭМИ выбран показатель  $P_{\text{ош}}$  — вероятность ошибочного

распознавания цвета блока графической информации. Оценивание  $P_{\text{ош}}$  проводилось путем обработки результатов многократных статистических испытаний с последующим анализом эмпирических плотностей распределения корреляционных пиков  $R(\tau)$  взаимных корреляционных функций аддитивных смесей сигналов ПЭМИ и активных помех с опорными сигналами ПЭМИ, формируемых в результате выведения на экран монитора фрагментов изображений заданных цветов [9].

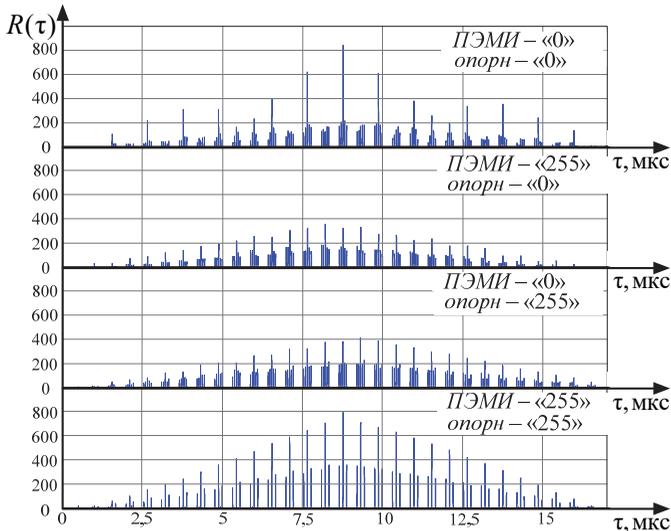


Рис. 4. Взаимные корреляционные функции смесей сигналов ПЭМИ с опорными сигналами черного и белого цветов

Величины корреляционных пиков  $R(\tau)$  в каждом канале коррелятора являются случайными, поскольку при проведении многократных статистических испытаний изменяются независимые отсчеты шумовых маскирующих помех и отдельные импульсные компоненты структурных помех. Фиксированными величинами в статистических испытаниях задаются такие параметры, как количество кадров изображения  $N_k$ , в результате выведения которых формируется сигнал ПЭМИ, и отношение сигнал/шум по амплитуде  $q_{\text{с/ш}}$ .

**3. Статистическая обработка результатов имитационного моделирования.** Накопление и обработка результатов имитационного моделирования позволили при проведении многократных

статистических испытаний получить эмпирические плотности распределений  $R(\tau)$  корреляционных пиков взаимных корреляционных функций аддитивных смесей сигналов ПЭМИ, шумовых и структурных помех с опорными сигналами ПЭМИ фрагментов изображений заданного цвета. Результатом одного статистического испытания при имитационном моделировании являлось формирование на выходе каждого из двух каналов приема значения  $R$ .

При моделировании полагалось, что элементарный блок графической информации является фрагментом черно-белого изображения. Поэтому в каждом канале приемника технического средства перехвата ПЭМИ будет приниматься решение о приеме сигнала черного (первого) или белого (второго) цветов.

При проведении многократных статистических испытаний в каждом канале приемника технического средства перехвата ПЭМИ формировались два множества значений случайной величины  $R$ . Каждое из указанных множеств разделялось на два подмножества, соответствующих цвету принимаемого средством перехвата ПЭМИ в отдельном канале приемного устройства. Элементы сформированных в разных каналах приемника множеств значений  $R$  проходили процедуру центрирования относительно математического ожидания полученного множества.

Моделирование показало, что код яркости, подлежащий обнаружению при перехвате ПЭМИ, с точки зрения оптимального обнаружения является энергетическим параметром. Это связано с тем, что для разных кодовых последовательностей меняется не только местоположение импульсов ПЭМИ на временной оси, но и их количество [7, 17, 20, 21]. Поэтому при обработке целесообразно использовать нормировку к мощности обрабатываемого и опорного сигналов [22]. Фактически необходимо использовать не взаимную корреляционную функцию, а коэффициент взаимной корреляции следующего вида:

$$r_{ij} = \frac{R_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j}, \quad (2)$$

где  $R_{ij}$  — значение корреляционного пика взаимной корреляционной функции аддитивной смеси сигнала ПЭМИ и помех в  $i$  канале коррелятора с опорным сигналом  $j$  цвета;  $\sigma_i, \sigma_j$  — СКО опорного сигнала коррелятора  $j$  цвета и аддитивной смеси сигнала ПЭМИ и активных помех, поступающих на вход  $i$  канала коррелятора.

Распознавание цвета блока графической информации, выводимой на средство отображения информации, по перехваченному сигналу ПЭМИ основано на использовании оптимальной схемы различения детерминированных неортогональных сигналов с вычитанием откликов двух корреляторов [18, 20]. Применение указанной схемы распознавания сигналов позволяет выполнить переход в пространство одномерной случайной величины  $\delta r_j$  путем вычисления разности следующего вида [22]:

$$\delta r_j = r_{1j} - r_{2j}. \quad (3)$$

Отклики корреляторов  $r_{1j}$  и  $r_{2j}$  на сигнал одного цвета  $j$  являются независимыми, поэтому плотность распределения одномерной случайной величины  $p_j(\delta r)$ , представленной выражением (3), определяется по следующей формуле [17]:

$$p_j(\delta r) = \int_{-\infty}^{\infty} p_1(r_{2j} - \delta r_j) \cdot p_2(r_{2j}) dr_{2j}. \quad (4)$$

Входными данными блока статистической обработки результатов имитационного моделирования являлись две выборки случайной величины  $\delta r$ , характеризующие цвет блока графической информации.

Массивы сформированных одномерных случайных величин  $\delta r_j$  двухцветной модели перехваченного сообщения обрабатывались следующим образом. Для определения диапазона изменений случайной величины  $\delta r$  в массиве полученных значений определялись минимальное и максимальное значения. По количеству статистических испытаний  $N_{\delta r}$ , проводимых при имитационном моделировании, по формуле Стерджесса  $k = 3,22 \cdot \lg N_{\delta r}$  определялось количество разбиений диапазона изменения случайной величины  $\delta r$  [23].

Диапазон изменения случайной величины  $\delta r$  разделялся на  $k$  равных промежутков, в пределах которых подсчитывалось количество реализаций случайной величины  $\delta r$  [23]. Для определения эмпирических частот случайной величины  $\nu(\delta r)$  количество попаданий в заданные интервалы нормировалось относительно общего числа проводимых статистических испытаний. На основе вычисленных эмпирических частот случайной величины строились гистограммы распределений.

Гистограммы представляли собой ступенчатые функции изменения эмпирической частоты выпадения значений  $v(\delta r)$  от среднего значения интервала разбиения возможных значений  $\delta r$  (рисунок 5).

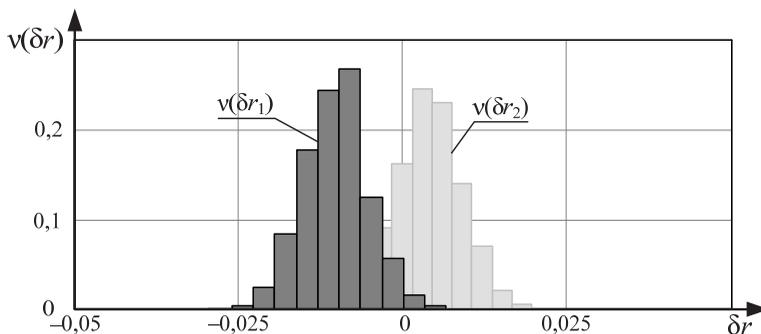


Рис. 5. Гистограммы распределений относительных частот корреляционных пиков сигналов ПЭМИ с белым гауссовским шумом  $v(\delta r_{1j})$  и опорным сигналом первого цвета

Для множества значений срединных точек и эмпирических частот выпадения значений  $v(\delta r)$  проводилось сглаживание результатов на заданном интервале возможных значений  $\delta r$ . Для получения эмпирической плотности распределения случайной величины  $p(\delta r)$  проводилось их нормирование относительно площади подынтегральной функции [23]. Результатом статической обработки являлись эмпирические плотности распределений случайной величины, характеризующей по принятому средству перехвата сигналу ПЭМИ цвет блока графической информации выводимой на экран монитора.

При статистической обработке результатов имитационного моделирования выполнялся переход многомерной случайной величины, характеризующей цвет блока графической информации по перехваченному сигналу ПЭМИ, в область одномерных случайных величин, а затем на основе заданного критерия распознавания цвета принималось решение о цвете фрагмента неизвестного изображения.

**4. Обоснование выбора параметров структурных помех системы активного зашумления.** Для рационального подбора состава параметров формирования структурных помех разработана имитационная модель, представленная в работе [8]. При имитационном моделировании предполагалось, что для снижения качества функционирования технического средства перехвата ПЭМИ используется система активного зашумления (САЗ), формирующая

шумовые маскирующие и структурные помехи. Для определения области применения только шумовых маскирующих помех проведено оценивание влияния отношения средней амплитуды сигнала ПЭМИ к среднеквадратической ошибке (СКО) шумовых маскирующих помех  $q_{c/ш}$  на показатель  $P_{ош}$  — вероятность ошибочного распознавания цвета блока графической информации (рисунок 6).

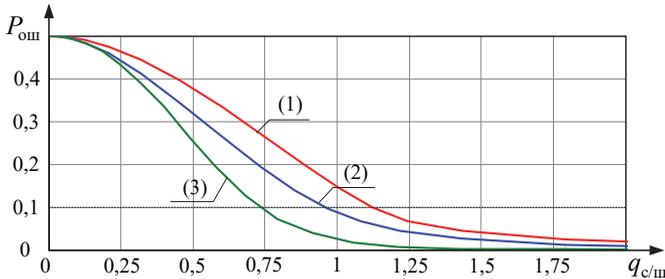


Рис. 6. Влияние шумовых маскирующих помех на вероятность ошибочного восстановления блока графической информации (1 – 5 кадров; 2 – 10 кадров; 3 – для 30 кадров)

Анализ зависимостей, представленных на рисунке 6, показал, что фиксированный уровень вероятности  $P_{ош}$  достигается путем уменьшения отношения  $q_{c/ш}$  при увеличении длительности накопления полезного сигнала в приемном устройстве технического средства перехвата ПЭМИ. Рациональной областью применения шумовых маскирующих помех при обеспечении вероятности  $P_{ош}$  не ниже 0,4 является интервал, в котором  $q_{c/ш} \leq 0,3$ .

Для определения области рационального применения только структурных помех введено ограничение на использование шумовых маскирующих помех по показателю  $P_{ош}$  на уровне 0,1. Поэтому при исследовании результативности применения структурных помех для каждого варианта накопления сигнала в техническом средстве перехвата ПЭМИ (т.е. при выводе на экран монитора 5, 10 и 30 кадров изображения) использовалось индивидуальное фиксированное значение отношения  $q_{c/ш}$ . Для 5 кадров изображения  $q_{c/ш} = 0,99$ , для 10 кадров — 0,90, а для 30 кадров — 0,75.

Основными параметрами формирования структурных помех являются:

- вероятность появления импульсов структурной помехи  $P_{сп}$  ;
- коэффициент амплитуды структурной помехи  $g_{сп}$  .

Наиболее рациональными вариантами формирования структурных помех с точки зрения увеличения  $P_{\text{ош}}$  являются те, в которых вероятность появления импульсов структурной помехи  $P_{\text{сп}}$  сосредоточена в интервале от 0,4 до 0,8 (рисунок 7).

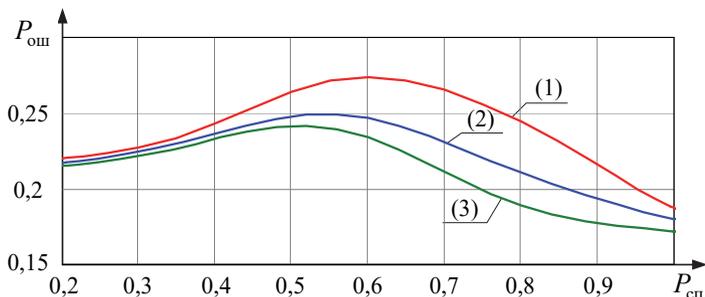


Рис. 7. Рациональный выбор вероятности появления компонент структурной помехи при контрольных отношениях  $q_{\text{с/ш}}$  (1 – для 5 кадров; 2 – для 10 кадров; 3 – для 30 кадров)

Для каждого выбранного варианта накопления сигнала ПЭМИ средством перехвата увеличение  $P_{\text{сп}}$  до значений близких к единице приводит к вероятностям  $P_{\text{ош}}$  не выше 0,2.

На основе результатов имитационного моделирования при исследовании результативности применения САЗ, формирующей шумовые маскирующие и структурные помехи, было принято: при накоплении 5 кадров изображения  $P_{\text{сп}} = 0,6$ , при накоплении 10 кадров изображения — 0,56, а при 30 кадрах — 0,53. При выбранных интенсивностях появления компонент структурной помехи были получены зависимости изменения  $P_{\text{ош}}$  от  $g_{\text{сп}}$  (рисунок 8).

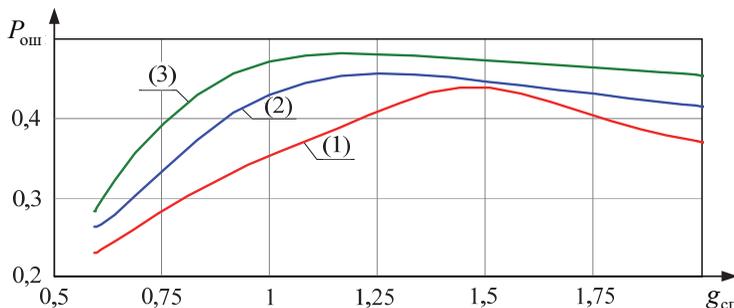


Рис. 8. Рациональный выбор коэффициента амплитуды структурной помехи (1 – для 5 кадров; 2 – для 10 кадров; 3 – для 30 кадров)

Анализ зависимостей, представленных на рисунке 8 показал, что при накоплении сигнала ПЭМИ при выводе на экран монитора 5 кадров изображения изменение коэффициента амплитуды структурной помехи  $g_{\text{сп}}$  на интервале от 0,50 до 1,44 приводит к увеличению  $P_{\text{ош}}$ . С увеличением  $g_{\text{сп}}$  до 2 происходит незначительное снижение  $P_{\text{ош}}$  от 0,37 до 0,30. Для 10 кадров изображения точкой экстремума является  $g_{\text{сп}} = 1,25$ . При значениях  $g_{\text{сп}}$ , превышающих 1,50, наблюдается снижение  $P_{\text{ош}}$  до 0,42. Для 30 кадров изображения  $g_{\text{сп}} = 1,20$ . Здесь важно отметить, что многократное превышение амплитуды структурной помехи над средней амплитудой сигнала ПЭМИ (т.е. в два раза, три раза и т.д.) может быть режектирована в приемном устройстве технического средства перехвата ПЭМИ [24, 25].

Каждому варианту накопления сигнала ПЭМИ подобрана пара основных параметров формирования структурных помех:

- для 5 кадров –  $P_{\text{сп}} = 0,60$  при  $g_{\text{сп}} = 1,44$ ;
- для 10 кадров –  $P_{\text{сп}} = 0,56$  при  $g_{\text{сп}} = 1,25$ ;
- для 30 кадров –  $P_{\text{сп}} = 0,53$  при  $g_{\text{сп}} = 1,20$ .

Для указанных вариантов формирования структурных помех проведено оценивание результативности применения САЗ по показателю  $P_{\text{ош}}$  (рисунок 9).

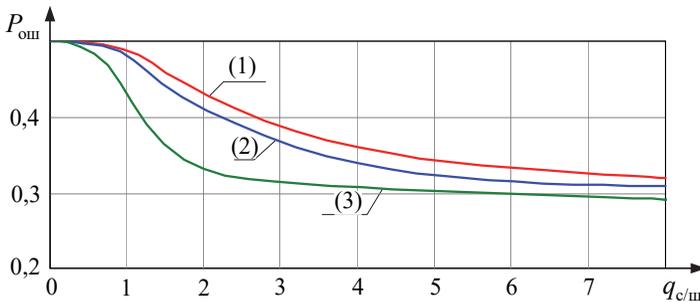


Рис. 9. Результативность применения структурных помех с рационально выбранными параметрами их формирования (1 – 5 кадров; 2 – 10 кадров; 3 – для 30 кадров)

Из рисунка 9 видно, что при рациональном подборе  $P_{\text{сп}}$  и  $g_{\text{сп}}$  для обеспечения требуемой вероятности ошибочного восстановления блока графической информации (например, по уровню  $P_{\text{ош}} = 0,30$ ) необходимо обеспечить отношение  $q_{\text{с/ш}}$  не более 6. При увеличении

длительности накопления полезного сигнала средством перехвата ПЭМИ вероятность появления импульсов структурной помехи стремится к 0,50, а коэффициент увеличения амплитуды структурной помехи к 1. Поэтому наиболее рациональным вариантом подбора параметров формирования структурных помех при накоплении сигнала ПЭМИ средств отображения информации, использующих стандарт DVI, средством перехвата является  $P_{\text{сп}} = 0,50$  и  $g_{\text{сп}} = 1$ .

**5. Оценивание результативности применения систем активного зашумления со структурными помехами при защите информации от утечки по каналу побочных электромагнитных излучений средств отображения информации со стандартом DVI.** В целях предотвращения утечки конфиденциальной информации по каналу ПЭМИ система активного зашумления должна сформировать на границе контролируемой зоны структурные помехи, равные по уровню информативному сигналу, и шумовые помехи, превышающие этот уровень в два раза [25]. Коэффициент энергетического выигрыша от применения структурных помех представлен на рисунке 10.

Исследования, проводимые авторами настоящей статьи, показали, что для обеспечения вероятности распознавания одного символа, отображаемого на экране монитора, не более 0,30, необходимо обеспечить вероятность правильного определения цвета блока изображения не меньше 0,68. Поэтому для обеспечения затруднения или полного исключения перехвата информации по каналу ПЭМИ при оценивании результативности применения САЗ выбирались такие варианты совместного применения структурных и шумовых помех, при которых обеспечивается вероятность ошибочного распознавания цвета блока изображения не менее 0,32.

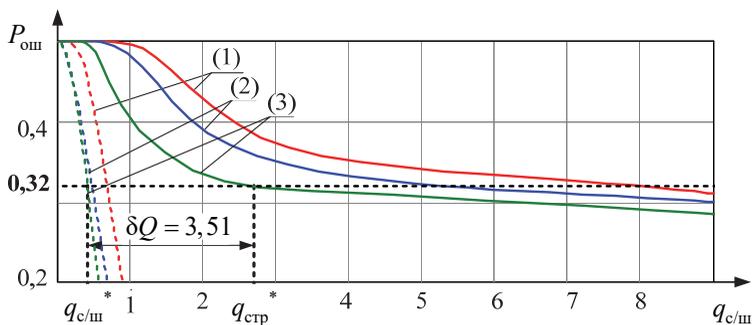


Рис. 10. Доля выигрыша  $\delta Q$  от применения структурных помех (1 – 5 кадров; 2 – 10 кадров; 3 – для 30 кадров)

При выборе параметров формирования структурных помех используется коэффициент амплитуды структурной помехи, поэтому для оценивания выигрыша применения совокупности структурных и шумовых помех необходимо выполнить пересчет выигрыша по  $q_{c/п}$ .

Отношение  $q_{c/п}$  мощности сигнала ПЭМИ по амплитуде к суммарной мощности шумовых и структурных помех можно представить через  $q_{c/ш}$  в следующем виде:

$$q_{c/п} = \frac{u_c}{u_{ш} + u_c g_{сп}} = \frac{1}{1/q_{c/ш} + g_{сп} q_{c/ш} / q_{c/ш}} = \frac{q_{c/ш}}{1 + g_{сп} q_{c/ш}}. \quad (5)$$

Для оценивания относительного выигрыша от применения структурных помех по сравнению с шумовыми помехами применяется следующий показатель:

$$\delta q = q_{c/п} / q_{c/ш}. \quad (6)$$

Учитывая, что  $\delta q$  параметр, формируемый по амплитуде, то для оценивания относительного выигрыша по мощности необходимо выполнить следующее преобразование  $\delta Q = \delta q^2$ . Относительный выигрыш (по мощности излучения) применения структурных помех  $\delta Q$  от числа кадров  $N_k$  при решении задачи защиты информации от утечки по каналу ПЭМИ представлен в таблице 1.

Таблица 1. Относительный выигрыш от применения структурных помех (по амплитуде и по мощности излучения)

$N_k$	$q_{c/ш}^*$	$q_{стр}^*$	$g_{сп}$	$q_{c/п}^*$	$\delta q$	$\delta Q$
5	0,54	7,99	1,44	0,64	1,18	1,40
10	0,49	5,41	1,25	0,69	1,39	1,96
30	0,33	2,29	1,20	0,61	1,87	3,51
100	0,31	3,39	1	0,77	2,49	6,21
600	0,12	0,63	1	0,39	3,23	10,41

Использование в системе активного зашумления структурных помех для технической защиты конфиденциальной информации от утечки по каналу ПЭМИ средств отображения информации, использующих стандарт DVI, позволило обеспечить значения коэффициента энергетического выигрыша в интервале от 2 до 10 раз (на

3-10 дБ) в зависимости от длительности накопления ПЭМИ при выводе на экран монитора заданного количества кадров изображения.

**6. Заключение.** Анализ совместного применения шумовых маскирующих и структурных помех при защите конфиденциальной информации от технических средств перехвата ПЭМИ показал, что существует возможность обеспечения требуемой результативности защиты информации при использовании в системах активного зашумления структурных и шумовых помех с меньшей суммарной мощностью по сравнению с мощностью существующих генераторов, использующих только шумовые помехи. Осуществлен рациональный подбор параметров формирования структурных помех для трех случаев накопления полезного сигнала средством перехвата (при выводе на экран монитора 5, 10 и 30 кадров изображения). Выявлено, что при увеличении длительности накопления полезного сигнала средством перехвата для решения задачи защиты информации от утечки по каналу ПЭМИ необходимо использовать следующие параметры формирования структурных помех: вероятность появления отдельного импульса — 0,5; коэффициент увеличения амплитуды структурной помехи в интервале от 1,2 до 1,5. Получены зависимости изменения вероятности ошибочного восстановления блока графической информации от отношения средней амплитуды сигнала ПЭМИ к СКО шумовых маскирующих помех. Приведены зависимости коэффициента энергетического выигрыша от количества накапливаемых техническом средстве перехвата ПЭМИ по сравнению с шумовыми помехами от количества кадров изображений, выводимых на устройства отображения стандарта DVI.

### Литература

1. *Хорев А.А.* Побочные электромагнитные излучения видеосистем средств вычислительной техники // Защита информации. Инсайд. 2014. № 1(55). С. 52–59.
2. *Бузов Г.А.* Защита информации ограниченного доступа от утечки по техническим каналам // М.: РиС. 2014. 586 с.
3. *Макаренко С.И.* Информационное противоборство и радиоэлектронная борьба в сетевых войнах начала XXI века: монография // СПб.: Научное издание. 2017. 546 с.
4. *Васечкин Е.А., Таранов А.Б.* Модель сигналов побочных электромагнитных излучений видеointерфейсов // Труды СПИИРАН. 2016. Вып. 4(47). С. 46–64.
5. *Pan X. et al.* Rotational micro-motion modulated jamming for countering ISAR based on intermittent sampling repeater // Progress In Electromagnetics Research. 2013. vol. 36. pp. 41–56.
6. *Вайц Е.В., Вайц В.Л., Грачева Ю.В.* Использование особенностей алгоритма кодирования интерфейса DVI в целях самомаскировки побочных электромагнитных излучений // Научный взгляд. Труды Международной научно-практической конференции. 2015. С. 218–222.

7. *Париуткин А.В., Егин А.В., Зайцев С.А.* Модель воздействия шумовых помех на оптимальный корреляционный приемник перехвата побочных электромагнитных излучений растровых систем отображения, использующих стандарт DVI // Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы. 2016. № 4. С. 127–133.
8. *Гусаров А.А., Егин А.В., Коновалов А.В., Левин Д.В.* Имитационная модель применения структурных помех в интересах обеспечения информационной безопасности систем обработки и отображения информации // Вопросы кибербезопасности. 2016. № 4(17). С. 45–53.
9. *Париуткин А.В., Левин Д.В., Егин А.В., Вознюк В.В.* Применение системы активного зашумления побочных электромагнитных излучений при передаче данных по стандарту DVI // Изв. высш. учебн. заведений: Приборостроение. 2017. Т. 60. № 1. С. 25–31.
10. *Kuhn M.G.* Compromising Emanations of LCD TV Sets // IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility. 2013. vol. 55. no 3. pp. 564–570.
11. *Хорев А.А.* Математическая модель обнаружения побочных электромагнитных излучений видеосистемы компьютера оптимальным приемником // Вопросы защиты информации. 2014. № 1(104). С. 65–71.
12. *Хорев А.А.* Экспериментальные исследования побочных электромагнитных излучений видеосистемы компьютера // Специальная техника. 2013. № 6. С. 39–62.
13. *Авдеев В.Б., Катруша А.Н.* Методика определения максимальной дальности перехвата побочного электромагнитного излучения при наклонных трассах его распространения // Специальная техника. 2014. № 5. С. 8–16.
14. *Авдеев В.Б.* Сравнительная оценка максимального допустимого и реально достигаемого уровней спектральной плотности напряженности полей помех, создаваемых средствами электромагнитного зашумления // Специальная техника. 2014. № 6. С. 13–17.
15. *Авдеев В.Б., Бердышев А.В., Щеголеватых А.С., Провоторов Г.Ф.* Оценки потенциальных дальностей деструктивных электромагнитных воздействий на технические средства обработки информации и необходимых уровней их защиты // Сб. тр. XXIII Международной научно-технической конф. «Радиолокация, навигация, связь». 2017. С. 1150–1157.
16. *Авдеев В.Б., Анищенко А.В.* Сравнительная оценка методических подходов к расчету отношения сигнал/шум в задачах контроля защищенности информации от утечки за счет побочных электромагнитных излучений // Специальная техника. 2016. № 1. С. 54–63.
17. *Крылова С.Л.* Исследование побочных электромагнитных излучений видеосистемы ПЭВМ в учебной лаборатории информационной безопасности // Научные труды SWORLD. 2014. Т. 18. № 2. С. 80–85.
18. *Тарусов В.А., Васечкин Е.А.* Подход к формированию компенсационных сигналов в цифровых видеоинтерфейсах технических средств обработки информации // Специальная техника. 2017. № 1. С. 16–22.
19. *Антипенский Р.В., Ложкин К.Ю., Поддубный В.Н.* Применение Гильбертовских сигналов в статистической радиотехнике // Воронеж. 2012. 162 с.
20. *Сухопаров М.Е., Лебедев И.С.* Анализ состояния информационной безопасности на основе побочного излучения электронных компонент // Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы. 2017. № 2. С. 92–98.
21. *Гуляйкин Д.А., Тарусов В.А., Шалагинов В.А.* Модель системы измерений побочных электромагнитных излучений // Вестник рязанского государственного радиотехнического университета. 2014. № 47. С. 62–67.
22. *Тихонов В.И., Харисов В.Н.* Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. 3-е изд. // М.: Горячая линия – Телеком. 2015. 608 с.

23. *Пучков Н.П.* Математическая статистика. Применение в профессиональной деятельности // Тамбов: Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ». 2013. 80 с.
24. *Wang L., Yu B.* Research on the compromising electromagnetic emanations from digital signals // Automatic Control and Artificial Intelligence (ACAI 2012). 2012. pp. 1761–1764.
25. *Королев М.В.* Методика расчета границ зоны защищенности информации при измерениях ПЭМИ в дальней волновой зоне источника излучения // Безопасность информационных технологий. 2013. № 1. С. 58–62.

**Паршуткин Андрей Викторович** — д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры систем и средств радиоэлектронной борьбы космического назначения, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: радиоэлектронная защита радиоэлектронных средств и систем, методы оценивания результативности помех и радиоэлектронных воздействий, методы создания интеллектуальных помех и защиты от них, методы и средства технической защиты информации. Число научных публикаций — 112. [andydc2010@mail.ru](mailto:andydc2010@mail.ru); ул. Ждановская, 13, Санкт-Петербург, 197198; р.т.: +7(812)347-95-35, Факс: +7(812)237-12-49.

**Левин Дмитрий Викторович** — к-т техн. наук, преподаватель кафедры систем и средств радиоэлектронной борьбы космического назначения, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: техническая защита информации. Число научных публикаций — 19. [dm.sovetnik@yandex.ru](mailto:dm.sovetnik@yandex.ru); ул. Ждановская, 13, Санкт-Петербург, 197198; р.т.: 7(812)347-95-35.

**Зайцев Сергей Александрович** — к-т техн. наук, доцент, доцент кафедры систем и средств радиоэлектронной борьбы космического назначения, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: техническая защита информации. Число научных публикаций — 28. [zaicev\\_s@mail.ru](mailto:zaicev_s@mail.ru); ул. Ждановская, 13, Санкт-Петербург, 197198; р.т.: +7(812)347-95-35.

**Егин Александр Валентинович** — соискатель кафедры систем и средств радиоэлектронной борьбы космического назначения, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: техническая защита информации. Число научных публикаций — 16. [post.1538.st@yandex.ru](mailto:post.1538.st@yandex.ru); СПб, ул. Ждановская, д. 13; р.т.: +7(812)347-95-35.

A.V. PARSHUTKIN, D.V. LEVIN, S.A. ZAYTSEV, A.V. EGIN  
**APPLICATION OF STRUCTURAL INTERFERENCE FOR DATA  
PROTECTION FROM INFORMATION LEAKAGE IN THE STRAY  
ELECTROMAGNETIC RADIATIONS CHANNEL**

---

*Parshutkin A.V., Levin D.V., Zaytsev S.A., Egin A.V.* **Application of Structural Interference for Data Protection from Information Leakage in the Stray Electromagnetic Radiations Channel.**

**Abstract.** This work is devoted to the rational choice of formation parameters for the masking noise and structural interference and their combined use for the protection of confidential information against leaks in the stray electromagnetic radiations channel of the displaying units using the DVI standard.

The work describes the simulation features of the influence of the interferences formed by the active jamming system on the quasioptimum receiver which serves as a tool for the interception. The principles of the pulse components formation in the stray electromagnetic radiations from displays based on the DVI standard-based video data transfer and specific pulse components of structural interference are presented. Noted that mode information output to the monitor screen have the broadband and repetitive stray electromagnetic radiations matching on frequency of the frame scan devices video path.

The indicator is set for the estimation of effectiveness of structural interference in the solution of the data protection problem from leakage through the channel of stray electromagnetic radiations — variations of the wrong color recognition probability in the block of graphic information. A detailed description is given for the dependences of the effectiveness indicator of structural interference on a number of frames of an image, accumulated in the technical tool for the interception of stray electromagnetic radiations, as well as for signal/noise to amplitude relation at the input of the technical interception tool.

On the basis of the simulation results we have evaluated the effectiveness of applying structural interference on active noise systems. Identified the feasibility of using structural interference with the protection of confidential information from leaking through the channel stray electromagnetic radiations means of information display the DVI standard. The advantages of decreased total output and power consumption by the active jamming devices are shown in comparison with the masking noise and traditional jamming methods.

**Keywords:** structural interference, stray electromagnetic radiation, active noise jamming system, data protection, technical information leakage channels, DVI standard.

---

**Parshutkin Andrey Viktorovich** — Ph.D., Dr. Sci., professor, professor of systems and electronic warfare systems for space applications department, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: electronic protection of electronic equipment and systems, methods of estimating the impact of noise and electronic influences, methods of creation of intellectual interference and protection, methods and means of technical protection of information. The number of publications — 112. andydc2010@mail.ru; 13, Zhdanovskaya street, St.-Petersburg, 197198, Russia; office phone: +7(812)347-95-35, Fax: +7(812)237-12-49.

**Levin Dmitriy Viktorovich** — Ph.D., lecturer of systems and electronic warfare systems for space applications department, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: technical protection of information. The number of publications — 19. dm.sovetnik@yandex.ru; 13, Zhdanovskaya street, St.-Petersburg, 197198, Russia; office phone: 7(812)347-95-35.

**Zaytsev Sergey Aleksandrovich** — Ph.D., associate professor, associate professor of systems and electronic warfare systems for space applications department, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: technical protection of information. The number of

publications — 28. zaicev\_s@mail.ru; 13, Zhdanovskaya street, St.-Petersburg, 197198, Russia; office phone: +7(812)347-95-35.

**Egin Aleksandr Valentinovich** — Ph.D. student of systems and electronic warfare systems for space applications department, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: technical protection of information. The number of publications — 16. post.1538.st@yandex.ru; 13, Zhdanovskaya street, St.-Petersburg, 197198, Russia; office phone: +7(812)347-95-35.

## References

1. Horev A.A. [Stray electromagnetic radiation of computer equipment video systems]. *Zachshita informatsii. Inside – Zašita informacii. Inside*. 2014. vol. 1 (55). pp. 52–59. (In Russ.).
2. Buzov G.A. *Zachshita informatsii ogranichenennogo dostupa ot utechki po tekhnicheskim kanalam* [Protection of restricted access information from leakage through technical channels]. Moscow: RiS Publ. 2014. 586 p. (In Russ.).
3. Makarenko S.I. *Informatsionnoe protivoborstvo i radioelektronnaya borba v setetsentricheskikh voynakh nachala XXI veka: monografiya* [Information warfare and electronic warfare to network-centric wars of the early XXI century: monograph]. SPb: Naukoemkie tekhnologii Publ. 2017. 546 p. (In Russ.).
4. Vasechkin E.A., Taranov A.B. [A model of signals of side electromagnetic radiation of video interfaces]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2016. vol. 4(47). pp. 46–64. (In Russ.).
5. Pan X. et al. Rotational micro-motion modulated jamming for countering ISAR based on intermittent sampling repeater. *Progress In Electromagnetics Research*. 2013. vol. 36. pp. 41–56.
6. Vayts E.V., Vayts E.V., Gracheva Yu.V. [The use of features of the encoding algorithm of the DVI interface in order to self-masking stray electromagnetic radiation]. *Nauchniy vzglyad. Trudy mezhdunarodnoy. nauchno-prakticheskoy konferentsii* [Science view. Proceeding of the International scientific conference: Collected papers]. Moscow: MGOU Publ. 2015. pp. 218–222. (In Russ.).
7. Parshutkin A.V., Egin A.V., Zaytsev S.A. [The model of jamming intercept stray electromagnetic radiation optimal receiver of raster display systems with DVI standart]. *Problemy informatsionnoy bezopasnosti. Kompyuternye sistemy – Information Security Problems. Computer systems*. 2016. vol. 4. pp. 127–133. (In Russ.).
8. Gusarov A.A., Egin A.V., Konovalov A.V., Levin D.V. [The simulation model of application structural interference in order to ensure information security of data processing and information display system]. *Voprosy kiberbezopasnosti – Cybersecurity issues*. 2016. vol. 4(17). pp. 45–53. (In Russ.).
9. Parshutkin A.V., Egin A.V., Voznuk V.V., Levin D.V. [Application of active noise system to side electromagnetic radiation when transmitting data in DVI standard]. *Izv. vyssh. uchebn. zavedenij: Priborostroenie – Proceedings of the higher educational institutions: Instrumentation*. 2017. Issue 60. vol. 1. pp. 25–31. (In Russ.).
10. Kuhn M.G. Compromising Emanations of LCD TV Sets. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*. 2013. vol. 55. no. 3. pp. 564–570.
11. Horev A.A. [Simulation model of computer vision system compromising electromagnetic emanations detection by optimal receiver]. *Voprosy zashchity informatsii – Information security questions*. 2014. vol. 1(104). pp. 65–71. (In Russ.).
12. Khorev A.A. [Experimental research of stray electromagnetic radiation of a computer video system]. *Spetsialnaya tekhnika – Special Equipment*. 2013. vol. 6. pp. 39–62. (In Russ.).

13. Avdeev V.B., Katrusha A.N. [A technique for definition of the maximum stray electromagnetic pickup range at inclined propagation paths]. *Spetsialnaya tekhnika – Special Equipment*. 2014. vol. 5. pp. 8–16. (In Russ.).
14. Avdeev V.B. [Comparative evaluation of maximum permissible and achievable spectral densities of the interference field strength in the presence of electromagnetic noise masking means]. *Spetsialnaya tekhnika – Special Equipment*. 2014. vol. 6. pp. 13–17. (In Russ.).
15. Avdeev V.B., Berdyshev A.V., Schegolevatykh A.S., Provotorov G.F. [Estimations of potential range destructive electromagnetic influence on technical facilities information handling and necessary level of their protection]. *Sb. tr. XXIII mezhdunarodnoy. nauchno-tekhnicheskoy konferentsii. «Radolokatsiya, navigatsiya, svyaz»* [XXIII International scientific and technical conference «Radiolocation, navigation, communications»]: Collected papers]. Voronezh: Velborn Publ. 2017. vol. 3. pp. 1150–1157. (In Russ.).
16. Avdeev V.B., Anishchenko A.V. [Comparative assessment of methodological approaches to calculation of the signal-to-noise ratio in the tasks of monitoring of information protection against the leakage through stray electromagnetic radiation]. *Spetsialnaya tekhnika – Special Equipment*. 2016. vol. 1. pp. 54–63. (In Russ.).
17. Krylova S.L. [Research of side electromagnetic radiation of the video system computer training laboratory information security]. *Nauchnye trudy SWORLD – Project SWorld*. 2014. Issue 18. vol. 2. pp. 80–85. (In Russ.).
18. Tarusov V.A., Vasechkin E.A. [An approach to compensating signal forming in digital video interfaces of information processing equipment]. *Spetsialnaya tekhnika – Special Equipment*. 2017. vol. 1. pp. 16–22. (In Russ.).
19. Antipenskiy R.V., Lozhkin K.YU., Poddubnyi V.N. *Primenenie Gilbertovykh signalov v statisticheskoy radiotekhnike* [Application of Hilbert signals in statistical radio engineering]. Voronezh. 2012. 162 p. (In Russ.).
20. Suhoparov M.E., Lebedev I.S. [Analysis of information security status based on adverse radiation of electronic components]. *Problemy informatsionnoy bezopasnosti. Kompyuternye sistemy – Information Security Problems. Computer systems*. 2017. vol. 2. pp. 92–98. (In Russ.).
21. Gulaikin D.A., Tarusov V.A., Shalaginov V.A. [Model of electromagnetic radiation measuring system]. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta – Vestnik of Ryazan state radioengineering university*. 2014. vol. 47. pp. 62–67. (In Russ.).
22. Tikhonov V.I., Kharisov V.N. *Statisticheskiy analiz i sintez radiotekhnicheskikh ustroystv i sistem 3 izd.* [Statistical analysis and synthesis of radio devices and systems: 3<sup>rd</sup> ed.]. Moscow: Goryachaya liniya – Telekom Publ. 2015. 608 p. (In Russ.).
23. Puchkov N.P. *Matematicheskaya statistika. Primenenie v professionalnoy deyatel'nosti* [Mathematical statistics: application in professional activity]. Tambov: TGTU Publ. 2013. 80 p. (In Russ.).
24. Wang L., Yu B. Research on the compromising electromagnetic emanations from digital signals. *Automatic Control and Artificial Intelligence (ACAI 2012)*. 2012. pp. 1761–1764.
25. Korolev M.V. [Method of calculation of the zone boundary protection of information in the far field radiation source]. *Bezopasnost informatsionnykh tekhnologiy – It Security*. 2013. vol. 1. pp. 58–62. (In Russ.).

С.А. ВРАЖЕВСКИЙ  
**МОДИФИЦИРОВАННЫЙ АЛГОРИТМ БЭКСТЕППИНГА С  
КОМПЕНСАЦИЕЙ ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ  
НЕЛИНЕЙНЫМИ ОБЪЕКТАМИ ПО ВЫХОДУ**

*Вражевский С.А. Модифицированный алгоритм бэкстеппинга с компенсацией возмущений для управления нелинейными объектами по выходу.*

**Аннотация.** Решается задача слежения для нелинейного объекта по выходу в условиях внешних ограниченных возмущений, недоступных для измерения. Объект управления описывается гладкими функциями, для которых может быть определена их относительная динамическая степень. Функция возмущений удовлетворяет условию Липшица. Используются стандартные модельные преобразования для перехода к описанию динамики объекта в ошибках. При синтезе алгоритма используется итеративная процедура с количеством шагов, равным показателю относительной динамической степени объекта. Предложенная система управления представляет собой робастную модификацию алгоритма обратного обхода интегратора и сохраняет его структуру. Ключевые изменения в алгоритме состоят в использовании метода вспомогательного контура для оценки и компенсации сигнала возмущения, а также в модельных преобразованиях, позволяющих уменьшить количество фильтров в системе управления. Метод вспомогательного контура дает возможность на каждом шаге синтеза алгоритма ввести в рассмотрение модель желаемой динамики ошибок слежения, что является основой для оценки величины возмущающего воздействия. Для оценки неизвестных сигналов и их производных используются известные наблюдатели с сильной обратной связью. Доказана сходимости ошибок слежения и наблюдения в замкнутой системе за конечное время с настраиваемой точностью, зависящей от величины возмущающих воздействий и параметров регулятора. Эффективность алгоритма подтверждена результатами компьютерного моделирования. Приведены графики работы предложенного метода и ближайшего аналога в режимах стабилизации и слежения, и представлены количественные показатели, позволяющие оценить качество регулирования. Практическая применимость метода рассмотрена на примере задачи управления лабораторным стендом «Twin Rotor MIMO System», который воспроизводит динамику винтокрылого летательного аппарата.

**Ключевые слова:** метод бэкстеппинга, метод вспомогательного контура, нелинейная система, робастное управление, компенсация возмущений, управление по выходу.

**1. Введение.** Метод бэкстеппинга (backstepping method, другие названия: метод обратного обхода интегратора, итеративные процедуры синтеза) широко известен в современной теории управления. Впервые он был предложен для решения задачи адаптивного управления нелинейными объектами по выходу [1]. На базе данного подхода получен ряд решений, обеспечивающих высокое качество переходных процессов без использования сильной обратной связи [2-4]. В работе [5] на основе бэкстеппинга предложен адаптивный и робастный регулятор для управления линейными объектами по выходу. В [6-10] метод распространен на различные классы нелинейных систем. Техническая реализация методов [2-10] сложна и не универсальна по отношению к

виду модели объекта управления, требует построения большого количества компонентов и фильтров.

В данной работе рассматривается модификация метода бэкстеппинга для управления нелинейными объектами по состоянию при воздействии на объект ограниченных внешних возмущений. Предложенный результат основан на использовании робастного метода вспомогательного контура, который был впервые представлен в работе [11]. Благодаря простоте синтеза и высокой эффективности в решении задач робастного управления метод вспомогательного контура стал основой для целого ряда решений в различных областях [12-15]. Использование вспомогательного контура для модификации метода бэкстеппинга впервые рассмотрено в работе [16]. В [17] показано, что данный подход в линейных системах позволяет добиться компенсации несогласованных возмущений (возмущений, которые присутствуют в уравнениях объекта, где не содержится сигнал управления). В статье также экспериментально показано, что оригинальный бэкстеппинг способен справиться с аналогичной задачей только в том случае, если возмущения будут доступны измерению, а для вспомогательного контура необходимо, чтобы возмущения были согласованными. В работе [18] доказана сходимости алгоритмов управления из [16, 17] для случая линейных объектов с запаздыванием по состоянию. В настоящей работе результаты [16-18] применяются для решения задачи управления нелинейным объектом по выходу.

Для работы с нелинейными объектами автором используются результаты, полученные в [19]. В статье [19] для алгоритма бэкстеппинга предложена модификация, которая существенно упрощает процесс синтеза системы управления за счет уменьшения числа используемых фильтров до одного с размерностью, равной относительной степени объекта управления (под относительной степенью линейного объекта управления понимается разность порядков знаменателя и числителя передаточной функции; для нелинейных объектов понятие относительной степени обобщено в [2]). По сравнению с аналогичными модификациями [5, 9], позволяющими снизить число необходимых фильтров относительно оригинала, данный подход обладает наименьшим показателем по числу фильтров в структуре системы управления.

Отличием данной работы от [19] является подход к синтезу системы управления, аналогичный [16-18], но с использованием параметризации, предложенной в [19]. Такой подход существенно повышает устойчивость замкнутой системы по отношению к внешним возмущениям и позволяет достичь универсальной по отношению к виду модели объекта управления структуры регулятора, а также использовать единственный фильтр состояния. В итоге система управления сохраняет преимущества подходов, положенных в ее основу, и лишена их не-

достатков, например, таких как использование сильной обратной связи в [19]. В разделе 6 показано, что алгоритм управления на основе модификации с использованием вспомогательного контура способен лучше компенсировать возмущающие воздействия при соизмеримых либо меньших амплитудах управляющих сигналов.

**2. Модель исследуемого объекта управления.** Рассмотрим нелинейный объект управления:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), \xi) + b(x(t), \xi)(u(t) + \varphi(x(t), t)), \\ y(t) &= h(x(t)), x(0) = x_0, t_0 = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x(t) \in X \subset R^n$  — вектор состояния,  $u(t) \in R$  — сигнал управления,  $y(t) \in Y \subset R$  — выходной сигнал, доступный измерению,  $t \in T \subset [0, \infty)$ ,  $f(x, \xi)$ ,  $b(x, \xi)$  и  $h(x)$  — гладкие функции соответствующих размерностей,  $\varphi(x, t)$  — функция неизмеряемых возмущающих воздействий, причем  $\varphi(x, t)$  ограничена либо ограниченная на множестве  $T$  и липшицева по  $x(t) \in X$ ,  $\xi \in \Xi$  — вектор неизвестных параметров,  $\Xi$  — известное ограниченное множество,  $x_0 \in X$  — вектор начальных условий.

Цель управления — синтезировать непрерывный закон управления, обеспечивающий выполнение целевого условия:

$$|y(t) - y_s(t)| < \delta, t > t_k, \quad (2)$$

где  $\delta > 0$  — допустимая точность регулирования,  $y_s(t)$  — эталонный сигнал (сигнал слежения), ограниченный вместе со своими производными,  $t_k > 0$  — время переходного процесса.

Синтез системы управления будем проводить в рамках следующих модельных предположений для объекта управления.

*Предположения:*

1. Для любых  $x(t) \in X$  и  $\xi \in \Xi$  в силу непрерывности функций  $f(x, \xi)$ ,  $b(x, \xi)$  и  $h(x)$  выполнены условия:

$$L_b h(x) = L_b L_f^1 h(x) = \dots = L_b L_f^{\gamma-1} h(x) = 0, \beta(x, \xi) = L_b L_f^\gamma h(x) > 0, \quad (3)$$

где  $L_f^1 h(x) = \frac{dh(x)}{dx} f(x, \xi)$ ,  $L_b h(x) = \frac{dh(x)}{dx} b(x, \xi)$  — производная Ли от функции  $h(x)$  по направлениям векторных полей  $f(x, \xi)$  и  $b(x, \xi)$  со-

ответственно;  $\gamma \leq n$ ,  $\gamma$  — относительная степень объекта управления [2]. При этом производные Ли высших порядков имеют вид:

$$L_f^2 h(x) = \frac{d(L_f^1 h(x))}{dx} f(x, \xi), \dots, L_f^k h(x) = \frac{d(L_f^{k-1} h(x))}{dx} f(x, \xi).$$

2. Функция  $c(x, \xi) = L_f^\gamma h(x)$  ограничена либо ограничена на множестве  $\Xi$  и липшицева по  $x \in X$ .

3. Существует функция  $\Phi^{-1}(x)$  такая, что:

$$\bar{x}(t) = \Phi(x(t)) = [y(t), \dot{y}(t), \dots, y^{(\gamma-1)}(t)]^T = [h(x), L_f^1 h(x), \dots, L_f^{\gamma-1} h(x)]^T. \quad (4)$$

**3. Модельные преобразования.** Воспользуемся известными модельными преобразованиями для перехода к модели объекта управления в ошибках [19]. Опираясь на предположение 1, продифференцируем уравнение выхода объекта управления  $\gamma$  раз:

$$p^\gamma y(t) = c(x, \xi) + \beta(x, \xi)(u(t) + \varphi(x, t)), \quad (5)$$

где  $p = d/dt$  — оператор дифференцирования. Уравнение ошибки  $e_1 = y(t) - y_s(t)$  можно преобразовать к виду:

$$p^\gamma e_1(t) = c(x, \xi) + \beta(x, \xi)(u(t) + \varphi(x, t)) - p^\gamma y_s(t). \quad (6)$$

Рассмотрим оператор  $Q_{\gamma-1}(p) = \sum_{i=0}^{\gamma-1} k_{\gamma-i} p^i$  такой, что полином  $Q(\lambda) = \lambda^\gamma + Q_{\gamma-1}(\lambda)$  — гурвицев,  $\lambda$  — комплексная переменная. Преобразуем (6) к виду:

$$Q(p)e_1(t) = u(t) + \psi(x, u, \xi, y_s, t), \quad (7)$$

где  $\psi(x, u, \xi, y_s, t)$  — функция параметрических и внешних возмущений вида:

$$\begin{aligned} \psi(x, u, \xi, y_s, t) = & c(x, \xi) + \beta(x, \xi)\varphi(x, t) + \\ & + (\beta(x, \xi) - 1)u(t) - p^\gamma y_s(t) + Q_{\gamma-1}(p)e_1(t). \end{aligned} \quad (8)$$

**4. Синтез системы управления.** С учетом (7) составим уравнение ошибки в виде:

$$e_1(t) = Q(p)^{-1}u(t) + Q(p)^{-1}\psi(x, u, \xi, y_s, t). \quad (9)$$

Рассмотрим фильтр [19]:

$$\dot{v}(t) = A_0 v(t) + lu(t), \quad (10)$$

где

$$v(t) = \begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ \vdots \\ v_\gamma(t) \end{bmatrix}^T, l = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, A_0 = \begin{bmatrix} -k_1 & & & \\ & -k_2 & & I_{\gamma-1} \\ & & \ddots & \\ & & & -k_\gamma & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}.$$

С учетом (10), преобразуем (9):

$$e_1(t) = v_1(t) + Q(p)^{-1} \psi(x, u, \xi, y_3, t). \quad (11)$$

Принимая во внимание (10), найдем производную (11) в виде:

$$\dot{e}_1(t) = -k_1 v_1(t) + v_2(t) + pQ(p)^{-1} \psi(x, u, \xi, y_3, t). \quad (12)$$

Обозначив  $\hat{f}_1 = c_1 e_1 + pQ(p)^{-1} \psi(x, u, \xi, y_3, t)$  в качестве новой функции возмущений, преобразуем (12) к виду:

$$\dot{e}_1(t) = -c_1 e_1(t) - k_1 v_1(t) + v_2(t) + \hat{f}_1. \quad (13)$$

Далее метод бэкстеппинга, если его непосредственно применять к модели (10), (13) для решения задачи (2), предполагает итеративную процедуру синтеза вспомогательных законов управления для каждого уравнения состояния и синтез реального закона управления на последнем шаге [1]. Если бы модель объекта (1) не содержала неизвестное возмущение  $\varphi(x(t), t)$ , то поставленную задачу можно было бы решить с использованием алгоритмов из [1, 16]. Обобщим алгоритм [16] на случай наличия  $\varphi(x(t), t)$  в (1). Применим процедуру бэкстеппинга синтеза закона управления [1]. В отличие от [1, 16] дополнительно на каждом шаге введем в рассмотрение вспомогательный контур для оценки возмущений и их последующей компенсации. Такой подход обеспечивает компенсацию возмущений, не прибегая к сильной обратной связи и не увеличивая амплитуды управляющих сигналов больше, чем того требует величина подлежащих компенсации воздействий.

*Шаг 1.* Введем в рассмотрение первый вспомогательный контур следующего вида:

$$\dot{e}_1^e(t) = -c_1 e_1^e(t) - k_1 v_1(t) + v_2(t). \quad (14)$$

На основе (13) и (14) можно рассмотреть ошибку рассогласования:

$$\xi_1(t) = e_1(t) - e_1^g(t) \quad (15)$$

и ее производную:

$$\dot{\xi}_1(t) = \dot{e}_1(t) - \dot{e}_1^g(t) = -c_1 \xi_1(t) + \hat{f}_1(t). \quad (16)$$

Перепишем (16) относительно  $\hat{f}_1(t)$ :

$$\hat{f}_1(t) = \dot{\xi}_1 + c_1 \xi_1. \quad (17)$$

Подставляя (17) в (16), перепишем (16) в виде:

$$\dot{e}_1(t) = -c_1 e_1(t) - k_1 v_1(t) + v_2(t) + \dot{\xi}_1(t) + c_1 \xi_1(t). \quad (18)$$

Предположим, что функция  $v_2(t)$  может рассматриваться как управляющая функция по отношению к системе (13). Пусть  $v_2(t) = u_1(t)$ . Зададим вспомогательный закон управления в виде:

$$u_1(t) = k_1 v_1(t) - \dot{\xi}_1(t) - c_1 \xi_1(t). \quad (19)$$

Значения функции  $\dot{\xi}_1(t)$  неизвестны, но при этом их можно оценить, используя наблюдатель, поэтому перепишем (19) в форме:

$$u_1(t) = k_1 v_1(t) - \hat{\xi}_1(t) - c_1 \xi_1(t), \quad (20)$$

где  $\hat{\xi}_1(t)$  — оценка функции  $\dot{\xi}_1(t)$ , полученная с помощью реального дифференцирующего звена:

$$\hat{\xi}_1(t) = \frac{p}{\mu p + 1} \xi_1(t), \quad (21)$$

где  $p$  — оператор дифференцирования,  $\mu > 0$ . Подставляя вспомогательное управление (20) в уравнение (18), получим:

$$\dot{e}_1(t) = -c_1 e_1(t) + e_2 + \eta_1(t), \quad (22)$$

где  $\eta_1(t) = \hat{\xi}_1(t) - \dot{\xi}_1(t)$  — ошибка наблюдателя,  $e_2(t)$  — ошибка виртуального управления:

$$e_2 = v_2(t) - u_1(t). \quad (23)$$

Шаг 2. С учетом (10), найдем производную от (23) в виде:

$$\dot{e}_2(t) = -k_2 v_1(t) + v_3(t) - \dot{u}_1(t). \quad (24)$$

Введем в рассмотрение второй вспомогательный контур следующего вида:

$$\dot{e}_2^g(t) = -c_2 e_2^g(t) - k_2 v_1(t) + v_3(t). \quad (25)$$

На основе (24) и (25) рассмотрим ошибку рассогласования:

$$\xi_2(t) = e_2(t) - e_2^g(t) \quad (26)$$

и ее производную:

$$\dot{\xi}_2(t) = \dot{e}_2(t) - \dot{e}_2^g(t) = -c_2 \xi_2(t) + \hat{f}_2, \quad (27)$$

где  $\hat{f}_2(t) = -\dot{u}_1(t) + c_2 e_2(t)$  рассматривается как функция возмущений для подсистемы (24). Из уравнения (27) следует, что для функции возмущений  $\hat{f}_2(t)$  может быть получена оценка:

$$\hat{f}_2(t) = \dot{\xi}_2 + c_2 \xi_2. \quad (28)$$

Таким образом, выражение (24) может быть преобразовано к виду:

$$\dot{e}_2(t) = -c_2 e_2(t) - k_2 v_1(t) + v_3(t) + \dot{\xi}_2(t) + c_2 \xi_2(t). \quad (29)$$

Аналогично рассуждениям на предыдущем шаге допустим, что функция  $v_3(t)$  может рассматриваться как управляющая функция по отношению к системе (24) так, что выполняется условие  $v_3(t) = u_2(t)$ . Зададим второй вспомогательный закон управления в форме:

$$u_2(t) = k_2 v_1(t) - \dot{\xi}_2(t) - c_2 \xi_2(t). \quad (30)$$

Значения функции  $\dot{\xi}_2(t)$  неизвестны, но их можно оценить, используя наблюдатель, поэтому перепишем (30) в форме:

$$u_2(t) = k_2 v_1(t) - \hat{\xi}_2(t) - c_2 \xi_2(t), \quad (31)$$

где  $\hat{\xi}_2(t)$  — оценка функции  $\dot{\xi}_2(t)$ . Подставляя вспомогательное управление (31) в уравнение (29), получим:

$$\dot{e}_2(t) = -c_2 e_2(t) + e_3 + \eta_2(t), \quad (32)$$

где  $\eta_2(t) = \hat{\xi}_2(t) - \dot{\xi}_2(t)$  — ошибка наблюдателя,  $e_3(t)$  — ошибка виртуального управления:

$$e_3 = v_3(t) - u_2(t). \quad (33)$$

Аналогичные рассуждения справедливы для анализа уравнений ошибок  $e_i$  при  $i = 1, \dots, \gamma - 1$ . Результатом являются виртуальные законы управления и уравнения замкнутых подсистем, аналогичные (31) и (32) соответственно, с точностью до значений индексов используемых переменных.

*Шаг  $\gamma$ .* Рассмотрим ошибку виртуального управления  $e_\gamma = v_\gamma(t) - u_{\gamma-1}(t)$ , полученную на шаге  $\gamma - 1$ , и ее производную:

$$\dot{e}_\gamma(t) = -k_\gamma v_1(t) + u(t) - \dot{u}_{\gamma-1}(t), \quad (34)$$

где  $u(t)$  — реальное управляющее воздействие на объект. Введем в рассмотрение вспомогательный контур следующего вида:

$$e_\gamma^e(t) = -c_\gamma e_\gamma(t) - k_\gamma v_1(t) + u(t). \quad (35)$$

Рассмотрим ошибку рассогласования на основе уравнений (34), (35):

$$\xi_\gamma(t) = e_\gamma(t) - e_\gamma^e(t). \quad (36)$$

Производная ошибки рассогласования (36) имеет вид:

$$\dot{\xi}_\gamma(t) = \dot{e}_\gamma(t) - \dot{e}_\gamma^e(t) = -c_\gamma \xi_\gamma(t) + \hat{f}_\gamma, \quad (37)$$

где  $\hat{f}_\gamma(t) = -\dot{u}_{\gamma-1}(t) + c_\gamma e_\gamma(t)$  рассматривается как функция возмущений для подсистемы (34). Из уравнения (37) следует, что для функции  $\hat{f}_\gamma(t)$  может быть получена оценка:

$$\hat{f}_\gamma(t) = \dot{\xi}_\gamma + c_\gamma \xi_\gamma. \quad (38)$$

Динамика ошибки (34) может быть переписана с учетом (38) как:

$$\dot{e}_\gamma(t) = -c_\gamma e_\gamma(t) - k_\gamma v_1(t) + u(t) + \dot{\xi}_\gamma(t) + c_\gamma \xi_\gamma(t). \quad (39)$$

Зададим закон управления в виде:

$$u(t) = k_\gamma v_1(t) - \dot{\xi}_\gamma(t) - c_\gamma \xi_\gamma(t). \quad (40)$$

Значения функции  $\dot{\xi}_\gamma(t)$  неизвестны, но их можно оценить, используя наблюдатель, поэтому перепишем (40) в форме:

$$u(t) = k_\gamma v_1(t) - \hat{\dot{\xi}}_\gamma(t) - c_\gamma \xi_\gamma(t), \quad (41)$$

где  $\hat{\dot{\xi}}_\gamma(t)$  — оценка функции  $\dot{\xi}_\gamma(t)$ . Подставляя закон управления (41) в (39), получим:

$$\dot{e}_\gamma(t) = -c_\gamma e_\gamma(t) + \eta_\gamma(t), \quad (42)$$

где  $\eta_\gamma(t) = \hat{\dot{\xi}}_\gamma(t) - \dot{\xi}_\gamma(t)$  — ошибка наблюдателя.

Сформируем основной результат статьи.

*Утверждение.* Пусть выполнены условия предположений 1-3.

Тогда существуют значения параметров  $c_i > 0, i = \overline{1, \gamma}, \mu_0 > 0$ , такие что при  $\mu \in (0; \mu_0]$  алгоритм управления, состоящий из фильтра (10), вспомогательных контуров (14), (25), (35), вспомогательных законов управления (20), (31), наблюдателя (21) и закона управления (41), обеспечивает для объекта управления (1) выполнение цели управления (2).

**5. Доказательство.** Рассмотрим уравнения замкнутых систем по ошибкам:

$$\dot{e}_i(t) = -c_i e_i(t) + e_{i+1} + \eta_i(t), i = \overline{1, \gamma - 1}, \quad (43)$$

$$\dot{e}_\gamma(t) = -c_\gamma e_\gamma(t) + \eta_\gamma(t), \quad (44)$$

$$\mu_{j1} \dot{\eta}_j(t) = -\eta_j(t) + \mu_{j2} \ddot{\xi}_j(t), j = \overline{1, \gamma}. \quad (45)$$

С учетом положительности коэффициентов  $c_i$  и вида уравнения (45) можно заключить, что ошибки  $e_i$  будут ограничены в слу-

чае, если ограничены сигналы  $\ddot{\xi}_j$  и, как следствие, ошибки наблюдателя  $\eta_j$ . Для доказательства ограниченности  $\ddot{\xi}_j$  воспользуемся следующей Леммой.

*Лемма.* Пусть система вида:

$$\dot{x} = f(x, \mu_1, \mu_2, t), \quad (46)$$

где  $x(t) \in R^{S_1}$ ,  $\mu = \text{col}(\mu_1, \mu_2) \in R^{S_2}$ ,  $f(x, \mu_1, \mu_2, t)$  — липшицева по  $x$  и ограниченная по  $t$  функция имеет замкнутое ограниченное множество притяжения:

$$\Omega = \{x : P(x) \leq C\},$$

где  $P(x)$  — гладкая положительно определенная функция в  $R^{S_1}$ . Если существуют числа  $C_1 > 0$  и  $\bar{\mu}_1 > 0$ , такие что

$$\sup_{|\mu_1| \leq \bar{\mu}_1} \left[ \left\langle \left[ \nabla P(x) \right]^T, f(x, \bar{\mu}_1, 0, t) \right\rangle \middle| P(x) = C \right] \leq -C_1,$$

тогда существует  $\mu_0 > 0$ , такое что система (46) при  $\mu_2 \in (0; \mu_0]$  сохраняет область притяжения  $\Omega$ .

Лемма является обобщением леммы Брусина [20] для случая систем неавтономных дифференциальных уравнений [21-22]. Таким образом, для соответствия требованиям Леммы необходимо показать, что система (43)-(45) будет асимптотически устойчива в сингулярно невозмущенном виде, то есть при  $\mu_0 = 0$ . Тогда в исходной форме при  $\mu_0 > 0$  она будет иметь аналогичную область притяжения, а область диссипативности может быть оценена с использованием аппарата функции Ляпунова.

Для доказательства асимптотической устойчивости сингулярно невозмущенной системы (43)-(45) сформируем функцию Ляпунова, аналогичную используемой в работе [16]:

$$V(t) = 0.5 \sum_{i=1}^{\gamma} e_i^2(t) + 0.5 \sum_{i=1}^{\gamma} \eta_i^2(t), \quad (47)$$

и рассмотрим ее производную:

$$\dot{V}(t) = -\sum_{i=1}^{\gamma} c_i e_i^2(t) + \sum_{i=1}^{\gamma-1} e_i(t)e_{i+1}(t) + \sum_{i=1}^{\gamma} e_i(t)\eta_i(t) - \sum_{i=1}^{\gamma} \mu_{i1}^{-1} \eta_i^2(t). \quad (48)$$

Следующие оценки сверху справедливы для второго и третьего слагаемых в (48):

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{\gamma-1} e_i(t)e_{i+1}(t) &\leq \sum_{i=1}^{\gamma-1} \left( \frac{1}{2} e_i^2(t) + \frac{1}{2} e_{i+1}^2(t) \right), \\ \sum_{i=1}^{\gamma} e_i(t)\eta_i(t) &\leq \sum_{i=1}^{\gamma} \left( \frac{1}{2} e_i^2(t) + \frac{1}{2} \eta_i^2(t) \right). \end{aligned} \quad (49)$$

Используя (49), найдем оценку сверху для (48) в виде:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq (1-c_1)e_1^2(t) + \sum_{i=2}^{\gamma-1} (1.5-c_i)e_i^2(t) + \\ &+ (1-c_\gamma)e_\gamma^2(t) + \sum_{i=2}^{\gamma} (0.5-\mu_{i1}^{-1})\eta_i^2(t). \end{aligned} \quad (50)$$

Видно, что при  $c_{1,\gamma} > 1, c_i|_{i=2,\gamma-1} > 1.5, \mu_{i1}^{-1} > 0.5$  выполняются неравенства:

$$\begin{aligned} (1-c_1)e_1^2(t) &< 0, \\ (1.5-c_i)e_i^2(t) &< 0, i = \overline{1, n}, \\ (1-c_\gamma)e_\gamma^2(t) &< 0, \\ (0.5-\mu_{i1}^{-1})\eta_i^2(t) &< 0, \end{aligned}$$

производная функции Ляпунова будет строго отрицательна и неравенство (50) можно переписать в виде:

$$\dot{V}(t) \leq -\bar{c} \sum_{i=1}^{\gamma} e_i^2(t) - \bar{\mu} \sum_{i=1}^{\gamma} \eta_i^2(t) = -\alpha V(t), \quad (51)$$

где  $\bar{c} = \sup_{i=1,\gamma} c_i, \bar{\mu} = \sup_{i=1,\gamma} \mu_{i1}^{-1}, \alpha = \sup(\bar{c}, \bar{\mu})$ . Таким образом, для редуцированной системы (43)-(45) существует положительно определенная функция  $V$  такая, что ее полная производная по времени вдоль траекторий (43)-(45) является отрицательно определенной функцией, и ре-

шение системы (43)-(45) экспоненциально стремится к нулю. Из этого следует ограниченность всех сигналов в (43)-(45). Следовательно, условия Леммы выполнены, и существует параметр  $\mu_0 > 0$ , такой что при  $\mu_{1,2} \in (0; \mu_0]$  система (43)-(45) будет иметь то же множество притяжения, что и при  $\mu_2 = 0$ . Свойство асимптотической устойчивости при этом не сохраняется, но можно оценить множество диссипативности по переменным  $e_i$ ,  $\eta_i$  при  $\mu_0 > 0$ . Для этого рассмотрим функцию Ляпунова (47) для случая  $\mu_0 > 0$  и ее производную:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & - \sum_{i=1}^{\gamma} c_i e_i^2(t) + \sum_{i=1}^{\gamma-1} e_i(t) e_{i+1}(t) + \sum_{i=1}^{\gamma} e_i(t) \eta_i(t) + \\ & + \sum_{i=1}^{\gamma} (\mu_{i2} / \mu_{i1}) \ddot{\xi}_i(t) \eta_i(t) - \mu_{i1}^{-1} \eta_i(t). \end{aligned} \quad (52)$$

Используя оценки (49), получим:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & (1 - c_1) e_1^2(t) + \sum_{i=2}^{\gamma-1} (1.5 - c_i) e_i^2(t) + (1 - c_\gamma) e_\gamma^2(t) + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\gamma} \mu_{i1}^{-1} (\mu_{i1} + \mu_{i2} - 2) \eta_i^2(t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\gamma} \mu_{i1}^{-1} \mu_{i2} \ddot{\xi}_i^2(t). \end{aligned} \quad (53)$$

При значениях параметров  $c_{1,\gamma} > 1, c_i|_{i=2,\gamma-1} > 1.5$ ,  $\mu_{i1} = \mu_{i2} = \mu_{i0}|_{i=1,\gamma} > 1$  неравенство (53) принимает вид:

$$\dot{V}(t) \leq -\bar{c} \sum_{i=2}^{\gamma} e_i^2(t) - \bar{\mu} \sum_{i=2}^{\gamma} \eta_i^2(t) + \frac{1}{2} \bar{\mu} \sum_{i=2}^{\gamma} \ddot{\xi}_i^2(t) = -\alpha V(t) + \bar{\xi}, \quad (54)$$

где  $\bar{c} = \sup_{i=1,\gamma} c_i$ ,  $\bar{\mu} = \sup_{i=1,\gamma} \mu_{i0}^{-1}$ ,  $\alpha = \sup(\bar{c}, \bar{\mu})$ ,  $\bar{\xi} = \sup_{t \geq 0, i=1,\gamma} \frac{1}{2} \bar{\mu} \sum_{i=2}^{\gamma} \ddot{\xi}_i^2(t)$ . Решение неравенства (54) определяется следующим образом:

$$V(t) \leq -e^{-\alpha t} V(0) + (1 - e^{-\alpha t}) \bar{\xi} \alpha^{-1}. \quad (55)$$

Из неравенства (55) следует, что область диссипативности можно оценить:

$$\|e\| \leq \sqrt{-e^{-\alpha t} 2V(0) + (1 - e^{-\alpha t}) \bar{\xi} \alpha^{-1}}. \quad (56)$$

Из последнего уравнения следует, что точность слежения системы управления полностью зависит от выбора параметров  $\mu_{i0}, c_i, i = \overline{1, \gamma}$ , которые напрямую определяют значения  $\alpha$  и  $\bar{\xi}$ .

**6. Моделирование.** Для апробации алгоритма и проведения компьютерного моделирования воспользуемся моделью объекта управления, которая рассмотрена в работе [19]. Выбор модели объясняется тем фактом, что результат работы [19] будет использован для сравнительного анализа эффективности предлагаемого метода управления, так как является его ближайшим аналогом. Рассмотрим объект управления вида:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= \lambda_1 \sin x_1(t) + \lambda_2 x_2(t) - \lambda_3 x_3(t), \\ \dot{x}_2(t) &= \lambda_4 x_1(t) + \lambda_5 \sin x_3(t) + (1 + x_2^2(t))^{-1} (u(t) + x_2^3(t) + x_3^3(t) + f(t)), \\ \dot{x}_3(t) &= \lambda_6 x_1(t) - x_3^3(t) + (1 + x_2^2(t))^{-1} (u(t) + x_2^3(t) + x_3^3(t) + f(t)), \\ y(t) &= x_1(t), \end{aligned}$$

где  $f \in [-20; 20]$  — неизвестные внешние возмущения, ограниченные в известном диапазоне и при моделировании заданные следующим образом:

$$f(t) = \sin(t) + 0,3 \sin(3,14t) + 15 \sin(0,30t).$$

В качестве примера возмущающего воздействия выбран мультигармонический сигнал, который описывается нелинейной ограниченной функцией, информация о значениях и параметрах которой не доступна для системы управления. Выбор функции отражает способность системы управления функционировать в соответствии с заявленными показателями качества в условиях неизвестных ограниченных возмущений. Применяя к данной модели преобразования (5)-(9), получим:

$$\begin{aligned} y_1 &= h(x) = x, \quad y_2 = L_f^1 h(x) = \xi_1 \sin x_1 + \xi_2 x_2 - \xi_3 x_3, \\ c(x, \xi) &= L_f^2 h(x) = \xi_1 \cos x_1 (\xi_1 \sin x_1 + \xi_2 x_2 - \xi_3 x_3) + \\ &+ \xi_2 (\xi_4 x_1 + \xi_5 \sin x_3) - \xi_3 (\xi_6 x_1 - x_3^3), \\ L_b h(x) &= 0, \quad b(x, \xi) = L_b L_f^1 h(x) = (\xi_2 - \xi_3)(1 + x_2^2)^{-1} > 0. \end{aligned}$$

Следовательно, относительная степень объекта  $\gamma = 2$ . При моделировании выбраны следующие параметры наблюдателя и коэффициенты вспомогательного контура:  $\mu = 0.01$ ,  $c_{1,2} = 10$ . На рисунках 1-4 пред-

ставлены результаты сравнения двух замкнутых систем: модифицированного метода бэкстеппинга с компенсацией возмущений (на рисунках — MBADC 2) и модифицированного метода бэкстеппинга, предложенного в [19] (MBADC 1). Сравнение алгоритмов проведено в режиме стабилизации и в режиме слежения. Как видно из графиков, переходные процессы в рассмотренных системах не имеют существенных отличий по величине сигналов управления и по выходу. Однако в установившемся режиме рассмотренный в данной статье метод демонстрирует заметно более высокую точность регулирования. На рисунках 1 и 3 видно, что область диссипативности выходного сигнала на несколько порядков меньше области ограничения функции возмущений, что является показателем высокой достигнутой робастности замкнутой системы. Более того, применение метода вспомогательного контура обеспечило на порядок лучшую компенсацию возмущений в сравнении с аналогом [19], в основу которого положен принцип сильной обратной связи. Важно отметить, что скорость и длительность переходного процесса, величина области диссипативности в установившемся режиме, максимальная амплитуда сигналов управления — любой из этих показателей может быть улучшен путем выбора настраиваемых параметров вспомогательного контура и наблюдателя. Значения основных показателей качества, достигнутых в задаче стабилизации обоими алгоритмами, приведены в таблице 1.

Таблица 1. Показатели качества алгоритмов MBADC 1 и MBADC 2

	$t_k$ , с	$\delta$ , %
MBADC 1	0.97	4
MBADC 2	0.56	0,035

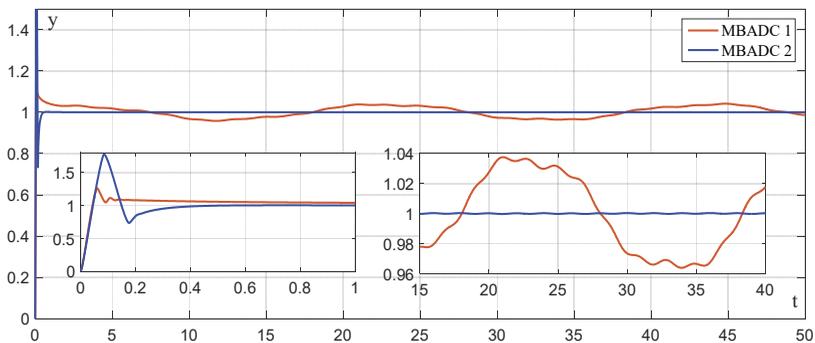


Рис. 1. Результаты моделирования работы алгоритмов управления MBADC 1 и MBADC 2 в режиме стабилизации. Переходные процессы по выходу

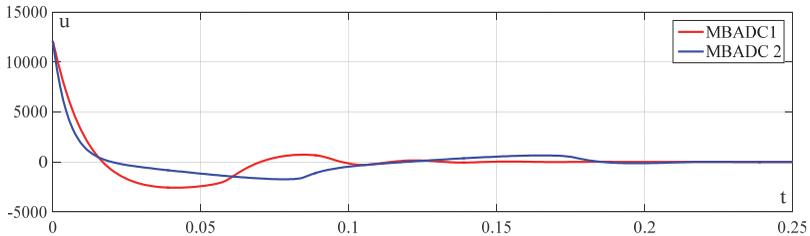


Рис. 2. Результаты моделирования работы алгоритмов управления MBADC 1 и MBADC 2 в режиме стабилизации. Переходные процессы по управлению

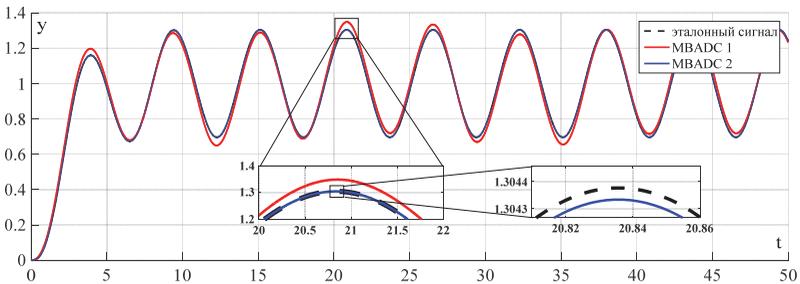


Рис. 3. Результаты моделирования работы алгоритмов управления MBADC 1 и MBADC 2 в режиме слежения. Переходные процессы по выходу

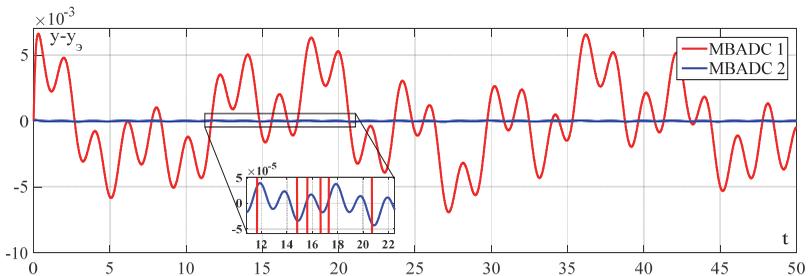


Рис. 4. Результаты моделирования работы алгоритмов управления MBADC 1 и MBADC 2 в режиме слежения. Переходные процессы по ошибке

Для демонстрации применимости алгоритма на практике рассмотрим модель лабораторного стенда «Twin Rotor MIMO System» (TRMS) [23], который представляет собой двухроторный многоканальный объект с нелинейной динамикой, неизвестными ограничениями возмущающими воздействиями и перекрестными связями. Общий вид стенда представлен на рисунке 5. Стенд является упрощенной моделью вертолета и позволяет в лабораторных условиях исследовать алгоритмы управления винтокрылыми летательными аппаратами. Работо-

способность исследуемого алгоритма в данном случае позволяет судить о применимости предложенного метода в практических задачах.

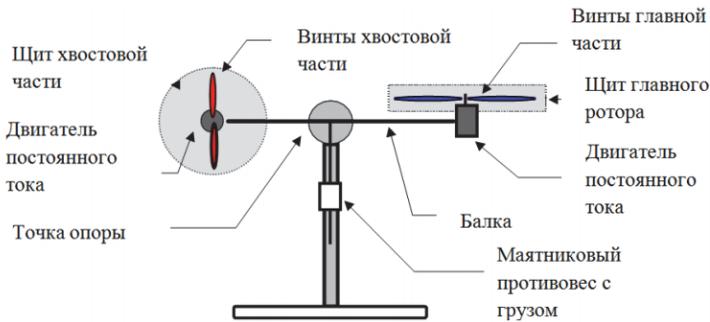


Рис. 5. Лабораторный стенд «Twin Rotor MIMO System»

Динамика объекта описывается системой уравнений вида:

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\alpha} &= -k_{f11} \dot{\alpha} - k_{f12} \operatorname{sign}(\dot{\alpha}) + gN_1 \cos \alpha - gN_2 \sin \alpha - N_3 \beta^2 \sin \alpha \cos \alpha + F_1(u_1), \\ J_2 \ddot{\beta} &= -k_{f21} \dot{\beta} - k_{f22} \operatorname{sign}(\dot{\beta}) + F_2(u_2), \end{aligned}$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$  — углы наклона балки в горизонтальной и вертикальной плоскостях соответственно,  $J_1$ ,  $J_2$  — моменты инерции объекта в вертикальной и горизонтальной плоскостях,  $k_{f11}$ ,  $k_{f21}$  — коэффициенты сил вязкого трения,  $k_{f12}$ ,  $k_{f22}$  — коэффициенты сил сухого трения,  $g$  — ускорение свободного падения,  $N_i$ ,  $i = \overline{1,3}$  — константы, значения которых определяются массогабаритными показателями установки,  $F_1$ ,  $F_2$  — нелинейные функции управления, включающие в себя динамику двигателей постоянного тока и работу аэродинамических сил от вращения лопастей установки,  $u_1$ ,  $u_2$  — управляющие воздействия, в качестве которых выступают напряжения, подаваемые на ДПТ. Численные значения параметров объекта взяты из документации к установке [23].

Для синтеза системы управления стендом TRMS справедливы рассуждения, аналогичные тем, что были проделаны в аналитическом примере в начале раздела. В данном случае мотивация выбора функции возмущений и ее параметров обусловлена необходимостью обозначить наличие воздушных потоков и конструктивных особенностей установки, в частности учесть малые гладкие нелинейные воздействия от гибких проводов в местах их крепления к подвижной балке. Подобные воздействия не рассмотрены в документации, и вид

функции, которая могла бы их описать, неизвестен, но требуют учета в ходе эксперимента хотя бы в общем виде. Поэтому для моделирования функция возмущений взята из предыдущего примера. Параметры наблюдателя и вспомогательного контура также аналогичны используемым в первом примере. На рисунке 6 показан переходный процесс замкнутой системы при стабилизации объекта в вертикальной плоскости, на рисунке 7 — при слежении за эталонным сигналом в горизонтальной плоскости.

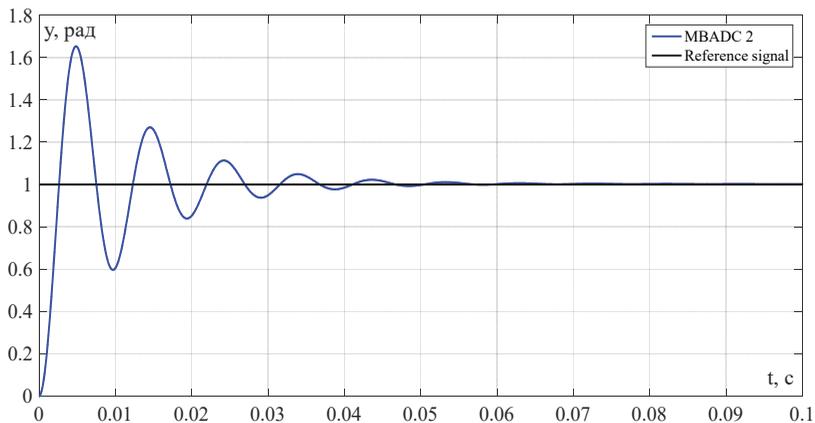


Рис. 6. Результаты моделирования работы алгоритма MBADC в режиме стабилизации для модели TRMS. Переходные процессы по выходу

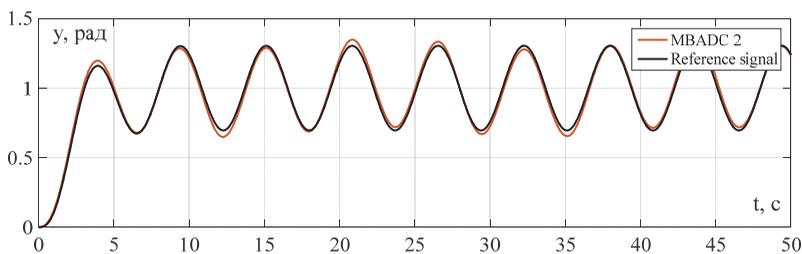


Рис. 7. Результаты моделирования работы алгоритма MBADC в режиме слежения для модели TRMS. Переходные процессы по выходу

В обоих случаях вид графиков позволяет судить о высокой точности регулирования и высокой скорости переходных процессов и не выявляет каких-либо негативных свойств системы управления. Точность регулирования при стабилизации объекта составила 0.3%, точность слежения — 0.5% при допустимом ограничении на возмущения в обоих случаях  $f \in [-20; 20]$ .

**7. Заключение.** В работе представлен модифицированный алгоритм управления с компенсацией возмущений для управления нелинейными объектами по выходу. В ходе компьютерного моделирования показано, что предложенная система управления способна за меньшее время переходного процесса обеспечить более высокую точность слежения по сравнению с существующими аналогами.

В таблице 1 показано, что рассмотренный метод позволил сократить время переходного процесса в 1.7 раза, а точность регулирования — на два порядка. Предлагаемый в статье метод упрощает процедуру синтеза регулятора по сравнению с [1, 16] за счет уменьшения числа фильтров в структуре системы управления до одного. Результаты компьютерного моделирования продемонстрировали эффективность предложенного метода.

### Литература

1. *Kokotovic P.V.* The joy of feedback: nonlinear and adaptive // IEEE Control systems. 1992. vol. 12. no. 3. pp. 7–17.
2. *Мирошник И.В., Никуфоров В.О., Фрадков А.Л.* Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами // СПб.: Наука. 2000. 549 с.
3. *Sun H., Li S., Yang J., Zheng W.* Global output regulation for strict-feedback nonlinear systems with mismatched nonvanishing disturbances // International Journal of Robust and Nonlinear Control. 2015. vol. 25. no. 15. pp. 2631–2645.
4. *Khalil H.K.* Nonlinear Systems: 3rd. ed. // N.Y.: Prentice Hall. 2002. 750 p.
5. *Никуфоров В.О.* Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений // СПб.: Наука. 2003. 282 с.
6. *Marino R., Tomei P.* Robust stabilization of feedback linearizable time-varying uncertain nonlinear systems // Automatica. 1993. vol. 29. no. 1. pp. 181–189.
7. *Freeman R.A., Kokotovic P.V.* Design of ‘softer’ robust nonlinear control laws // Automatica. 1993. vol. 29. no. 6. pp. 1425–1437.
8. *Qu Z.* Robust control of nonlinear uncertain systems under generalized matching conditions // Automatica. 1993. vol. 29. no. 4. pp. 985–998.
9. *Zheng Y., Yang Y.* Adaptive output feedback control for a class of nonlinear systems with unknown virtual control coefficients signs // International Journal of Adaptive Control and Signal Processing. 2007. vol. 21. no. 1. pp. 77–89.
10. *Sun H., Li S., Yang J., Zheng W.* Global output regulation for strict-feedback nonlinear systems with mismatched nonvanishing disturbances // International Journal of Robust and Nonlinear Control. 2015. vol. 25. no. 15. pp. 2631–2645.
11. *Цыкунов А.М.* Алгоритмы робастного управления с компенсацией ограниченных возмущений // Автоматика и Телемеханика. 2007. № 7. С. 103–115.
12. *Belyaev A.N., Smolovik S.V., Fradkov A.L., Furtat I.B.* Robust control of electric generator in the case of time-dependent mechanical power // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2013. vol. 52. no. 5. pp. 750–758.
13. *Furtat I.B.* Robust control for a specific class of non-minimum phase dynamical networks // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2014. vol. 53. no. 1. pp. 33–46.
14. *Furtat I.B., Chugina J.V.* Robust adaptive control with disturbances compensation // IFAC-PapersOnLine. 2016. vol. 49. no. 13. pp. 117–122.
15. *Vrazevskiy S.A., Chugina J.V., Furtat I.B., Kremlev A.S.* Robust suboptimal output control for a Twin Rotor MIMO System // 2016 8th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT). 2016. pp. 23–28.

16. *Фуртат И.Б.* Модифицированный алгоритм робастного обхода интегратора // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 10. С. 2–7.
17. *Furtat I., Furtat E., Tupichin E.A.* Modified Backstepping Algorithm with Disturbances Compensation // IFAC-PapersOnLine. 2015. vol. 48. no. 11. pp. 1056–1061.
18. *Furtat I.B., Vrazhevsky S.A., Kremlev A.S.* Robust Control Algorithm under Mismatched Disturbances // 2017 9th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems (ICUMT). 2017. pp. 61–66.
19. *Фуртат И.Б., Тупичин Е.А.* Модифицированный алгоритм бэкстеппинга для нелинейных систем // Автоматика и телемеханика. 2016. № 9. С. 70–83.
20. *Брусин В.А.* Об одном классе сингулярно-возмущенных адаптивных систем. I // Автоматика и телемеханика. 1995. № 4. С. 119–129.
21. *Furtat I., Fradkov A., Tsykunov A.* Robust synchronization of linear dynamical networks with compensation of disturbances // International Journal of Robust and Non-linear Control. 2014. vol. 24. no. 17. pp. 2774–2784.
22. *Фуртат И.Б.* Робастное управление определенным классом неминимально-фазовых динамических сетей // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2014. № 1. С. 35–35.
23. *Twin Rotor MIMO System Advanced Teaching Manual* // Feedback Instruments Ltd. Crowborough. UK 1998. 72 p.

**Вражевский Сергей Александрович** — аспирант кафедры систем управления и информатики, ФГАОУ ВО "Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики" (Университет ИТМО), инженер кафедры систем управления и информатики, ФГАОУ ВО "Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики" (Университет ИТМО). Область научных интересов: робастное управление, оптимальные и субоптимальные системы управления, нелинейные системы. Число научных публикаций — 12. [vrazhevskij.s@gmail.com](mailto:vrazhevskij.s@gmail.com); Вяземский пер., 5/7, Санкт-Петербург, 197022; р.т.: +7(911)1018207.

**Поддержка исследований.** Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (8.8885.2017/8.9, 14.Z50.31.0031), РФФИ № 17-08-01266.

S.A. VRAZHEVSKY  
**OUTPUT CONTROL OF NONLINEAR SYSTEMS USING  
MODIFIED BACKSTEPPING ALGORITHM WITH  
DISTURBANCES COMPENSATION**

---

*Vrazhevsky S.A. Output Control of Nonlinear Systems using Modified Backstepping Algorithm with Disturbances Compensation.*

**Abstract.** The article deals with an output tracking control system synthesis for a nonlinear plant functioning under bounded external disturbances which are not available for measurement. The plant is described by continuously differentiable functions with a determinable dynamic relative degree. The disturbance function fulfills the Lipschitz condition. The standard model transformations are used to get a model of error dynamics. The algorithm synthesis process is based on iterative procedure with a number of steps equal to the order of the plant relative dynamic degree. A proposed solution is a robust modification of the backstepping approach with the similar controller design structure. The main changes are based on plant model transformations that make it possible to use the only one filter in control system and, along with it, an auxiliary loop method is used for disturbances evaluation and compensation. The auxiliary loop method leads to introduce a model of desired dynamics of errors on each step of the backstepping procedure and estimates the value of disturbance influences. High-gain observers are used for unknown signals measuring together with their derivatives. Tracking errors and observation errors convergence with the adjustable accuracy during the finite transient time is proved. The efficiency of the algorithm is demonstrated using computer modeling. The performance comparison between the proposed method and the immediate analogue are shown and some quality indicators are obtained. The algorithm is additionally tested using the model of laboratory helicopter-like platform «Twin Rotor MIMO System» to demonstrate the practical importance of the research.

**Keywords:** backstepping method, auxiliary loop method, nonlinear system, robust control, disturbances compensation, output control.

---

**Vrazhevsky Sergey Alexandrovich** — Ph.D. student of computer science and control systems department, ITMO University (Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics), engineer of computer science and control systems department, ITMO University (Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics). Research interests: robust control, optimal and suboptimal control approaches, control for nonlinear systems. The number of publications — 12. vrazhevskij.s@gmail.com; 5/7, Viazemsky per., St. Petersburg, 197022, Russia; office phone: +7(911)1018207.

**Acknowledgements.** This research is supported by the Ministry of Education and Science of Russian Federation (8.8885.2017/8.9, 14.Z50.31.0031), RFBR (grant no. 17-08-01266).

### References

1. Kokotovic P.V. The joy of feedback: nonlinear and adaptive. *IEEE Control systems*. 1992. vol. 12. no. 3. pp. 7–17.
2. Miroshnik I.V., Nikiforov V.O., Fradkov A.L. *Nelinejnoe i adaptivnoe upravlenie slozhnyimi dinamicheskimi sistemami* [Nonlinear and adaptive control for complex dynamic systems]. SPb.: Nauka. 2000. 549 p. (In Russ.).

3. Sun H., Li S., Yang J., Zheng W. Global output regulation for strict-feedback nonlinear systems with mismatched nonvanishing disturbances. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*. 2015. vol. 25. no. 15. pp. 2631–2645.
4. Khalil H.K. *Nonlinear Systems*: 3rd. ed. N.Y.: Prentice Hall. 2002. 750 p.
5. Nikiforov V.O. *Adaptivnoe i robustnoe upravlenie s kompensaciej vozmushhenij* [Adaptive and robust control with disturbances compensation]. SPb.: Nauka. 2003. 282 p. (In Russ.).
6. Marino R., Tomei P. Robust stabilization of feedback linearizable time-varying uncertain nonlinear systems. *Automatica*. 1993. vol. 29. no. 1. pp. 181–189.
7. Freeman R.A., Kokotovic P.V. Design of ‘softer’ robust nonlinear control laws. *Automatica*. 1993. vol. 29. no. 6. pp. 1425–1437.
8. Qu Z. Robust control of nonlinear uncertain systems under generalized matching conditions. *Automatica*. 1993. vol. 29. no. 4. pp. 985–998.
9. Zheng Y., Yang Y. Adaptive output feedback control for a class of nonlinear systems with unknown virtual control coefficients signs. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*. 2007. vol. 21. no. 1. pp. 77–89.
10. Sun H., Li S., Yang J., Zheng W. Global output regulation for strict-feedback nonlinear systems with mismatched nonvanishing disturbances. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*. 2015. vol. 25. no. 15. pp. 2631–2645.
11. Cykunov A.M. [Robust control algorithms with compensation of bounded disturbances]. *Avtomatika i Telemekhanika – Automation and Telemechanics*. 2007. vol. 7. pp. 103–115. (In Russ.).
12. Belyaev A.N., Smolovik S.V., Fradkov A.L., Furtat I.B. Robust control of electric generator in the case of time-dependent mechanical power. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2013. vol. 52. no. 5. pp. 750–758.
13. Furtat I.B. Robust control for a specific class of non-minimum phase dynamical networks. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2014. vol. 53. no. 1. pp. 33–46.
14. Furtat I.B., Chugina J.V. Robust adaptive control with disturbances compensation. *IFAC-PapersOnLine*. 2016. vol. 49. no. 13. pp. 117–122.
15. Vrazevsky S.A., Chugina J.V., Furtat I.B., Kremlev A.S. Robust suboptimal output control for a Twin Rotor MIMO System. 2016 8th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT). 2016. pp. 23–28.
16. Furtat I.B. [Modified Algorithm of Robust Integrator Backstepping]. *Mekatronika, Avtomatizacija, Upravlenie – Mechatronics, Automation, Control*. 2009. vol. 10. pp. 2–7. (In Russ.).
17. Furtat I., Furtat E., Tupichin E.A. Modified Backstepping Algorithm with Disturbances Compensation. *IFAC-PapersOnLine*. 2015. vol. 48. no. 11. pp. 1056–1061.
18. Furtat I.B., Vrazhevsky S.A., Kremlev A.S. Robust Control Algorithm under Mismatched Disturbances. 2017 9th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems (ICUMT). 2017. pp. 61–66.
19. Furtat I.B., Tupichin E.A. [Modified backstepping algorithm for nonlinear systems]. *Avtomatika i Telemekhanika – Automation and Telemechanics*. 2016. vol. 9. pp. 70–83. (In Russ.).
20. Brusin V.A. [On a class of singularly perturbed adaptive systems. I.]. *Avtomatika i Telemekhanika – Automation and Telemechanics*. 1995. vol. 4. pp. 119–129. (In Russ.).
21. Furtat I., Fradkov A., Tsykunov A. Robust synchronization of linear dynamical networks with compensation of disturbances. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*. 2014. vol. 24. no. 17. pp. 2774–2784.
22. Furtat I.B. [Robust control for a certain class of nonminimum phase dynamic networks]. *Izvestija Rossijskoj akademii nauk. Teorija i sistemy upravlenija – Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Control theory and control systems*. 2014. vol. 1. pp. 35–35. (In Russ.).
23. Twin Rotor MIMO System Advanced Teaching Manual. Feedback Instruments Ltd. Crowborough. UK 1998. 72 p.

Г.Г. БЕЗРУК, Л.А. МАРТЫНОВА, И.Б. САЕНКО  
**ДИНАМИЧЕСКИЙ МЕТОД ПОИСКА АНТРОПОГЕННЫХ  
ОБЪЕКТОВ В МОРСКОМ ДНЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ  
АВТОНОМНЫХ НЕОБИТАЕМЫХ ПОДВОДНЫХ АППАРАТОВ**

*Безрук Г.Г., Мартынова Л.А., Саенко И.Б. Динамический метод поиска антропогенных объектов в морском дне с использованием автономных обитаемых подводных аппаратов.*

**Аннотация:** Предложен динамический метод поиска антропогенных объектов в толще морского дна с использованием группы автономных обитаемых подводных аппаратов. В отличие от статического метода, при котором все аппараты с геофонами на борту одновременно заглубляются и прикрепляются ко дну, а после окончания сеанса поиска одновременно всплывают, предложенный метод обеспечивает непрерывность ведения поиска за счет динамического поведения группы аппаратов. В то время как основная часть аппаратов с геофонами занята прослушиванием отраженного сигнала, другая часть аппаратов перемещается далее по своему маршруту. Таким образом достигается непрерывность ведения сейсморазведки в заданном районе и существенное сокращение времени на ее проведение. Предложенный метод представляет собой дальнейшее развитие методов поиска антропогенных объектов на морском дне с использованием обитаемых аппаратов. Приведен алгоритм согласованного поведения аппаратов с геофонами на борту и подводного аппарата, перемещающего излучатель. Определено взаимное положение группы и излучателя, обеспечивающее наиболее эффективное ведение сейсморазведки антропогенных объектов. Определен показатель эффективности — всезаимутальность прихода отраженных от толщи морского дна сигналов, и приведен алгоритм его вычисления. Указан порядок решения задачи определения параметров метода поиска. Определено необходимое количество аппаратов в группе с учетом параметров движения аппаратов и излучателя. Описана математическая модель функционирования системы «излучатель — геофоны». Проведены численные эксперименты по определению оптимальных параметров ведения сейсморазведки антропогенных объектов. Результаты моделирования позволили оценить выигрыш от использования предложенного метода, определить его оптимальные параметры и разработать рекомендации по его использованию для поиска антропогенных объектов на дне Мирового океана.

**Ключевые слова:** робототехнический комплекс, автономный обитаемый подводный аппарат, антропогенный объект, сейсморазведка, излучатель, геофон, среднеквадратическое отклонение.

**1. Введение.** В настоящей статье рассматривается задача поиска антропогенных объектов на морском дне с использованием группы автономных обитаемых подводных аппаратов (АНПА). Под антропогенным объектом понимается созданный человеком объект, который расположен на морском дне и который необходимо обнаружить и по возможности определить его местоположение. Такими объектами могут быть заиленные затонувшие суда или летательные аппараты, древние города, опустившиеся под воду, очаги загрязнения и так далее.

В 1990 годы с развитием сейсморазведывательной аппаратуры начались активные работы по созданию 3D сейсмоакустических приемоизлучающих систем, работающих в различных частотных диапазонах и позволяющих получать объемное сейсмическое изображение геологической среды морского дна. Рассмотрение и классификация существующих систем и примеров их реального применения приведены в [1-3].

Основным методом решения этой задачи является сейсморазведка. Ее суть заключается в излучении в воду мощных низкочастотных акустических сигналов, которые проникают в грунт и отражаются от различных неоднородностей в нем, в том числе от антропогенных объектов [4-8]. Отраженные сигналы фиксируются полем донных станций [9], оборудованных геофонами, либо протяженными линейными многоэлементными антеннами (сейсмокосами), буксируемыми за судном, либо сейсмокосами, лежащими на дне [10]. Зафиксированные сигналы в береговых условиях обрабатываются на мощных компьютерах по специальным программам, позволяющим интерпретировать зафиксированные сигналы [11-14].

Для решения всех перечисленных задач используется специально оборудованное судно, которое способно буксировать излучатель и сейсмокосу, а также ставить и впоследствии поднимать на борт донные станции [15].

Недостатком описанного способа сейсморазведки является:

- обязательное наличие на судне: спуско-подъемного оборудования для сейсмокос, пневмоизлучателей, параванов (специальные кабельные лебедки, краны и тельферы), систем и устройств буксировки сейсмокос и пневмоизлучателей (специальные кабель-тросы и параваны, комбинированные кабели и шланги высокого давления), мощных и маломощных компрессоров высокой производительности (в сумме до 300–500 л/мин сжатого воздуха до 150 атм), специальных буксируемых буев со спутниковыми приемо-передатчиками, комбинированных многоконтактных герморазъемов для буксируемых и донных антенн [16];

- зависимость от технологических санкций, поскольку ответственные сервисные сейсмические компании, укомплектованные почти на 100% зарубежной аппаратурой компаний ION (США) и Sercel (Франция) [17-21];

- существенная зависимость возможности проведения сейсморазведки от волнения моря [16];

- существенная зависимость возможности проведения сейсморазведки от ледового покрытия водной поверхности [15]. В морях российской части Арктики благоприятная для сейсморазведки погода стоит суммарно не более 1,5 месяцев в году, что делает сейсморазведку экономически неэффективной;

– использование донных станций с прикреплением их ко дну является трудоемким и чрезмерно продолжительным, поскольку большая часть времени затрачивается на подготовительные работы. При этом при проведении сейсморазведки выполняются следующие мероприятия: распределение донных станций с геофонами по морской поверхности; опускание геофонов на морское дно; прикрепление геофонов к дну с определенной их ориентацией; позиционирование геофонов; всплытие геофонов после проведения измерений; сбор по поверхности моря всплывших геофонов.

Одним из вариантов преодоления ледового покрытия является технология, которую применяет в ледовой Арктике компания ION (США). Она основана на использовании двух судов. Впереди идет лидирующий ледокол и формирует относительно безледовый кильватерный след. По нему следует сейсморазведочное судно усиленного ледового класса, буксирующее за собой одну длинную (до 6 км) цифровую геленаполненную сейсмокосу без хвостового буя и кластер пневмоизлучателей. При этом сейсморазведочное судно оборудовано специальными устройствами, защищающими сейсмокосу и поплавки кластера от битого льда [16]. Однако с учетом вышеназванных причин использование такой технологии в отечественной сейсморазведке пока маловероятно.

Выходом из данной коллизии поиска антропогенных объектов в ледовой Арктике является создание всепогодных подводных робототехнических комплексов для поиска антропогенных объектов. Однако ввиду исключительной сложности этой задачи ее решение во всем мире находится на стадии поисковых исследований.

В настоящий момент многие развитые страны, занимающиеся поиском антропогенных объектов в морском дне, осознали необходимость создания всепогодных подводных робототехнических комплексов (РТК) для поиска антропогенных объектов, а ряд стран уже приступил к исследованиям по их созданию. Исследования, посвященные созданию подводных РТК для осуществления морской сейсморазведки, в настоящее время интенсивно проводятся за рубежом. Наиболее известным является финансируемый Евросоюзом проект Widely scalable Mobile Underwater Sonar Technology (WiMUST) [22], посвященный разработке технологии создания подводного РТК, базирующегося на совместном функционировании большого числа АНПА.

В России работы в данном направлении на сегодняшний день ограничены постановкой задачи (например, [15, 16]) либо отдельными техническими предложениями в виде патентов [23-27].

Помещение каждого геофона в корпус АНПА открывает широкие возможности построения и применения динамической системы ведения сейсморазведки антропогенных объектов, поскольку геофон с

АНПА может самостоятельно подвсплывать, перемещаться в заданную точку и опускаться на дно для прослушивания отраженных сигналов, создаваемых специальным излучателем-вибратором (далее по тексту — излучатель). Использование АНПА создает предпосылки для отказа от статической схемы использования геофонов и переходу к динамической схеме ведения донной сейсморазведки.

Поскольку для ведения сейсморазведки необходимо определенное количество геофонов [28], то в этом случае формируется группа АНПА. При этом эффективное ведение сейсморазведки возможно только при согласованных действиях излучателя и группы АНПА, которое, в свою очередь, обеспечивается оптимальным выбором параметров их взаимного функционирования.

Целью настоящей работы является разработка метода поиска антропогенных объектов с использованием АНПА и определение параметров метода, обеспечивающих эффективное ведение сейсморазведки в заданном районе. Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи: обоснована оптимальная траектория движения излучателя; предложена оптимальная эффективная схема перемещения группы АНПА с геофонами на борту; определены параметры согласованного функционирования излучателя и группы АНПА; определены параметры метода, обеспечивающие эффективную сейсморазведку в заданном районе путем проведения исследований и численных экспериментов.

Теоретический вклад статьи заключается в дальнейшем развитии методов поиска антропогенных объектов на морском дне с использованием АНПА. Новизна полученных результатов определяется разработкой нового динамического метода непрерывной сейсморазведки с использованием группы АНПА, при котором часть геофонов занята приемом отраженного сигнала, а остальная часть — перемещением в новое положение.

**2. Описание метода поиска антропогенных объектов с использованием АНПА.** Поиск донных антропогенных объектов осуществляется следующим образом. В заданном районе прикрепляются к дну геофоны в точках, расположенных в узлах условной сетки, покрывающей дно района. Вблизи донной поверхности осуществляется перемещение излучателя, зондирующего донную поверхность импульсными сигналами. Геофоны, каждый из которых расположен в АНПА, осуществляют прием отраженных сигналов от объектов в придонном слое. Местоположение антропогенных объектов определяется по разности моментов времени приёма геофонами отраженных сигналов.

Известно, что для повышения эффективности поиска антропогенных объектов наиболее целесообразной траекторией перемещения

излучателя является его движение по круговым траекториям (циклоидам) [29, 30]. Вид круговой траектории (циклоиды) движения излучателя представлен на рисунке 1.

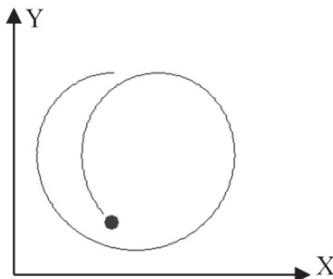


Рис. 1. Вид круговой траектории движения излучателя

Так, при исследовании точности метода в зависимости от траектории движения излучателя относительно АНПА показано, что траектория движения излучателя должна быть такой, чтобы курсовые углы излучателя относительно АНПА в моменты времени измерения отраженного сигнала периодически меняли борт и изменялись в возможно широких пределах [29]. Переход от прямолинейного движения по параллельным направлениям к круговому движению излучателя при обследовании заданного района способствует повышению всеазимутальности направлений отраженных сигналов. Всеазимутальная сейсморазведка гарантирует получение данных в широком диапазоне направлений сейсмических лучей. Опыт показал [29], что этот метод обеспечивает более качественное освещение разреза, более высокое соотношение «сигнал–помеха» и лучшую разрешающую способность сейсмоземки в сложных геологических условиях, например, в пластах, подстилающих соляные тела сложной формы. Указанные факторы, в свою очередь, оказывают существенное влияние на эффективность обнаружения антропогенных объектов.

При традиционной схеме поиска антропогенных объектов со стационарными геофонами сначала все геофоны опускаются и прикрепляются к дну, затем следует процесс приема и регистрации отраженного сигнала, после чего происходит синхронное всплытие всех геофонов и их перемещение в новые позиции для следующего приема отраженных сигналов. Это приводит к тому, что часть времени расходуется на выполнение технологических операций с геофонами, таких как открепление от дна, перемещение, прикрепление к дну, определение собственного местоположения и подготовка к приему отраженного сигнала. Поэтому в настоящей работе предлагается осуществлять

поиск антропогенных объектов с использованием АНПА, обращаясь к имеющимся преимуществам АНПА по сравнению со стационарными геофонами, в частности к способности перемещаться свободно и независимо друг от друга.

Предлагаемый метод поиска основан на согласованном функционировании излучателя и группы АНПА и заключается в следующем. В то время как большая часть АНПА из группы прикреплена к дну и принимает отраженный сигнал, создаваемый излучателем, другая часть АНПА перемещается для занятия новой позиции, не участвуя при этом в приеме отраженных сигналов. После занятия новой позиции прием отраженных сигналов осуществляет группа АНПА в обновленном составе. При этом часть АНПА, не задействованная в приеме отраженного сигнала, осуществляет перемещение в места своей новой дислокации. Тем самым достигается динамичность функционирования всей системы в целом и непрерывность ведения сейсморазведки [31].

**3. Постановка задачи определения параметров метода поиска.** Для эффективного ведения сейсморазведки в заданном районе необходимо определить ряд параметров работы АНПА, обеспечивающих согласованное поведение группы аппаратов с движением излучателя. Рассмотрим постановку этой задачи.

Пусть в заданном районе необходимо провести сейсморазведку. Имеется излучатель, движущийся по круговой траектории радиуса  $R_{изл}$  со скоростью  $V_{изл}$ . Скорость излучателя ограничена некоторым значением  $V_1$ , определяемым его техническими возможностями, то есть  $V_{изл} \leq V_1$ .

Прослушивание отраженных сигналов осуществляется группой АНПА, имеющей форму матрицы размерности  $M \times M$ , где  $M$  — количество рядов и количество АНПА в каждом ряду. Каждый АНПА при движении имеет скорость  $V_{АНПА}$ . Необходимо определить следующие параметры работы группы аппаратов:

- скорость  $V_{АНПА}$  перемещения АНПА;
- количество  $M$  аппаратов в каждом ряду;
- расстояние между аппаратами  $\Delta L$ .

На перечисленные параметры накладываются следующие ограничения:

- скорость  $V_{АНПА}$  ограничена некоторым значением  $V_2$ ;
- расстояние  $\Delta L$ , одинаковое для всех АНПА группы, ограничено сверху. Причиной такого ограничения является максимально допустимая дистанция  $d_{св}$  гидроакустической связи между аппаратами. Кроме того, существует максимально допустимая дистанция  $d_{рл}$  до

каждого АНПА с координатами  $(x_{\text{АНПА}}, y_{\text{АНПА}})$  от положения излучателя с координатами  $(x_{\text{изл}}, y_{\text{изл}})$ . Чрезмерная удаленность АНПА от излучателя приводит к существенному ослаблению отраженного сигнала и не обеспечивает его регистрацию геофоном на борту АНПА.

Разностью прихода отраженных сигналов на каждый аппарат будем пренебрегать, полагая, что регистрируется лишь момент излучения сигнала.

Определение параметров работы АНПА будем осуществлять так, чтобы процесс поиска антропогенного объекта обладал наибольшей эффективностью. Эффективность поиска в данном случае означает гарантированное обнаружение антропогенного объекта в заданном районе в заданный период времени. Наилучшее обнаружение достигается при обследовании заданного района с наибольшей всеазимутальностью. Всеазимутальность в данном случае означает приход сигнала на геофоны аппаратов со всех направлений из диапазона  $0^\circ - 360^\circ$ . Наибольший эффект в обнаружении антропогенных объектов достигается при равномерном поступлении отраженных сигналов из различных направлений.

В дальнейшем определение параметров метода ведения сейсморазведки осуществляется на основе оценки степени всеазимутальности, выраженной отклонением полученных значений азимутов от равномерного распределения азимутов. Степень отклонения выражается среднеквадратическим отклонением (СКО) азимутов от их среднего значения.

В каждый  $k$ -й момент времени на каждый  $(i, j)$ -й аппарат  $(i, j=1, \dots, M)$  приходят отраженные сигналы с азимутом  $Az_{ij}[k] \in [0; 360^\circ]$ . Для анализа всеазимутальности принятых сигналов строится гистограмма направлений их прихода с определенной дискретностью. Пусть количество интервалов гистограммы равно  $N$ . Тогда условие попадания азимута в  $n$ -й интервал  $(n=1, \dots, N)$  имеет следующий вид:

$$\frac{360 \cdot (n - 1)}{N} \leq Az_{ij}[k] < \frac{360 \cdot n}{N}.$$

Обозначим количество азимутов, пришедших на  $(i, j)$ -й аппарат к  $k$ -му моменту времени  $(k=1, \dots, K; K$  — количество моментов времени, в которые происходила регистрация отраженных сигналов за весь период

наблюдения) через  $Z_{ij}[n, k]$ . Тогда среднее количество азимутов для всех аппаратов, попавших в  $n$ -й интервал к  $k$ -му моменту времени равно:

$$Z_{\text{сред}}[n, k] = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M Z_{ij}[n, k]}{M^2}. \quad (1)$$

Значение  $Z_{\text{сред}}[n, k]$  представляет собой среднюю для всех аппаратов частоту попадания направлений прихода отраженных сигналов в различные интервалы к  $k$ -му моменту времени.

Среднее количество азимутов для всех аппаратов по всем интервалам к  $k$ -му моменту времени равно:

$$Z_{\text{сред}}[k] = \frac{\sum_{n=1}^N Z_{\text{сред}}[n, k]}{N}. \quad (2)$$

Тогда в  $k$ -й момент времени СКО определяется следующим выражением:

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (Z_{\text{сред}}[n, k] - Z_{\text{сред}}[k])^2}{N}}. \quad (3)$$

По результатам совокупности всех измерений в процессе проведения численного эксперимента определяется среднее значение СКО азимутов  $\sigma_{\text{cp}}$  по следующей формуле:

$$\sigma_{\text{cp}} = \frac{\sum_{k=1}^K \sigma_k}{K}. \quad (4)$$

Выберем показатель  $\sigma_{\text{cp}}$  в качестве показателя эффективности сейсморазведки. Этот выбор обусловлен тем, что параметр  $\sigma_{\text{cp}}$  наиболее полно характеризует степень всеазимутальности направлений прихода отраженных сигналов, а всеазимутальность, в свою очередь,

обеспечивает наилучшие условия обнаружения антропогенных объектов на морском дне.

Тогда критерий задачи достижения максимальной всеазимутальности направлений прихода отраженных сигналов на АНПА будет иметь следующий вид:

$$\sigma_{\text{ср}}(V_{\text{АНПА}}, \Delta L, M) \rightarrow \min \quad (5)$$

при следующих ограничениях:  $V_{\text{изл}} \leq V_1$ ,  $V_{\text{АНПА}} \leq V_2$ ,  $\Delta L \leq d_{\text{св}}$ ,  $\|x_{\text{изл}}^k - x_{\text{АНПА}ij}^k\| \leq d_p$ . Ограничения должны выполняться в каждый  $k$ -й момент времени для каждого  $(i, j)$ -го аппарата.

**4. Порядок решения задачи определения параметров метода поиска.** Для решения поставленной задачи вначале следует произвести *определение координат АНПА и излучателя.*

Для каждого  $(i, j)$ -го АНПА азимут  $Az_{ij}$  направления прихода отраженного сигнала определяется выражением:

$$Az_{ij} = \arctg \left( \frac{Y_{\text{изл}} - Y_{\text{АНПА}ij}}{X_{\text{изл}} - X_{\text{АНПА}ij}} \right), \quad (6)$$

где  $X_{\text{изл}}, Y_{\text{изл}}$  — координаты излучателя в момент регистрации отраженного сигнала;  $X_{\text{АНПА}ij}, Y_{\text{АНПА}ij}$  — координаты АНПА в момент регистрации отраженного сигнала (индекс  $i$  означает положение аппарата в группе вдоль оси  $X$ , индекс  $j$  означает положение аппарата в группе вдоль оси  $Y$ ).

В  $k$ -й момент времени расчет координат центра окружности  $(x_{\text{цк}}, y_{\text{цк}})$ , вдоль которой происходит движение излучателя, определяется исходя из следующих выражений:

$$\begin{cases} x_{\text{цк}} = x_0 - \left[ \frac{k}{M} \right], \\ y_{\text{цк}} = y_0, \end{cases} \quad (7)$$

где  $(x_0, y_0)$  — координаты начального положения излучателя, а операция  $[a]$  означает выделение целой части числа  $a$ . Оси  $X$  и  $Y$  образуют

систему координат в горизонтальной плоскости водной среды. При использовании в задаче плана «вид сверху» ось  $X$  направлена горизонтально слева направо, а ось  $Y$  — вертикально сверху вниз.

Угловая скорость  $\omega$  движения излучателя вдоль окружности описывается следующим выражением:

$$\omega = \frac{V_{\text{изл}}}{R_{\text{изл}}}. \quad (8)$$

Тогда координаты положения излучателя в  $k$ -й момент времени определяются с помощью следующих выражений:

$$\begin{cases} x_{\text{изл}} = x_{\text{цк}} + R_{\text{изл}} \cos \alpha_k, \\ y_{\text{изл}} = y_{\text{цк}} + R_{\text{изл}} \sin \alpha_k, \end{cases} \quad (9)$$

где  $\alpha_k$  — угловое положение излучателя в  $k$ -й момент времени, оно определяется следующим образом:

$$\alpha_k = \alpha_{k-1} - \omega. \quad (10)$$

Координаты положения АНПА определяются в  $k$ -й момент времени, если рассматриваемый аппарат принадлежит  $j$ -му ряду, который в  $k$ -й момент перемещается:

$$\begin{cases} x_{ijk+1} = x_{ijk} + V_{\text{АНПА}} \Delta t_k, \\ y_{ijk+1} = y_{ijk}. \end{cases} \quad (11)$$

В (11) переменная  $\Delta t_k$  представляет собой интервал между  $k$ -м и  $(k+1)$ -м моментами времени. Координаты положения АНПА, не принадлежащего ряду, который в  $k$ -й момент перемещается, определяются следующим образом:

$$\begin{cases} x_{ijk+1} = x_{ijk}, \\ y_{ijk+1} = y_{ijk}. \end{cases} \quad (12)$$

Таким образом, для расчета показателя  $\sigma_{\text{ср}}$ , выбранного выше в качестве показателя эффективности, определены все параметры, необходимые для его вычисления по формулам (3) и (4). Следующим этапом решения поставленной задачи является определение параметров  $V_{\text{АНПА}}$ ,

$M$  и  $\Delta L$ , позволяющих получить минимальное значение показателя  $\sigma_{cp}$  и тем самым обеспечивающих наиболее эффективный поиск антропогенного объекта в морском дне.

Простой перебор перечисленных параметров без анализа складывающейся ситуации и без определения причинно-следственных связей является крайне непродуктивным. Поэтому для определения указанных параметров необходимо разделить поставленную задачу на следующие последовательно решаемые подзадачи:

- определение взаимного положения группы и излучателя;
- определение геометрической протяженности группы;
- определение количества аппаратов.

Покажем, как решаются эти подзадачи.

*Определение взаимного положения группы и излучателя.* Для решения этой подзадачи рассмотрим группу в виде квадрата со сторонами  $L \times L$  метров и движение излучателя по окружности. Покажем, что всеазимутальность достигается при таком взаимном положении группы и окружности, при котором их центры совпадают.

Пусть одиночный аппарат располагается в центре квадрата, совпадающего с центром окружности. По мере движения излучателя его угловая скорость меняется равномерно по линейному закону:

$$Az = \omega R_{\text{изл}}, \quad (13)$$

что, в свою очередь, означает равномерность распределения азимутов направлений прихода отраженных сигналов.

Для любой точки, принадлежащей квадрату и отличной от центральной, имеющей азимут  $Az$  направления отраженного сигнала, пришедшего от излучателя, расположенного в произвольной точке окружности. В силу симметрии окружности и квадрата всегда найдутся такие положения точки в квадрате и излучателя на окружности, центрально симметричные относительно первоначальных, для которых:

$$Az'_i = 360^\circ - Az_i. \quad (14)$$

Поэтому при рассмотрении произвольного множества точек, равномерно покрывающих квадрат, распределение азимутов направлений прихода отраженных сигналов также будет равномерным.

Таким образом, результатом данного этапа выбора параметров является вывод о том, что для эффективного ведения поиска антропогенных объектов необходимо, чтобы центр группы и центр окружности, вдоль которой движется излучатель, совпадали.

Однако при ведении сейсморазведки излучатель движется по круговой траектории — циклоиде. Поэтому для обеспечения выполнения вышеуказанного условия необходимо, чтобы центр группы двигался синхронно с движением центра излучателя. Сказанное означает необходимость выполнения следующего условия:

$$V_{ц} = V_{гр}. \quad (15)$$

Определение скорости каждого АНПА основано на том факте, что скорость движения группы АНПА  $V_{гр}$  определяется количеством рядов АНПА, которые последовательно перемещаются:

$$V_{гр} = \frac{M_3}{M} V_{АНПА}, \quad (16)$$

где  $M_3$  — количество задействованных рядов АНПА при перемещении. Отсюда определяем скорость перемещения  $V_{АНПА}$ .

*Определение геометрической протяженности группы АНПА.* Кроме согласованности движения группы АНПА, с излучателем должна быть обеспечена всеазимутальность приема отраженных сигналов. На всеазимутальность приема сигналов оказывает влияние соотношение между геометрическими размерами группы, определяемой параметром  $L$ , и радиусом циклоиды  $R_{изл}$ , то есть радиусом окружности, вдоль которой происходит движение излучателя. Однако всеазимутальность направлений прихода отраженных сигналов на аппараты достигается в том случае, если излучатель двигается вдоль окружности, совпадающей с окружностью, описанной вокруг группы аппаратов.

Поясним сказанное. Пусть за некоторое время  $\Delta t$  излучатель описывает полный круг вокруг группы. И за это же время один ряд группы должен преодолеть расстояние  $(L + \Delta L)$  для обеспечения максимальной непрерывности процесса. Пройденный излучателем путь в этом случае будет определяться следующим выражением:

$$S = 2\pi R_{изл} = V_{изл} \Delta t. \quad (17)$$

За это же время  $\Delta t$  один ряд АНПА, скорость перемещения которого определяется скоростью  $V_{АНПА}$  перемещения одиночного АНПА, преодолеет расстояние  $(L + \Delta L)$ , которое следующим образом выражается через скорость АНПА:

$$L + \Delta L = V_{АНПА} \Delta t. \quad (18)$$

Выражая из (17) и (18) время  $\Delta t$  и приравнявая друг другу полученные выражения, получаем следующее условие согласованного поведения группы АНПА и излучателя:

$$\frac{L + \Delta L}{V_{\text{АНПА}}} = \frac{2 \pi R_{\text{изл}}}{V_{\text{изл}}}. \quad (19)$$

Поскольку справедливо равенство  $L + \Delta L = M \Delta L$ , то расстояние между аппаратами, обеспечивающими их согласованное с излучателем движение, определяется следующим выражением:

$$\Delta L = \frac{2 \pi R_{\text{изл}} V_{\text{АНПА}}}{M V_{\text{изл}}}. \quad (20)$$

Из (20) видно, что при принятых ограничениях по скорости АНПА и радиусу окружности, вдоль которой происходит движение излучателя, параметр  $\Delta L$  можно увеличивать лишь до значения, определяемого следующим выражением:

$$\Delta L = \frac{2 \pi d_p V_2}{M V_{\text{изл}}}. \quad (21)$$

Выражение (21) позволяет определить расстояние между аппаратами с учетом ограничения на дальность распространения отраженного сигнала, которое, в свою очередь, оказывают влияние на размер группы. Исходя из этого, геометрический размер группы определяется следующим образом:

$$L_d = M \Delta L. \quad (22)$$

С другой стороны, с учетом того, что размер группы должен быть таким, чтобы циклоида, описываемая вокруг группы, была близка к описанной окружности, геометрический размер группы определяется следующим выражением:

$$L_{\text{изл}} = \sqrt{2} R_{\text{изл}}. \quad (23)$$

Окончательно протяженность группы определяется условием:

$$L = \min \{ L_d, L_{\text{изл}} \}, \quad (24)$$

а расстояние между аппаратами должно быть равно:

$$\Delta L = \min \left\{ \frac{L_d}{M^2}, \frac{L_{\text{изл}}}{M^2} \right\}. \quad (25)$$

*Определение количества аппаратов.* Геометрический размер группы  $L$  и расстояние  $\Delta L$  между соседними аппаратами позволяют определить количество аппаратов в группе. Решение этой подзадачи, заключающейся в определении количества аппаратов  $M$  в каждом ряду и количество рядов  $M$ , сводится к решению задачи покрытия квадрата  $L \times L$  регулярной сеткой с размером ячейки  $\Delta L$ , в узлах которой расположены аппараты. Количество узлов сетки определяется количеством аппаратов в группе. Очевидно, что необходимо стремиться к экономии аппаратов и заполнять квадрат наименьшим количеством аппаратов. Тогда, ввиду наличия ограничения на расстояние  $\Delta L$  между аппаратами, количество аппаратов определяется следующим выражением:

$$M = \frac{L}{d_{\text{св}}} . \quad (26)$$

**5. Результаты экспериментальных исследований на имитационной модели.** Для численного расчета параметров метода поиска антропогенных объектов была разработана и реализована на программном уровне имитационная модель. В этой модели в каждом такте имитации воспроизводились процессы движения излучателя по круговой траектории, движение группы аппаратов АНПА и отдельно взятых АНПА из группы, а также излучение излучателем зондирующего импульсного сигнала и прием геофонами отраженного от антропогенных объектов сигнала. Степень детализации воспроизводимых процессов позволяла рассматривать АНПА и излучатель как материальные точки и в то же время учитывать особенности согласованного движения группы АНПА и излучателя. В зависимости от дистанции до излучателя на каждом АНПА оценивался уровень принимаемого отраженного сигнала с учетом среды распространения, затухания, реверберации и рефракции лучей. Глубина места принималась равной 450 м, волнение моря составляло 2-3 балла. Предполагалось, что дно является полностью песчаным.

При проведении экспериментальных исследований были приняты следующие исходные данные по группе АНПА:

- количество АНПА в группе — 49 аппаратов (по 7 аппаратов в каждом ряду, количество рядов — 7);
- расстояние  $\Delta L$  между АНПА составляет 30 м;
- скорость перемещения группы АНПА определялась количеством рядов группы, перемещающихся вдоль направления движения (в перемещении участвовал один ряд).

По излучателю принималось допущение, что центр вращения окружности в точности совпадает с геометрическим «центром масс» группы АНПА.

Предполагалось, что за время перемещения одиночного ряда АНПА оставшая (бóльшая) часть АНПА успевает выполнить последовательно операции заглабления и опускания на дно, прикрепления к дну, позиционирования, приема отраженных сигналов и их регистрации на карту памяти, всплытия и подготовки к дальнейшему перемещению, включая всплытие на глубину движения в точку новой дислокации.

Поскольку, как видно из (20), изменение расстояния  $\Delta L$  между АНПА прямо пропорционально изменению радиуса  $R_{изл}$ , то при проведении эксперимента варьировался радиус окружности, вдоль которой происходит перемещение излучателя. Для каждого значения радиуса проводился численный эксперимент, в ходе которого система «группа АНПА – излучатель» описывала полный контур в виде прямоугольника. Значение радиуса при этом варьировалось от 10 м до 200 м с шагом 10 м. В ходе проведения серии численных экспериментов было определено, каким образом радиус окружности, вдоль которой происходит движение излучателя, влияет на СКО азимутов. Ограничения по дальности приема отраженных сигналов на этом этапе исследований не учитывались. Результаты этого численного эксперимента приведены на рисунке 2.

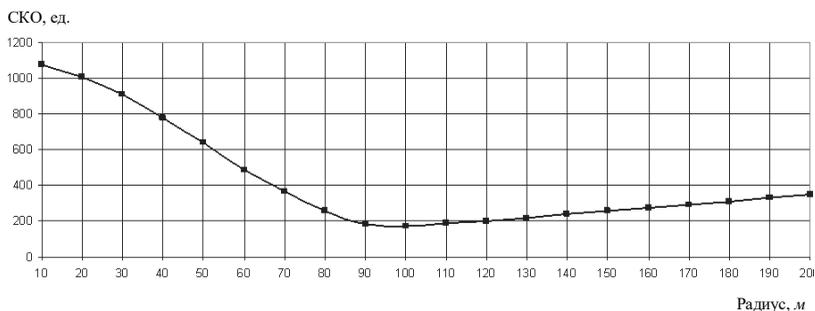


Рис. 2. Зависимость СКО азимутов от радиуса окружности, вдоль которой происходит вращение излучателя

На рисунке 2 по горизонтальной оси отложены значения радиусов, по вертикальной — значения СКО азимутов. Из анализа результатов, приведенных на рисунке 2, можно сделать следующие выводы:

1. Изменение радиуса окружности, вдоль которой происходит движение излучателя, оказывает влияние на степень всеазимутальности, выраженной через СКО азимутов.

2. С увеличением радиуса окружности СКО азимутов монотонно убывает от 1100 до 180 единиц и достигает минимальной отметки при значении радиуса  $R_{изл} = 100$  м. Дальнейшее увеличение радиуса приводит к увеличению СКО до 380 единиц, зафиксированного при  $R_{изл} = 200$  м.

3. Результаты численного эксперимента показывают, что существует оптимальное значение радиуса, при котором СКО азимутов достигает наименьшего значения. Это значение радиуса соответствует окружности, близкой к окружности, описанной вокруг группы АНПА с центром в геометрическом «центре масс» АНПА. Однако, как отмечалось выше, при проведении численного эксперимента ограничения на дальности приема отраженного сигнала не учитывались.

Таким образом, по результатам проведенного численного эксперимента было выявлено, что при движении группы АНПА и движении излучателя по окружности вокруг этой группы наибольшая степень всеазимутальности достигается при таком соотношении размера группы и радиуса окружности, при котором эта окружность близка к окружности, описанной вокруг квадрата, представляющего собой геометрическое изображение группы АНПА.

Однако, как указывалось в постановке задачи на определение параметров метода поиска, имеется ограничение на дальность приема отраженных сигналов. Поэтому были проведены дополнительные экспериментальные исследования для варианта с ограничениями на дальность приема отраженного сигнала.

Учет этой дальности происходил следующим образом. Перед проведением эксперимента задавалось предельное значение дальности приема отраженного сигнала. В ходе проведения численного эксперимента определялись азимуты, как и в эксперименте на предыдущем этапе. Однако на этот раз, если оказывалось, что дальность превышает предельное значение, то эти азимуты исключались из статистической обработки результата. Тем самым определялся «вклад» азимутов в общие предельные заданные значения.

При проведении этого численного эксперимента задавалось значение предельной дальности, с которой еще можно было регистрировать отраженный сигнал. Затем при последовательном изменении радиуса окружности, вдоль которой происходит движение излучателя, проводилась серия численных экспериментов. По результатам этой серии строился график, аналогичный приведенному на рисунке 2.

Затем значение предельной дальности изменялось, и вновь проводилась серия численных экспериментов с изменением радиуса окружности, вдоль которой происходит перемещение излучателя, от 10 м до 200 м с шагом 10 м.

В результате были определены зависимости СКО от радиуса окружности с учетом дальности приема отраженных сигналов. Результаты этих исследований приведены на рисунке 3.

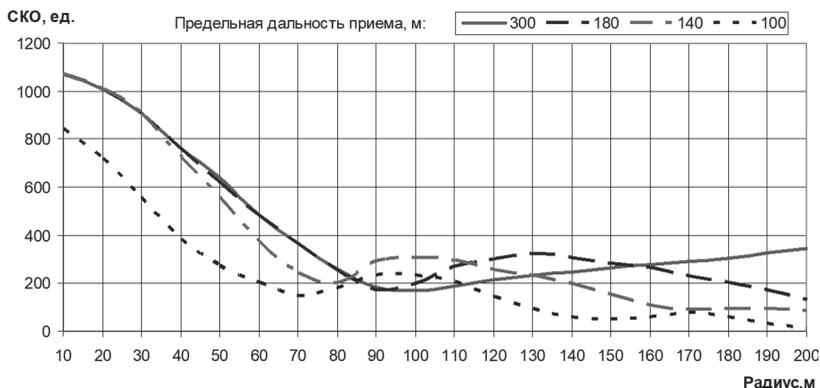


Рис. 3. Зависимость СКО от радиуса окружности, вдоль которой происходит движение излучателя, с учетом предельной дальности приема отраженных сигналов

Анализ результатов, приведенных на рисунке 3, позволяет сформулировать следующие выводы:

1. Учет ограничений по дальности приема отраженных сигналов оказывает влияние на СКО азимутов. Так, при переходе предельной дальности приема отраженных сигналов от 300 м до 100 м снижение СКО азимутов в среднем произошло на величину 200 единиц.

2. Снижение предельной дальности приема отраженных сигналов, например от 300 м до 180 м, приводит к снижению СКО азимутов на больших радиусах только после радиуса 90 м. При этом минимум СКО сохраняется при радиусах, лежащих в диапазоне от 70 до 90 м. В дальнейшем наблюдается более интенсивный рост СКО азимутов по сравнению с вариантом, когда дальность приема сигналов равна 300 м. Объяснить это можно тем, что с ростом радиуса происходит превышение предельной дистанции азимутов, которые исключаются из рассмотрения. Затем наблюдается еще одна точка перегиба, и с дальнейшим увеличением радиуса СКО азимутов начинает снижаться.

3. Схожий характер зависимости СКО азимутов от радиуса окружности, вдоль которой происходит перемещение излучателя, наблюдается при дальнейшем снижении предельной дальности приема отраженных сигналов.

При этом положение минимума СКО азимутов смещается. При дистанции 100 м оно составило 70 единиц, при дистанции 140 м — 80 единиц, при дистанции 180 м — 90 единиц, при дистанции 300 м, а также и при безграничном случае — 100 единиц.

4. При рассмотрении данных, представленных на рисунке 3, было выявлено, что наименьшее значение СКО азимутов наблюдается

при ограничении по дальности, равном 100 м. В этом случае СКО составляет 148 единиц.

Для этого случая гистограмма распределения азимутов имеет вид, представленный на рисунке 4.

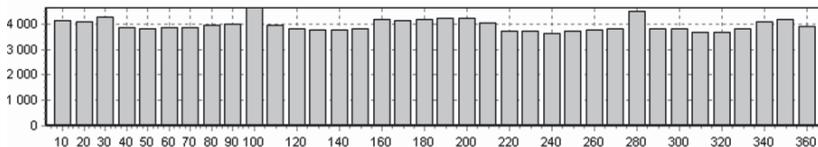


Рис. 4. Гистограмма распределения азимутов при предельной дальности 100 м

При этом траектория перемещения излучателя вокруг группы АНПА должна выглядеть так, как показано на рисунке 5.

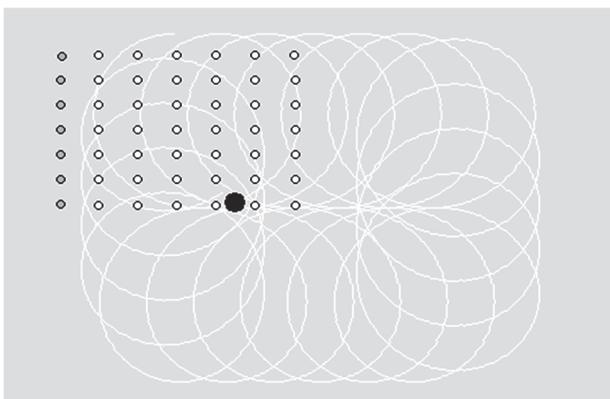


Рис. 5. Результирующая траектория перемещения излучателя вокруг группы АНПА

Таким образом, результаты проведенных численных экспериментов на имитационной модели показали, что для обеспечения эффективного ведения сейсморазведки необходимо согласованно подбирать мощность излучателя и чувствительность геофонов, обеспечивая при этом требуемую дальность приема отраженных сигналов с учетом радиуса обхода группы АНПА.

**7. Заключение.** В статье предложен новый динамический подход к поиску антропогенных объектов на морском дне, отличающийся от статического тем, что он основан на использовании группы АНПА. Суть данного подхода заключается в согласовании перемещения группы аппаратов с поведением излучателя, при котором основная часть аппаратов занята приемом отраженного сигнала, а остальная часть — перемещением в новое место.

Предложенный новый динамический метод непрерывного ведения сейсморазведки антропогенных объектов с использованием АНПА позволяет существенно сократить время на поиск антропогенных объектов в заданном районе. Выигрыш во времени проведения поиска антропогенных объектов определяется отсутствием времени, затрачиваемого на подготовительные работы по заглоблению или всплытию АНПА на заданную глубину, поскольку они происходят в процессе прослушивания АНПА, неподвижно расположенными на дне, отраженного геосигнала. Результаты численного эксперимента показали, что предложенный метод позволяет существенно повысить эффективность поиска антропогенных объектов на морском дне с использованием АНПА, поскольку основной показатель эффективности, характеризуемый СКО азимутов приема отраженных сигналов, уменьшается от 1100 до 200 градусов.

Дальнейшие исследования связаны с углублением исследований поведения группы АНПА с учетом рельефа дна, гидрологических и гидроакустических условий морской среды, а также гидродинамических особенностей самого АНПА.

### Литература

1. *Гайнанов В.Г., Верхняцкий А.А., Шматков А.А., Токарев М.Ю.* Трехмерные сейсмоакустические наблюдения на акваториях: обзор современных технологий // Деловой журнал Neftegaz.RU. 2017. № 1. С. 56–68.
2. *Токарев М.Ю., Гайнанов В.Г.* Новые технологии сейсмоакустического профилирования на акваториях // Приборы и системы разведочной геофизики. 2016. Т. 3. № 3. С. 18–23.
3. *Шматков А.А., Гайнанов В.Г., Токарев М.Ю.* Обзор технологий трехмерных сейсмоакустических исследований на акваториях // Технологии сейсморазведки. 2015. № 2. С. 86–97.
4. *Крылов А.А.* Моделирование реакции пористых водонасыщенных верхних осадков морского шельфа на сейсмические воздействия // Естественные и технические науки. 2015. № 10. С. 221–223.
5. *Delaney J.R.* NEPTUNE: an interactive submarine observatory at the scale of a tectonic plate. Long-Term Observations in the Oceans // OHP/ION Joint Symposium. 2001. 309 p.
6. *Maultzsch S. et al.* An integrated multi-azimuth VSP study for fracture characterization in the vicinity of a well // Geophysical Prospecting. 2009. vol. 57. pp. 263–274.
7. *Wild P.* Practical applications of seismic anisotropy // First Break. 2011. vol. 29. no. 5. pp. 117–124.
8. *Leurera K.C.* Compressional- and shear-wave velocities and attenuation in deep-sea sediment during laboratory compaction // J. Acoust. Soc. Amer. 2004. vol. 116. no. 4. pp. 2023–2030.
9. *Левченко Д.Г.* Методы и средства измерения параметров океанической среды автоматическими многоцелевыми донными станциями // Нефтегазовая геология. Теория и практика. 2010. Т. 5. № 2. С. 1–9. URL: [http://www.ngtp.ru/rub/12/28\\_2010.pdf](http://www.ngtp.ru/rub/12/28_2010.pdf) (дата обращения: 21.09.2017).
10. *Борисов А.С., Плотникова И.Н.* Геолого-геофизические исследования акваторий: учебно-методическое пособие // Казань. 2011. 51 с.

11. Кузнецов В.М., Шехтман Г.А., Череповский А.В. Методика наблюдений в многоволновой сейсморазведке // Технологии сейсморазведки. 2013. № 2. С. 37–59.
12. Марченко А.Л., Владов М.Л., Судакова М.С., Старовойтов А.В. Автоматизация скоростного анализа георадарных данных // Инженерные изыскания. 2017. № 5. С. 36–42.
13. Sopher D., Juhlin C. Processing and interpretation of vintage 2D marine seismic data from the outer Hanö Bay area, Baltic Sea // Journal of Applied Geophysics. 2013. vol. 95. pp. 1–15.
14. Coşkun S. et al. Natural and anthropogenic submarine morphologies revealed by high resolution acoustic data in the Gulf of Izmir, western Turkey // Marine and Petroleum Geology. 2016. vol. 71. pp. 211–224.
15. Лавров Н.П. и др. Перспективы донной сейсморазведки в Российской Федерации // Арктика: экология и экономика. 2011. № 4. С. 4–13.
16. Подводные камни морской сейсморазведки. Часть 1. URL: [https://www.korabel.ru/news/comments/podvodnye\\_kamni\\_morskoy\\_seysmorazvedki\\_chast\\_1.html](https://www.korabel.ru/news/comments/podvodnye_kamni_morskoy_seysmorazvedki_chast_1.html) (дата обращения: 21.09.2017).
17. Амфилов Ю.П., Токарев М.Ю. «Окно возможностей» российского шельфа // Бурение и нефть. 2017. № 2. С. 3–9.
18. Амфилов Ю.П. Сейсморазведка на российском шельфе // Offshore [Russia]. 2015. № 2(8). С. 26–35.
19. Амфилов Ю.П., Батурин Д.Г. Новейшие технологии сейсмического мониторинга 4D при разработке морских месторождений нефти и газа // Технологии сейсморазведки. 2013. № 2. С. 31–36.
20. Амфилов Ю.П. Новые вызовы для российской нефтегазовой отрасли в условиях санкций и низких цен на нефть // Минеральные ресурсы России. Экономика и управление. 2017. № 2. С. 38–50.
21. Амфилов Ю.П., Токарев М.Ю. Сейсморазведка. Время действий или упущенных возможностей? // Бурение и нефть. 2017. № 3. С. 3–13.
22. WiMust – A Fleet of AUVs for Seismic Surveys. URL: <https://www.hydro-international.com/content/article/wimust-a-fleet-of-aUvs-for-seismic-surveys> (дата обращения: 21.09.2017).
23. Маиошин А.И. и др. Морская автономная донная станция для выполнения геофизических и геологоразведочных работ // Патент РФ № 2381530. 2008. 8 с.
24. Ильин И.А. и др. Автономная донная станция для сейсмических наблюдений // Патент РФ № 2438149. 2011. 14 с.
25. Суконкин С.Я. и др. Подводная геофизическая станция // Патент РФ № 2435180. 2011. 13 с.
26. Груздев П.Д. и др. Подвижная подводная автономная сейсмогидроакустическая станция разведки углеводородов на акватории арктического шельфа // Патент РФ № 2515170. 2014. 6 с.
27. Максимов С.В. О применении автономных необитаемых подводных аппаратов в технологии тотальной донной сейсморазведки // Труды 4-й Всероссийской научно-технической конференции «Технические проблемы освоения Мирового океана». 2011. С. 220–224.
28. Кузнецов В.М., Шехтман Г.А., Череповский А.В. Методика наблюдений в многоволновой сейсморазведке // Технологии сейсморазведки. 2013. № 2. С. 37–59.
29. Кебкал К.Г., Маиошин А.И. Гидроакустические методы позиционирования автономных необитаемых подводных аппаратов // Гирскопия и навигация. 2016. № 3(94). С. 115–130.
30. Буй М. и др. Морская сейсморазведка по спиральной траектории Coil Shooting // Нефтегазовое обозрение. 2008. Т. 21. № 4. С. 22–39.

31. *Мартынова Л.А.* Инструментарий для исследований эффективности ведения сейсморазведки с использованием автономных необитаемых подводных аппаратов // Информационно-управляющие системы. 2017. № 2. С. 77–87.

**Безрук Георгий Григорьевич** — к-т техн. наук, начальник отдела морской робототехники, Главный научно-исследовательский испытательный центр робототехники Министерства обороны Российской Федерации (ГНИИЦ РТ МО РФ). Область научных интересов: морская робототехника, комплексная обработка разнородной информации, поиск и обнаружение объектов по различным физическим полям, системный анализ. Число научных публикаций — 40. [geoint99@mail.ru](mailto:geoint99@mail.ru); Тихорецкий пр., 3, Санкт-Петербург, 194064; р.т.: +7(911)947-0457.

**Мартынова Любовь Александровна** — д-р техн. наук, доцент, ведущий научный сотрудник научно-исследовательского центра «Системы освещения обстановки», АО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", младший научный сотрудник, Главный научно-исследовательский испытательный центр робототехники Министерства обороны Российской Федерации (ГНИИЦ РТ МО РФ). Область научных интересов: обработка информации, математическое моделирование, системы поддержки принятия решения, искусственный интеллект, беспилотные аппараты, алгоритмы системы управления. Число научных публикаций — 110. [martynowa999@bk.ru](mailto:martynowa999@bk.ru); Тихорецкий пр., 3, Санкт-Петербург, 194064; р.т.: +7(921)941-13-95.

**Саенко Игорь Борисович** — д-р техн. наук, профессор, ведущий научный сотрудник лаборатории проблем компьютерной безопасности, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН), научный сотрудник, Главный научно-исследовательский испытательный центр робототехники Министерства обороны Российской Федерации (ГНИИЦ РТ МО РФ), сотрудник международной лаборатории информационной безопасности киберфизических систем, ФГАОУ ВО "Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики" (Университет ИТМО). Область научных интересов: автоматизированные информационные системы, информационная безопасность, обработка и передача данных по каналам связи, теория моделирования и математическая статистика, теория информации. Число научных публикаций — 350. [ibsaen@comsec.spb.ru](mailto:ibsaen@comsec.spb.ru), <http://www.comsec.spb.ru>; 14-я линия В.О., 39, Санкт-Петербург, 199178; р.т.: +7(812)328-7181, Факс: +7(812)328-4450.

**Поддержка исследований.** Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 17-08-00666 и 18-07-01369), бюджетной темы № АААА-А16-116033110102-5, а также при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 08-08).

G.G. BEZRUK, L.A. MARTYNOVA, I.B. SAENKO  
**DYNAMIC METHOD OF SEARCHING ANTHROPOGENIC  
OBJECTS IN SEABED WITH USE OF AUTONOMOUS  
UNDERWATER VEHICLES**

*Bezruk G.G., Martynova L.A., Saenko I.B. Dynamic Method of Searching Anthropogenic Objects in Seabed with use of Autonomous Underwater Vehicles.*

**Abstract.** The dynamic method of searching anthropogenic objects in the seabed with autonomous underwater vehicles use is offered. Unlike a static method where all devices with geophones onboard are buried and attached to a bottom simultaneously and after the end of a search session float at the same time, the continuity of guiding of search due to dynamic behavior of group of devices is provided in the offered method. It is offered that while the main part of devices with geophones listens to the reflected signal, other part of devices moves further along the route. The continuity of guiding of seismic exploration in the preset area and essential abbreviation of time for its carrying out is in such a way reached. The algorithm of the coordinated behavior of devices with geophones onboard and the submersible moving the radiator is given. The mathematical model of functioning of "the radiator — geophones" system is described. Experiments by determination of optimum parameters of guiding of seismic exploration of anthropogenic objects are made. Results of simulation allowed to evaluate a scoring from use of the offered method, to determine its optimum parameters and to develop recommendations about its use for search of anthropogenic objects in the thickness of a seabed.

**Keywords:** robotic complex, autonomous underwater vehicle, anthropogenic object, seismic exploration, radiator, geophone, mean squared deviation.

**Bezruk Georgy Grigor'evich** — Ph.D., head of department of sea robotic technology, Principal Research and Development Test Centre of Robotic Technology Ministry of Defence of the Russian Federation (PRDCR). Research interests: sea robotic technology, complex processing of heterogeneous information, search and detection of objects on different physical fields, systems analysis. The number of publications — 40. [geoint99@mail.ru](mailto:geoint99@mail.ru); 3, Tikhoretsky prospect, St. Petersburg, 194064, Russia; office phone: +7(911)947-0457.

**Martynova Lubov' Aleksandrovna** — Ph.D., Dr. Sci., associate professor, leading researcher of research center "Illumination system of the situation", JSC State Research Center of the Russian Federation Concern CSRI Elektropribor, junior researcher, Principal Research and Development Test Centre of Robotic Technology Ministry of Defence of the Russian Federation (PRDCR). Research interests: information processing, mathematical simulation, decision-making support systems, artificial intelligence, pilotless devices, management system algorithms. The number of publications — 110. [martynowa999@bk.ru](mailto:martynowa999@bk.ru); 3, Tikhoretsky prospect, St. Petersburg, 194064, Russia; office phone: +7(921)941-13-95.

**Saenko Igor Borisovich** — Ph.D., Dr. Sci., professor, leading researcher of computer security problems laboratory, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of Russian Academy of Sciences (SPIIRAS), researcher, Principal Research and Development Test Centre of Robotic Technology Ministry of Defence of the Russian Federation (PRDCR), researcher of information security of cyber-physical systems international laboratory, ITMO University (Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics). Research interests: automated information systems, information security, processing and transfer of data on data links, theory of modeling and mathematical statistics, information theory. The number of publications — 350. [ibsaen@comsec.spb.ru](mailto:ibsaen@comsec.spb.ru), <http://www.comsec.spb.ru>; 39, 14-th Line V.O., St. Petersburg, 199178, Russia; office phone: +7(812)328-7181, Fax: +7(812)328-4450.

**Acknowledgements.** This research is supported by the grant of RFBR (projects No. 17-08-00666 and 18-07-01369), by the budget (the project No. AAAA-A16-116033110102-5), and by Government of the Russian Federation (grant 08-08).

## References

1. Gajnanov V.G., Verhnjackij A.A., Shmatkov A.A., Tokarev M.Yu. [Three-dimensional seismoacoustic observations on water areas: review of the modern technologies]. *Delovoj zhurnal Neftegaz.RU – Business journal Neftegaz.RU*. 2017. vol. 1. pp. 56–68. (In Russ.).
2. Tokarev M.Ju., Gajnanov V.G. [New technologies of seismoacoustic profiling on water areas]. *Pribory i sistemy razvedochnoj geofiziki – Devices and systems of prospecting geophysics*. 2016. Issue 3. vol. 3. pp. 18–23. (In Russ.).
3. Shmatkov A.A., Gajnanov V.G., Tokarev M.Yu. [The overview of technologies of three-dimensional seismic-acoustic researches on water areas]. *Tehnologii sejsmorazvedki – Technologies of seismic exploration*. 2015. vol. 2. pp. 86–97. (In Russ.).
4. Krylov A.A. [Modeling of reaction of porous water-saturated upper rainfall of the sea shelf to seismic influences]. *Estestvennye i tehniczeskie nauki – Natural and technical science*. 2015. vol. 10. pp. 221–223. (In Russ.).
5. Delaney J.R. NEPTUNE: an interactive submarine observatory at the scale of a tectonic plate. Long-Term Observations in the Oceans. OHP/ION Joint Symposium. 2001. 309 p.
6. Maultzsch S. et al. An integrated multi-azimuth VSP study for fracture characterization in the vicinity of a well. *Geophysical Prospecting*. 2009. vol. 57. pp. 263–274.
7. Wild P. Practical applications of seismic anisotropy. *First Break*. 2011. vol. 29. no. 5. pp. 117–124.
8. Leurera K.C. Compressional- and shear-wave velocities and attenuation in deep-sea sediment during laboratory compaction. *J. Acoust. Soc. Amer.* 2004. vol. 116. no. 4. pp. 2023–2030.
9. Levchenko D.G. [Methods and gages of parameters of oceanic environment automatic multi-purpose ground stations]. *Neftegazovaja geologija. Teorija i praktika – Oil and gas geology. Theory and practice*. 2010. Issue 5. vol. 2. pp. 1–9. Available at: [http://www.ngtp.ru/rub/12/28\\_2010.pdf](http://www.ngtp.ru/rub/12/28_2010.pdf) (accessed: 21.09.2017). (In Russ.).
10. Borisov A.S., Plotnikova I.N. *Geologo-geofizicheskie issledovanija akvatorij* [Geologic-geophysical researches of water areas]. Kazan. 2011. 51 p. (In Russ.).
11. Kuznecov V.M., Shehtman G.A., Cherepovskij A.V. [Technique of observations in multiwave seismic exploration]. *Tehnologii sejsmorazvedki – Technologies of seismic exploration*. 2013. vol. 2. pp. 37–59. (In Russ.).
12. Marchenko A.L., Vladov M.L., Sudakova M.S., Starovojtov A.V. [Automation of the high-speed analysis of georadar data]. *Inzhenernye izyskanija – Engineering researches*. 2017. vol. 5. pp. 36–42. (In Russ.).
13. Sopher D., Juhlín C. Processing and interpretation of vintage 2D marine seismic data from the outer Hanö Bay area, Baltic Sea. *Journal of Applied Geophysics*. 2013. vol. 95. pp. 1–15.
14. Coskun S. et al. Natural and anthropogenic submarine morphologies revealed by high resolution acoustic data in the Gulf of Izmir, western Turkey. *Marine and Petroleum Geology*. 2016. vol. 71. pp. 211–224.
15. Laverov N.P. et al. [Perspectives of ground seismic exploration in the Russian Federation]. *Arktika: jekologija i jekonomika – Arctic: ecology and economy*. 2011. vol. 4. pp. 4–13. (In Russ.).
16. Podvodnye kamni morskoy sejsmorazvedki. Chast' 1 [Reefs of naval seismic exploration. Part 1]. Available at: [https://www.korabel.ru/news/comments/podvodnye\\_kamni\\_morskoy\\_sejsmorazvedki\\_chast\\_1.html](https://www.korabel.ru/news/comments/podvodnye_kamni_morskoy_sejsmorazvedki_chast_1.html) (accessed: 21.09.2017). (In Russ.).
17. Ampilov Yu.P., Tokarev M.Yu. [“Window of opportunities” of the Russian shelf]. *Bu-renie i neft' – Drilling and oil*. 2017. vol. 2. pp. 3–9. (In Russ.).

18. Ampilov Yu.P. [Seismic exploration on the Russian shelf]. *Offshore [Russia] – Offshore [Russia]*. 2015. vol. 2(8). pp. 26–35. (In Russ.).
19. Ampilov Yu.P., Baturin D.G. [The newest technologies of seismic monitoring 4D when developing sea oil and gas deposits]. *Tehnologii sejsmorazvedki – Technologies of seismic exploration*. 2013. vol. 2. pp. 31–36. (In Russ.).
20. Ampilov Yu.P. [New challenges for the Russian oil and gas industry in the conditions of sanctions and the low prices of oil]. *Mineral'nye resursy Rossii. Jekonomika i upravlenie – Mineral resources of Russia. Economy and management*. 2017. vol. 2. pp. 38–50. (In Russ.).
21. Ampilov Yu.P., Tokarev M.Yu. [Seismic exploration. Time of actions or the missed opportunities?]. *Burenie i nef't' – Drilling and oil*. 2017. vol. 3. pp. 3–13. (In Russ.).
22. WiMust – A Fleet of AUVs for Seismic Surveys. – Available at: <https://www.hydro-international.com/content/article/wimust-a-fleet-of-auvs-for-seismic-surveys> (accessed: 21.09.2017).
23. Mashoshin A.I. et al. *Morskaja avtonomnaja donnaja stancija dlja vypolnenija geofizicheskikh i geologorazvedochnyh rabot* [The sea autonomous ground station for accomplishment of geophysical and exploration works]. Patent RF no. 2381530. 2008. 8 p. (In Russ.).
24. Il'in I.A. et al. *Avtonomnaja donnaja stancija dlja sejsmicheskikh nabljudenij* [The autonomous ground station for seismic observations]. Patent RF no. 2438149. 2011. 14 p. (In Russ.).
25. Sukonkin S.Ja. et al. *Podvodnaja geofizicheskaja stancija* [Underwater geophysical station]. Patent RF no. 2435180. 2011. 13 p. (In Russ.).
26. Gruzdev P.D. et al. *Podvizhnaja podvodnaja avtonomnaja sejsmogidroakusticheskaja stancija razvedki uglevodorodov na akvatorii arkticheskogo shel'fa* [The mobile underwater autonomous seismic hydroacoustic station of investigation of hydrocarbons on the water area of the Arctic shelf]. Patent RF no. 2515170. 2014. 6 p. (In Russ.).
27. Maksimov S.V. [About use of autonomous underwater vehicles in technology of total ground seismic exploration]. *Trudy 4-j Vserossijskoj nauchno-tehnicheskoi konferencii "Tehnicheskie problemy osvoenija Mirovogo okeana"* [Works of the 4th All-Russian scientific and technical conference "Engineering Problems of Development of the World Ocean"]. 2011. pp. 220–224. (In Russ.).
28. Kuznecov V.M., Shehtman G.A., Cherepovskij A.V. [Technique of observations in multiwave seismic exploration]. *Tehnologii sejsmorazvedki – Technologies of seismic exploration*. 2013. vol. 2. pp. 37–59. (In Russ.).
29. Kebkal K.G., Mashoshin A.I. [Hydroacoustic methods of positioning of autonomous underwater vehicles]. *Giroskopija i navigacija – Giroskopiya and navigation*. 2016. vol. 3(94). pp. 115–130. (In Russ.).
30. Buja M. et al. [Naval seismic exploration on a spiral trajectory of Coil Shooting]. *Neftegazovoe obozrenie – Oil and gas review*. 2008. Issue 21. vol. 4. pp. 22–39. (In Russ.).
31. Martynova L.A. [Tools for Studying the Efficiency of Seismic Exploration with Standalone Unmanned Submersibles]. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy – Information and Control Systems*. 2017. vol. 2. pp. 77–87 (In Russ.).

---

Signed to print 23.05.2018

Printed in Publishing center GUAP, 67, B. Morskaya, St. Petersburg, 190000, Russia

---

The journal is registered in Russian Federal Agency for Communications  
and Mass-Media Supervision, certificate ПИ № ФС77-41695 dated August 19, 2010 г.  
Subscription Index П5513, Russian Post Catalog

---

Подписано к печати 23.05.2018. Формат 60×90 1/16. Усл. печ. л. 13,81. Заказ № 221.

Тираж 150 экз., цена свободная.

Отпечатано в Редакционно-издательском центре ГУАП, 190000, Санкт-Петербург, Б. Морская, д. 67

---

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи  
и массовых коммуникаций,  
свидетельство ПИ № ФС77-41695 от 19 августа 2010 г.

Подписной индекс П5513 по каталогу «Почта России»

## РУКОВОДСТВО ДЛЯ АВТОРОВ

Взаимодействие автора с редакцией осуществляется через личный кабинет на сайте журнала «Труды СПИИРАН» <http://www.proceedings.spiiras.nw.ru>. При регистрации авторам рекомендуется заполнить все предложенные поля данных.

Подготовка статьи ведется с помощью текстовых редакторов MS Word 2007 и выше. Объем основного текста – от 15 до 25 страниц включительно. Формат страницы документа – А5 (148 мм ширина, 210 мм высота); ориентация – портретная; все поля – 20 мм. Верхний и нижний колонтитулы страницы – пустые. Основной шрифт документа – Times New Roman, основной кегль (размер) шрифта – 10 pt. Переносы разрешены. Абзацный отступ устанавливается размером в 10 мм. Межстрочный интервал – одинарный. Номера страниц не проставляются.

В основную часть допускается помещать рисунки, таблицы, листинги и формулы. Правила их оформления подробно рассмотрены на нашем сайте в разделе «Руководство для авторов».

### AUTHOR GUIDELINES

Interaction between each potential author and the Editorial board is realized through the personal account on the website of the journal "Proceedings of SPIIRAS" <http://www.proceedings.spiiras.nw.ru>. At the registration the authors are requested to fill out all data fields in the proposed form.

The submissions should be prepared using MS Word 2007 text editor or higher versions, at that, only manuscripts in \*.docx format will be considered. The text of the paper in the main part of it should be from 15 – 25 pages of A5 size that is 210 X 148 mm; orientation – portrait; all margins – 20 mm. The font of the main paper text is Times New Roman of 10 pt font size. The pages' headers and footers should be empty; indentation – 10 mm; line spacing – single; pages are not numbered; hyphenations are allowed.

Certain figures, tables, listings and formulas are allowed in the main section, and their typography is considered by the paper template in more detail in journal web.

