

ISSN 2078-9181

DOI 10.15622/sp.2019.18.4

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
Отделение нанотехнологий и информационных технологий

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
ИНСТИТУТ ИНФОРМАТИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ РАН

# ТРУДЫ СПИИРАН

[proceedings.spiiras.nw.ru](http://proceedings.spiiras.nw.ru)



ТОМ 18 № 4



Санкт-Петербург  
2019

18+

# SPIIRAS PROCEEDINGS

Volume 18 № 4, 2019

Scientific, educational, and interdisciplinary journal primarily specialized  
in computer science, automation, and applied mathematics

Trudy SPIIRAN ♦ Founded in 2002 ♦ Труды СПИИРАН

---

## Founder and Publisher

St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences

---

## Editor-in-Chief

R. M. Yusupov, Prof., Dr. Sci., Corr. Member of RAS, St. Petersburg, Russia

---

## Editorial Board Members

<b>A. A. Ashimov</b> ,	Prof., Dr. Sci., Academician of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Almaty, Kazakhstan
<b>N. P. Veselkin</b> ,	Prof., Dr. Sci., Academician of RAS, St. Petersburg, Russia
<b>O. Yu. Gusikhin</b> ,	Ph. D., Dearborn, USA
<b>V. Delic</b> ,	Prof., Dr. Sci., Novi Sad, Serbia
<b>A. Dolgui</b> ,	Prof., Dr. Habil., St. Etienne, France
<b>M. Zelezny</b> ,	Assoc. Prof., Ph.D., Plzen, Czech Republic
<b>I. A. Kalyaev</b> ,	Prof., Dr. Sci., Academician of RAS, Taganrog, Russia
<b>A. A. Karpov</b> ,	Assoc. Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia
<b>D. A. Ivanov</b> ,	Prof., Dr. Habil., Berlin, Germany
<b>K. P. Markov</b> ,	Assoc. Prof., Ph.D., Aizu, Japan
<b>Yu. A. Merkuriev</b> ,	Prof., Dr. Habil., Academician of the Latvian Academy of Sciences, Riga, Latvia
<b>R. V. Meshcheryakov</b> ,	Prof., Dr. Sci., Tomsk, Russia
<b>N. A. Moldovian</b> ,	Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia
<b>V. E. Pavlovskiy</b> ,	Prof., Dr. Sci., Moscow, Russia
<b>A. A. Petrovsky</b> ,	Prof., Dr. Sci., Minsk, Belarus
<b>V. A. Putilov</b> ,	Prof., Dr. Sci., Apatity, Russia
<b>V. K. Pshikhopov</b> ,	Prof., Dr. Sci., Taganrog, Russia
<b>A. L. Ronzhin</b>	(Deputy Editor-in-Chief), Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia
<b>A. I. Rudskoi</b> ,	Prof., Dr. Sci., Academician of RAS, St. Petersburg, Russia
<b>H. Samani</b> ,	Assoc. Prof., Ph.D., New Taipei City, Taiwan, Province of China
<b>V. Sgurev</b> ,	Prof., Dr. Sci., Academician of the Bulgarian academy of sciences, Sofia, Bulgaria
<b>V. Skormin</b> ,	Prof., Ph.D., Binghamton, USA
<b>A. V. Smirnov</b> ,	Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia
<b>B. Ya. Sovetov</b> ,	Prof., Dr. Sci., Academician of RAE, St. Petersburg, Russia
<b>V. A. Soyfer</b> ,	Prof., Dr. Sci., Academician of RAS, Samara, Russia
<b>B. V. Sokolov</b> ,	Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia
<b>L. V. Utkin</b> ,	Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia
<b>A. L. Fradkov</b> ,	Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia
<b>H. Kaya</b> ,	Assoc. Prof., Ph.D., Tekirdag, Turkey
<b>L. B. Sheremetov</b> ,	Assoc. Prof., Dr. Sci., Mexico, Mexico

---

**Editor:** A. I. Motienko

**Editor:** E. P. Miroshnikova

**Technical editor:** M. S. Avstriyskaya

**Translator:** N. V. Kashina

---

## Editorial Board's address

14-th line VO, 39, SPIIRAS, St. Petersburg, 199178, Russia,  
e-mail: [publ@ias.spb.su](mailto:publ@ias.spb.su), web: <http://www.proceedings.spiiras.nw.ru/>

**The journal is indexed in Scopus**

© St. Petersburg Institute for Informatics and Automation  
of the Russian Academy of Sciences, 2019

# ТРУДЫ СПИИРАН

Том 18 № 4, 2019

Научный, научно-образовательный, междисциплинарный журнал с базовой специализацией в области информатики, автоматизации и прикладной математики  
Журнал основан в 2002 году

---

## Учредитель и издатель

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук  
(СПИИРАН)

---

## Главный редактор

Р. М. Юсупов, чл.-корр. РАН, д-р техн. наук, проф., С-Петербург, РФ

---

## Редакционная коллегия

- А. А. Ашимов**, академик национальной академии наук Республики Казахстан д-р техн. наук, проф., Алматы, Казахстан  
**Н. П. Веселкин**, академик РАН, д-р мед. наук, проф., С.-Петербург, РФ  
**О. Ю. Гусихин**, Ph.D., Диаборн, США  
**В. Делич**, д-р техн. наук, проф., Нови-Сад, Сербия  
**А. Б. Долгий**, Dr. Habil., проф., Сент-Этьен, Франция  
**М. Железны**, Ph.D., доцент, Пльзень, Чешская республика  
**Д. А. Иванов**, д-р экон. наук, проф., Берлин, Германия  
**И. А. Каляев**, академик РАН, д-р техн. наук, профессор, Таганрог, РФ  
**А. А. Карпов**, д-р техн. наук, доцент, С.-Петербург, РФ  
**К. П. Марков**, Ph.D., доцент, Аизу, Япония  
**Ю. А. Меркурьев**, академик Латвийской академии наук, Dr. Habil., проф., Рига, Латвия  
**Р. В. Мещеряков**, д-р техн. наук, профессор, Томск, РФ  
**Н. А. Молдовян**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ  
**В. Е. Павловский**, д-р физ.-мат. наук, профессор, Москва, РФ  
**А. А. Петровский**, д-р техн. наук, проф., Минск, Беларусь  
**В. А. Путилов**, д-р техн. наук, проф., Апатиты, РФ  
**В. Х. Пшихопов**, д-р техн. наук, профессор, Таганрог, РФ  
**А. Л. Ронжин**, (зам. главного редактора), д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ  
**А. И. Рудской**, академик РАН, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ  
**Х. Самани**, Ph.D., доцент, Синьбэй, Тайвань, КНР  
**В. Сгурев**, академик Болгарской академии наук, д-р техн. наук, проф., София, Болгария  
**В. А. Скормин**, Ph.D., проф., Бингемптон, США  
**А. В. Смирнов**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ  
**Б. Я. Советов**, академик РАО, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ  
**В. А. Соيفер**, академик РАН, д-р техн. наук, проф., Самара, РФ  
**Б. В. Соколов**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ  
**Л. В. Уткин**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ  
**А. Л. Фрадков**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ  
**Х. Кайя**, Ph.D., доцент, Текирдаг, Турция  
**Л. Б. Шереметов**, д-р техн. наук, Мехико, Мексика

---

**Редактор:** А. И. Мотиенко

**Литературный редактор:** Е. П. Мирошникова

**Технический редактор:** М. С. Австрийская

**Переводчик:** Н. В. Кашина

---

## Адрес редакции

199178, Санкт-Петербург, 14-я линия, д. 39,  
e-mail: publ@iias.spb.su, сайт: <http://www.proceedings.spiiras.nw.ru/>

**Журнал индексируется в международной базе данных Scopus**

Журнал входит в «Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени доктора и кандидата наук»

© Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук, 2019  
Разрешается воспроизведение в прессе, а также сообщение в эфир или по кабелю опубликованных в составе печатного периодического издания–журнала «Труды СПИИРАН» статей по текущим экономическим, политическим, социальным и религиозным вопросам с обязательным указанием имени автора статьи и печатного периодического издания–журнала «Труды СПИИРАН»

## CONTENTS

TOWARDS 85 <sup>th</sup> ANNIVERSARY OF RAFAEL M. YUSUPOV	799
<b><i>Digital Information Telecommunication Technologies</i></b>	
N.A. Kuznetsov, K.V. Semenikhin PARAMETRIC OPTIMIZATION OF PACKET TRANSMISSION WITH RESENDLY PACKETS MECHANISM	809
K. Sandkuhl, A.V. Smirnov, N.G. Shilov PROVIDING TARGETED DIGITAL SIGNAGE: POSSIBLE SOLUTIONS	831
O.V. Karsaev ANALYSIS OF INFORMATION INTERACTION EFFICIENCY IN LOW-ORBIT SATELLITE CONSTELLATIONS	858
<b><i>Information Security</i></b>	
M.A. Peregudov, I.A. Semchenko EVALUATION OF EFFICIENCY OF RANDOM MULTIPLE ACCESS TO ALOHA TYPE ENVIRONMENT WITH VOICE CONNECTIONS, TRANSFER OF SERVICE COMMANDS, TEXT MESSAGES AND MULTIMEDIA FILES IN DESTRUCTIVE IMPACT CONDITIONS	887
V.G. Starodubtsev FORMATION OF QUINARY GORDON–MILLS–WELCH SEQUENCES FOR DISCRETE INFORMATION TRANSMISSION SYSTEMS	912
<b><i>Mathematical Modeling, Numerical Methods</i></b>	
V.I. Senchenkov, D.R. Absalyamov, D.A. Avsukevich DEFINITION OF SET OF DIAGNOSTIC PARAMETERS OF SYSTEM BASED ON THE FUNCTIONAL SPACES THEORY	949
<b><i>Artificial Intelligence, Knowledge and Data Engineering</i></b>	
A.A. Korotin, G.I. Kozyrev, A.V. Nazarov, E.V. Blagodyrenko INVESTIGATION OF RELIABILITY OF COMBINATORIAL-METRIC ALGORITHM FOR RECOGNITION OF N-DIMENSIONAL GROUP POINT OBJECTS IN HIERARCHY FEATURES SPACE	976
V.V. Manoilov, A.G. Borodinov, A.I. Petrov, I.V. Zarutsky, V.E. Kurochkin ALGORITHMS OF PROCESSING FLUORESCENCE SIGNALS FOR MASS PARALLEL SEQUENCING OF NUCLEIC ACIDS	1010



## СОДЕРЖАНИЕ

К 85-ЛЕТНЕМУ ЮБИЛЕЮ ЮСУПОВА РАФАЭЛЯ МИДХАТОВИЧА	799
<b><i>Цифровые информационно-телекоммуникационные технологии</i></b>	
Н.А. Кузнецов, К.В. Семенихин ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ ПРИ НАЛИЧИИ МЕХАНИЗМА ПОВТОРНОЙ ОТПРАВКИ ПАКЕТОВ.	809
К. Зандкуль, А.В. Смирнов, Н.Г. Шилов ТАРГЕТИРОВАННОЕ ПРЕДОСТАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ НА ЦИФРОВЫХ ВЫВЕСКАХ: ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ	831
О.В. Карсаев АНАЛИЗ ОПЕРАТИВНОСТИ ИНФОРМАЦИОННЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В НИЗКООРБИТАЛЬНЫХ МНОГОСПУТНИКОВЫХ ГРУППИРОВКАХ	858
<b><i>Информационная безопасность</i></b>	
М.А. Перегудов, И.А. Семченко ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ СЛУЧАЙНОГО МНОЖЕСТВЕННОГО ДОСТУПА К СРЕДЕ ТИПА АЛОНА ПРИ ГОЛОСОВЫХ СОЕДИНЕНИЯХ, ПЕРЕДАЧЕ СЛУЖЕБНЫХ КОМАНД, ТЕКСТОВЫХ СООБЩЕНИЙ И МУЛЬТИМЕДИЙНЫХ ФАЙЛОВ В УСЛОВИЯХ ДЕСТРУКТИВНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ	887
В.Г. Стародубцев ФОРМИРОВАНИЕ ПЯТЕРИЧНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ГОРДОНА — МИЛЛСА — ВЕЛЧА ДЛЯ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ДИСКРЕТНОЙ ИНФОРМАЦИИ	912
<b><i>Математическое моделирование и прикладная математика</i></b>	
В.И. Сеньченков, Д.Р. Абсалямов, Д.А. Авсюкевич ЗАДАНИЕ МНОЖЕСТВА ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВ	949
<b><i>Искусственный интеллект, инженерия данных и знаний</i></b>	
А.А. Коротин, Г.И. Козырев, А.В. Назаров, Е.В. Благодыренко ИССЛЕДОВАНИЕ ДОСТОВЕРНОСТИ КОМБИНАТОРНО-МЕТРИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА РАСПОЗНАВАНИЯ N-МЕРНЫХ ГРУППОВЫХ ТОЧЕЧНЫХ ОБЪЕКТОВ В ИЕРАРХИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ ПРИЗНАКОВ	976
В.В. Манойлов, А.Г. Бородинов, И.В. Заруцкий, А.И. Петров, В.Е. Курочкин АЛГОРИТМЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ ФЛУОРЕСЦЕНЦИИ МАССОВОГО ПАРАЛЛЕЛЬНОГО СЕКВЕНИРОВАНИЯ НУКЛЕИНОВЫХ КИСЛОТ	1010

## К 85-ЛЕТНЕМУ ЮБИЛЕЮ ЮСУПОВА РАФАЭЛЯ МИДХАТОВИЧА



17 июля 2019 года исполнилось 85 лет со дня рождения Юсупова Рафаэля Мидхатовича, доктора технических наук, профессора, члена-корреспондента РАН, заслуженного деятеля науки и техники РСФСР, научного руководителя Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации Российской академии наук.

Юсупов Рафаэль Мидхатович родился 17 июля 1934 года в городе Казань. После окончания в 1952 году с золотой медалью Казанской спецшколы ВВС Р. М. Юсупов был направлен в Ленинградскую военно-воздушную инженерную академию (ныне Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского), которую окончил с отличием в 1958 году по специальности «инженер-электрик». В 1964 году он окончил Ленинградский государственный университет по специальности «математика».

В 1958–1985 годах Р. М. Юсупов проходил службу в Военной академии имени А. Ф. Можайского (ВА имени А. Ф. Можайского), где занимал должности инженера (1958–1959), старшего инженера (1959), научного сотрудника (1959–1960), адъюнкта (1960–1962), старшего научного сотрудника (1962–1967), начальника научно-исследовательской лаборатории систем управления летательных аппаратов (1967–1970), заместителя начальника кафедры систем управления ракет и космических аппаратов (1970–1971), начальника кафедры боевой эффективности применения ракетно-космической техники (1971–1976), начальника созданного с его участием уникального в системе высшего военного образования факультета сбора и обработки информации (1976–1985). В 1985 году Р. М. Юсупов занял должность начальника Направления моделирования стратегических операций Центра оперативно-стратегических исследований Генерального Штаба Вооруженных Сил СССР. В 1986 году с целью улучшения оперативно-тактической подготовки выпускников ВА имени А. Ф. Можайского для службы в космических войсках, учитывая опыт служебной деятельности Р. М. Юсупова в ГШ ВС, его назначили начальником кафедры оперативно-тактической подготовки ВА имени А. Ф. Можайского.

В 1989 году Р. М. Юсупов назначен с оставлением в кадрах Вооруженных Сил заместителем директора по научной работе Ленинградского института информатики и автоматизации АН СССР (с 1991 г. Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации), а в 1991 году избран директором этого института и проработал в этой должности до 2018 года. С 2018 года Р. М. Юсупов — научный руководитель СПИИРАН.

Научно-педагогическая деятельность Р. М. Юсупова началась с должности научного сотрудника ВКА (1959), а впоследствии включала должности начальника военных кафедр и факультета и заведующего кафедрами и декана факультетов гражданских ВУЗов до директора Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН), одного из ведущих институтов РАН в области информатики и автоматизации.

Р. М. Юсупов является организатором, руководителем и участником крупнейших фундаментальных и прикладных исследований в области кибернетики и информатики, результаты которых стали важным вкладом в отечественную и мировую науку, образование и экономику страны, ее безопасность и развитие международных научных связей.

В 1958–1976 годах Р. М. Юсупов проводил исследования в области теории управления полетом летательных аппаратов, теории самонастраивающихся (адаптивных) систем, теории идентификации и теории чувствительности динамических систем. Он является одним из основоположников отечественной научной школы по теории чувствительности. Благодаря работам Р. М. Юсупова, его коллег и учеников теория чувствительности вошла в число основных разделов общего курса теории автоматического управления. Анализ чувствительности стал обязательным этапом создания систем управления и их элементов. Научные результаты Р. М. Юсупова в указанных областях используются при проектировании, настройке и испытаниях высокоточных приборов и систем.

Существенное влияние на становление Р. М. Юсупова как ученого в этот период оказал выдающийся ученый в области систем управления академик Евгений Павлович Попов. В то время член-корреспондент АН СССР Е. П. Попов был начальником кафедры систем управления полетом ракет и космических аппаратов ВА имени А. Ф. Можайского, а Р. М. Юсупов был старшим научным сотрудником этой кафедры. Именно по совету и при поддержке Е. П. Попова Р. М. Юсупов стал заниматься теорией и практикой самонастраивающихся систем управления. По этой тематике им в 1963 году была успешно защищена кандидатская диссертация и

совместно с Е. П. Поповым подготовлен доклад для Второго конгресса ИФАК в Швейцарии. Развивая работу по данной тематике, Р. М. Юсупов получил передовые результаты мирового уровня в теории чувствительности применительно к анализу и синтезу систем управления ракет и космических аппаратов. Уровень и прикладное значение результатов позволили ему в 1968 году успешно защитить докторскую диссертацию.

Вспоминая эти годы, Е. П. Попов в своих мемуарах (Попов, Е. П. Воспоминания. М.: Изд. МГТУ им. Н. Э. Баумана. 1996) после перечисления учеников, защитивших докторские диссертации, В.М. Пономарева, А. М. Половко, И.П. Пальтова и Д. А. Башкирова написал: «Наконец еще один мой ученик Р. М. Юсупов защитил в то время докторскую диссертацию по беспопытным самонастраивающимся системам автоматического управления».

В 1981 году в издательстве «Наука» по теме диссертации совместно с Е. Н. Розенвассером опубликована монография «Чувствительность систем управления», ее актуальность подтверждается публикацией в США английского перевода этой монографии.

С 1976 года научные интересы Р. М. Юсупова связаны с проблемами сбора и обработки информации, геофизической кибернетики, математического моделирования, информатизации, телемедицины, конфликтологии, информационной безопасности.

Термин геофизическая кибернетика был предложен Р. М. Юсуповым в 1977 году применительно к новому междисциплинарному научному направлению — теории и практике управления природными (геофизическими) объектами и процессами.

Под его руководством и с его участием в ВКА им. А.Ф. Можайского и в СПИИРАН выполнено, в том числе по постановлениям Правительства и Федеральным целевым научно-техническим программам, более 90 научно-исследовательских работ и проектов по вопросам повышения точности, эффективности, испытаний военно-технических систем (ВТС), планирования их развития, создания математического обеспечения систем обработки информации в ВТС, разработки информационно-расчетных систем оценки состояния природной среды и ее влияния на применение ВТС, создания новых информационных технологий и их использования в различных сферах развития общества.

В области теории моделирования Р. М. Юсупов развивает новое научное направление — методы оценивания качества моделей (адекватность, чувствительность, сложность и т.д.), названное им квалиметрией моделей (моделеметрией). Им

сформулированы концептуальные основы квалиметрии моделей, разработаны методы и алгоритмы оценивания адекватности и чувствительности моделей.

Избрание Р. М. Юсупова в 1991 году директором СПИИРАН совпало с массовым переходом во всем мире и в нашей стране на новое поколение вычислительной техники — персональные компьютеры. Персональные компьютеры приблизили мощные вычислительные ресурсы к непосредственному потребителю и проникли во все сферы человеческой деятельности.

При этом было ясно, что простая компьютеризация не может обеспечить обществу прорыва на новый технологический уровень. Решением этой проблемы стал переход от простой компьютеризации к более широкой и глубокой информатизации общества.

Р. М. Юсупов является одним из инициаторов развития в России, взамен исчерпавшего себя направления — компьютеризация, нового весьма актуального научно-практического направления — информатизация общества. Разработанная Р. М. Юсуповым универсальная структура концепции информатизации была важным вкладом в развитие этого направления. Эта концепция, по существу, стала в России основой всех работ в области информатизации, чему, в частности, способствовали опубликованные им совместно с В. П. Заболотским монографии «Научно-методологические основы информатизации» (СПб, Наука, 2001 г.) и «Концептуальные и научно-методологические основы информатизации» (СПб, Наука, 2009 г.).

Впервые эти концептуальные и научно-методологические основы информатизации реализовались на практике в 1991–1993 годах, когда под руководством Р. М. Юсупова и при его непосредственном участии были созданы концепция информатизации Ленинградского экономического региона (1991) и типовая концепция информатизации городского района (1992). Р. М. Юсупов стал соавтором Концепции информатизации Санкт-Петербурга. С его участием также разработана стратегия перехода Санкт-Петербурга в информационное общество, он является руководителем и разработчиком ряда проектов для города в области телекоммуникаций и телемедицины, в том числе Целевой программы «Электронный Санкт-Петербург».

Р. М. Юсупов — бессменный председатель оргкомитета конференций, проводимых в городе на регулярной основе при поддержке Правительства Санкт-Петербурга: «Региональная информатика» (1991–2018) и «Информационная безопасность регионов России» (1999–2019), которые способствуют формированию единого информационного пространства и информационно-образовательной среды города. Им был организован постоянно

действующий семинар по разработке компьютерных моделей развития города. Благодаря его усилиям, руководимый им институт стал научно-методическим центром информатизации Санкт-Петербурга.

Значительные результаты, полученные Р. М. Юсуповым при разработке концептуальных и научно-методологических основ информатизации и информационного общества, оказали существенное влияние на эти процессы в Санкт-Петербурге и стране.

Для развития этого направления Р. М. Юсуповым разработаны структурная и экономико-математическая модели информационного общества в предположении, что в последнем функционируют секторы материального и информационного (цифрового) производства.

С использованием этих моделей им получена новая параметрическая информационная модель развития науки, позволяющая исследовать влияние ряда параметров (объем финансирования, численность научных работников, старение знаний, «утечка умов» и технологий и т.д.) на эволюцию науки.

Дальнейшим развитием исследований в этом направлении являются работы Р. М. Юсупова в области влияния процесса информатизации общества на информационную и национальную безопасность, влияния информационных технологий на обеспечение национальной безопасности, создание и применение интегрированных информационных технологий и систем поддержки принятия решений. Результаты исследований Р. М. Юсупова внесли существенный вклад в работу соответствующих организаций, за что он удостоен ряда ведомственных наград и премий.

Только за последние пять лет под руководством Р. М. Юсупова и при его непосредственном участии выполнены около 20 научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ, заказчиками которых являлись Министерство обороны России и другие министерства и ведомства. По результатам этих работ институтом осуществляется серийное изготовление и поставка ряда изделий, в том числе двух типов образцов вооружения и военной техники. Объем работ, осуществляемый институтом по государственному заказу, составлял 71% от общего объема выполняемых работ. Основные научные результаты этих исследований отражены в монографиях: «Наука и национальная безопасность» (СПб. Наука, 2006 г.), «Наука и национальная безопасность» (2-е издание, переработанное и дополненное. СПб. Наука, 2011 г.), «Интеллектуальные технологии мониторинга и управления структурной динамикой сложных технических объектов» (Москва. Наука, 2006 г.).

Свою высокоэффективную научную деятельность Р. М. Юсупов успешно сочетает с работой по подготовке

высококвалифицированных инженерных и научных кадров. В течение 20 лет в ВКА имени А. Ф. Можайского на должностях начальника кафедры и начальника факультета он готовил высококвалифицированные инженерные кадры для Вооруженных Сил, многие из которых в настоящее время с успехом трудятся в различных структурах, в том числе и в РАН.

С 1991 года он является заведующим базовой кафедрой «Автоматизация научных исследований» Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета, а с 2003 по 2016 годы заведовал базовой кафедрой «Прикладная информатика» Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения.

В 1996–1999 годах Р. М. Юсупов был профессором Санкт-Петербургского государственного политехнического университета (СПбГПУ), где при его непосредственном участии в 1998 году был создан факультет «Безопасность». Деканом этого факультета Р. М. Юсупов был с 1998 по 2001 год. В 2009 году он избран заведующим базовой кафедрой «Распределённые интеллектуальные системы автоматизации» СПбГПУ.

Профессор Р. М. Юсупов активно участвует в подготовке инженерных и научных кадров высшей квалификации. Он является инициатором создания шести базовых кафедр в ведущих университетах Санкт-Петербурга.

Р. М. Юсупов — почетный доктор Петрозаводского государственного университета, Санкт-петербургского университета управления и экономики, а также почетный профессор Военно-космической академии имени А. Ф. Можайского и почетный академик Академии наук Республики Татарстан.

С целью привития студентам и аспирантам навыков научной и прикладной деятельности в институте функционируют четыре научно-образовательных центра. Компьютерный научно-образовательный центр (с 1998). Научно-образовательный центр «Технологии интеллектуального пространства» (с 2010). Инновационно-образовательный Центр космических услуг (с 2011). Учебный центр для подготовки сертифицированных специалистов в области обработки данных дистанционного зондирования Земли (с 2012).

С этой же целью в институте созданы шесть базовых научно-исследовательских лабораторий при ряде университетов страны.

По инициативе Р. М. Юсупова в здании института созданы два музея. В 1995 году открылся Музей истории всемирно известной школы К. Мая, которая с 1910 по 1976 годы размещалась в здании института. С 2008 года функционирует Музей истории СПИИРАН.

Школа К. Мая образована в 1856 году. Среди выпускников этой школы более 35 членов Российской академии наук и Академии художеств, много выдающихся государственных и общественных деятелей России, космонавты дважды Герой Советского Союза Г. М. Гречко и Герой России А. И. Борисенко.

Ученые института на базе этих музеев ведут просветительскую и воспитательную работу со школьниками и студентами Санкт-Петербурга, пропагандируя лучшие научные, педагогические и культурно-нравственные традиции российской школы и науки. В Музее истории СПИИРАН выставлены образцы вычислительной техники прошлых времен.

Р. М. Юсупов выдающийся ученый в области информатики и теории управления, основатель и руководитель научных школ по теории чувствительности информационно-управляющих систем, квалиметрии моделей, геофизической кибернетике и научной школы «информатизация и формирование информационного общества». Среди учеников Р. М. Юсупова 12 докторов наук и более 40 кандидатов наук. Р. М. Юсупов является автором более 500 научных трудов, 40 монографий, учебников и учебных пособий.

Р. М. Юсупов ведет большую научно-организаторскую и общественную работу как член Президиума Санкт-Петербургского научного центра РАН (с 1992–2018), председатель Объединенного научного совета этого центра по информатике, телекоммуникациям и управлению (с 1992), член Бюро Отделения нанотехнологий и информационных технологий РАН (до 2016); член Научного совета при Совете Безопасности РФ (1999–2014), заместитель председателя Научного совета по информатизации Санкт-Петербурга (с 1994), член Совета РАН «Научные телекоммуникации и информационная инфраструктура» (1998–2003), член Совета РАН «Высокопроизводительные вычислительные системы, научные телекоммуникации и информационная инфраструктура» (с 2003), председатель Научно-технического совета по региональным проблемам национальной безопасности (1996–1998), член Научного совета при Правительстве Санкт-Петербурга (1995–1998), член научных советов по государственным НТП «Перспективные информационные технологии» (1994–1998) и «Информатизация России» (с 1994), член Северо-Западной секции содействия развитию экономической науки РАН (с 1998), член комиссии при губернаторе Санкт-Петербурга по реформированию научно-технической сферы (1998–1999), член правления Санкт-Петербургского отделения Ломоносовского фонда (с 2004), член Общественного Совета Санкт-Петербурга (2002–2010), сопредседатель Координационного совета



Партнерства для развития информационного общества на Северо-Западе России (ПРИОР СЗ) (с 2002), президент Национального общества имитационного моделирования (с 2011).

Будучи членом Научного совета при Совете Безопасности Российской Федерации, Р. М. Юсупов принимал участие в разработке более десяти проектов государственных документов по обеспечению информационной безопасности, в которые вошли его предложения. В одном из последних документов совета «Основные направления государственной политики в области формирования культуры информационной безопасности личности до 2020 года» учтены два его предложения. Как заместитель председателя Научного совета по информатизации Санкт-Петербурга, Р. М. Юсупов, опираясь на разработанные им концептуальные и методологические основы информатизации и развития информационного общества, внес важный вклад в разработку документов, которые оказали существенное положительное влияние на эти процессы в Санкт-Петербурге и в стране.

Р. М. Юсупов является членом редакционных советов журналов: «Информатика и ее применения», «Научно технические ведомости СПбГПУ» (председатель редакционного совета серии «Информатика. Телекоммуникации. Управление»), «Информация и космос», «Известия Петербургского университета путей сообщения», «Экономика и управление», «Прикаспийский журнал. Управление и высокие технологии», «Проблемы управления и информатики» (Украина), «Мехатроника, автоматизация и управление», «Информатизация и связь», «Телекоммуникации», «Journal of Intelligent Control» (США) других, председателем докторского диссертационного совета при СПИИРАН, член докторских диссертационных советов при ВКА имени А. Ф. Можайского и СПбГПУ.

Р. М. Юсупов также занимает должность главного редактора журнала «Труды СПИИРАН». Благодаря его усилиям издаваемый институтом с 2001 года журнал с 2011 года включен в список ВАК. С 2014 года журнал вошел в международную базу данных Scopus, в 2018 года он включен в топ 100 российских журналов.

Международным признанием научных достижений Р. М. Юсупова являются присуждение ему ряда международных премий, его многочисленные научные публикации (в том числе монографии) в зарубежных издательствах, приглашение в состав программных и организационных комитетов международных конференций (в том числе и в качестве докладчика), выступления с приглашенными докладами на международных конференциях, чтение лекций в зарубежных университетах. Р. М. Юсупов избран членом ряда международных академий, входит в состав редколлегий ряда

зарубежных журналов. Он является руководителем многих заказных зарубежных проектов и грантов. За работы в области обеспечения международной информационной безопасности он награжден орденом «Содружество» Межпарламентской ассамблеей государств-участников Содружества независимых государств (2013), Почетным знаком МПА СНГ «За заслуги в области печати и информации» (2018). В 2005 году ему присуждена Международная премия им. Н. Рериха за достижения в области педагогики и просветительства.

За заслуги в период военной службы Р. М. Юсупов награжден орденом «Красной звезды» (1978) и тринадцатью медалями, ему присвоено воинское звание генерал-майор (1980). За заслуги в развитии военной науки, вооружения и техники он избран действительным членом Академии военных наук России (1996), награжден грамотой Военно-научного комитета Вооруженных Сил РФ «За большой вклад в развитие отечественной науки, вооружения, и военной техники» (2012).

За научные достижения и педагогические заслуги Р. М. Юсупов награжден орденом «За заслуги перед Отечеством» IV степени (2005), орденом «Почета» (1999), ему присвоено почетное звание «Заслуженный деятель науки и техники РФ» (1984), «Почетный радист СССР» (1974), присуждена ученая степень доктора технических наук (1968), присвоено ученое звание профессора (1974), награжден Министерством высшего и среднего специального образования СССР Первой премией и медалью за лучшую научную работу (1983), избран членом-корреспондентом Российской академии наук (2006), награжден Почетной грамотой Президента РФ (2015).

Он удостоен премий Правительства РФ и Правительства Санкт-Петербурга в области образования (2009), премии Правительства Санкт-Петербурга им. А. С. Попова в области электро- и радиотехники и информационных технологий.

Р. М. Юсупов избран членом ряда общественных академий, в том числе Санкт-Петербургской инженерной академии, Академии военных наук, Академии навигации и управления, Российской академии естественных наук, которая присвоила ему за научные, педагогические и общественные заслуги почетное звание «Рыцарь науки и искусств» и наградила одноименным знаком (2004).

Благодаря широкому научному кругозору Р. М. Юсупова, его научной прозорливости, а также выдающимся организаторским способностям в сложных условиях социально-экономических реформ удалось не только сохранить, но и развить и увеличить интеллектуальный потенциал СПИИРАН, которым он руководил более 25 лет, а также закрепить за институтом роль одного из ведущих научных учреждений в области информатики и автоматизации не

только в Российской академии наук и в Санкт-Петербурге, но и в целом в России и за ее пределами.

Сотрудники института, ученики и коллеги, редакционная коллегия журнала Труды СПИИРАН от души поздравляют Рафаэля Мидхатовича Юсупова с юбилеем и желают ему крепкого здоровья и дальнейших творческих успехов!

### Основные монографии

1. *Юсупов Р.М.* Методы получения информации об управляемом процессе в самонастраивающихся системах // М.: Энергия. 1966. 140 с.
2. *Козлов Ю.М., Юсупов Р.М.* Беспонсковые самонастраивающиеся системы // М.: Наука. 1969. 456 с.
3. *Розенwasser Е.Н., Юсупов Р.М.* Чувствительность систем автоматического управления // М.: Энергия. 1969. 208 с.
4. *Юсупов Р.М., Марков С.И.* Функциональные устройства простейших беспонсковых самонастраивающихся систем // М.: Энергия. 1970. 104 с.
5. *Юсупов Р.М. и др.* Элементы теории испытаний и контроля технических систем // М.: Энергия. 1977. 189 с.
6. *Юсупов Р.М. и др.* Справочник по теории автоматического управления // М.: Наука. 1987.
7. *Юсупов Р.М. и др.* Введение в геофизическую кибернетику и экологический мониторинг // СПб.: СПбГУВК. 1998. 166 с.
8. *Юсупов Р.М. и др.* Методы теории чувствительности в автоматическом управлении // М.: Энергия. 1971. 344 с.
9. *Розенwasser Е.Н., Юсупов Р.М.* Чувствительность систем управления // М.: Наука. 1981. 464 с.
10. *Rozenwasser E., Yusupov R.* Sensitivity of Automatic Control Systems // CRC Press. 1999. 456 с.
11. *Юсупов Р.М., Пальчун Б.П.* Оценка надежности программного обеспечения // М.: Наука. 1994. 84 с.
12. *Охтилев М.Ю., Соколов Б.В., Юсупов Р.М.* Интеллектуальные технологии мониторинга и управления структурной динамикой сложных технических объектов // М.: Наука. 2006. 410 с.
13. *Вус М.А., Юсупов Р.М.* История информатики и кибернетики в Санкт-Петербурге (Ленинграде) // СПб.: Наука. 2008.
14. *Юсупов Р.М., Заболотский В.П.* Научно-методологические основы информатизации // СПб.: Наука. 456 с.
15. *Юсупов Р.М., Заболотский В.П.* Концептуальные и научно-методологические основы информатизации // СПб.: Наука. 2009. 542 с.
16. *Юсупов Р.М.* Информационная безопасность и ее влияние на важнейшие компоненты национальной безопасности (глава 3) // Наука и безопасность России // М.: Наука. 2000.
17. *Юсупов Р.М.* Наука и национальная безопасность // СПб.: Наука. 2006. 302 с.
18. *Юсупов Р.М.* Наука и национальная безопасность. 2-е издание, переработанное и дополненное // СПб.: Наука. 2011. 376 с.
19. *Юсупов Р.М.* Глава в коллективной монографии: Merkurjevs, J., Merkurjeva, G., Sokolov, B., Zelentsov, V. Information Technologies and Tools for Space-Ground Monitoring of Natural and Technological Objects // RTU: RTU Press. 2014. 110 p.
20. Соционженерные атаки. Проблемы анализа / Под ред. и с участием Р.М. Юсупова // СПб.: Наука. 2016. 349 с.
21. *Микони С.В., Соколов Б.В., Юсупов Р.М.* Квалиметрия моделей и полимодельных комплексов // М.: РАН. 2018. 314 с.

Н.А. КУЗНЕЦОВ, К.В. СЕМЕНИХИН  
**ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ ПРИ  
НАЛИЧИИ МЕХАНИЗМА ПОВТОРНОЙ ОТПРАВКИ ПАКЕТОВ**

*Кузнецов Н.А., Семенихин К.В. Оптимизация параметров передачи данных при наличии механизма повторной отправки пакетов.*

**Аннотация.** Процесс передачи данных описывается марковской моделью замкнутой сети массового обслуживания, которая состоит из двух систем (основной и вспомогательной). Основная система является конечной и одноканальной; она реализует процесс отправки пакетов по каналу связи с потерями. Вспомогательная система, будучи многоканальной, накапливает пакеты, потерянные основной системой, и пересылает их обратно в основную систему для повторной отправки. Скорость передачи пакетов основной системой и скорость их пересылки вспомогательной системой находятся в заданных диапазонах и подлежат оптимизации с целью минимизации времени успешной доставки и объема использованных ресурсов сети. Для указанных характеристик в стационарном режиме определены явные выражения, которые позволяют сформулировать задачу двукритериальной оптимизации. Определены оптимальные стратегии в двух постановках: в первой задаче минимизируется среднее время успешной передачи при ограничении на ресурсы; во второй задаче минимизируется расход ресурсов сети с учетом ограничения на время успешной передачи. Описано множество Парето-оптимальных стратегий в двукритериальной постановке за счет решения задачи минимизации расширенного функционала. Проанализировано качество приближенных решений, не учитывающих интенсивность обслуживания во вспомогательной системе.

**Ключевые слова:** замкнутая сеть массового обслуживания, процесс рождения и гибели, оптимизация, скорость передачи данных, интенсивность повторной отправки.

**1. Введение.** Модели систем с механизмом повторного обслуживания активно используются для описания современных инфокоммуникационных сетей, в которых потеря данных (вызовов, запросов) является критичной с точки зрения качества обслуживания [1-3]. Теория систем массового обслуживания (СМО) с повторными вызовами востребована при анализе характеристик контакт-центров [4, 5], поскольку для их адекватного описания необходимо учитывать наличие повторных обращений, возникающих при сильной загрузке операторов, окончании времени ожидания и тому подобное.

Для оптимизации качества передачи однотипных данных (пакетов) используют различные дисциплины активного управления очередями (Active Queue Management) [6]. Они основаны на отбрасывании части трафика для предотвращения перегрузки буферов и сигнализации передающей стороне о наличии коллизий. Математической моделью системы обычно служит одноканальная СМО. Сравнение классических механизмов типа RED (Random Early Detection) [7], их обобщений и дисциплин,

основанных на отбрасывании части очереди (Tail Drop), проведено в [8, 9] с использованием двух характеристик: средней длины очереди и вероятности потерь. В [10] рассмотрена одна характеристика, подлежащая максимизации на классе пороговых стратегий доступа, — это средний доход от работы СМО с учетом стоимости простоя/эксплуатации системы и задержек/потерь пакетов. Указанные работы основаны на исследовании системы в стационарном режиме.

На конечном промежутке времени динамические задачи управления доступом и загрузкой в одноканальных СМО с нестационарным входным потоком решены в [11, 12]. В [13] в задаче об оптимальном управлении элементами марковской сети массового обслуживания (СМО) получено каноническое представление решения уравнения динамического программирования и разобраны примеры аналитического нахождения оптимальных стратегий. Для тандемных моделей СМО, моделирующих процесс передачи данных по ненадежному каналу связи, оптимальное управление загрузкой канала с учетом нескольких конкурирующих требований к качеству обслуживания построено в [14, 15]. Необходимо отметить, что в этих работах целевым показателем выступало среднее число потерь, которое требовалось минимизировать с учетом ограничений на время полного обслуживания и объем энергозатрат, связанных с процессом передачи информации.

Если же потери не допускаются, то модель очереди необходимо дополнить вспомогательной системой, называемой иногда «орбитой», которая аккумулирует потерянные пакеты для повторной отправки [1]. Такая модель использовалась в [16] при решении задачи о жидкостной и диффузионной аппроксимации замкнутой марковской СМО в загруженном состоянии. В [17] доказана пороговая структура оптимальной децентрализованной стратегии при управлении интенсивностью обслуживания на каждом узле замкнутой сети по критерию минимума стоимости удержания заявки и ресурсов системы. Задача управления загрузкой замкнутой сети в форме параллельного соединения тандемных СМО рассмотрена в [18], где максимизируется взвешенное число законченных фаз обслуживания. Одна из последних публикаций по этой тематике [19] посвящена диффузионной аппроксимации сети, в которой основная и вспомогательная системы имеют вид  $G/G/1/N$  и  $M/M/\infty$  соответственно, а уход на орбиту происходит с заданной вероятностью.

Анализ этих и других публикаций показывает, что модель замкнутой сети с повторными вызовами не рассматривалась ранее с точки зрения оптимизации двух характеристик качества передачи данных — времени успешной доставки пакета и объема использованных ресурсов. Поэтому

в настоящей работе рассматривается замкнутая СеМО, которая включает основную систему — одноканальную СМО, как модель процесса передачи с потерями, и вспомогательную систему — многоканальную СМО для повторной отправки потерянных пакетов. При этом обе интенсивности, как в основной системе, так и во вспомогательной, подлежат оптимизации на классе постоянных стратегий. В этом состоит отличие настоящего исследования от работы авторов [20], где для аналогичной модели сети определяется оптимальное управление скоростью передачи данных в виде функции времени или состояния при фиксированной интенсивности повторной отправки.

**2. Описание модели и постановка задачи.** На рисунке 1 изображена схема рассматриваемой сети передачи данных. Она состоит из двух систем: основной и вспомогательной. Основная система содержит конечную очередь и один элемент обслуживания (передатчик), который посылает данные по каналу связи с потерями при наличии постоянного входного трафика, составленного из однотипных пакетов. Вспомогательная система (орбита) является многоканальной и используется для описания повторной отправки пакетов в случае их потери.

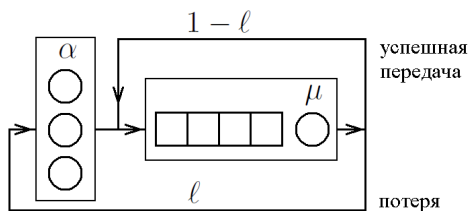


Рис. 1. Схема сети: слева — вспомогательная система, справа — основная система ( $\alpha$  — интенсивность повторной отправки,  $\ell$  — вероятность потери,  $\mu$  — скорость передачи)

Если пакет успешно отправлен, то он покидает основную систему. Затем к ней мгновенно присоединяется новый пакет, подлежащий дальнейшей отправке. В этом случае число заявок в основной системе не меняется.

При потере, которая имеет место с вероятностью  $\ell$ , число заявок в основной системе уменьшается на единицу, а число заявок во вспомогательной системе увеличивается на единицу. При этом внешний пакет блокируется и ожидает момента входа в основную систему, который наступает при первой успешной отправке. Блокировка внешнего трафика

происходит также в случае, если вспомогательная система заполнена полностью.

Тем самым рассматриваемая сеть является замкнутой, то есть в ней циркулирует постоянное число пакетов  $N$ .

Если обозначить через  $\mu$  интенсивность обслуживания в основной системе, а через  $\alpha$  — интенсивность обслуживания во вспомогательной системе, то можно утверждать следующее:  $\mu$  — скорость передачи пакета без учета того, доставлен ли он успешно или нет;  $(1 - \ell)\mu$  — скорость успешной отправки;  $\ell\mu$  — интенсивность потерь, то есть отправки пакета на орбиту;  $\alpha$  — скорость отсылки наугад взятого пакета из вспомогательной системы в основную;  $\alpha(N - n)$  — интенсивность схода с орбиты одного из пакетов, если в основной системе находится  $n$  пакетов.

Итак, рассматриваемая СеМО состоит из двух узлов:

·  $/M_\alpha/N/0$  — вспомогательная система (узел «0»);

·  $/M_\mu/1/N - 1$  — основная система (узел «1»).

Маршрутизация между ними осуществляется с помощью марковской цепи, у которой переход  $0 \rightarrow 1$  имеет место всегда, а переход  $1 \rightarrow 0$  осуществляется с вероятностью  $\ell$ . Поэтому работу сети будем описывать с помощью марковского процесса рождения и гибели  $X(t) \in E = \{0, 1, \dots, N\}$ , где значения  $X(t)$  и  $N - X(t)$  равны числу пакетов в основной и вспомогательной системах соответственно. Матрица интенсивностей  $\Lambda = \{\lambda_{n,p}\}_{n,p \in E}$  однозначно определяется интенсивностями двух переходов  $n \rightarrow n \pm 1$ :

$$\lambda_{n,n+1} = \alpha(N - n) \quad \text{при} \quad n < N \quad \text{и} \quad \lambda_{n,n-1} = \ell\mu \quad \text{при} \quad n > 0.$$

Качество работы рассматриваемой сети будет определяться двумя показателями:  $\mathfrak{S}$  — среднее время полной передачи пакета;  $\mathfrak{R}$  — объем ресурсов, использованных при передаче данных и обработке запросов на повторную отправку. Оба показателя рассматриваются как функции интенсивностей обслуживания  $\mu$  и  $\alpha$ .

Цель работы — оптимизация введенных показателей качества в рамках рассматриваемой модели сети за счет выбора двух управляемых характеристик: скорости передачи данных  $\mu$  и интенсивности обработки повторных запросов  $\alpha$ .

Поставленная цель обуславливает необходимость анализа проблемы двукритериальной оптимизации:

$$(\mathfrak{S}[\mu, \alpha], \mathfrak{R}[\mu, \alpha]) \rightarrow \min_{\mu, \alpha}.$$

Для решения этой проблемы будем рассматривать три варианта оптимизационных постановок:

1) наискорейшая передача данных с учетом ограничения на ресурсы сети:

$$\mathfrak{S}[\mu, \alpha] \rightarrow \min_{\mu, \alpha}: \quad \mathfrak{R}[\mu, \alpha] \leq R^{\max}; \quad (1)$$

2) минимизация потребления ресурсов при ограниченном времени успешной отправки данных:

$$\mathfrak{R}[\mu, \alpha] \rightarrow \min_{\mu, \alpha}: \quad \mathfrak{S}[\mu, \alpha] \leq S^{\max}; \quad (2)$$

3) синтез оптимальных стратегий относительно расширенного функционала:

$$\mathfrak{L}[\mu, \alpha, \lambda] = \mathfrak{S}[\mu, \alpha] + \lambda \mathfrak{R}[\mu, \alpha] \rightarrow \min_{\mu, \alpha} \quad (3)$$

при любом значении множителя  $\lambda \geq 0$ .

Перечисленные задачи будут изучаться применительно к модели однородного марковского процесса  $X(t)$ , рассматриваемого в стационарном режиме при использовании постоянных стратегий  $\mu$  и  $\alpha$ , которые подчиняются априорным ограничениям:

$$\mu \in [m_{\min}, m_{\max}], \quad \alpha \in [a_{\min}, a_{\max}], \quad (4)$$

где  $0 < m_{\min} < m_{\max} < \infty$ ,  $0 < a_{\min} < a_{\max} < \infty$  — заданные нижние и верхние границы интенсивностей.

**3. Функционалы качества.** Подробный вывод выражений для функционалов  $\mathfrak{S}$  и  $\mathfrak{R}$  представлен в [20]. Поэтому здесь опишем только конструкцию соответствующих случайных величин и окончательные выражения для оптимизируемых показателей.

Сначала рассмотрим величину  $S$  — время успешной доставки пакета:

$$S = W + B_1 + A_2 + B_2 + \dots + A_\nu + B_\nu,$$

где  $W$  — время ожидания входа в систему;  $A_k$  и  $B_k$  — времена пребывания пакета во вспомогательной и основной системе соответственно при  $k$ -й попытке ( $k = 1, 2, \dots$  и  $A_1 = 0$ );  $\nu$  — номер попытки, при которой пакет будет успешно передан.



Величины  $W$  и  $B_k$  имеют представление:

$$W = W_0 I\{X = 0\} + (\tau_1 + \dots + \tau_{\varkappa}) I\{X > 0\};$$

$$B_k = (\tau_1 + \dots + \tau_X) I\{X > 0\},$$

где  $W_0$  — время ожидания разблокировки при полной загрузке вспомогательной системы;  $\tau_1, \tau_2, \dots$  — времена обслуживания заявок, находящихся в основной системе;  $\varkappa$  — номер первого успешно переданного пакета;  $X$  — состояние основной системы;  $I\{\dots\}$  — индикатор случайного события.

В стационарном режиме условные законы распределения величин  $W_0, \tau_k, A_k$  являются экспоненциальными:

$$\begin{cases} \text{Law}\{W_0 \mid X = 0\} = E(\alpha N), \\ \text{Law}\{\tau_k \mid X = n\} = E(\mu), & n > 0, \\ \text{Law}\{A_k \mid X = n\} = E(\alpha), & n < N, \end{cases}$$

а величины  $\nu$  и  $\varkappa$  подчиняются геометрическому распределению  $G(1 - \ell)$ .

Выражения для математических ожиданий величин  $S, W, B$  можно получить с помощью тождества Вальда [21]:

$$MS = MW + MB + (MA + MB) M(\nu - 1),$$

$$MW = \frac{P\{X = 0\}}{\alpha N} + M\varkappa \frac{P\{X > 0\}}{\mu},$$

$$MA = \frac{P\{X < N\}}{\alpha}, \quad MB = \frac{M(X I\{X > 0\})}{\mu}.$$

В стационарном режиме функционал, описывающий среднее время успешной доставки пакета, принимает вид:

$$\mathfrak{S}[\mu, \alpha] = \frac{P\{X = 0\}}{\alpha N} + \frac{P\{X < N\}\ell}{(1 - \ell)\alpha} + \frac{M((X + 1) I\{X > 0\})}{(1 - \ell)\mu}.$$

Предположим, что скорость потребления ресурсов пропорциональна интенсивностям обслуживания  $\mu, \alpha$ , и введем коэффициент  $c$ , равный отношению цены загрузки одного сервера вспомогательной системы к стоимости загрузки передатчика. Теперь можно записать выражение для функционала, определяющего средний расход ресурсов сети в стационар-

ном режиме:

$$\mathfrak{R}[\mu, \alpha] = \mu P\{X > 0\} + c\alpha(N - MX).$$

**4. Приближенный анализ оптимизационной модели.** При любом выборе стратегий  $\mu > 0$  и  $\alpha > 0$  однородный марковский процесс  $X(t)$  имеет стационарное распределение  $\pi = \{\pi_n; n \in E\}$ , то есть:

$$\pi_n = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{X(t) = n \mid X(0) = x\} \quad \forall x, n \in E.$$

Для этих вероятностей известно рекуррентное представление:

$$\pi_n = \frac{\alpha(N + 1 - n)}{\ell\mu} \pi_{n-1}, \quad n = 1, \dots, N, \quad (5)$$

где  $\pi_0$  находится из условия нормировки. Просуммировав уравнения (5) по  $n$ , получим:

$$\ell\mu(1 - \pi_0) = \alpha(N - MX).$$

Пользуясь этим равенством, функционалы можно представить следующим образом:

$$\mathfrak{S}[\mu, \alpha] = \frac{\pi_0}{\alpha N} + \frac{(\pi_0 - \pi_N)\ell}{(1 - \ell)\alpha} + \frac{N + 1 - \pi_0}{(1 - \ell)\mu}, \quad (6)$$

$$\mathfrak{R}[\mu, \alpha] = \mu(1 + c\ell)(1 - \pi_0). \quad (7)$$

Вероятности  $\pi_0, \pi_N$  можно представить в явной форме:

$$\pi_0 = \left( \sum_{n=0}^N \frac{N! \rho^n}{(N - n)!} \right)^{-1}, \quad \pi_N = \left( \sum_{n=0}^N \frac{1}{n! \rho^n} \right)^{-1}, \quad \text{где } \rho = \frac{\alpha}{\ell\mu}.$$

Численный анализ показывает, что если

$$N > 30, \quad \max(2, 1/(\ell N))/N < \rho < 1/7, \quad (8)$$

то  $\max(\pi_0, \pi_N) < 10^{-3}$ . Поэтому можно пренебречь вероятностями  $\pi_0, \pi_N$  и воспользоваться аппроксимацией:

$$\mathfrak{S}[\mu, \alpha] \approx \bar{S}[\mu] = \frac{N + 1}{(1 - \ell)\mu}, \quad \mathfrak{R}[\mu, \alpha] \approx \bar{R}[\mu] = \mu(1 + c\ell), \quad (9)$$

причем приближенные значения  $\bar{S}$ ,  $\bar{R}$  отличаются от исходных менее чем на 0.03%.

Это дает право сделать следующий вывод. Оптимизируемые функционалы мало чувствительны к изменению параметра  $\alpha$ , если отношение  $\rho = \alpha/(\ell\mu)$  лежит в диапазоне (8). Это имеет место, когда исключены слишком маленькие и чересчур большие значения  $\alpha$ , так как они приводят к переполнению одной из систем.

Приведем решения задач (1), (2) и (3), в которых исходные функционалы заменены их аппроксимациями  $\bar{S}[\mu]$ ,  $\bar{R}[\mu]$ .

1. Из ограничения  $\bar{R}[\mu] \leq R^{\max}$  получаем, что  $\mu$  не превосходит величины  $R^{\max}/(1 + c\ell)$ , которая определяет оптимальную скорость передачи при минимизации среднего времени успешной отправки  $\bar{S}[\mu]$  с учетом ограниченных ресурсов:

$$\mu^* = \frac{R^{\max}}{1 + c\ell}.$$

2. Для минимизации потребления ресурсов  $\bar{R}[\mu]$  при наличии ограничения на время полной передачи  $\bar{S}[\mu] \leq S^{\max}$  аналогично получается:

$$\mu^* = \frac{N + 1}{(1 - \ell)S^{\max}}.$$

3. Для нахождения оптимальной стратегий  $\mu_\lambda \in (0, \infty)$  относительно расширенного функционала:

$$\bar{L}[\mu, \lambda] = \bar{S}[\mu] + \lambda \bar{R}[\mu], \quad \lambda \geq 0,$$

достаточно записать его в виде функции  $a/\mu + b\mu$  с положительными коэффициентами  $a = \lambda(1 + c\ell)$ ,  $b = (N + 1)/(1 - \ell)$  и определить ее точку минимума:

$$\mu_\lambda = \sqrt{b/a} = \sqrt{\frac{N + 1}{\lambda(1 - \ell)(1 + c\ell)}}.$$

Перечисленные выше решения  $\mu^*$ ,  $\mu_\lambda$  получены без учета априорных ограничений (4). Чтобы их учесть, достаточно спроектировать величины  $\mu^*$ ,  $\mu_\lambda$  на отрезок  $[m_{\min}, m_{\max}]$ . Однако в разделах 1, 2 необходимо сначала проверить условие разрешимости, то есть: 1) неравенство  $\bar{R}[m_{\min}] \leq R^{\max}$ , гарантирующее соблюдение ограничения на ресурсы

при минимальной скорости передачи; 2) ограничение на время отправки при максимальной скорости передачи:  $\bar{S}[m_{\max}] \leq S^{\max}$ .

Взаимосвязь всех трех задач можно наглядно проследить по кривой:

$$R = \frac{(N+1)(1+c\ell)}{(1-\ell)S}, \quad (10)$$

уравнение которой записано в переменных  $S = \bar{S}[\mu]$ ,  $R = \bar{R}[\mu]$ . Точки пересечения этой кривой с прямыми  $R = R^{\max}$  и  $S = S^{\max}$  определяют решения задач из разделов 1 и 2 соответственно. Кроме того, множество точек  $(\bar{S}[\mu, \lambda], \bar{R}[\mu, \lambda])$ , образующих решения задачи из п. 3 при всевозможных  $\lambda > 0$ , полностью совпадает с кривой (10). При этом увеличение параметра  $\lambda$ , характеризующего относительную стоимость потребления ресурсов, соответствует росту  $S$  и снижению  $R$ .

На рисунке 2 на плоскости переменных  $(S, R)$  изображены: сплошная кривая (10), описывающая зависимость  $S = \bar{S}[\mu]$ ,  $R = \bar{R}[\mu]$  между приближенными функционалами (9); штриховая кривая, определяющая истинные значения функционалов  $S = \mathfrak{S}[\mu, \lambda, a_{\text{med}}]$ ,  $R = \mathfrak{R}[\mu, \lambda, a_{\text{med}}]$  на приближенном решении расширенной задачи при различных  $\lambda > 0$ , где  $a_{\text{med}} = (a_{\min} + a_{\max})/2$ ; точки  $(\mathfrak{S}[\mu, \alpha], \mathfrak{R}[\mu, \alpha])$ , полученные на случайной выборке стратегий  $(\mu, \alpha)$ .

Расчеты проведены для следующего набора параметров:

$$\begin{cases} m_{\min} = 0.4, & m_{\max} = 4, & \ell = 0.2, \\ a_{\min} = 0.01, & a_{\max} = 0.39, & c = 2.5. \end{cases} \quad (11)$$

На верхнем графике рисунка 2 представлены результаты для случая а)  $N = 3$ , а на нижнем — для случая б)  $N = 30$ . Таким образом, при маленьком числе пакетов  $N$  погрешность аппроксимации (9) является существенной, а разброс значений по критериям (особенно по времени отправки) — значительным. Однако при большом  $N$  приближенные значения  $\bar{S}[\mu]$ ,  $\bar{R}[\mu]$  визуально неотличимы от точных значений  $\mathfrak{S}[\mu, \alpha]$ ,  $\mathfrak{R}[\mu, \alpha]$  при всех  $\alpha \in [a_{\min}, a_{\max}]$ .

**5. Оптимальные стратегии передачи данных и повторной отправки.** Для анализа исходных задач (1), (2) и (3) удобно преобразовать функционал  $\mathfrak{S}[\mu, \alpha]$  к виду:

$$\mathfrak{S}[\mu, \alpha] = \frac{\ell}{\alpha} \mathfrak{S}_0[\rho], \quad \rho = \frac{\alpha}{\ell\mu},$$

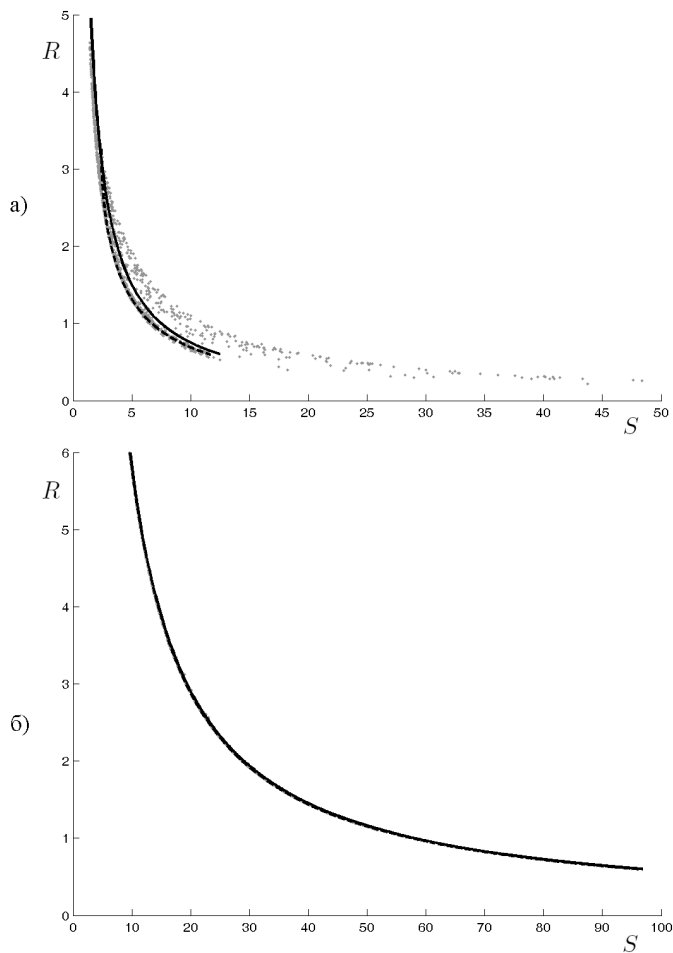


Рис. 2. Сравнение показателей в двух случаях: а) — сверху и б) — снизу

где в силу (6) функция  $\mathfrak{S}_0[\rho]$  и вероятности  $\pi_0 = \pi_0[\rho]$ ,  $\pi_N = \pi_N[\rho]$  зависят только от переменной  $\rho$ :

$$\mathfrak{S}_0[\rho] = \frac{\pi_0[\rho]}{\ell N} + \frac{\pi_0[\rho] - \pi_N[\rho]}{1 - \ell} + \frac{(N + 1 - \pi_0[\rho])\rho}{(1 - \ell)}.$$

Относительно функции  $\mathfrak{S}_0[\rho]$  можно утверждать, что она выпукла при  $\rho > 0$ , сходится к значению  $1/(\ell N) + 1/(1 - \ell)$  при  $\rho \rightarrow 0$  и стремится к бесконечности при  $\rho \rightarrow \infty$ .

Итак, для минимизации функционала  $\mathfrak{S}[\mu, \alpha]$  на множестве  $\mathcal{U}$  пар  $(\mu, \alpha)$ , допустимых в задаче (1), потребуется следующее: для коэффициента  $\rho$  определить отрезок значений  $[\rho_1, \rho_2]$ , при которых прямая  $\alpha = \rho \ell \mu$  пересекает множество  $\mathcal{U}$ ; для каждого  $\rho \in [\rho_1, \rho_2]$  на пересечении прямой  $\alpha = \rho \ell \mu$  с  $\mathcal{U}$  взять максимальное значение  $\alpha_\rho$ ; для функции одной переменной  $\mathfrak{S}_0[\rho]/\alpha_\rho$  найти точку минимума  $\rho^* \in [\rho_1, \rho_2]$ ; положить  $\alpha^* = \alpha_{\rho^*}$  и  $\mu^* = \alpha^*/(\rho^* \ell)$ . Теперь  $(\mu^*, \alpha^*)$  — искомое решение задачи (1).

Здесь стоит отметить вид множества  $\mathcal{U}$ . В силу (7) оно получается в результате пересечения прямоугольника (4) с областью  $\mu(1 + c\ell) \leq R^{\max}/(1 - \pi_0[\rho])$ . При фиксированном  $\mu$  это неравенство задает ограничение снизу на убывающую функцию переменной  $\rho$ . Следовательно, значение  $\rho$ , то есть угол наклона прямых  $\alpha = \rho \ell \mu$ , ограничено сверху. Тем самым указанная область лежит ниже кривой  $\mathfrak{R}[\mu, \alpha] = R^{\max}$ .

Графическая иллюстрация этого факта представлена на рисунке 3, который описывает результаты вычислений для набора параметров (11) в двух случаях:

$$\text{а) } N = 3, R^{\max} = 2 \quad \text{и} \quad \text{б) } N = 30, R^{\max} = 5.$$

На рисунке 3 ограничения изображены сплошными линиями, линии уровня функционала  $\mathfrak{S}$  — штриховыми кривыми, вектор антиградиента  $(-\nabla \mathfrak{S})$  — стрелкой, а решение задачи  $(\mu^*, \alpha^*)$  — точкой.

Важно отметить, что ограничение на ресурсы порождает невыпуклое множество  $\mathcal{U}$  (оно изображено на рисунке 3 в виде затемненной области). Искомая точка  $(\mu^*, \alpha^*)$ , на которой достигается минимум среднего времени отправки, лежит на верхней правой части границы множества  $\mathcal{U}$ , что согласуется с направлением антиградиента  $(-\nabla \mathfrak{S}[\mu, \alpha])$  и положением линий уровня  $\mathfrak{S}[\mu, \alpha] = S_i$ . Уровни заданы в виде  $S_i = (5/i)S^*$ ,  $i = 1, \dots, 7$ , где  $S^* = \mathfrak{S}[\mu^*, \alpha^*]$ . Линии уровня идут слева направо:  $S_1 > \dots > S_7$  на верхнем графике;  $S_1 > \dots > S_5$  на нижнем графике.

Существенное отличие случаев а) и б) состоит в том, чтобы при большой загрузке сети, то есть при большом  $N$ , функционал  $\mathfrak{S}[\mu, \alpha]$  мало

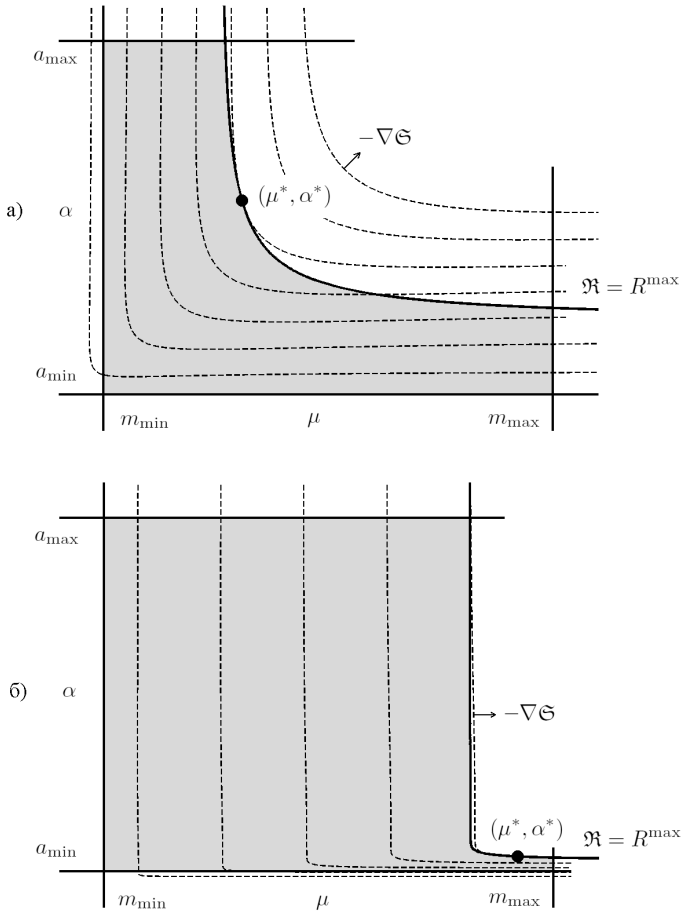


Рис. 3. Минимизация функционала  $\mathfrak{S}$  в двух случаях: а) — сверху и б) — снизу

меняется вдоль ограничения  $\mathfrak{R}[\mu, \alpha] = R^{\max}$ . Напротив, при маленькой загрузке, что имеет место в случае а), функционал  $\mathfrak{S}[\mu, \alpha]$  оказывается весьма чувствителен к вариации интенсивности обслуживания во вспомогательной системе  $\alpha$ . Для подтверждения этого факта найдена стратегия  $(\check{\mu}, \check{\alpha})$ , максимизирующая  $\mathfrak{S}[\mu, \alpha]$  вдоль кривой  $\mathfrak{R}[\mu, \alpha] = R^{\max}$ . Результаты этих вычислений сведены в таблицы 1 и 2. Отметим, что некоторые из перечисленных там стратегий  $(\mu, \alpha)$  не являются допустимыми, поэтому на них значение  $\mathfrak{S}[\mu, \alpha]$  оказывается меньше оптимума  $S^*$ , но за счет превышения лимита использования ресурсов  $\mathfrak{R}[\mu, \alpha] \leq R^{\max}$ .

Таблица 1. Характеристики стратегий в задаче (1) для случая а)

Скорость передачи $\mu$	Интенсивность $\alpha$	$\mathfrak{S}[\mu, \alpha]$	$\mathfrak{R}[\mu, \alpha]$
$\mu^* = 1.508$	$\alpha^* = 0.219$	$3.225 = S^*$	$2 = R^{\max}$
$\check{\mu} = 4$	$\check{\alpha} = 0.103$	4.787	$2 = R^{\max}$
$m_{\min} = 0.4$	$a_{\min} = 0.01$	49.593	0.195
$m_{\text{med}} = 2.2$	$a_{\text{med}} = 0.2$	2.667	2.508
$m_{\max} = 4$	$a_{\max} = 0.39$	1.411	4.691

Таблица 2. Характеристики стратегий в задаче (1) для случая б)

Скорость передачи $\mu$	Интенсивность $\alpha$	$\mathfrak{S}[\mu, \alpha]$	$\mathfrak{R}[\mu, \alpha]$
$\mu^* = 3.712$	$\alpha^* = 0.026$	$11.502 = S^*$	$5 = R^{\max}$
$\check{\mu} = 3.333$	$\check{\alpha} = 0.057$	11.625	$5 = R^{\max}$
$m_{\min} = 0.4$	$a_{\min} = 0.01$	96.867	0.6
$m_{\text{med}} = 2.2$	$a_{\text{med}} = 0.2$	17.475	3.3
$m_{\max} = 4$	$a_{\max} = 0.39$	9.605	6

Теперь перейдем к решению задачи (2). Пусть  $\mathcal{V}$  — множество точек  $(\mu, \alpha)$ , допустимых в этой задаче. Функционал  $\mathfrak{R}[\mu, \alpha]$  равен произведению двух множителей  $\mu(1 + c\ell)$  и  $1 - \pi_0[\rho]$ , первый из которых зависит только от  $\mu$ , а второй полностью определяется значением  $\rho$ . Поэтому процедура минимизации  $\mathfrak{R}[\mu, \alpha]$  аналогична: сначала определить границы  $\rho_1, \rho_2$  значений  $\rho$ , при которых прямая  $\alpha = \rho\ell\mu$  пересекает  $\mathcal{V}$ , затем на каждом таком пересечении взять минимальное значение  $\mu_\rho$ , далее найти точку максимума  $\rho^* \in [\rho_1, \rho_2]$  функции  $\mu_\rho\pi_0[\rho]$ , и в конце определить решение задачи (2) в виде  $\mu^* = \mu_{\rho^*}, \alpha^* = \rho^*\ell\mu^*$ .

Отметим, что множество  $\mathcal{V}$  обязано быть выпуклым в переменных  $(\rho, \alpha)$ . Действительно,  $\mathcal{V}$  — есть пересечение выпуклого четырехугольника

$$\{(\rho, \alpha) : \alpha/(\ell m_{\max}) \leq \rho \leq \alpha/(\ell m_{\min}), a_{\min} \leq \alpha \leq a_{\max}\}$$

и надграфика выпуклой функции  $\mathfrak{S}_0[\rho]\ell/S^{\max} \leq \alpha$ .



Графическая иллюстрация этого утверждения представлена на рисунке 4, на котором множество  $\mathcal{V}$  представлено в виде затененной области, ограничения изображены сплошными линиями, линии уровня функционала  $\mathfrak{R}$  — штриховыми кривыми, вектор антиградиента  $(-\nabla\mathfrak{R})$  — стрелкой, а решение задачи  $(\mu^*, \alpha^*)$  — точкой.

Результаты вычислений получены для набора параметров (11) в двух случаях:

$$\text{а) } N = 3, S^{\max} = 3.225 \quad \text{и} \quad \text{б) } N = 30, S^{\max} = 11.502, \quad (12)$$

где значения  $S^{\max}$  выбраны равными оптимуму  $S^*$  в предыдущей задаче (см. таблицы 1, 2).

Благодаря такому выбору параметров ограничения, решение задачи минимизации  $\mathfrak{R}[\mu, \alpha]$  совпадает с точкой  $(\mu^*, \alpha^*)$ , доставляющей минимум функционалу  $\mathfrak{S}[\mu, \alpha]$  с учетом неравенства  $\mathfrak{R}[\mu, \alpha] \leq R^{\max}$ . Поэтому на полученном решении оптимум  $R^* = \mathfrak{R}[\mu^*, \alpha^*]$  при ограничениях (12) оказывается равен  $R^{\max} = 2$  в случае а) и  $R^{\max} = 5$  в случае б).

При сравнении двух сценариев, когда нагрузка на сеть а) мала или, наоборот, б) велика, вновь наблюдается разная чувствительность критерия оптимизации к вариации интенсивности  $\alpha$ . В случае а) имеет место четко выраженный минимум, а в случае б) относительное изменение функционала  $\mathfrak{R}[\mu, \alpha]$  при движении вдоль границы  $\mathfrak{S}[\mu, \alpha] = S^{\max}$  составляет около 1 %, в то время как  $\alpha$  варьируется в очень широких пределах: от  $\check{\alpha} = 0.058$  до  $a_{\max} = 3.9$ . О последнем факте свидетельствует также вид линий уровня  $\mathfrak{R}[\mu, \alpha] = R_i$ , которые на большей части диапазона  $[a_{\min}, a_{\max}]$  являются почти вертикальными. Линии уровня идут слева направо по направлению роста значений  $\{R_i\}$  с равным шагом: от  $R_1 = (3/5)R^*$  до  $R_9 = (11/5)R^*$  — на верхнем графике; от  $R_1 = (12/15)R^*$  до  $R_8 = (19/15)R^*$  — на нижнем графике.

Теперь рассмотрим расширенный функционал (3). Через переменные  $\rho, \alpha$  его можно записать как:

$$\mathfrak{L}[\mu, \alpha, \lambda] = \frac{\ell}{\alpha} \mathfrak{S}_0[\rho] + \lambda(1 + c\ell) \frac{\alpha(1 - \pi_0[\rho])}{\rho\ell}.$$

Если не учитывать априорные ограничения на  $\alpha$ , то можно явно записать выражение для минимума по этой переменной:

$$\min_{\alpha > 0} \mathfrak{L}[\alpha/(\rho\ell), \alpha, \lambda] = 2\sqrt{\lambda(1 + c\ell)\mathfrak{S}_0[\rho](1 - \pi_0[\rho])}/\rho.$$

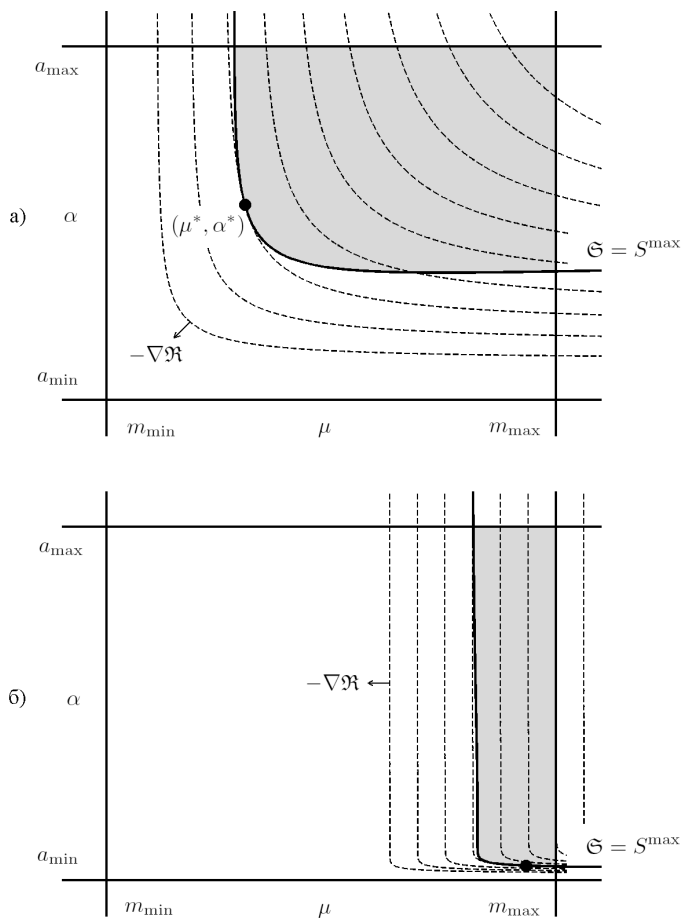


Рис. 4. Минимизация функционала  $\mathfrak{R}$  в двух случаях: а) — сверху и б) — снизу

Полученная функция достигает минимума в единственной точке  $\rho^* > 0$ , не зависящей от выбора множителя  $\lambda$ . Если отбросить априорные ограничения на  $\mu$ , то решение задачи (3) имеет вид:

$$\alpha_\lambda = \ell \left( \frac{\mathfrak{S}_0[\rho^*]\rho^*}{\lambda(1+c\ell)(1-\pi_0[\rho^*])} \right)^{1/2}, \quad \mu_\lambda = \frac{\alpha_\lambda}{\rho^*\ell}.$$

Таким образом, оптимальные стратегии  $\mu_\lambda, \alpha_\lambda$  пропорциональны  $1/\sqrt{\lambda}$ . Это означает, что при увеличении параметра  $\lambda$ , характеризующего цену расходования ресурсов сети, интенсивности обслуживания в основной и вспомогательной системах должны снижаться. При этом соотношение между ними  $\mu_\lambda/\alpha_\lambda$  остается неизменным.

Отметим, что расширенный функционал  $\mathfrak{L}[\mu, \alpha, \lambda]$  не является выпуклым по  $(\mu, \alpha)$ , но семейство решений  $\{(\mu_\lambda, \alpha_\lambda)\}$  совпадает с множеством Парето-оптимальных стратегий.

Оба эти факта можно проиллюстрировать с помощью рисунка 5, на котором представлены результаты расчетов для случая  $N = 3$  и того же набора параметров (11).

На верхнем графике рисунка 5 для расширенного функционала изображены его линии уровня  $\mathfrak{L}[\mu, \alpha, \lambda^*] = L_i$  в виде штриховых кривых и точка минимума. Сплошные линии описывают априорные ограничения. Значение множителя  $\lambda^*$  здесь выбрано таким образом, чтобы точка минимума расширенного функционала совпала с решением  $(\mu^*, \alpha^*)$  двух предыдущих задач. Согласно найденной выше зависимости  $\lambda \mapsto \alpha_\lambda$ , искомый множитель  $\lambda^*$  можно определить из равенства  $\lambda^* = (\alpha_\lambda/\alpha^*)^2 \lambda$ . Величины  $\{L_i\}$  взяты с равным шагом от  $L_1 = 1.01 L^*$  до  $L_{20} = 1.2 L^*$ , где  $L^* = \mathfrak{L}[\mu^*, \alpha^*, \lambda^*]$ .

Нижний график рисунка 5 содержит набор точек, полученных на случайной выборке стратегий, и сплошную кривую  $S = \mathfrak{S}[\mu_\lambda, \alpha_\lambda]$ ,  $R = \mathfrak{R}[\mu_\lambda, \alpha_\lambda]$ , которая была построена из решения расширенной задачи (3) при  $\lambda \in (0.2, 3.3 \cdot 10^6)$ . В отличие от приближенного решения, изображенного на рисунке 2 штриховой линией, сплошная кривая на рисунке 5 ограничивает снизу и слева область, которая включает все полученные точки. Это подтверждает оптимальность по Парето стратегий  $(\mu_\lambda, \alpha_\lambda)$ , найденных при решении расширенной задачи.

**6. Заключение.** В работе рассмотрена параметрическая модель оптимизации процесса передачи данных по ненадежному каналу связи при наличии механизма повторной отправки. Сеть передачи данных моделировалась в стационарном режиме на фиксированном уровне загрузки с помощью замкнутой СеМО, содержащей основной узел-передатчик

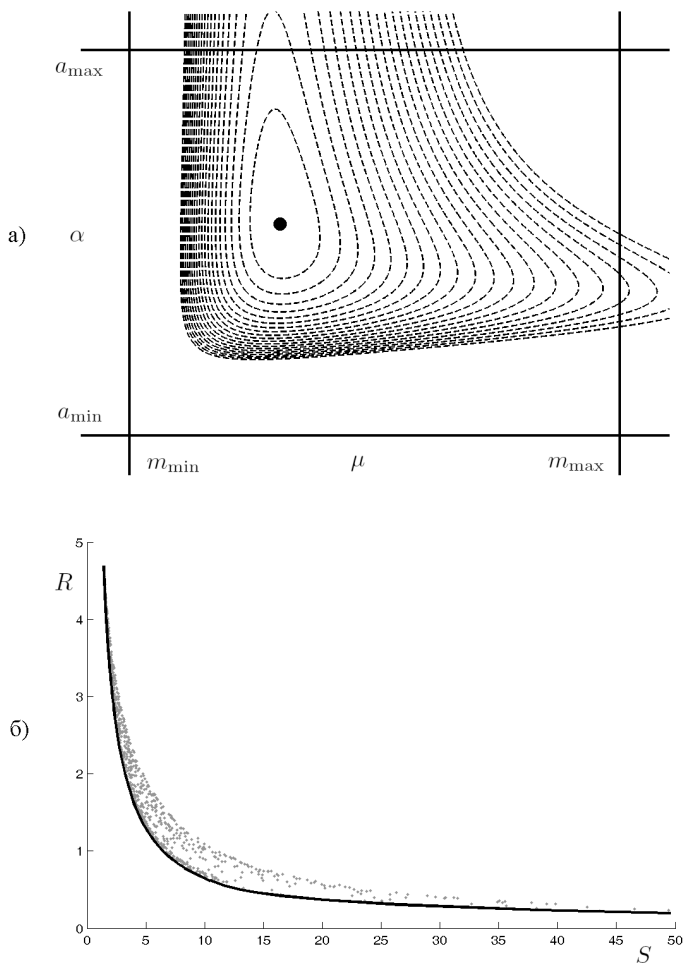


Рис. 5. Расширенная задача — а) и задача двукритериальной оптимизации — б)

в виде конечной очереди и вспомогательный узел для повторной отправки в виде многоканальной системы. В задаче на минимум среднего времени успешной передачи при наличии ограниченного потребления ресурсов определены оптимальные значения двух параметров сети: скорости передачи и интенсивности повторной отправки. Решена также задача о минимальном расходе ресурсов сети с учетом ограничения на время успешной передачи. Несмотря на то, что указанные задачи не являются задачами выпуклого программирования, множество Парето-оптимальных стратегий найдено методом множителей Лагранжа в результате минимизации расширенного функционала. Установлено, что при высокой загрузке сети достаточно использовать приближенные решения, основанные на оптимизации скорости передачи без учета интенсивности повторной отправки. Этот факт может быть использован при анализе и разработке реальных инфокоммуникационных сетей, предназначенных для обработки интенсивного пакетного трафика.

### Литература

1. *Artalejo J.R., Gomez-Corral A.* Retrial Queueing Systems: A Computational Approach // Springer. 2008. 318 p.
2. *Artalejo J.R.* Accessible bibliography on retrial queues: Progress in 2000–2009 // Mathematical and Computer Modelling. 2010. vol. 51. pp. 1071–1081.
3. *Phung-Duc T.* Retrial queueing models: A survey on theory and applications // Applied Stochastic Models in Business and Industry. 2019. vol. 35. 31 p.
4. *Степанов С.Н., Степанов М.С.* Построение и анализ обобщенной модели контакт-центра // Автоматика и телемеханика. 2014. № 11. С. 55–69.
5. *Степанов С.Н., Степанов М.С.* Алгоритмы оценки показателей пропускной способности обобщенной модели контакт-центра // Автоматика и телемеханика. 2016. № 7. С. 86–102.
6. *Adams R.* Active queue management: A survey // IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2013. vol. 15. no. 3. pp. 1425–1476.
7. *Floyd S., Jacobson V.* Random early detection gateways for congestion avoidance // IEEE/ACM Transactions on Networking. 1993. vol. 1. no. 4. pp. 397–413.
8. *Коновалов М.Г., Разумчик Р.В.* Об управлении размером очереди в системе с одним сервером // Системы и средства информатики. 2017. Т. 27. № 4. С. 4–15.
9. *Kononov M.G., Razumchik R.V.* Comparison of two active queue management schemes through the M/D/1/N queue // Информатика и ее применения. 2018. Т. 12. № 4. pp. 9–15.
10. *Агаларов Я.М., Агаларов М.Я., Шоргин В.С.* Об оптимальном пороговом значении длины очереди в одной задаче максимизации дохода системы массового обслуживания типа M/G/1 // Информатика и ее применения. 2016. Т. 10. № 2. С. 70–79.
11. *Miller B.M.* Optimization of queueing system via stochastic control // Automatica. 2009. vol. 45. no. 6. pp. 1423–1430.
12. *Миллер А.Б.* Динамическое управление доступом и скоростью обслуживания при активных пользователях // Автоматика и телемеханика. 2010. № 9. С. 70–82.

13. *Солодяников Ю.В.* Управление и наблюдение для динамических сетей массового обслуживания. I // Автоматика и телемеханика. 2014. № 3. С. 14–45.
14. *Kuznetsov N.A., Myasnikov D.V., Semikhin K.V.* Optimal control of data transmission in a mobile two-agent robotic system // Journal of Communications Technology and Electronics. 2016. vol. 61. no. 12. pp. 1456–1465.
15. *Kuznetsov N.A., Myasnikov D.V., Semikhin K.V.* Optimization of two-phase queuing system and its application to the control of data transmission between two robotic agents // Journal of Communications Technology and Electronics. 2017. vol. 62, no. 12. pp. 1484–1498.
16. *Коган Я.А., Лицнер Р.Ш., Смородинский А.В.* Гауссовская диффузионная аппроксимация марковских замкнутых моделей сетей связи ЭВМ // Проблемы передачи информации. 1986. Т. 22. № 1. С. 49–65.
17. *Schechner Z., Yao D.* Decentralized control of service rates in a closed Jackson network // IEEE Transactions on Automatic Control. 1989. vol. 34. no. 2. pp. 236–240.
18. *Argon N.T., Deng C., Kulkarni V.G.* Optimal control of a single server in a finite-population queueing network // Queueing Systems. 2017. vol. 85. no. 1-2. pp. 149–172.
19. *Atar R., Lev-Ari A.* Optimizing buffer size for the retrial queue: two state space collapse results in heavy traffic // Queueing Systems. 2018. vol. 90. no. 3-4. pp. 225–255.
20. *Кузнецов Н.А., Семенихин К.В.* Анализ и оптимизация управляемой модели замкнутой сети массового обслуживания // Автоматика и телемеханика. URL: [www.researchgate.net/publication/334126143](http://www.researchgate.net/publication/334126143) (дата обращения: 30.06.2019).
21. *Vaccelli F., Bremaud P.* Elements of Queueing Theory: Palm-Martingale Calculus and Stochastic Recurrences // Springer. 2003. 334 p.
22. *Иоффе А.Д., Тихомиров В.М.* Теория экстремальных задач // М.: Наука. 1974. 480 с.

**Кузнецов Николай Александрович** — д-р техн. наук, академик РАН, профессор, советник РАН; заведующий лабораторией № 351 Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН (ИРЭ), заведующий кафедрой «Инфокоммуникационные системы и сети» Московского физико-технического института. Область научных интересов: управление инфокоммуникационными системами и сетями, теория рассинхронизованных систем, методы управления наблюдениями в стохастических системах, разработка алгоритмов идентификации для систем управления движущимися объектами, оптимизация транспортных потоков, обработка биомедицинской информации. Число научных публикаций — 224. [kuznetsov@cplire.ru](mailto:kuznetsov@cplire.ru); ИРЭ, Моховая ул., д. 11, корп. 7, г. Москва, 125009, РФ; р.т. +7(495)6293005, факс +7(495)6293005.

**Семенихин Константин Владимирович** — д-р физ.-мат. наук, доцент; профессор кафедры «Теория вероятностей и компьютерное моделирование» Московского авиационного института (МАИ), старший научный сотрудник Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН. Область научных интересов: методы робастной статистики, минимаксная оптимизация, управление и оценивание в стохастических системах, оптимизация систем массового обслуживания. Число научных публикаций — 108. [siemenkv@mail.ru](mailto:siemenkv@mail.ru); МАИ, Волоколамское шоссе, д. 4, г. Москва, 125993, РФ; р.т. +7(499)1584874, факс +7(499)1584560.

N.A. KUZNETSOV, K.V. SEMENIKHIN  
**PARAMETRIC OPTIMIZATION OF PACKET TRANSMISSION  
WITH RESENDING PACKETS MECHANISM**

*Kuznetsov N.A., Semnikhin K.V. Parametric Optimization of Packet Transmission with Resending Packets Mechanism.*

**Abstract.** The data transmission process is modelled by a Markov closed queuing network, which consists of two stations. The primary station describes the process of sending packets over a lossy channel by means of a finite and single-channel queue. The auxiliary station, being a multichannel queuing system, accumulates packets lost by the primary station and forwards them back for retrial. The transmission rate at the primary station and the retrial rate at the auxiliary station are in the specified ranges and subject to optimization in order to minimize time of successful delivery and amount of network resources used. The explicit expressions for these characteristics are derived in the steady-state mode in order to formulate the problem of bi-criterion optimization. The optimal policies are established in two scenarios: the first problem is to minimize the average time of successful transmission with limited resources; the second problem is to minimize the consumption of network resources within time constraint for successful transmission. The set of Pareto-optimal policies is obtained by solving the problem of minimization of the augmented functional. The quality characteristics of approximate solutions that do not take into account the service rate in the auxiliary system are analyzed.

**Keywords:** closed queuing network, birth-and-death process, optimization, transmission rate, retrial rate.

**Kuznetsov Nikolay Alexandrovich** — Dr. Sc. in Technology and Engineering, Professor, Academician (Russian Academy of Sciences); Head of Laboratory no. 351 in Kotel'nikov Institute of Radioengineering and Electronics (IRE), Head of Department «Infocommunication systems and networks» in Moscow Institute of Physics and Technology. Research interests: control of infocommunication systems and networks, theory of non-synchronous systems, methods of observation control in stochastic systems, development of identification algorithms for control systems of moving objects, optimization of traffic flows, biomedical data processing. The number of publications — 224. kuznetsov@cplire.ru; IRE, Mokhovaya, 11-7, Moscow, 125009, Russian Federation; office phone +7(495)6293005, fax +7(495)6293005.

**Semenikhin Konstantin Vladimirovich** — Dr. Sc. in Physics and Mathematics, Associate Professor; Professor of Department «Probability theory and computer modeling» in Moscow Aviation Institute (MAI), Senior Research Fellow in Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics. Research interests: methods of robust statistics, minimax optimization, control and estimation in stochastic systems, optimization of queuing systems. The number of publications — 108. siemenkv@mail.ru; MAI, Volokolamskoye shosse, 4, Moscow, 125993, Russian Federation; office phone +7(499)1584874, fax +7(499)1584560.

## References

1. Artalejo J.R., Gomez-Corral A. Retrial Queueing Systems: A Computational Approach. Springer. 2008. 318 p.
2. Artalejo J.R. Accessible bibliography on retrial queues: Progress in 2000-2009. *Mathematical and Computer Modelling*. 2010. vol. 51. pp. 1071–1081.

3. Phung-Duc T. Retrial queueing models: A survey on theory and applications. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*. 2019. vol. 35. 31 p.
4. Stepanov S.N., Stepanov M.S. [Construction and analysis of a generalized contact center model]. *Avtomatika i Telemekhanika — Automation and Remote Control*. 2014. no. 11. pp. 55-69. (In Russ.).
5. Stepanov S.N., Stepanov M.S. [Algorithms for estimating throughput characteristics in a generalized call center model]. *Avtomatika i Telemekhanika — Automation and Remote Control*. 2016. no. 7. pp. 86-102. (In Russ.).
6. Adams R. Active queue management: A survey. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*. 2013. vol. 15. no. 3. pp. 1425-1476.
7. Floyd S., Jacobson V. Random early detection gateways for congestion avoidance. *IEEE/ACM Transactions on Networking*. 1993. vol. 1. no. 4. pp. 397-413.
8. Kononov M.G., Razumchik R.V. [Controlling queue size in a single server system]. *Sistemy i Sredstva Informatiki — Systems and Means of Informatics*. 2017. vol. 27. no. 4. pp. 4-15. (In Russ.).
9. Kononov M.G., Razumchik R.V. Comparison of two active queue management schemes through the M/D/1/N queue. *Informatics and Applications*. 2018. vol. 12. no. 4. pp. 9-15.
10. Agalarov Ya.M., Agalarov M.Ya., Shorgin V.S. [About the optimal threshold of queue length in a particular problem of profit maximization in the M/G/1 queueing system]. *Informatika i ee primeneniya — Informatics and Applications*. 2016. vol. 10. no. 2. pp. 70-79. (In Russ.).
11. Miller B.M. Optimization of queueing system via stochastic control. *Automatica*. 2009. vol. 45. no. 6. pp. 1423-1430.
12. Miller A.B. [Using methods of stochastic control to prevent overloads in data transmission networks]. *Avtomatika i Telemekhanika — Automation and Remote Control*. 2010. no. 9. pp. 70-82. (In Russ.).
13. Solodyannikov Yu.V. Control and observation for dynamical queueing networks. I. *Avtomatika i Telemekhanika — Automation and Remote Control*. 2014. no. 3. pp. 14-45. (In Russ.).
14. Kuznetsov N.A., Myasnikov D.V., Semenikhin K.V. Optimal control of data transmission in a mobile two-agent robotic system. *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2016. vol. 61. no. 12. pp. 1456-1465.
15. Kuznetsov N.A., Myasnikov D.V., Semenikhin K.V. Optimization of two-phase queueing system and its application to the control of data transmission between two robotic agents. *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2017. vol. 62. no. 12. pp. 1484-1498.
16. Kogan A.Ya., Lipcer R.Sh., Smorodinskij A.V. Gaussian Diffusion Approximation of Closed Markov Models of Computer Networks. *Problemy peredachi informacii — Problems of Information Transmission*. 1986. vol. 22. no. 1. pp. 49-65. (In Russ.).
17. Schechner Z., Yao D. Decentralized control of service rates in a closed Jackson network. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1989. vol. 34. no. 2. pp. 236-240.
18. Argon N.T., Deng C., Kulkarni V.G. Optimal control of a single server in a finite-population queueing network. *Queueing Systems*. 2017. vol. 85. no. 1-2. pp. 149-172.
19. Atar R., Lev-Ari A. Optimizing buffer size for the retrial queue: two state space collapse results in heavy traffic. *Queueing Systems*. 2018. vol. 90. no. 3-4. pp. 225-255.
20. Kuznetsov N.A., Semenikhin K.V. [Analysis and optimization of the closed queueing network as a controllable system]. *Avtomatika i Telemekhanika — Automation and Remote Control*. Available at: [www.researchgate.net/publication/334126143](http://www.researchgate.net/publication/334126143) (accessed 30.06.2019). (In Russ.).



21. Baccelli F., Bremaud P. Elements of Queueing Theory: Palm-Martingale Calculus and Stochastic Recurrences. Springer. 2003. 334 p.
22. Ioffe A.D., Tihomirov V.M. *Teoriya ekstremal'nyh zadach* [Theory of extremal problems]. M: Nauka, 1974. 480 p. (In Russ.).

К. ЗАНДКУЛЬ, А.В. СМИРНОВ, Н.Г. ШИЛОВ  
**ТАРГЕТИРОВАННОЕ ПРЕДОСТАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ НА  
ЦИФРОВЫХ ВЫВЕСКАХ: ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ**

*Зандкуль К., Смирнов А.В., Шилов Н.Г. Таргетированное предоставление информации на цифровых вывесках: возможные решения.*

**Аннотация.** Предоставление информации широкой аудитории на цифровых вывесках (digital signage) стало весьма популярным способом как в общедоступных местах (торговые центры, выставки), так и в местах, доступных ограниченным группам людей (кондоминиумы, офисы компаний). Данный способ может использоваться как для рекламы, так и для предоставления информации некоммерческого характера. Хотя таргетированное предоставление информации одному человеку (например, рекламные баннеры на веб-страницах) уже весьма хорошо развито, разработке цифровых вывесок, предоставляющих таргетированную информацию, не уделяется достаточного внимания. Таким образом, в статье представлены результаты исследований в области таргетированного предоставления информации посредством цифровых вывесок. В работе используется метод исследования на основе подхода DSR (design science research). Данный подход мотивируется и инициируется определенной бизнес-проблемой и ориентирован на ее решение путем создания и проверки артефактов из области информационных технологий, таких как прототипы, модели, методы или архитектуры. На его основе было выполнено уточнение проблемы, в частности с точки зрения отрасли жилищно-коммунального хозяйства, что привело к разработке нового решения с целью поддержки бизнес-процессов участников данной отрасли. Проверка проекта показала, что необходимы дополнительные технологические решения, такие как поддержка возможности идентификации пользователя, поиск общих предпочтений для группы пользователей, обеспечение конфиденциальности интересов и предпочтений отдельных пользователей. Предложены технологии идентификации пользователей и выделения их общих интересов и предпочтений.

**Ключевые слова:** персонализация, таргетирование, цифровая вывеска, бизнес-модель, обобщение предпочтений.

**1. Введение.** Предоставление персонализированной контекстной информации, то есть информации, зависящей от конкретной ситуации и учитывающей интересы и предпочтения конкретных пользователей, является важной функцией современных систем поддержки принятия решений [1-5]. В связи с этим научное сообщество сегодня уделяет большое внимание повышению качества персонализации информации. Наглядным примером предоставления контекстной персонализированной информации за пределами области поддержки принятия решений является таргетированная реклама, обычно предлагаемая такими информационными «гигантами», как Google и Microsoft [6]. Однако в таргетированной рекламе персонализированная информация предоставляется одному конкретному пользователю.

В то же время использование цифровых вывесок стало весьма популярным способом представления информации широкой

аудитории (Digital Signage [7, 8]) как в общедоступных местах (торговые центры, выставки), так и в местах, доступных ограниченным группам людей (кондоминиумы, офисы компаний). Данный способ может использоваться как для рекламы, так и для предоставления некоммерческой информации. Однако предоставление таргетированной информации не одному конкретному пользователю, а группе пользователей, связано с рядом проблем. Например, необходимо определить, какая информация будет интересна и полезна всем пользователям группы, то есть необходимо определить общие предпочтения и интересы группы пользователей. Другим важным аспектом является соблюдение конфиденциальности предпочтений и интересов пользователей, поскольку предоставление информации группе пользователей может ее нарушить, а также конфиденциальности самой информации (например, иллюстрации с перспективными разработками компании не должны транслироваться широкой аудитории).

На данный момент не существует решений, которые бы обеспечивали персонализированную контекстную информацию для групп пользователей. Однако разработка таких таргетированных цифровых вывесок очень перспективна. Например, таргетированная информация может быть представлена с использованием электронных дисплеев, установленных в местах скопления людей (например, магазины, лифты, транспорт) для более эффективного предоставления информации справочного или рекламного характера. Информационные табло в компаниях и офисных центрах также могут работать, отображая информацию, касающуюся сотрудников или посетителей, находящихся рядом с ними. Подобная информационная поддержка может быть весьма актуальна для реализации таких программ, как «умный город», развития общественного транспорта, туризма.

Мотивацией для проведения данного исследования стал проект, направленный на разработку новых сценариев применения таргетированной цифровой рекламы совместно с лифтовым оборудованием и соответствующих потенциальных бизнес-моделей. Проект был инициирован компанией, производящей лифтовое оборудование, которая стремится расширить свою бизнес-модель при помощи интерактивного отображения информации на дверях лифта или информационных досках, соединенных с лифтом. В рамках этого проекта были изучены процессы разработки технологий и цифровых бизнес-моделей.

Исследования, отраженные в данной статье, посвящены не только таргетированному предоставлению информации на цифровых вывесках, но и подходу к разработке цифровых инноваций, который включает проектирование услуг, архитектуры, бизнес-модели и

взаимодействия с пользователем (см. раздел 3). В то время как предыдущая работа авторов [9] была сосредоточена на важности этих четырех компонентов, данная статья концентрируется на их взаимозависимости и процессе их интеграции. В статье представлены следующие основные результаты: (1) опыт использования подхода DSR (раздел 2) при разработке инновационных цифровых бизнес-моделей в области таргетированного предоставления информации на цифровых вывесках; (2) концепция таргетированного предоставления информации на цифровых вывесках, мотивированная проектом с промышленным партнером; (3) возможные технологические решения таргетированного предоставления информации на цифровых вывесках.

**2. Метод исследования.** В данной работе использован метод исследования, который основан на подходе DSR (design science research), предложенном в [10]. DSR — это подход, мотивируемый и иницируемый определенной бизнес-проблемой и направленный на ее решение путем создания и проверки артефактов из области информационных технологий, таких как прототипы, модели, методы или архитектуры. Проекты, выполняемые с использованием подхода DSR, обычно включают несколько циклов (итераций) в поисках артефакта для заданной проблемы и состоят из 4-х шагов: уточнение проблемы, разработка проекта решения, проверка решения и реализация.

В предыдущей работе [9] были описаны выполненные ранее первые два цикла DSR. Первый цикл был сосредоточен на разработке инновационного решения в области цифровых вывесок на дверях лифта (ЦВДЛ). Второй цикл посвящен интеграции распознавания жестов в решение ЦВДЛ (коротко представлен в разделе 3.1). В обоих циклах артефактами, находящимися в центре внимания, были: (а) подход к развитию цифровых инноваций, то есть аспекты, которые необходимо учитывать, и процессы, которые необходимо реализовать (раздел 3.2); (б) сами цифровые инновации, то есть ЦВДЛ. В рамках этих двух циклов доказаны актуальность и полезность интегрированной разработки бизнес-модели, сервиса и архитектуры для достижения желаемого результата предлагаемым инновационным сервисом. Третий цикл DSR, описанный в данной статье, направлен на совершенствование подхода к развитию цифровых инноваций и функциональности ЦВДЛ для достижения желаемого результата от цифровых вывесок.

Рисунок 1 иллюстрирует третий цикл DSR. На основе результатов первых двух циклов DSR было выполнено уточнение проблемы, в частности с точки зрения отрасли жилищно-коммунального хозяйства (ЖКХ). Данное уточнение привело к разработке нового решения ЦВДЛ с целью поддержки бизнес-

процессов различных заинтересованных сторон (пользователи, управляющая компания, и другие) в отрасли ЖКХ (раздел 4). Проверка проекта решения показала, что необходимы дополнительные технологические решения (раздел 5). В настоящее время реализация прототипа все еще продолжается. В рамках рассматриваемого цикла DSR применяются различные методы исследования: фокус-группы [11] в отрасли ЖКХ для уточнения спроса, исследования технических возможностей [12] и экспертные оценки.



Рис. 1. Третий цикл

**3. Ранее выполненные исследования и цифровая бизнес-модель.** Как уже говорилось в разделе 2, работа частично выполнена в рамках проекта, направленного на разработку инновационных решений для цифровых вывесок на дверях лифтов. В этом разделе кратко представлен промышленный партнер по проекту и кратко изложен подход к разработке цифровой бизнес-модели, который был предложен в предыдущей работе и усовершенствуется в настоящей.

### 3.1. Проект с производителем лифтового оборудования.

Развитие информационных и телекоммуникационных технологий помогает не только повысить производительность при выполнении различных задач, но также открывает новый мир бизнес-моделей, позволяющих компаниям переходить от поставщиков продуктов к поставщикам услуг или даже становиться «виртуальными» компаниями, выступающими в качестве брокеров. Так, компания Rolls-Royce вместо продажи авиационных двигателей теперь взимает

плату за время их работы и самостоятельно занимается их обслуживанием [13]. В качестве другого примера можно привести компанию Uber, которая не только предоставляет услуги такси, но и делает это, фактически не владея автомобилями и действуя как связующее звено между водителями и пассажирами. Своевременно адаптированная бизнес-модель может обеспечить существенное конкурентное преимущество (например, капитализация компании Uber в 2015 году составляла около 68 млрд. долларов США, что на 20 млрд. превысило капитализацию компании GM [14]). Таким образом, многие компании, представленные на мировом рынке, ищут различные способы расширения и обновления своего бизнеса, чтобы идти в ногу с меняющимися тенденциями (например, Toyota инвестирует в Uber и предлагает свои автомобили для водителей Uber [14]).

Не является исключением и промышленный партнер проекта, мотивировавшего данное исследование. Данная компания имеет глобальное присутствие на рынке и занимается разработкой и производством лифтов и сопутствующего оборудования. В 2016 году она открыла новое «цифровое» направление ведения бизнеса за пределами устоявшейся производственно-сбытовой цепочки. Рассматриваемая цифровая услуга состоит в том, чтобы предлагать таргетированную информацию на дверях лифта, то есть цифровых вывесок для дверей лифта (ЦВДЛ). Представители компании хорошо понимают, кто занимается поддержкой лифтов и кто ими обычно пользуется (то есть целевые группы для предоставляемой информации). Это делает лифт интересным пространством для продаж в маркетинговых кампаниях, что и является ядром цифровой бизнес-модели.

В первом проекте для этой компании было добавлено распознавание жестов, что сделало ЦВДЛ интерактивной. Этот проект был представлен на Ганноверской промышленной ярмарке в 2017 году и описан в предыдущей публикации авторов данной статьи [9]. В работе, которая описана в данной статье, разработан прототип для другого решения ЦВДЛ, а именно сенсорного экрана, который также предлагается покупателям в качестве альтернативы ЦВДЛ на дверях лифта. ЖКХ считается одним из основных целевых рынков для данного решения.

На рисунке 2 слева показаны основные элементы решения для ЦВДЛ. Над дверью лифта (1) установлен проектор (2) или рядом с дверью лифта установлен ударопрочный большой сенсорный экран (3). Проектор/сенсорный экран используют коммуникации, находящиеся в шахте лифта, для подключения к устройству связи всех лифтов здания (4). Это устройство обменивается информацией с офисом компании для получения отображаемой информации,

передачи информации о взаимодействиях с ЦВДЛ и информации, связанной с обслуживанием лифтового оборудования. На рисунке 2 справа представлена фотография ЦВДЛ в действии.

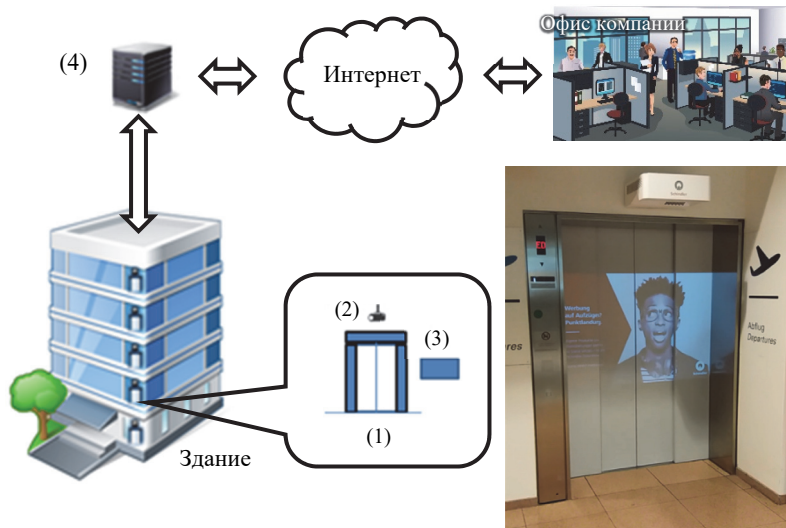


Рис. 2. Элементы решений цифровых вывесок для дверей лифта

**3.2. Реализация цифровой бизнес-модели.** Исследования в области цифровой трансформации показали, что инновации в цифровых продуктах должны иметь более короткие инновационные циклы, чем в традиционных (физических) продуктах, и что цифровые продукты в большей степени зависят от фактического использования и степени удовлетворения потребностей пользователей [15, 16]. Это наблюдение послужило основой для предложения по внедрению инноваций в цифровых продуктах и развитию цифрового бизнеса с тесной интеграцией нескольких аспектов: пользовательский опыт, на повышение качества которого ориентированы цифровые инновации; дизайн инновационного продукта (услуги), необходимый для лежащей в его (ее) основе бизнес-модели; и интеграция связанных с ним (ней) бизнес-процессов в корпоративную архитектуру компании.

В таблице 1 представлены потенциальные эмоции, связанные с пользовательским опытом при взаимодействии с интерактивной и неинтерактивной цифровой вывеской на двери лифта. Разработка цифровой вывески была нацелена на максимизацию выявленных положительных эмоций и минимизацию возможности возникновения

отрицательных. Сравнение интерактивной и неинтерактивной цифровых вывесок показывает, что первая имеет значительные преимущества по сравнению со второй, но также более высокие риски возникновения отрицательных эмоций.

Таблица 1. Потенциальные эмоции, связанные с пользовательским опытом при взаимодействии с интерактивной и неинтерактивной цифровыми вывесками на дверях лифта

Потенциальные эмоции	Неинтерактивная цифровая вывеска	Интерактивная цифровая вывеска
Позитивные эмоции	Притягательность, удовольствие, интерес	Вовлеченность, удовлетворенность (персонализированное содержание), удовольствие, притягательность, интерес
Негативные эмоции	Скука, отсутствие интереса	Скука, отсутствие интереса, расстройство (если функциональность не соответствует ожиданиям)

В таблице 2 представлены ожидаемые полезные свойства, приписываемые таргетированной цифровой вывеске, которые делятся на полезные конечному пользователю свойства (лицам, ожидающим лифта), и свойства, полезные заказчику установки цифровых вывесок для своих лифтов (клиентам компании, использующей разрабатываемый сервис).

Таблица 2. Ожидаемые от таргетированной цифровой вывески полезные свойства

Ожидаемые полезные свойства	
Конечный пользователь	Релевантное содержание (рекламная или другая информация) для конкретного места и времени. Развлечение для более приятного времяпрепровождения при ожидании лифта. Специальные предложения, связанные с цифровой вывеской.
Заказчик	Коммуникационный канал с конечным пользователем, привлекающий внимание пользователя к содержимому. Поддержка инновационного и современного имиджа компании. Новый источник возможного дохода или покрытия расходов на содержание лифта.



Бизнес-модели на протяжении десятилетий являются важным элементом управления бизнесом, но стали широко исследоваться лишь с появлением сети Интернет [17] и развитием отраслей, зависящих от постиндустриальных технологий [18]. Бизнес-модель компании описывает основные элементы, которые генерируют и обеспечивают предлагаемые клиентам продукты и услуги, включая экономическую модель, основную бизнес-логику, ключевые ресурсы и ключевые процессы. Цифровые бизнес-модели касаются продуктов и услуг, которые в значительной степени основаны на информационных технологиях, интеграции информации из различных источников, цифровых бизнес-процессов или полностью цифровых продуктов.

Авторы [19] определили три основных направления работ в своем обзоре по разработке бизнес-моделей:

1. Бизнес-модели для сценариев электронного бизнеса и использования информационных и коммуникационных технологий в компаниях.

2. Стратегическая роль бизнес-моделей в конкурентном преимуществе, создании стоимости и эффективности компании.

3. Бизнес-модели в управлении инновациями и технологиями.

Для разработки инновационных цифровых бизнес-моделей мы рассматриваем как бизнес-модели, основанные на создании стоимости для сферы услуг, так и подходы, используемые в области электронного бизнеса [20, 21]. Для целей представленной в данной статье работы, подход, предложенный в [21], видится наиболее целесообразным из-за четкой идентификации шести частичных моделей: модели капитала, модели закупок, модели производства, модели рынка, модели предложения услуг, и модели распределения. Такое разделение позволяет охватить все основные части цепочки создания инновационного продукта/сервиса.

Архитектура компании определяет, как новая цифровая бизнес-модель реализуется и интегрируется в существующие бизнес-процессы на уровнях, определенных в структуре TOGAF (The Open Group Architecture Framework — структура для описания архитектуры компании, предложенная группой The Open Group [22]), а именно: (1) уровень технологий, используемых для реализации бизнес-модели; (2) уровень программных средств и их взаимодействия; (3) уровень данных, относящихся к бизнес-модели; (4) уровень бизнес-процессов и ролей. Дизайн цифрового продукта (услуги) включает в себя пользовательский интерфейс, модель данных и спецификацию (с функциональными и нефункциональными требованиями). В то время как архитектура соответствует макроуровню интеграции в компании, дизайн продукта (услуги) в большей степени соответствует микроуровню.

Бизнес-модель определяет полезность инновационного продукта (услуги) для пользователей, политику его комплектования, распределения, необходимых поставщиков и партнеров. Все эти аспекты взаимосвязаны и направлены на максимизацию полезности для потребителя.

**4. Разработка системы таргетированного предоставления информации на цифровых вывесках.** Рассматриваемый в статье третий цикл DSR (раздел 2) направлен на разработку решений для цифровых вывесок с акцентом на приложения в ЖКХ.

На первом шаге для изучения потенциала цифровизации и инноваций в обслуживании жильцов была сформирована фокус-группа менеджеров в сфере ЖКХ, отвечающих за процессы обслуживания жилых зданий. Был разработан список групп заинтересованных сторон, имеющих отношение к цифровизации, таких как жильцы (разбитые на социальные группы, например студенты, работающие посменно, пенсионеры, ...), компании — поставщики услуг ЖКХ (опять же разбитые на группы, например менеджеры по обслуживанию зданий, администрация, ...), поставщики логистических услуг (почта, транспорт, доставка, ...), поставщики персональных услуг (медицинский персонал, парикмахер, ...), а также родственники и друзья жильцов. После определения групп заинтересованных сторон, была построена матрица взаимодействия, показывающая все потенциальные взаимодействия между заинтересованными сторонами (не приведена в статье из-за большого размера). Например, компания ЖКХ может предложить пожилым людям дополнительную услугу, которая позволит аптекам доставлять лекарства жильцам в закрывающиеся ячейки в здании. Эту услугу можно поддерживать с помощью ЦВДЛ, отображая соответствующую информацию для жильца, когда он/она возвращается в здание.

На втором шаге на основе матрицы взаимодействия были составлены списки потенциально интересных услуг, определены необходимая информация и ожидаемая функциональность ЦВДЛ. Основными результатами работы были целевые группы и сценарии персонализированной помощи жильцам. С точки зрения совершенствования бизнес-модели, целевые группы и их возможное взаимодействие относятся к аспектам полезности сервиса для заинтересованных сторон. Разработка сервиса в данном случае основывается на интеграции с имеющейся информационной инфраструктурой, поскольку персонализированная помощь требует наличия соответствующих данных, которые частично должны быть получены из информационных систем компании ЖКХ. Кроме того, была определена необходимая функциональность ЦВДЛ, например, поддержка

возможности идентификации пользователя привела к необходимости исследования технологических решений, описанных в разделе 5.

На настоящий момент разработан прототип электронного экрана для установки рядом с лифтом. Аппаратное обеспечение экрана состоит из ударопрочного монитора с сенсорным экраном со встроенной камерой, RFID, NFC, Bluetooth и Wi-Fi. Экран соединен с офисом компании через канал связи, интегрированный в шахту лифта. Программное обеспечение экрана пока поддерживает только две «роли», предназначенные для представления групп заинтересованных сторон: жилец и менеджер объекта. Функциональность, реализованная на первом этапе, предусматривает импорт информации о профиле жильца.

Опыт пользователей, ожидаемые полезные свойства, а также бизнес-модель ясно показывают важность учета контекста, индивидуальных предпочтений и интересов конкретных пользователей при использовании инновационных решений для цифровых вывесок. Пользовательский опыт и, как следствие, полезность сервиса значительно снижаются, когда перед экраном в ожидании лифта находятся два или более человек. Возникает ряд вопросов, таких как: «кто должен контролировать содержимое?», «какую информацию можно показывать, а какую нет?» и другие. Можно применять различные стратегии, например, первый подошедший пользователь получает контроль на время, оставшееся до прибытия лифта; если несколько человек прибывают одновременно, определяется наиболее важный клиент или человек с точки зрения поставщика услуги, а остальные пользователи игнорируются, наиболее интересное содержание определяется большинством присутствующих и так далее. Очевидно, все они имеют свои преимущества и недостатки.

Решение, реализованное в прототипе, заключается в том, что один человек, который ближе всего находится к центру двери лифта и начинает взаимодействие, поднимая руку, получает контроль. Все остальные могут только смотреть. Однако, если этот подход является лучшим для всех приложений, необходимо изучить ситуацию. Для эффективного решения данной проблемы необходимы дополнительные исследования, которые на первом этапе привели к результатам, описанным в следующих разделах.

## 5. Технические решения для реализации ЦВДЛ.

**5.1. Концептуальная архитектура таргетированной целевой вывески.** Основываясь на требованиях определенной ранее функциональности, предлагается следующая концептуальная архитектура таргетированной целевой вывески, которая в настоящее время разрабатывается независимо от описанного выше проекта.

Архитектура учитывает возможность присутствия нескольких человек рядом с экраном цифровой вывески при предоставлении персонализированной информации на основе интересов и предпочтений этих людей. Она может быть разбита на три основных элемента: система идентификации зрителей, аннотированное хранилище информации и система управления предоставляемой информацией (рисунок 3).



Рис. 3. Концептуальная архитектура таргетированной целевой вывески

Для идентификации зрителей могут быть использованы следующие методы:

*Идентификация посредством Bluetooth.* Радиус действия связи на основе технологии Bluetooth, составляющий обычно несколько метров, является наиболее подходящим для рассматриваемой задачи. Большинство портативных и носимых устройств (например, мобильные телефоны, умные часы, фитнес-браслеты) в настоящее время имеют поддержку технологии связи Bluetooth и могут использоваться для идентификации. Однако более глубокое исследование показало, что идентификация устройств с поддержкой Bluetooth возможна только в двух случаях: либо на них включен режим обнаружения Bluetooth (что маловероятно), либо персональное устройство сопряжено с сканирующим устройством, что также маловероятно из-за потенциально значительного количества установок

цифровых вывесок). Соблюдение этих условий хорошо подходит для экспериментов, но в реальной жизни оно неприменимо.

*Идентификация посредством Wi-Fi.* Подобно технологии Bluetooth, технология Wi-Fi в настоящее время также интегрирована в большую часть портативной электроники. Сигнал Wi-Fi обычно сильнее и может распространяться значительно дальше, чем сигнал Bluetooth, например на несколько комнат в офисном здании, однако существуют технологии позиционирования внутри помещений посредством Wi-Fi [23, 24]. Несмотря на то, что точность их работы является весьма невысокой без использования дополняющих технологий, ее вполне достаточно, чтобы определить, действительно ли источник сигнала находится близко (в диапазоне нескольких метров) от приемника, что соответствует требованиям исследования.

*Идентификация посредством распознавания лиц.* Еще одной возможной технологией является идентификация зрителей с помощью камеры, фотографирующей пространство перед электронной вывеской, и последующим применением методов распознавания лиц к полученным изображениям. Это является отдельной сложной задачей, требующей дополнительных исследований, и в рамках настоящего исследования она не рассматривается.

Хранилище аннотированной информации представляет собой базу данных, где хранятся информационные фрагменты, которые должны отображаться, и приписанные им теги, которые относятся к конкретным людям («И. Иванову предлагается посетить офис компании ЖКХ»), социальным группам («объявление для всех пенсионеров»), темам («архитектура XVIII века») и текущей ситуации («объявление, связанное с предстоящими выходными»). Информация об отношениях между конкретными людьми и тегами либо хранится в той же базе данных, либо потенциально может быть получена из доступных источников. Например, в больших масштабах реклама может предоставляться крупным провайдером (таким как Google), который имеет свою собственную базу данных пользователей с их интересами и предпочтениями.

Система управления предоставляемой информацией отвечает за интеграцию информации о текущей ситуации (контексте), включая время, день недели, погоду и так далее; информации о зрителях, находящихся перед экраном, и доступных информационных фрагментах из хранилища. Предоставляемая информация выбирается на основе заранее определенных правил и отображается на экране цифровой вывески. Для достижения совместимости с различным оборудованием система управления контентом размещена на HTTP-сервере, а сама цифровая вывеска управляется одноплатным

компьютером или компьютерном в компактном корпусе (nettop) с интернет-обозревателем, выступающим в роли тонкого клиента.

## **5.2. Описание предпочтений и интересов пользователей.**

Для отображения информации, которая может заинтересовать конкретного человека, необходимо проанализировать его предпочтения. Определение предпочтений пользователей является предметом исследований в различных областях. Исторически сложилось, что персонализированная поддержка принятия решений в первую очередь получила свое развитие в области медицины, причем это справедливо как для отечественных исследований [25, 26], так и для зарубежных [27, 28]. Это связано с высокой структурированностью данной предметной области. Тем не менее исследования и системы, направленные на персонализированную поддержку принятия решений в других областях, также существуют. Например, можно выделить такие области, как транспорт [29, 30], туризм [31, 32], дистанционное образование [33, 34]. Однако, как уже было сказано, все эти разработки направлены на персонализацию относительно одного пользователя.

Профили пользователей являются предметом исследований в области информационных систем и компьютерных технологий уже более 30 лет. Обычно они разрабатываются с целью использования в конкретных приложениях. Профили основаны на предопределенном структурированном наборе атрибутов пользователя со значениями, назначенными по умолчанию в момент создания. Адаптация таких профилей требует либо определения значений атрибутов посредством записи и анализа действий пользователя, либо включает в себя явную корректировку значений предпочтений пользователя [35]. Некоторые подходы направлены на обобщение профилей пользователей для целой группы (экосистемы) приложений с целью дать возможность различным сервисам использовать один и тот же профиль для адаптации интерфейса, поведения или совместного использования данных. Весьма интересна работа по стандартизации W3C, которая направлена на создание составных профилей компетенций и предпочтений, независимых от конкретных устройств (Composite Capabilities and Preference Profiles and Device Independence или «CC/PP») [36]. Вместо фиксированного набора атрибутов авторы предлагают формировать профили на основе расширяемых структур, использующих общий заранее определенный словарь и набор правил.

Применение профилей пользователей для определения их информационных потребностей (information demand — какая информация может понадобиться пользователю в конкретный момент) требует анализа достаточно большого набора атрибутов,

поскольку они должны охватывать все аспекты, относящиеся к конкретной ситуации и предоставляемой информации, такие как время, местоположение, содержание, качество. Результаты проектов в области информационной логистики показывают, что использование профилей пользователей является целесообразным, если спрос на информацию достаточно стабилен [37].

В области предоставления информации, ориентированной на спрос, в работе [38] предложен подход, который основан на анализе текущей ситуации. Ключевая идея подхода состоит в том, чтобы разделить ежедневное расписание человека на отдельные ситуации и определить оптимальную ситуацию для доставки конкретного информационного сообщения. В данном подходе ситуация определяется как вид деятельности на некотором временном интервале и описывается местоположением и информационными темами, относящимися к ней. Основанное на ситуации описание информационной потребности обеспечивает более комплексный учет потребностей пользователей по сравнению с обычным профилированием. Ситуация отражает аспекты индивидуальных информационных потребностей более динамично, чем профили пользователей. Подход также включает в себя расчет значимости информации, который добавляет дополнительные аспекты, такие как заинтересованность, и предлагает способы выбора времени предоставления информации. Однако этот подход подвергается той же критике, что и профили пользователей: задача определения ситуаций и соответствующих им тем информации требует значительных усилий и с течением времени может стать неточной и устаревшей.

Контекстно-зависимый подход был предложен для использования в компаниях, государственных учреждениях и сетевых организациях. Его основная идея заключается в том, что информационные потребности человека в компании в значительной степени зависят от бизнес-процессов, в которые он вовлечен, его сотрудников и коллег, а также от изделий, услуг или ресурсов, за которые он несет ответственность. Это предположение привело к идее определения контекста информационных потребностей человека, то есть формализованного представления условий, в которых существует конкретная информационная потребность, включая роль рассматриваемого человека в компании, его действия, ресурсы и доступные формальные и неформальные каналы обмена информацией [17]. Модель контекста может быть построена различными способами. Например, на основе интервью с представителями различных ролей в организации, анализа задач или потоков информации, моделирование бизнес-процессов. Таким

образом, применительно к таргетированным цифровым вывескам данный подход целесообразно использовать, если данные вывески ориентированы на ограниченное количество ролей пользователей.

Обычно для описания предпочтений и интересов пользователей используются методы профилирования и сопоставления пользователей с тегами, приписанными информационным фрагментам. Однако, если рядом с экраном находятся несколько человек, необходимо определить «пересечение» их предпочтений, чтобы отображаемая информация была интересна всем (или по крайней мере большинству из них). Поиск пересечения предпочтений разных пользователей является непростой задачей. Ближайшей к данной проблеме областью исследований являются системы групповых рекомендаций, основанные на методах коллаборативной фильтрации или аналогичных им [39-42]. Эти методы направлены на выявление групп пользователей со схожими интересами и предпочтениями. Другими словами, они решают противоположную проблему. Тем не менее некоторые методы могут быть применены в рамках исследования.

Прежде всего, необходимо отметить, что существует не так много работ, направленных на структурирование профилей пользователей таким образом, чтобы они могли быть легко обработаны автоматически. Проведя анализ соответствующих работ, авторы [43] утверждают, что их «работа является одной из отправных точек для создания профилей предпочтений, которые “близки” к тому, чтобы быть хорошо структурированными». Авторы [44] используют количественные оценки предпочтений для иерархически организованных предпочтений с ассоциативными отношениями, такими как «автор», «жанр» и другими. Такой способ организации предпочтений является эффективным, только если рассматривается одна предметная область (например, фильмы), однако, если предметная область широка или плохо определена, такая модель не будет работать.

Применение онтологий для описания предпочтений можно рассматривать как один из наиболее эффективных способов решения этой проблемы. Онтология — это «явная спецификация концептуализации», которая представляет собой объекты, концепции и другие сущности, предположительно существующие в некоторой области интересов (предметной области), и отношения между ними [45]. Онтологии зарекомендовали себя как эффективный инструмент структурирования знаний о проблемной области [46], что можно отнести и к организации и структурированию предпочтений. В [47] в каждой предметной области используются уникальные онтологии, описанные на языке OWL [48]. Предпочтения оцениваются



количественной мерой и присваиваются различным узлам онтологий. Необходимо отметить, что иерархическая организация онтологий позволяет обобщать предпочтения, что является весьма полезной особенностью для поиска общих предпочтений пользователей, однако эта возможность и не отражена в [47].

Еще одной проблемой, которую необходимо решить, является сбор предпочтений. Обычно, достаточно непросто заставить людей определить свои предпочтения в приложении или на интернет-странице вручную, из чего следует, что этот процесс должен быть автоматизирован. Авторы [49] анализируют долгосрочное поведение пользователей с помощью программных агентов для построения профилей пользователей, основанных на онтологии. Другой возможностью является краудсорсинг предпочтений, когда эксперты, основываясь на известных предпочтениях пользователя, выносят предположения о его предпочтениях относительно других областей (*taste-grokking*) [50]. Этот подход может быть эффективным, особенно для решения проблемы «холодного старта» персонализированных систем. Тем не менее требование наличия крауда (большого количества экспертов) может наложить значительные ограничения на его применение.

Одной из основных проблем определения общих предпочтений, как правило, является отсутствие таковых для относительно небольшого числа (от 3 до 10) независимых зрителей. Организация и описание предпочтений с использованием онтологий может существенно упростить ее решение. Существование в онтологии взаимосвязей различной природы позволяет обобщать предпочтения и интересы (например, при наличии отношения «быть экземпляром» интересы «Архитектура XVIII века» и «Античная архитектур» можно объединить общим интересом «архитектура»), и осуществлять поиск связанных интересов или предпочтений (например, интересы «Карл Иванович Росси» и «Собор Василия Блаженного» также могут быть объединены интересом «архитектура»). На рисунке 4 можно проследить такие переходы от более узких интересов и предпочтений (например, «Архитектура XVIII века») к более общим (например, «Архитектура»). Узлы необязательно имеют только одного «родителя», но и несколько (отношение типа «многие ко многим»). Совпадения обобщенных предпочтений имеют существенно больше шансов.

Важным аспектом в этом исследовании также является контекстная зависимость предоставляемой информации. Под контекстом в данном случае понимается вся информация, которая характеризует окружающую среду системы и саму систему в некоторый момент времени [51]. Применение методов и технологий

управления контекстом позволяет выполнить анализ конкретной ситуации и определить, какая информация является наиболее полезной и интересной в данный момент.

Описание контекста осуществляется на основе той же онтологии, которая используется для описания предпочтений и интересов пользователей. Такое описание позволяет объединить контекст и информацию о предпочтениях пользователей на одном семантическом графе, что, в свою очередь, позволяет лучше идентифицировать информацию, соответствующую конкретной ситуации и пользователям.

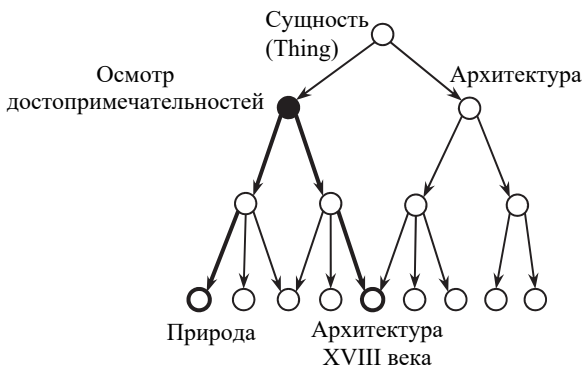


Рис. 4. Иерархическая организация предпочтений и поиск их пересечения

Исходные предпочтения обозначены кружками с жирной границей, а обобщённый узел — черным кружком).

**5.3. Конфиденциальность информации.** Когда информация представляется группе людей, вопросы конфиденциальности становятся важными. Чтобы определить, какие предпочтения/интересы могут быть использованы в каком контексте, предложено использование форм знаний, описанных в [52]: общедоступные, общие и личные. Те же уровни конфиденциальности были присвоены и предпочтениям:

*Общедоступные предпочтения/интересы* «известны» всем (общеизвестные факты). Обычно в качестве такого интереса может быть рассмотрен контекст (погода, дата/время, другая общедоступная информация). Эта информация может использоваться в цифровых вывесках без каких-либо ограничений (например, реклама футбольных сувениров перед чемпионатом). Однако это нельзя в полной мере отнести к таргетированной информации. Если пользователь явно назначает уровень «общедоступный» определенному предпочтению, можно считать, что соответствующая

этому предпочтению информация может предоставляться в обезличенном виде группам не связанных между собой людей.

*Общие предпочтения/интересы* ограничены некоторым сообществом (например, компания, отдел, семья). Их можно использовать для таргетирования, только когда ее могут видеть лишь члены данного сообщества (например, объявление о предстоящем совещании в отделе). Наиболее очевидным примером использования такой информации являются цифровые вывески в офисном здании компании, предоставляющие информацию о предстоящих совещаниях, выставках, примерах успешных историй (success stories) или новых программных средствах.

*Личные предпочтения/интересы* не могут быть использованы в публичных цифровых вывесках. Однако все же возможно косвенное использование конфиденциальных предпочтений при поиске общих предпочтений группы пользователей, если это не ведет к нарушению конфиденциальности.

**6. Заключение.** Данная статья посвящена исследованиям в области разработки таргетированных цифровых вывесок, а также возможным потребностям в них со стороны отрасли ЖКХ.

Первоначальное решение ЦВДЛ, разработанное в рамках предыдущей работы [9], было улучшено благодаря определению новых бизнес-требований промышленного партнера из отрасли ЖКХ. Опыт разработки экрана и интерактивной ЦВДЛ может быть использован для будущей работы с точки зрения различных аспектов подхода к разработке бизнес-модели для разных категорий решений ЦВДЛ (рисунок 5). Были определены категории, соответствующие интерактивным и неинтерактивным решениями, а также неперсонализированным, персонализированным на основе предпочтений и персонализированным на основе отдельных процессов. На рисунке 5 показана категоризация с примерами для каждой категории.

Для сравнения решений ЦВДЛ была проведена оценка таких аспектов, как пользовательский опыт, соответствующая бизнес-модель, архитектура решения и его разработка. Значимость аспектов была определена на основе оценки их важности и затраченного на их реализацию времени, выполненной вовлеченными в разработку решения проектировщиками. В таблице 3 показаны результаты этого сравнения для решения ЦВДЛ с интерактивной дверью лифта и решения ЦВДЛ с сенсорным экраном. «1» указывает на самое высокое, а «4» — на наименьшее потребление времени и предполагаемую важность. Таблица наглядно иллюстрирует большой вес пользовательского опыта при использовании интерактивной двери лифта, которая не предоставляет персонализированную

информацию (то есть не является «таргетированной цифровой вывеской») по сравнению с экраном, который таковой является.

		Таргетированные цифровые вывески	
	Неперсонализованные	Персонализованные (предпочтения)	Персонализованные (процессы)
Неинтерактивные	Реклама, акции с фиксированными датами, новости	Новости для пользователей, соответствующие их интересам	Помощь посредством предоставления контекстной информации
Интерактивные	Реклама, информация и новости с возможностью навигации	Новости с навигацией для пользователей, соответствующие их интересам	Контекстно-зависимая динамическая помощь

Рис. 5. Категории решений ЦВДЛ

Таблица 3. Сравнение оценки важности решений ЦВДЛ и затраченного на них времени

	Решение с интерактивной дверью		Решение с сенсорным экраном	
	Затраченное время	Важность	Затраченное время	Важность
Пользовательский опыт	1	1	3	3
Бизнес-модель	3	2	4	1
Архитектура	4	4	1	2
Разработка решения	2	3	2	4

Демонстрация решений на ярмарке в Ганновере в 2017 году показала, что распознавание жестов цифровой вывеской на дверях лифта было более привлекательным для зрителей, ориентированных на отдых и развлечения, чем для целевых групп. Однако это наблюдение не было серьезно исследовано. Таким образом, третий цикл DSR, описанный в данной статье, был направлен на рассмотрение проблемы дифференциации решений для интерактивных и неинтерактивных цифровых вывесок, расположенных на дверях лифтов и отдельных экранах.

Представленные результаты способствуют завершению исследований в рамках продолжающегося третьего цикла DSR,

который, вероятно, повлечет за собой следующие циклы. Будущие исследования также затронут и технологические аспекты, включая вопросы конфиденциальности персональной информации и поиска общих предпочтений пользователей.

### Литература

1. *Martin C. et al.* The Role of Usability Engineering in the Development of an Intelligent Decision Support System // International Workshop on Artificial Intelligence in Health. 2018. pp. 142–161.
2. *Kaltoft M.K., Nielsen J.B., Dowie J.* Preference-Sensitive Apomediative Decision Support Is Key to Facilitating Self-Produced Health // Studies in Health Technology and Informatics. 2018. vol. 255. pp. 132–136.
3. *Wong V.T.P., Guan C.* Personalisation in Location-based Advertising: The Moderating Effect of Brand Familiarity // International Congress of Economics and Business (ICEB 2018). 2018. pp. 53.
4. *Gallacher S. et al.* Dynamic context-aware personalisation in a pervasive environment // Pervasive and Mobile Computing. 2014. vol. 10. pp. 120–137.
5. *Anagnostopoulos A. et al.* Just-in-time contextual advertising // Proceedings of the 16th ACM Conference on Information and Knowledge Management (CIKM'07). 2007. pp. 331.
6. *Muthukrishnan M. et al.* The Future of Artificially Intelligent Assistants // Proceedings of the 23rd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. 2017. pp. 33–34.
7. *Schaeffler J.* Digital Signage: Software, Networks, Advertising, and Displays: A Primer for Understanding the Business // Focal Press. 2008. 296 p.
8. *Want R., Schilit B.N.* Interactive Digital Signage // Computer. 2012. vol. 45. no. 5. pp. 21–24.
9. *Wißotzki M. et al.* Digital signage and targeted advertisement based on personal preferences and digital business models // 2017 21st Conference of Open Innovations Association (FRUCT). 2017. pp. 374–381.
10. *Von Alan R.H. et al.* Design science in information systems research // MIS Quarterly. 2004. vol. 28. no. 1. pp. 75–105.
11. *Yin R.K.* Case Study Research: Design and Methods // Canadian Journal of Action Research. 2013. vol. 14. no. 1. pp. 69–71.
12. *Wieringa R., Morali A.* Technical Action Research as a Validation Method in Information Systems Design Science // International Conference on Design Science Research in Information Systems. 2012. vol. 7286. pp. 220–238.
13. *Bryson J.R., Daniels P.W.* Handbook of Service Business: Management, Marketing, Innovation and Internationalisation // Edward Elgar Publishing. 2015. 464 p.
14. *Chen L.* At \$68 Billion Valuation, Uber Will Be Bigger Than GM, Ford, And Honda URL: <https://www.forbes.com/sites/liyanchen/2015/12/04/at-68-billion-valuation-uber-will-be-bigger-than-gm-ford-and-honda> (дата обращения: 07.05.2019).
15. *Nylén D., Holmström J.* Digital innovation strategy: A framework for diagnosing and improving digital product and service innovation // Business Horizons. 2015. vol. 58. no. 1. pp. 57–67.
16. *Wang K., Wang Y., Yao J.* A Comparative Study on Marketing Mix Models for Digital Products // International Workshop on Internet and Network Economics. 2005. vol. 3828. pp. 660–669.
17. *Tapscott D.* Digital Capital: Harnessing the Power of Business Webs // Harvard Business Review Press. 2000. 320 p.

18. *Perkmann M., Spicer A.* What are business models? Developing a theory of performative representations // Emerald Group Publishing Limited. 2010. vol. 29. pp. 265–275.
19. *Zott C., Amit R.H.* Business model design: an activity system perspective // Long range planning. 2010. vol. 43. no. 2-3. pp. 216–226.
20. *Rappa M.* Business Models on the Web: Managing the digital enterprise. URL: [www.digitalenterprise.org/models/models.html](http://www.digitalenterprise.org/models/models.html) (дата обращения: 16.05.2019).
21. *Wirtz B.W.* Business Model Management // Design–Instrumente–Erfolgsfaktoren von Geschäftsmodellen. 2011. 342 p.
22. The Open Group. The Open Group Architecture Framework (TOGAF). URL: <http://pubs.opengroup.org/architecture/togaf8-doc/arch/toc.html> (дата обращения: 25.04.2019).
23. *He S., Chan S.-H.G.* Wi-Fi Fingerprint-Based Indoor Positioning: Recent Advances and Comparisons // IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2015. vol. 18. no. 1. pp. 466–490.
24. *Щекотов М.С.* Анализ подходов к позиционированию внутри помещений с использованием трилатерации сигналов Wi-Fi // Труды СПИИРАН. 2014. Вып. 5(36). С. 206–214.
25. *Сычев Д.А. и др.* Персонализированная медицина: взгляд клинического фармаколога // Consilium medicum. 2017. Т. 19. № 1. С. 61–68.
26. *Степанова И.* Семинар молодых учёных «Прикладные проблемы персонализированной медицины: фокус на фармакогенетику и фармакогеномику» // Фармакогенетика и фармакогеномика. 2016. № 2. С. 32–35.
27. *Huang E.S. et al.* Impact and Feasibility of Personalized Decision Support for Older Patients with Diabetes: A Pilot Randomized Trial // Medical Decision Making. 2017. vol. 37. no. 5. pp. 611–617.
28. *Berry D. et al.* PD06-03 Personalized decision support for localized prostate cancer: results of a multi-site randomized trial // The Journal of Urology. 2017. vol. 197. no. 4S. pp. e122.
29. *Westin C., Borst C., Hilburn B.* Automation Transparency and Personalized Decision Support: Air Traffic Controller Interaction with a Resolution Advisory System // IFAC-PapersOnLine. 2016. vol. 49. no. 19. pp. 201–206.
30. *Шилов Н.Г.* Методология построения проактивных рекомендующих систем для инфомобильных приложений // Информационно-управляющие системы. 2016. Т. 6. № 85. С. 16–24.
31. *Zhang H. et al.* A novel decision support model for satisfactory restaurants utilizing social information: A case study of TripAdvisor.com // Tourism Management. 2017. vol. 59. pp. 281–297.
32. *Кашевник А.М., Пономарев А.В., Смирнов А.В.* Полимодельный контекстно-управляемый рекомендующий сервис в области туризма: подход и архитектура // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2017. № 2. С. 77–91.
33. *Каракозов С.Д., Уваров А.Ю.* Успешная информатизация= трансформация учебного процесса в цифровой образовательной среде // Проблемы современного образования. 2016. № 2. С. 7–19.
34. *Егоркина Е.Б., Иванюв М.Н.* Автоматизация планирования и учета учебной нагрузки в сетевом вузе // Международная научно-практическая конференция «Новые информационные технологии в образовании». 2016. С. 160–164.
35. *Van Setten M., Veenstra M., Nijholt A.* Prediction strategies: Combining prediction techniques to optimize personalization // Proceedings of the Workshop Personalization in Future TV'02. 2002. pp. 23–32.

36. *Klyne G. et al.* Composite Capability/Preference Profiles (CC/PP): Structure and Vocabularies 1.0 URL: <http://www.w3.org/TR/2004/REC-CCPP-struct-vocab-20040115/> (дата обращения: 16.05.2019).
37. *Sandkuhl K.* Information Logistics in Networked Organizations: Selected Concepts and Applications // International Conference on Enterprise Information Systems. 2007. pp. 43–54.
38. *Meissen U. et al.* Context-and Situation-Awareness in Information Logistics // International Conference on Extending Database Technology. 2004. pp. 335–344.
39. *Koutrika G.* Modern Recommender Systems: from Computing Matrices to Thinking with Neurons // Proceedings of the 2018 International Conference on Management of Data. 2018. pp. 1651–1654.
40. *Kaur H., Kumar N., Batra S.* An efficient multi-party scheme for privacy preserving collaborative filtering for healthcare recommender system // Future Generation Computer Systems. 2018. vol. 86. pp. 297–307.
41. *Nilashi M., Ibrahim O., Bagherifard K.* A recommender system based on collaborative filtering using ontology and dimensionality reduction techniques // Expert Systems Applications. 2018. vol. 92. pp. 507–520.
42. *Korzun D. et al.* Semantic infrastructure of a smart museum: toward making cultural heritage knowledge usable and creatable by visitors and professionals // Personal and Ubiquitous Computing. 2017. vol. 21. no. 2. pp. 345–354.
43. *Bredereck R., Chen J., Woeginger G.J.* Are there any nicely structured preference profiles nearby? // Mathematical Social Sciences. 2016. vol. 79. pp. 61–73.
44. *Buvaneswari N., Bose S.* Quantitative Preference Model for Dynamic Query Personalization // Asian Journal of Information Technology. 2016. vol. 15. no. 24. pp. 5019–5027.
45. *Gruber T.R.* Toward principles for the design of ontologies used for knowledge sharing? // International Journal of Human-Computer Studies. 1995. vol. 43. no. 5-6. pp. 907–928.
46. *Oroszi A. et al.* Ontology-driven codification for discrete and modular products // International Journal of Product Development. 2009. vol. 8. no. 2. pp. 162–177.
47. *Chen R.C., Hendry C.Y.H., Huang C.Y.* A domain ontology in social networks for identifying user interest for personalized recommendations // Journal of Universal Computer Science. 2016. vol. 22. no. 3. pp. 319–339.
48. W3C. Web Ontology Language (OWL). URL: <https://www.w3.org/OWL/> (дата обращения: 14.12.2018).
49. *Gao Q., Xi S.M., Im Cho Y.* A multi-agent personalized ontology profile based user preference profile construction method // ISR 2018-IEEE International Conference on Intelligence and Safety for Robotics. 2013. pp. 1–4.
50. *Organisciak P. et al.* Matching and Grokking: Approaches to Personalized Crowdsourcing // Proceedings of the 24th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI'15). 2015. pp. 4296–4302.
51. *Dey A.K.* Understanding and Using Context // Personal and Ubiquitous Computing. 2001. vol. 5. no. 1. pp. 4–7.
52. *Wiig K.M.* Knowledge Management Foundations: Thinking about Thinking-how People and Organizations Represent, Create, and Use Knowledge // Schema Press. 1994. 471 p.

**Зандкуль Курт** — канд. техн. наук, профессор, кафедра информационных систем в бизнесе, Ростокский университет. Область научных интересов: информационная логистика, моделирование предприятий, онтологический инжиниринг и модельно-ориентированное проектирование программных средств. Число научных публикаций — 150. [kurt.sandkuhl@uni-rostock.de](mailto:kurt.sandkuhl@uni-rostock.de); ул. Алберта Эйнштейн, 22, 18059, Росток, Германия; р.т.: +49 0381-498 7400; факс: +49 0381-498 7512.

**Смирнов Александр Викторович** — д-р техн. наук, профессор, Заслуженный ученый РФ, руководитель лаборатории, лаборатория интегрированных систем автоматизации, Федеральное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН). Область научных интересов: управление знаниями, системы групповой поддержки принятия решений, социо-киберфизические системы. Число научных публикаций — 350. smir@iias.spb.su; 14-я линия В.О., 39, 199178, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7(812)328-2073; факс: +7(812)328-0685.

**Шилов Николай Германович** — канд. техн. наук, старший научный сотрудник, лаборатория интегрированных систем автоматизации, Федеральное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН). Область научных интересов: конфигурирование виртуальных предприятий, управление цепями поставок, управление знаниями, инженерия онтологий. Число научных публикаций — 200. nick@iias.spb.su; 14-я линия В.О., 39, 199178, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7(812)328-8071; факс: +7(812)328-0685.

**Поддержка исследований.** Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-07-01201 – персонализация предоставляемой информации), а также бюджетной темой № 0073-2019-0005 (анализ информационных потребностей пользователей).



K. SANDKUHL, A.V. SMIRNOV, N.G. SHILOV  
**PROVIDING TARGETED DIGITAL SIGNAGE: POSSIBLE  
SOLUTIONS**

*Sandkuhl K., Smirnov A.V., Shilov N.G. Providing Targeted Digital Signage: Possible Solutions.*

**Abstract.** Presenting information to a wide audience through digital signage has now become a very popular way in both public areas (shopping centers, exhibitions) and areas accessible by limited groups of people (condominiums, office buildings). This method of information delivery can be used both for advertising and for non-commercial information. Although targeted information delivery to one person (for example, banner ads on web pages) is already very well developed, the design of digital signage systems that provide targeted information has not been paid enough attention. The paper proposes an approach to providing information through targeted digital signage. The research method used in this work is based on the design science research (DSR) approach. This is an approach to problem solving, motivated and initiated by a specific business problem and trying to solve this problem by creating and verifying information technology artifacts, such as prototypes, models, methods, or architectures. Based on this method, the problem was refined, in particular, from the point of view of the housing industry, which led to the development of a new solution to support business processes of stakeholder groups in the industry. Verification of the draft decision showed that additional technological solutions are needed, such as user identification support, search for common preferences for a group of users, ensuring confidentiality of interests and preferences of individual users. The paper also proposes technologies for user identification and finding common interests and preferences.

**Keywords:** Personalization, Targeting, Digital Signage, Business-Model, Preference Generalization.

**Sandkuhl Kurt** — Ph.D., Full Professor, Business Information Systems Department, University of Rostock. Research interests: information logistics, enterprise modeling, ontology engineering, and model-based software engineering. The number of publications — 150. kurt.sandkuhl@uni-rostock.de; 22, Albert-Einstein-Straße, 18059, Rostock, Germany; office phone: +49 0381-498 7400; fax: +49 0381-498 7512.

**Smirnov Alexander Viktorovich** — Ph.D., Dr.Sci., Professor, Honored Scientist of the Russian Federation, head of laboratory, Laboratory of Computer Aided Integrated Systems, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences (SPIIRAS). Research interests: knowledge management, web-services, group decision support systems, and socio-cyberphysical systems. The number of publications — 350. smir@iias.spb.su; 39, 14th Line V.O., 199178, St. Petersburg, Russian Federation; office phone: +7(812)328-2073; fax: +7(812)328-0685.

**Shilov Nikolay Germanovich** — Ph.D., senior researcher, Laboratory of Computer Aided Integrated Systems, St.Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences (SPIIRAS). Research interests: virtual enterprise configuration, supply chain management, knowledge management, ontology engineering and socio-cyberphysical systems. The number of publications — 200. nick@iias.spb.su; 39, 14th Line V.O., 199178, St. Petersburg, Russian Federation; office phone: +7(812)328-8071; fax: +7(812)328-0685.

**Acknowledgements.** The reported study was funded by RFBR according to the research project № 18-07-01201 (personalization of the presented information) and by State Research № 0073-2019-0005 (information demand analysis).

## References

1. Martin C. et al. The Role of Usability Engineering in the Development of an Intelligent Decision Support System. International Workshop on Artificial Intelligence in Health. 2018. pp. 142–161.
2. Kaltoft M.K., Nielsen J.B., Dowie J. Preference-Sensitive Apomediative Decision Support Is Key to Facilitating Self-Produced Health. *Studies in Health Technology and Informatics*. 2018. vol. 255. pp. 132–136.
3. Wong V.T.P., Guan C. Personalisation in Location-based Advertising: The Moderating Effect of Brand Familiarity. International Congress of Economics and Business (ICEB 2018). 2018. pp. 53.
4. Gallacher S. et al. Dynamic context-aware personalisation in a pervasive environment. *Pervasive and Mobile Computing*. 2014. vol. 10. pp. 120–137.
5. Anagnostopoulos A. et al. Just-in-time contextual advertising. Proceedings of the 16th ACM Conference on Information and Knowledge Management (CIKM'07). 2007. pp. 331.
6. Muthukrishnan M. et al. The Future of Artificially Intelligent Assistants. Proceedings of the 23rd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. 2017. pp. 33–34.
7. Schaeffler J. Digital Signage: Software, Networks, Advertising, and Displays: A Primer for Understanding the Business. Focal Press. 2008. 296 p.
8. Want R., Schilit B.N. Interactive Digital Signage. *Computer*. 2012. vol. 45. no. 5. pp. 21–24.
9. WiBotzki M. et al. Digital signage and targeted advertisement based on personal preferences and digital business models. 2017 21st Conference of Open Innovations Association (FRUCT). 2017. pp. 374–381.
10. Von Alan R.H. et al. Design science in information systems research. *MIS Quarterly*. 2004. vol. 28. no. 1. pp. 75–105.
11. Yin R.K. Case Study Research: Design and Methods. *Canadian Journal of Action Research*. 2013. vol. 14. no. 1. pp. 69–71.
12. Wieringa R., Morali A. Technical Action Research as a Validation Method in Information Systems Design Science. International Conference on Design Science Research in Information Systems. 2012. vol. 7286. pp. 220–238.
13. Bryson J.R., Daniels P.W. Handbook of Service Business: Management, Marketing, Innovation and Internationalisation. Edward Elgar Publishing. 2015. 464 p.
14. Chen L. At \$68 Billion Valuation, Uber Will Be Bigger Than GM, Ford, And Honda Available at: <https://www.forbes.com/sites/liyanchen/2015/12/04/at-68-billion-valuation-uber-will-be-bigger-than-gm-ford-and-honda> (accessed: 07.05.2019).
15. Nylén D., Holmström J. Digital innovation strategy: A framework for diagnosing and improving digital product and service innovation. *Business Horizons*. 2015. vol. 58. no. 1. pp. 57–67.
16. Wang K., Wang Y., Yao J. A Comparative Study on Marketing Mix Models for Digital Products. International Workshop on Internet and Network Economics. 2005. vol. 3828. pp. 660–669.
17. Tapscott D. Digital Capital: Harnessing the Power of Business Webs. Harvard Business Review Press. 2000. 320 p.
18. Perkmann M., Spicer A. What are business models? Developing a theory of performative representations. Emerald Group Publishing Limited. 2010. vol. 29. pp. 265–275.
19. Zott C., Amit R.H. Business model design: an activity system perspective. *Long range planning*. 2010. vol. 43. no. 2-3. pp. 216–226.
20. Rappa M. Business Models on the Web: Managing the digital enterprise. Available at: [www.digitalenterprise.org/models/models.html](http://www.digitalenterprise.org/models/models.html) (accessed: 16.05.2019).

21. Wirtz B.W. Business Model Management. Design–Instrumente–Erfolgsfaktoren von Geschäftsmodellen. 2011. 342 p.
22. The Open Group. The Open Group Architecture Framework (TOGAF). Available at: <http://pubs.opengroup.org/architecture/togaf8-doc/arch/toc.html> (accessed: 25.04.2019).
23. He S., Chan S.-H.G. Wi-Fi Fingerprint-Based Indoor Positioning: Recent Advances and Comparisons. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*. 2015. vol. 18. no. 1. pp. 466–490.
24. Shechekotov M.S. [Analysis of Indoor Positioning Approaches Based on Wi-Fi Trilateration]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2014. vol. 5(36). pp. 206–214. (In Russ.).
25. Sychev D.A. et al. [Personalized medicine: clinical pharmacologist's opinion]. *Consilium medicum – Consilium medicum*. 2017. Issue 19. vol. 1. pp. 61–68. (In Russ.).
26. Stepanova I. [Seminar of young researchers "Applied problems of personalized medicine: focus at pharmacogenetics and pharmacogenomics"]. *Farmakogenetika i farmakogenomika – Pharmacogenetics and pharmacogenomics*. 2016. vol. 2. pp. 32–35. (In Russ.).
27. Huang E.S. et al. Impact and Feasibility of Personalized Decision Support for Older Patients with Diabetes: A Pilot Randomized Trial. *Medical Decision Making*. 2017. vol. 37. no. 5. pp. 611–617.
28. Berry D. et al. PD06-03 Personalized decision support for localized prostate cancer: results of a multi-site randomized trial. *The Journal of Urology*. 2017. vol. 197. no. 4S. pp. e122.
29. Westin C., Borst C., Hilburn B. Automation Transparency and Personalized Decision Support: Air Traffic Controller Interaction with a Resolution Advisory System. *IFAC-PapersOnLine*. 2016. vol. 49. no. 19. pp. 201–206.
30. Shilov N. [Methodology of Developing Proactive Recommender Systems for Infomobile Applications]. *Informacionno-upravlyayushchie sistemy – Information and Control Systems*. 2016. Issue 6. vol. 85. pp. 16–24. (In Russ.).
31. Zhang H. et al. A novel decision support model for satisfactory restaurants utilizing social information: A case study of TripAdvisor.com. *Tourism Management*. 2017. vol. 59. pp. 281–297.
32. Kashevnik A.M., Ponomarev A.V., Smirnov A.V. [Polymodel context-driven recommender service in tourism: approach and architecture]. *Izvestiya Rossijskoj Akademii Nauk. Teorija i sistemy upravlenija – Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Theory and control systems*. 2017. vol. 2. pp. 77–91. (In Russ.).
33. Karakozov S.D., Uvarov A.Yu. [Successful informatization= transformation of the educational process in the digital educational environment]. *Problemy sovremennogo obrazovanija – Problems of modern education*. 2016. vol. 2. pp. 7–19. (In Russ.).
34. Egorkina E., Ivaniov M. [The automatization of the academic load planning and management at the network University]. *Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferenciya «Novye informacionnye tekhnologii v obrazovanii»* [International Research and Practical Conference on New Information Technologies in Education]. 2016. pp. 160–164. (In Russ.).
35. Van Setten M., Veenstra M., Nijholt A. Prediction strategies: Combining prediction techniques to optimize personalization. *Proceedings of the Workshop Personalization in Future TV'02*. 2002. pp. 23–32.
36. Klyne G. et al. Composite Capability/Preference Profiles (CC/PP): Structure and Vocabularies 1.0 Available at: <http://www.w3.org/TR/2004/REC-CCPP-struct-vocab-20040115/> (accessed: 16.05.2019).
37. Sandkuhl K. Information Logistics in Networked Organizations: Selected Concepts and Applications. *International Conference on Enterprise Information Systems*. 2007. pp. 43–54.

38. Meissen U. et al. Context-and Situation-Awareness in Information Logistics. *International Conference on Extending Database Technology*. 2004. pp. 335–344.
39. Koutrika G. Modern Recommender Systems: from Computing Matrices to Thinking with Neurons. *Proceedings of the 2018 International Conference on Management of Data*. 2018. pp. 1651–1654.
40. Kaur H., Kumar N., Batra S. An efficient multi-party scheme for privacy preserving collaborative filtering for healthcare recommender system. *Future Generation Computer Systems*. 2018. vol. 86. pp. 297–307.
41. Nilashi M., Ibrahim O., Bagherifard K. A recommender system based on collaborative filtering using ontology and dimensionality reduction techniques. *Expert Systems Applications*. 2018. vol. 92. pp. 507–520.
42. Korzun D. et al. Semantic infrastructure of a smart museum: toward making cultural heritage knowledge usable and creatable by visitors and professionals. *Personal and Ubiquitous Computing*. 2017. vol. 21. no. 2. pp. 345–354.
43. Bredereck R., Chen J., Woeginger G.J. Are there any nicely structured preference profiles nearby?. *Mathematical Social Sciences*. 2016. vol. 79. pp. 61–73.
44. Buvaneswari N., Bose S. Quantitative Preference Model for Dynamic Query Personalization. *Asian Journal of Information Technology*. 2016. vol. 15. no. 24. pp. 5019–5027.
45. Gruber T.R. Toward principles for the design of ontologies used for knowledge sharing?. *International Journal of Human-Computer Studies*. 1995. vol. 43. no. 5-6. pp. 907–928.
46. Oroszi A. et al. Ontology-driven codification for discrete and modular products. *International Journal of Product Development*. 2009. vol. 8. no. 2. P. 162–177.
47. Chen R.C., Hendry C.Y.H., Huang C.Y. A domain ontology in social networks for identifying user interest for personalized recommendations. *Journal of Universal Computer Science*. 2016. vol. 22. no. 3. pp. 319–339.
48. W3C. Web Ontology Language (OWL). Available at: <https://www.w3.org/OWL/> (accessed: 14.12.2018).
49. Gao Q., Xi S.M., Im Cho Y. A multi-agent personalized ontology profile based user preference profile construction method. *ISR 2018-IEEE International Conference on Intelligence and Safety for Robotics*. 2013. pp. 1–4.
50. Organisciak P. et al. Matching and Grokking: Approaches to Personalized Crowdsourcing. *Proceedings of the 24th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI'15)*. 2015. pp. 4296–4302.
51. Dey A.K. Understanding and Using Context. *Personal and Ubiquitous Computing*. 2001. vol. 5. no. 1. pp. 4–7.
52. Wiig K.M. *Knowledge Management Foundations: Thinking about Thinking-how People and Organizations Represent, Create, and Use Knowledge*. Schema Press. 1993. 471 p.

О.В. КАРСАЕВ  
**АНАЛИЗ ОПЕРАТИВНОСТИ ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В НИЗКООРБИТАЛЬНЫХ  
МНОГОСПУТНИКОВЫХ ГРУППИРОВКАХ**

*Карсаев О.В. Анализ оперативности информационных взаимодействий в низкоорбитальных многоспутниковых группировках.*

**Аннотация.** Исследуются коммуникационные сети и информационные взаимодействия в низкоорбитальных многоспутниковых группировках, выполняющих задачи дистанционного зондирования Земли. Исследования вопросов создания коммуникационной сети в данном случае является необходимым условием, так как возможности и эффективность информационного взаимодействия непосредственно зависят от возможностей сети связи. В основе создания коммуникационной сети, устойчивой к разрывам и задержкам в каналах связи, рассматривается DTN (от англ. Delay-and-Disruption Tolerant Networking) технология, а в основе маршрутизации сообщений — CGR (от англ. Contact Graph Routing) подход. Эти технология и подход в оригинале разрабатываются и используются для обеспечения связи с космическими аппаратами, находящимися в далеком космосе. Поэтому в работе рассматриваются вопросы и задачи, возникающие в связи с использованием DTN технологии и CGR метода маршрутизации применительно к низкоорбитальным спутниковым группировкам. Целью исследования информационного взаимодействия является разработка эффективных схем (протоколов) взаимодействия. Анализируются схемы информационного взаимодействия, которые могут использоваться группировкой спутников при автономном планировании поступающих заявок на дистанционное зондирование Земли. Наряду с автономным планированием также исследуется информационное взаимодействие, которое может использоваться для реализации сетевого управления группировкой спутников в случае наземного планирования. Эффективность схем информационного взаимодействия оценивается оперативностью выполнения заявок. Измерение оценок оперативности выполняется на основе имитационного моделирования коммуникационной сети и соответствующей схемы информационного взаимодействия.

**Ключевые слова:** автономное планирование, сетевое управление, информационное взаимодействие, группа малых спутников, DTN технология, CGR метод маршрутизации.

**1. Введение.** Сегодня никто уже не оспаривает прогнозы роста околоземных микроспутниковых группировок и постепенного замещения малыми спутниками нынешних тяжелых космических аппаратов по целому ряду направлений космической деятельности. Миниатюризация бортовых систем и появление новых схемотехнических решений позволяют кардинально снизить массу аппаратов и решать с помощью малых спутников задачи, которые ранее традиционно решались «большими» аппаратами, прежде всего в области дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) и связи. Ожидается, что в ближайшей перспективе ежегодно будет запускаться от 300 до 500 микроспутников, при этом более половины из них придется на многоспутниковые группировки ДЗЗ [1].

Малые космические аппараты открывают качественно новые возможности синтеза космических систем [2], обусловленные системными свойствами многоспутниковых группировок. Например, для космических систем ДЗЗ возможна реализация следующих системных эффектов:

- многопозиционность, многодиапазонность и одновременность наблюдения за объектом с нескольких спутников, обеспечение эффекта стереосъемки;

- возможность комплексирования информации, получаемой от разнородных бортовых комплексов специальной аппаратуры различных спутников, приводящей к повышению информативности наблюдения;

- обеспечение непрерывности наблюдения за счет возможности «передачи эстафеты» наблюдения последовательно входящим в зону видимости объекта другим спутникам орбитальной группировки.

Реализация таких и прочих преимуществ многоспутниковых группировок без информационного межспутникового взаимодействия представляется невозможной. Основной проблемой в организации взаимодействия является специфика связи: постоянная связь между спутниками и со спутниками невозможна. Разработка эффективных схем взаимодействия с учетом этой специфики межспутниковой связи и есть цель настоящего исследования. В качестве объекта исследований рассматривается низкоорбитальная группировка малых спутников, выполняющая миссию ДЗЗ. Эффективность схем взаимодействия оценивается двумя целевыми показателями функционирования космической системы, оперативностью выполнения заявок и производительностью космической системы в целом. Под оперативностью подразумевается период времени между появлением заявки и доставкой результатов наблюдений конечному потребителю; под производительностью — количество заявок, которые космическая система способна выполнять за определенный период времени с учетом имеющихся ограничений.

В общем случае могут рассматриваться заявки двух типов, сценарии выполнения которых предполагают проведение одиночных или нескольких взаимосвязанных между собой сеансов наблюдения. В данной работе рассматриваются только заявки первого типа. Разработка схем информационного взаимодействия для выполнения заявок второго типа является объектом исследования следующего этапа, и будет выполняться с учетом результатов экспериментальных исследований, представленных в данной работе.

Статья организована с следующим образом. Во втором разделе приводится анализ предметной области задачи исследования, включающий аспекты специфики связи, автономности планирования и аспекты информационного взаимодействия. Эффективность функционирования многоспутниковых группировок при использовании тех или иных схем информационного взаимодействия оценивается с помощью разрабатываемой имитационной модели, описание которой приводится в разделе 3. В разделе 4 описываются результаты экспериментальных исследований схем информационного взаимодействия, рассматриваемых на данном этапе.

## **2. Анализ предметной области задачи исследования.**

**2.1. Специфика связи в космических системах.** Узлами коммуникационной сети космической системы являются спутники и наземные станции. Связь между узлами сети может устанавливаться только в определенные интервалы времени, когда узлы находятся в области видимости друг друга, и периодическое отсутствие связи между узлами сети является объективной реальностью. Отсутствие или периодическое отсутствие связи для наземного интернета приводит к потере пакетов данных и считается отклонением от нормы. Однако потеря данных при информационном взаимодействии между объектами космической системы недопустима. В связи с этим, начиная с 2002 года в рамках программы Advanced Exploration Systems (AES), цель которой заключается в разработке ключевых технологий для исследования и освоения планет Солнечной системы, специалистами NASA разрабатывается DTN (от англ. Delay-and-Disruption Tolerant Networking) технология передачи данных. В основе данной технологии рассматриваются следующие основные принципы. Если узел не смог передать пакет данных, то информация не удаляется, а сохраняется. Попытки передачи продолжаются, пока узел не свяжется с другим узлом и не отправит ему данные. Информация в любом случае доходит до получателя. При этом для эффективного использования пропускной способности каналов связи может выполняться фрагментация передаваемых данных на несколько пакетов меньшего размера. Обратная сборка пакетов в исходное сообщение может происходить в промежуточных и/или конечных узлах передачи данных. Более детальное описание DTN технологии можно найти в [3]. Следует отметить, что Международный консультативный комитет по космическим системам передачи данных (CCSDS) предлагает всем космическим агентствам мира устанавливать на свои новые автоматические и пилотируемые аппараты оборудование, работающее по DTN технологии. Такое оборудование уже установлено на борту МКС.

Сети, узлы которых являются мобильными и связь между узлами непостоянна, в общем случае называются MANET (Mobile Ad hoc Network) сетями. Для маршрутизации сообщений в таких сетях могут использоваться и/или разрабатываться различные протоколы. Например, в работе [4] для маршрутизации сообщений в сети космической системы рассматривается протокол Cjdns. Однако возможность или эффективность использования того или иного протокола определяется конкретной спецификой рассматриваемой сети. Основной спецификой сети космической системы является предсказуемость контактов между узлами сети. В соответствии с этой спецификой в рамках DTN технологии для маршрутизации сообщений был разработан CGR (от англ. Contact Graph Routing) подход [5]. В данном подходе рассматривается построение графа, вершинами которого являются не узлы сети, а контакты между ними. Использование такого необычного графа позволяет применять обычные алгоритмы для маршрутизации сообщений, например алгоритм Дейкстры.

CGR метод маршрутизации, как и DTN технология в целом, в исходном виде разрабатывались для обеспечения связи с космическими аппаратами, находящимися на большом удалении от Земли [6]. Однако они также рассматриваются и для организации связи в околоземных многоспутниковых группировках. Результаты таких исследований можно найти в работах [7, 8]. Этот подход также используется в данной работе. Детальная реализация и развитие этого подхода применительно к низкоорбитальным группировкам ДЗЗ рассматривается во второй части статьи.

**2.2. Наземное и автономное планирование.** В системах управления космическими аппаратами наряду с наземным планированием развивается и постепенно внедряется в реальную практику автономное планирование. Необходимость перехода к автономному планированию обусловлена объективными факторами, ограничивающими эффективность наземного планирования. Анализ этих факторов и текущего уровня развития и внедрения автономного планирования является содержанием данного подраздела.

*Учет состояния ресурсов.* Планирование операций, в частности операций наблюдения, выполняется с учетом прогнозирования состояния возобновляемых ресурсов, заряда аккумуляторных батарей и объема свободной памяти на горизонте времени планирования. Однако точность прогнозирования состояния возобновляемых ресурсов в случае наземного планирования весьма низкая.

Расход энергии рассчитывается на основе запланированных и планируемых операций спутника, а ее восполнение — на основе времени нахождения спутника на участках орбиты, освещаемых



Солнцем. При этом точность моделирования восполнения энергии является весьма относительной, так как могут возникать непредвиденные факторы. В частности, если спутник имеет вращательное движение, то восполнение энергии будет происходить в значительно меньшей степени.

Объем свободной памяти спутника во времени рассчитывается на основе плана сеансов наблюдения и плана передачи полученных результатов наблюдений на Землю. Однако в случае многоспутниковых группировок планирование передачи полученных результатов на Землю является в принципе невозможным, так как передача данных управляется на сетевом уровне.

Вследствие рассмотренных проблем при прогнозном моделировании состояния восполняемых ресурсов в реальной практике управления одиночными космическими аппаратами используются различные методики, примеры которых можно найти в [9, 10]. В частности, при моделировании состояния заряда аккумуляторных батарей используется заниженная скорость восполнения заряда, а для моделирования использования бортовой памяти спутника — увеличенные объемы ожидаемых результатов наблюдений. Такой подход позволяет обеспечить определенную гарантию выполнимости наземного плана, но при этом влечет существенное снижение производительности космической системы. В противном случае возникает большая вероятность того, что многие из запланированных сеансов наблюдения могут оказаться не выполнимыми.

*Учет фактов выполнения запланированных операций.* Анализ этого фактора достаточно подробно рассмотрен в работе [11]. Краткое описание проблемы заключается в следующем. Пусть  $t^1$  время окончания последнего состоявшегося сеанса связи «Земля – спутник», а  $t^2$ ,  $t^3$  и так далее — времена начала предстоящих запланированных сеансов связей. Соответственно, горизонт планирования может быть представлен в виде последовательности интервалов времени  $[t^1, t^2]$ ,  $[t^2, t^3]$  и так далее. Текущий вариант плана называется *мастер планом*. Фрагмент этого плана, переданный на борт космического аппарата в ходе последнего сеанса связи, называется *исполняемым фрагментом плана*. Он, как правило, соотносится с периодом времени  $[t^1, t^2]$ , и при продолжении планирования все изменения в мастер плане возможны только в последующих интервалах времени.

Если сеанс связи, начинающийся в момент времени  $t^2$ , оказывается успешным, то спутник получает целеуказания на соответствующий период времени  $[t^2, t^3]$ , а в наземную систему планирования поступают результаты выполнения запланированных заявок. Если есть невыполненные заявки, они

планируются повторно, но уже только на последующие периоды времени  $[t^3, t^4]$ ,  $[t^4, t^5]$  и так далее.

В случае, если этот сеанс связи не оказывается успешным, спутник не получает оперативных целеуказаний на период времени  $[t^2, t^3]$ , а все заявки, запланированные в мастер плане на этот период времени, должны быть перепланированы на последующие периоды времени. В этом случае продолжительность периода времени  $[t^2, t^3]$  становится критически важным фактором. Он (период) может оказаться относительно малым, недостаточным для перепланирования мастер плана. Последовательность сеансов связи, интервалы времени между которыми малы, в статье называется сессией сеансов связи, и проблема организации процесса планирования главным образом рассматривается в связи с такими сессиями.

Для решения данной проблемы предлагается подход, в котором на ближайший период времени определяются сценарии развития ситуации на основе всех возможных комбинаций установления и не установления запланированных сеансов связи, и для каждого сценария рассчитывается соответствующий мастер план. Такой подход требует значительных вычислительных мощностей, так как может возникать необходимость в расчете десятков вариантов мастер плана. Для сокращения количества рассчитываемых вариантов рассматриваются различные допущения.

В связи с этой проблемой в работах [12, 13] рассматривается инкрементальный режим планирования, основной целью которого является обеспечение существенного ускорения процесса планирования. Такой подход предполагает непрерывный процесс планирования, в ходе которого при поступлении новых заявок или не выполнении ранее запланированных выполняется либо оптимизация, либо коррекция текущего варианта плана.

Автономное планирование предполагает использование достаточно очевидных и интуитивно понятных возможностей для преодоления рассмотренных проблем, а именно — использование фактических данных о текущем состоянии восполняемых ресурсов. Как следствие, прогнозирование их состояния на горизонте времени планирования становится значительно более точным. При выявлении фактов невыполнения запланированных сеансов наблюдения и/или появления потребностей в проведении дополнительных наблюдений их планирование должно происходить в режиме реального времени на борту спутника. Однако реализация этих возможностей требует решения определенных задач и в текущее время остается областью активных исследований. В связи с этим в большинстве случаев по-прежнему используются системы наземного планирования, описание которых, в частности, приводятся в [9, 14, 15].

Описание реализации возможностей автономного планирования можно найти в работах [16-20]. Следует заметить, что в реальной деятельности автономное планирование, как правило, рассматривается в интеграции с наземным планированием. Для краткости такой подход далее будет называться полуавтономным планированием. Он предполагает, что решение каких-то задач выполняется в наземном пункте. Результаты решения этих задач передаются спутнику, которому также делегируется возможность окончательного формирования плана с учетом фактического состояния его ресурсов. При этом спутнику может делегироваться возможность автономного решения не всех, а только отдельных подзадач планирования. Например, в работе [16] спутнику делегируется возможность только планирования передачи на Землю полученных результатов наблюдения.

Полностью автономное планирование рассматривается достаточно редко. В качестве примера можно привести работу [18]. В данном случае возможность полностью автономного планирования обусловлена относительно простой постановкой задачи. Спутнику известна долгосрочная цель наблюдений, а модель его поведения определяется в виде машины состояний. В текущий момент времени спутник может находиться в одном из пяти состояний: сбор данных, разворот, простой, передача данных на Землю и подзарядка батарей. Задача планирования сводится к определению последовательности состояний, в которых должен находиться спутник, и расчету соответствующих моментов времени для перехода из одного состояния в другое.

Использование многоспутниковых группировок малых спутников в конечной перспективе ассоциируется с автономным и/или полуавтономным планированием. Тем не менее использование наземного планирования в ближайшей перспективе может оставаться объективной необходимостью. В связи с этим в данной работе наряду с разработкой схем взаимодействия при автономном и полуавтономном планировании также рассматривается сетевое управление, которое может использоваться при наземном планировании и предполагает передачу целеуказаний спутникам и доставку результатов наблюдений на Землю по сети через цепочки спутников.

**2.3. Информационное взаимодействие и варианты построения многоспутниковых группировок.** Информационные взаимодействия в многоспутниковых группировках на сегодняшний день являются относительно новой областью исследований. В связи с этим определенное внимание заслуживает проект EDSN (Edison Demonstration of Smallsat Networks), в котором предпринималась попытка выполнения космической миссии с использованием информационного взаимодействия в

группировке спутников. К сожалению, попытка оказалась неудачной, при запуске спутники были потеряны.

Описание данного эксперимента и проекта в целом можно найти в работах [21, 22]. В работе [21] также рассматривается достаточно большой список вопросов, исследование которых, по мнению авторов, является необходимым для разработки и развития информационного взаимодействия в многоспутниковых группировках. В эксперименте рассматривалась группировка из 8-ми спутников, информационные взаимодействия между которыми предполагалось проводить в рамках последовательных циклов. В каждом цикле один из спутников играет роль капитана, а остальные — роль лейтенантов. Задача капитана заключается в сборе и передаче на Землю полученных результатов наблюдения со всех спутников. Для сбора данных капитан в заранее определенном порядке и в определенные моменты времени последовательно устанавливает контакты с остальными спутниками. Эксперимент должен был продолжаться порядка 60-ти дней, в течении которых спутники находятся в относительной близости, на расстоянии не более 100 км друг от друга, и имеют возможность установления каналов связи каждого с каждым.

В основе разработки схем информационного взаимодействия в случае автономного планирования может рассматриваться CNP (от англ. Contract Net Protocol) протокол. Этот протокол достаточно широко используется в системах планирования в различных предметных областях. Вариант использования модифицированной версии этого протокола для организации информационного взаимодействия в группировке спутников исследуется в работе [10].

В работах [10, 21, 22] информационные взаимодействия рассматриваются в случае, когда в любой момент времени в группировке спутников возможна связь каждого с каждым. Это возможно, когда спутники постоянно находятся в непосредственной близости. Принципиально важным отличием данной работы является то, что информационное взаимодействие рассматривается в общем случае, то есть при любом орбитальном построении группировки спутников.

Разработка системы управления и схем информационного взаимодействия может предопределяться организационной схемой спутниковой группировки. В частности, в работе [2] исследуется иерархическая схема построения многоспутниковых группировок с выделением спутников лидеров и соответствующий подход к разработке системы управления. В работе [23] рассматриваются и сравниваются две схемы построения группировок, которые определяются как «распределенный» и «фрагментированный космический аппарат» соответственно. В первом случае

подразумевается система равноправных спутников, а во втором — система спутников, в которой каждый космический аппарат имеет свое узкое функциональное назначение. Несмотря на то, что показывается сопоставимость достоинств обеих схем, определенное преимущество отдается схеме распределенного космического аппарата, так как она более устойчива к выходу из строя отдельных спутников.

**3. Модель многоспутниковой группировки.** Разрабатываемая с помощью среды *AnyLogic* модель предназначена для имитационного моделирования поведения и информационного взаимодействия группировки спутников и наземных пунктов. Архитектура модели, описывающей поведение спутников, приведена на рисунке 1. Она состоит из компонентов двух типов, модулей планирования и агентов устройств.

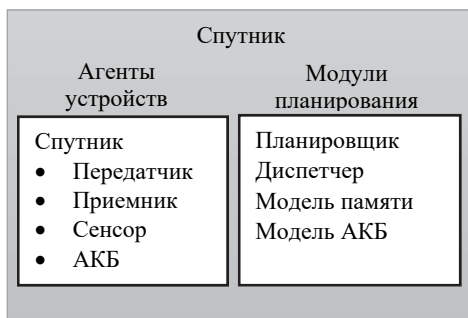


Рис. 1. Архитектура имитационной модели спутника

Модули планирования обеспечивают планирование операций, выполняемых спутником, и тем самым определяют его поведение. В частности, *диспетчер* выполняет маршрутизацию сообщений и определяет порядок отправки исходящих сообщений. *Планировщик* на основе взаимодействия с *планировщиками* других спутников обеспечивает распределенное планирование наблюдений. *Модель памяти* и *Модель АКБ* прогнозируют состояние памяти и аккумуляторных батарей и используются *планировщиком* в процессе планирования наблюдений.

Агенты моделируют выполнение запланированных операций соответствующими физическими устройствами. Агент спутника моделирует состояние спутника, рабочее или не рабочее, и в запланированные моменты времени установления контактов включает приемные и передающие устройства и посылает запрос

соответствующему спутнику на установление контакта. Контакт устанавливается, если оба спутника находятся в рабочем состоянии.

Агент передатчика моделирует отправку исходящих сообщений в соответствии с определяемой *диспетчером* очередью. Моделирование передачи сообщений включает определение времени на передачу сообщения с учетом объема передаваемых данных и скорости их передачи в канале связи, и проверку возможности выполнения передачи сообщения на основе контроля текущего заряда батареи.

Агент приемника анализирует возможность получения входящих сообщений на основе контроля доступной памяти и сортирует их на две группы. Если получателем сообщения является свой спутник, сообщение переправляется *планировщику*, если другой спутник, сообщение записывается в очередь исходящих сообщений.

Агент сенсора моделирует выполнение запланированных наблюдений, проверяя возможность их выполнения с учетом текущего заряда батареи и наличия свободной памяти.

Агент АКБ по мере выполнения всех операций, а также при переходе спутника на освещенную/затененную часть орбиты, уточняет текущий уровень заряда.

Более детальное описание основных функциональных возможностей имитационной модели рассматривается в последующих подразделах второй части статьи. В частности, в первом подразделе приводятся формальные определения и описание методов расчета плана и графа контактов, являющихся основой CGR подхода к маршрутизации сообщений. План контактов рассчитывается до начала имитационного моделирования на основе введенных исходных данных, количества спутников и орбитального построения группировки, количества и координат расположения наземных пунктов и так далее.

Во втором подразделе рассматриваются задачи, связанные с реализацией DTN технологии в рассматриваемом случае. Компонентом модели спутника, решающим эти задачи и реализующим DTN технологию в целом, является *диспетчер*.

В третьем подразделе рассматривается использование данной модели для имитационного моделирования сетевого управления при наземном планировании.

В четвертом подразделе рассматриваются варианты схем информационного взаимодействия спутников в случае автономного и полуавтономного планирования наблюдений. Все задачи, связанные с реализацией логического уровня информационного взаимодействия и выполнением распределенного планирования, решаются *планировщиком*.

**3.1. План и граф контактов.** Основой CGR подхода к маршрутизации являются план и граф контактов. План контактов определяет времена установления каналов связи между узлами сети на заданном горизонте времени. Контакты  $Contact(i)$  описываются в виде четверок:

$$Contact(i) = \langle x(i), y(i), s(i), f(i) \rangle,$$

где  $x(i)$  и  $y(i)$  — узлы сети, между которыми устанавливается однонаправленный канал связи (от  $x$  к  $y$ ),  $s(i)$  и  $f(i)$  — моменты времени установления и окончания канала связи,  $i$  — идентификационный номер контакта.

В DTN технологии полагается, что после отправки сообщения узел сети должен получать подтверждение о его получении. В соответствии с этим план контактов должен предусматривать установление синхронизированных по времени пар встречных каналов связи от  $x$  к  $y$  и от  $y$  к  $x$ . То есть, если в плане присутствует контакт  $\langle x(i), y(i), s(i), f(i) \rangle$ , то также должен быть контакт  $\langle x(j), y(j), s(j), f(j) \rangle$  такой, что  $x(i)=y(j)$ ,  $y(i)=x(j)$ ,  $s(i)=s(j)$  и  $f(i)=f(j)$ .

Контакты плана контактов являются вершинами графа контактов, а дугами — однонаправленные отношения между контактами. Дуги между контактами  $i$  и  $j$  (от  $i$  к  $j$ ) устанавливаются, если выполняются следующие условия:  $y(i)=x(j)$  и  $s(i)<f(j)$ . Физический смысл дуг между контактами заключается в следующем. Сообщение, переданное из узла  $x$  в узел  $y$  в канале связи  $i$ , может быть передано в канале связи  $j$  из узла  $y$  в следующий узел  $z$ .

Вес дуг  $w(i, j)$  в графе контактов определяется по формуле:

$$w(i, j) = \begin{cases} 0, & s(j) < s(i) \\ s(j) - s(i), & s(j) \geq s(i). \end{cases}$$

То есть вес дуг между контактами  $i$  и  $j$  физически означает оценку минимального времени хранения сообщения в начальном узле контакта  $j$  до его (сообщения) передачи в рамках этого контакта  $j$  в следующий узел  $z$ . В соответствии с физическим смыслом дуг графа результатом решения задачи маршрутизации является поиск маршрута с наименьшим временем доставки сообщения конечному получателю.

Расчет графа контактов выполняется в три этапа. На первом этапе рассчитываются временные окна видимости «Земля – спутник» и «спутник – спутник». Окна видимости «спутник – спутник» определяются с учетом опционально задаваемой дальности передачи сигнала, которую

может обеспечить аппаратура передачи данных, устанавливаемая на малых спутниках. Данные расчеты выполняются методом имитационного моделирования орбитального движения группы спутников с помощью общедоступной библиотеки моделирования полета спутников и выполнения баллистических расчетов *Orekit*.

На втором этапе рассчитывается план контактов. На основе каждого окна видимости узлов сети  $x$  и  $y$  определяется два контакта (канала связи), из  $x$  в  $y$  и из  $y$  в  $x$ . Расчет плана контактов, по сути, сводится к определению моментов времени установления и окончания контактов внутри окон видимости. Время установления и окончания контактов рассчитывается с учетом указания входного параметра: количества одновременных каналов связи, которое может обеспечивать аппаратура передачи сообщений, устанавливаемая на малых спутниках. При этом учитываются два дополнительных требования:

1) Установление каналов связи «Земля – спутник» имеет приоритет по отношению к установлению каналов связи «спутник – спутник». Это требование рассматривается ввиду того, что каналы связи «Земля – спутник», как правило, являются «узким звеном» коммуникационной сети космической системы.

2) Длительность наиболее коротких по времени контактов должна быть максимизирована. Это требование рассматривается в связи с тем, что длительности контактов с учетом всех заданных ограничений имеют взаимозависимость. Увеличение длительности одних контактов влечет уменьшение длительности других контактов.

Рассчитанный план контактов передается всем узлам сети, как спутникам, так и наземным пунктам. На третьем этапе в узлах сети на основе плана контактов формируются графы контактов, которые используются для распределенной и автономной маршрутизации сообщений.

**3.2. Передача сообщений и управление контактами.** В соответствии со спецификой DTN сети в узлах сети могут возникать очереди сообщений, подлежащих передаче. Непосредственным результатом решения задачи маршрутизации является определение контакта для дальнейшей передачи сообщения. При наличии в узле сети множества сообщений, подлежащих передаче, они распределяются между контактами, и каждому контакту может быть сопоставлено несколько сообщений. То есть в результате маршрутизации сообщений в узле сети может возникать несколько очередей исходящих сообщений, каждая из которых рассматривается в связи с определенным контактом, и в связи с каждой очередью рассматривается необходимость в решении ряда дополнительных подзадач.



Порядок передачи сообщений в каждой очереди определяется в зависимости от типа сообщений. В целом рассматриваются сообщения трех типов: 1) сообщения информационно-командного взаимодействия; 2) передача результатов наблюдений; 3) служебные сообщения. Служебными являются сообщения, подтверждающие успешную передачу сообщений первых двух типов между двумя узлами сети. В соответствии с DTN технологией только после получения такого подтверждения спутник удаляет из памяти передаваемые данные.

Объем данных в служебных сообщениях и сообщениях информационно-командного взаимодействия по сравнению с объемом результатов наблюдений ничтожно мал. Соответственно, длительность передачи сообщений этих двух типов ничтожна мала по сравнению с длительностью передачи сообщений, содержащих результаты наблюдений. Поэтому эти сообщения передаются в первую очередь в произвольном порядке, и передача этих сообщений не требует решения каких-то дополнительных задач, за исключением задачи, которая рассматривается при передаче сообщений информационно-командного взаимодействия. В определенных случаях в сообщениях этого типа может указываться время доставки сообщения конечному адресату. В связи с этим при маршрутизации таких сообщений в узлах сети происходит дополнительный контроль своевременности доставки сообщений, и в случае выявления нарушения указанного срока рассматривается необходимость в принятии того или иного решения. Возможные ситуации такого типа с содержательной точки зрения рассматриваются в двух последующих подразделах.

Сообщения, содержащие результаты наблюдений, передаются во вторую очередь. При этом может возникать одна из двух ситуаций: суммарный объем данных в этих сообщениях меньше либо больше пропускной способности контакта. Необходимость в решении дополнительных задач возникает во втором случае, когда суммарный объем данных превышает пропускную способность контакта. В этом случае становится важным определение порядка, в котором должны передаваться эти сообщения. Определение порядка, в частности, может учитывать приоритетность передаваемых данных и требования конечных потребителей к срокам доставки результатов наблюдений. Введение порядка позволяет разбить все множество сообщений на две группы: сообщения, которые могут быть и которые не могут быть переданы в течении установленного контакта вследствие ограничения его пропускной способности.

DTN технологией предусматривается разбиение данных на несколько Bundle пакетов меньших размеров для обеспечения максимальной эффективности использования пропускной способности контактов. В соответствии с этим из второй группы выбирается наиболее приоритетное сообщение, данные которого разбиваются на два пакета, один из которых может быть передан в рамках рассматриваемого контакта с учетом ограничения пропускной способности.

В отношении второго пакета данных выбранного сообщения, а также всех прочих сообщений второй группы в целом, выполняется повторная маршрутизация, но уже с дополнительным ограничением: передача этих сообщений в рамках рассматриваемого контакта невозможна. Таким образом, в результате повторной маршрутизации исходящих сообщений (пакетов) с учетом этого требования происходит итеративное перераспределение сообщений (пакетов) между контактами (соответствующими очередями). В результате этого для каждого контакта определяется упорядоченный список сообщений (пакетов), которые могут быть переданы в рамках контакта с учетом его пропускной способности.

Кроме пропускной способности контакта очередь исходящих сообщений также ограничивается объемом свободной памяти, которая остается у спутника респондента. С целью выявления данного ограничения спутники сообщают друг другу наличие объема свободной памяти при установлении контактов (в первых сообщениях запросах на установление контакта), а также в течении контактов в служебных сообщениях. Взаимообмен такими данными обеспечивает возможность спутникам решать дополнительную задачу: определение возможности досрочного окончания контакта. Решение данной задачи позволяет управлять выключением передающей и принимающей аппаратуры при отсутствии или окончании потребностей в передаче сообщений и тем самым обеспечивать энергосберегающий режим функционирования спутника.

В связи с возможностью разбиения результатов наблюдений на множество пакетов меньшего объема в конечных узлах маршрутов передачи производится моделирование сборки исходных данных. Пакеты, являющиеся фрагментами одного исходного сообщения, могут придти в конечный узел маршрута в разное время. Временем выполнения заявки является время доставки последнего пакета.

**3.3. Наземное планирование и сетевое управление.** В соответствии с результатами анализа предметной области (раздел 2.2) в данной работе наряду с автономным и полуавтономным планированием наблюдений рассматривается использование сетевого управления группировкой спутников при наземном планировании.

При этом использование сетевого управления, по сути, сводится к использованию CGR метода маршрутизации и DTN технологии передачи сообщений, но требует решения дополнительной задачи.

Использование сетевого управления при наземном планировании предполагает необходимость согласования результатов планирования с временными возможностями сетевого управления. Содержательный смысл этой задачи можно пояснить следующим образом. Результатами наземного планирования является расчет целеуказаний спутникам по выполнению назначенных им сеансов наблюдений, в том числе расчет моментов времени начала и окончания этих сеансов. Согласование этих результатов с возможностями сетевого управления предполагает поиск маршрутов доставки всех целеуказаний соответствующим спутникам. При этом результаты планирования полагаются согласованными, если для каждого целеуказания существует маршрут его доставки соответствующему спутнику до момента времени начала запланированного сеанса наблюдения. Непосредственным результатом наземной маршрутизации целеуказаний является сопоставление им сеансов связи «Земля – спутник», в рамках которых должна выполняться отправка целеуказаний.

Процесс планирования в рассматриваемой наземной системе может выполняться адаптивно в режиме реального времени. При таком подходе предполагается, что при поступлении новых заявок перманентно выполняется адаптивная коррекция текущего плана, и может происходить перепланирование и переназначение уже запланированных сеансов наблюдений. Обоснование преимуществ такого подхода приводятся в работах [12, 13]. Следует заметить, что в случае такого подхода перепланирование сеансов наблюдений также должно выполняться с учетом согласования данных решений с временными возможностями сетевого управления.

При передаче спутникам запланированных в наземной системе целеуказаний в заголовках сообщений может указываться срок их доставки — время начала наблюдения. При указании этой информации в промежуточных узлах маршрута выполняется контроль соблюдения данного срока. Невозможность своевременной доставки целеуказаний может возникнуть в результате не установления каких-то запланированных контактов. В случае выявления такой ситуации в узле сети вместо дальнейшей передачи целеуказаний формируется и передается на Землю сообщение о не доставке этого целеуказания соответствующему спутнику.

С целью моделирования и экспериментальной апробации сетевого управления рассматривается возможность интеграции

разрабатываемой имитационной модели с системой наземного планирования, представленной в работе [13].

**3.4. Автономное и полуавтономное планирование.** В данном подразделе описываются схемы информационного взаимодействия, которые могут использоваться в основе автономного и полуавтономного планирования наблюдений по заявкам.

Автономное планирование предполагает, что заявки передаются группировке спутников, и все расчеты, связанные с планированием, выполняются бортовыми вычислительными устройствами спутников. В основе информационного взаимодействия в этом случае по аналогии с работой [10] может рассматриваться схема CNP протокола. Спутники, получающие заявки из наземного пункта управления, являются инициаторами данного протокола. В соответствии со схемой инициаторы протокола посылают спутникам, обладающим аппаратурой наблюдения требуемого типа, запросы на выполнение наблюдений. При получении такого запроса каждый спутник рассчитывает и посылает инициатору наиболее ранний интервал времени, когда он может выполнить наблюдение целевого объекта / района с учетом всех ограничений и ранее запланированных наблюдений. При получении ответов от всех респондентов и оценки своих собственных возможностей инициатор протокола выбирает спутник для выполнения данного наблюдения и посылает ему сообщение с назначением.

Использование такой схемы взаимодействия требует решения следующих дополнительных проблем:

1. Базовый сценарий использования CNP протокола предполагает последовательное распределение заявок. Поэтому, если спутник одновременно получает несколько заявок, их распределение с учетом временных задержек передачи сообщений в DTN сети может происходить недопустимо долго. Для разрешения данной проблемы может рассматриваться вариант модификации CNP протокола, в котором происходит распределение сразу же нескольких заявок.

2. Возможна ситуация, когда одновременно выполняются CNP протоколы, инициированные несколькими спутниками. В этом случае возникает проблема на стороне респондентов этих протоколов, связанная со следующим обстоятельством. В интервале времени между посылкой предложения по выполнению одной заявки и получением сообщения о ее назначении или не назначении спутник может получить запрос на выполнение сеанса наблюдения по другой заявке. В этом случае возникает неопределенность с оценкой состояния восполняемых ресурсов. Спутник должен либо дожидаться

ответа в рамках первого протокола, либо резервировать определенные объемы восполняемых ресурсов на выполнение первой заявки. При этом последний вариант может иметь негативные последствия. Например, ввиду нехватки объемов восполняемых ресурсов с учетом зарезервированных объемов на выполнение первой заявки он отказывается от выполнения второй заявки, но позже узнает о том, что он не выбран исполнителем первой заявки.

3. Оценка возможности выполнения заявки может предполагать перепланирование: возможность выполнения этой заявки взамен ранее запланированной, но менее приоритетной. Реализация этой возможности предполагает, что респондент наряду с временем выполнения наблюдений должен посылать инициатору данные по заявке, которая подлежит перепланированию.

Полуавтономное планирование предполагает, что окончательное планирование наблюдений выполняется автономно группировкой спутников, но на основании использования результатов наземного решения отдельных подзадач. В качестве такой подзадачи планирования может рассматриваться расчет для каждой заявки потенциально возможных интервалов времени выполнения наблюдений каждым из спутников. В этом случае заявки, передаваемые группировке спутников, могут содержать дополнительную информацию:  $\{<Sat, TW(Sat)>\}$  — упорядоченный список спутников с указанием окна времени возможного сеанса наблюдения каждым спутником (список спутников упорядочивается по возрастанию времени). Использование этих данных позволяет рассматривать следующую схему информационного взаимодействия для итеративного распределения и планирования заявок.

Изначально данные по заявке с Земли передаются спутнику, указанному в списке первым. При получении заявки спутник оценивает возможность включения в свой план сеанса наблюдения и принимает решение в соответствии со следующими правилами:

А. Сеанс наблюдения добавляется в план спутника, если это является возможным с учетом удовлетворения всех ограничений. При этом все данные по заявке, в том числе и список  $\{<Sat, TW(Sat)>\}$ , сохраняются в памяти спутника.

В. Если добавление сеанса наблюдения в план влечет нарушение каких-либо из ограничений, то выполняется попытка его добавления за счет удаления из плана ранее запланированного наблюдения по менее приоритетной заявке.

С. Если добавление сеанса наблюдения является невозможным, то заявка пересылается следующему в списке  $\{<Sat, TW(Sat)>\}$  спутнику.

Д. Если добавление сеанса наблюдения в соответствии с правилом  $B$  оказалось возможным, то удаленная из плана заявка пересылается другому спутнику, который определяется правилом  $C$ .

Передача сообщений происходит с контролем своевременности их доставки. В качестве срока доставки сообщения указывается время начала выполнения наблюдения  $TW(Sat)$  соответствующим спутником  $Sat$ . При возникновении невозможности своевременной доставки сообщения создается и далее передается новое сообщение, в котором определяется новый потенциальный исполнитель данной заявки. В качестве такового из списка  $\{<Sat, TW(Sat)>\}$  выбирается первый спутник, которому возможна своевременная доставка данного сообщения.

#### 4. Результаты экспериментальных исследований.

Функциональные возможности имитационной модели, реализованные на первом этапе исследований, позволили получить начальные сравнительные оценки оперативности выполнения заявок при использовании наземного планирования, сетевого управления, автономного и полуавтономного планирования. В случаях автономного и полуавтономного планирования информационное взаимодействие выполнялось в соответствии со схемами, рассмотренными в подразделе 3.4.

При наземном планировании оценки времени выполнения заявки рассчитывались по следующей методике. Для каждого спутника группировки рассчитывались возможные временные параметры ее выполнения:

- $t^1$  — самый ранний по времени сеанс связи «Земля – спутник» для передачи целеуказаний;
- $t^2$  — самое раннее время, когда возможен сеанс наблюдения, при условии, что  $t^2 > t^1$ ;
- $t^3$  — самый ранний по времени сеанс связи «Земля – спутник» для доставки результатов наблюдений на Землю такой, что  $t^3 > t^2$ .

На основе данных расчетов исполнителем заявки выбирался спутник с наиболее ранним моментом времени  $t^3$ . В случае использования сетевого управления оценки времени выполнения заявок рассчитывались аналогичным образом с той лишь разницей, что вместо сеансов связей «Земля – спутник» находились наилучшие по времени маршруты доставки целеуказаний спутнику и маршруты доставки результатов наблюдений на Землю.

В экспериментах рассматривались группировка из 16 спутников, орбитальное построение которой визуально может быть представлено с помощью рисунка 2 [7]. Были проведены

две серии экспериментов. Во второй серии рассматривался сокращенный вариант этой группировки из 8 спутников. Наземная инфраструктура в обоих случаях состояла из одного наземного пункта.

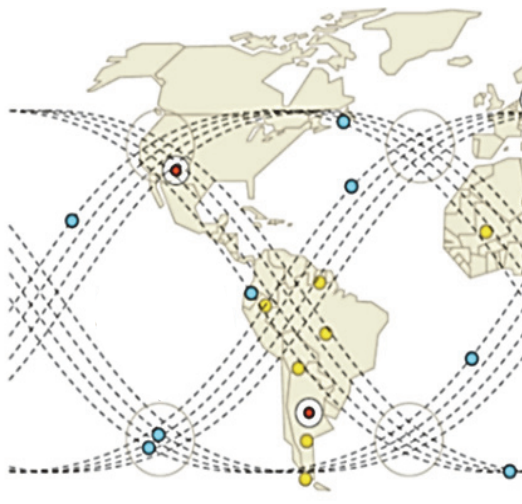


Рис. 2. Орбитальное построение группировки из 16 спутников

Планы контактов рассчитывались при различных значениях параметров  $D$  и  $N$ , где  $D$  — максимальная дальности передачи сообщений в межспутниковых каналах связи, а  $N$  — количество одновременных каналов, которое могут обеспечить устанавливаемые на малых спутниках устройства связи. В обеих сериях экспериментов рассчитывалось три варианта плана контактов,  $B1$ :  $D=1\ 000$  км,  $N=1$ ,  $B2$ :  $D=10\ 000$  км,  $N=1$ ,  $B3$ :  $D=10\ 000$  км,  $N=2$ . Варианты плана контактов, рассчитанные для группировки из 16 спутников, на интервале времени прохождения одного витка орбиты приведены на рисунке 3. В данном случае это время порядка 51 минуты.

Из рисунка видно, что в варианте  $B1$  для каждого спутника запланированы периодические контакты с двумя спутниками (например, у спутника 01 запланированы контакты со спутниками 08 и 13), в вариантах  $B2$  и  $B3$  — с четырьмя спутниками (например, у того же спутника 01 запланированы контакты со спутниками 08, 10, 11 и 13). Длительность контактов изменяется от 4-5 минут (вариант  $B1$ ) до 15-25 минут (варианта  $B3$ ).

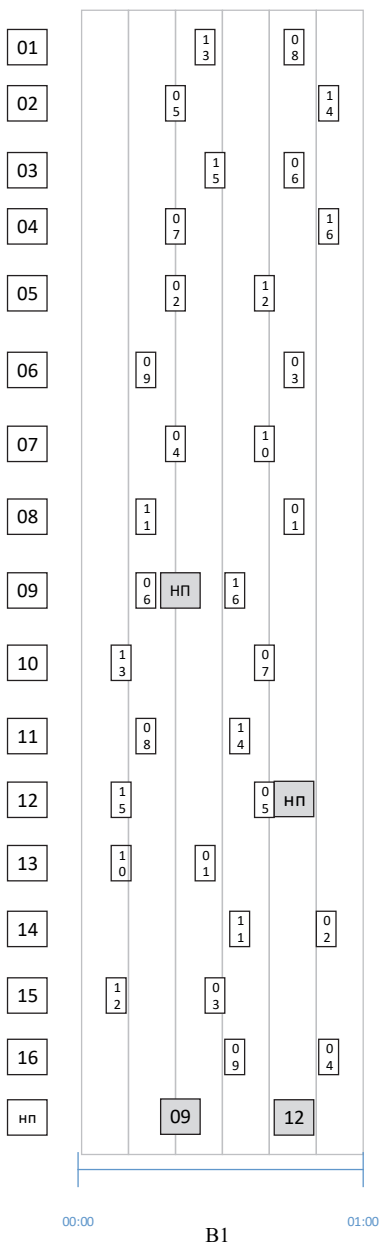


Рис. 3а. Фрагмент плана контактов В1 (D=1 000 км, N=1)



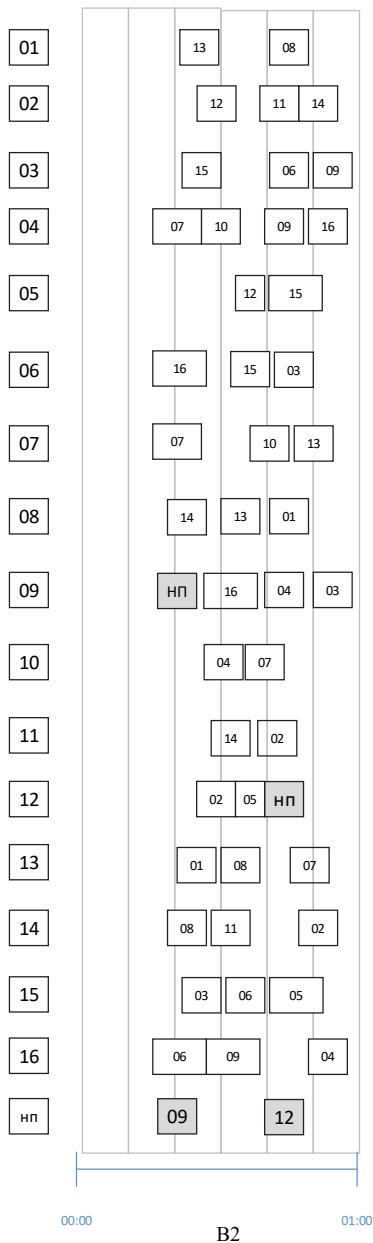


Рис. 3в. Фрагмент плана контактов В2 (D=10 000 км, N=1)

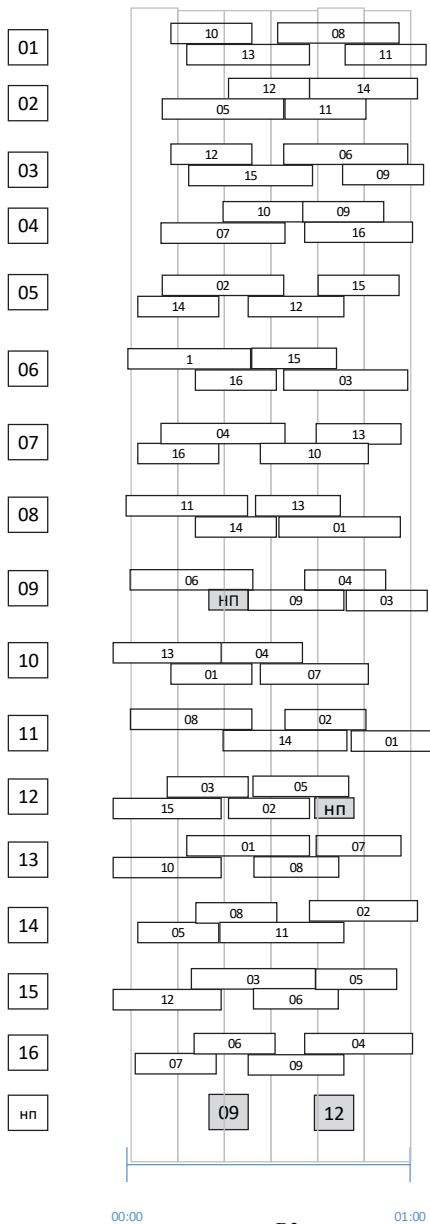
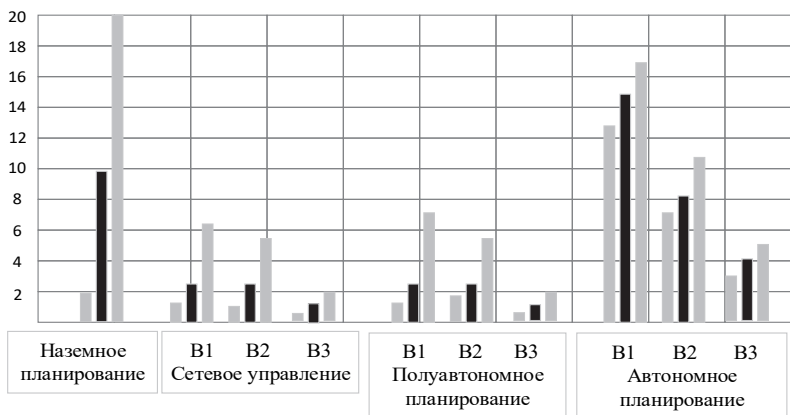
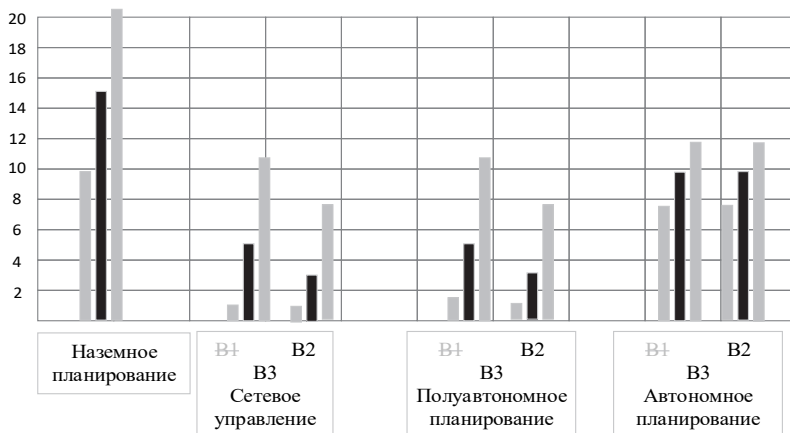


Рис. 3с. Фрагмент плана контактов В3 (D=10 000 км, N=2)

Полученные в экспериментах оценки оперативности выполнения заявок (минимальное, среднее и максимальное время) представлены на рисунках 4а и 4б. Отсутствие оценок оперативности на рисунке 4б в варианте В1 объясняется тем, что при максимальной дальности передачи радио сигнала 1000 км в группировке из 8 спутников существуют пары спутников, между которыми не возможна пересылка сообщений, даже с использованием DTN технологии.



а)



б)

Рис. 4. Оценки оперативности выполнения заявок: а) 16 спутниками;  
б) 8 спутниками

В экспериментах моделировалось выполнение наблюдений 20 целей с различными координатами. В соответствии с этим во всех экспериментах каждой серии имеются одни и те же временные окна, когда цели находятся в зоне видимости тех же самых спутников. При этом моделирование выполнения наблюдений производилось без учета состояния восполняемых ресурсов, то есть без учета объема доступной памяти и уровня заряда аккумуляторных батарей. При таких условиях оперативность выполнения заявки, по сути, определяется временем информационного взаимодействия до выполнения наблюдения цели и временем доставки результатов наблюдений на Землю.

Время доставки результатов при использовании сетевого управления и автономного и полуавтономного планирования определяется механизмами DTN технологии сетевого уровня. Поэтому различие оперативности выполнения заявок при таких подходах определяется исключительно оперативностью информационного взаимодействия спутников до выполнения наблюдений.

Совпадение оценок оперативности при сетевом управлении и полуавтономном планировании объясняется тем, что в условиях экспериментов при наземном и полуавтономном планировании заявки назначаются одним и тем же спутникам, спутникам с наиболее ранним временем наблюдения.

В случае автономного планирования время выполнения заявок в разы больше по сравнению с полуавтономным планированием. Это объясняется тем, что в основе схем автономного планирования, как правило, рассматривается CNP протокол, длительность которого в условиях DTN сети может быть весьма существенной. Для иллюстрации данного обстоятельства на рисунке 5 приведен пример временного лога выполнения CNP протокола.

В приведенном примере инициатором протокола является спутник 13. На первой фазе протокола спутник инициатор выполняет диалог с каждым из других спутников с целью определения всех возможностей выполнения заявки. Время выполнения этой фазы определяется временем выполнения самого продолжительного диалога. В данном примере это диалог со спутником 06, который продолжается порядка двух часов. Время выполнения второй фазы протокола определяется временем диалога со спутником, который выбран исполнителем заявки. В данном случае это спутник 12. Итоговая продолжительность протокола в данном примере составляет порядка четырех часов.

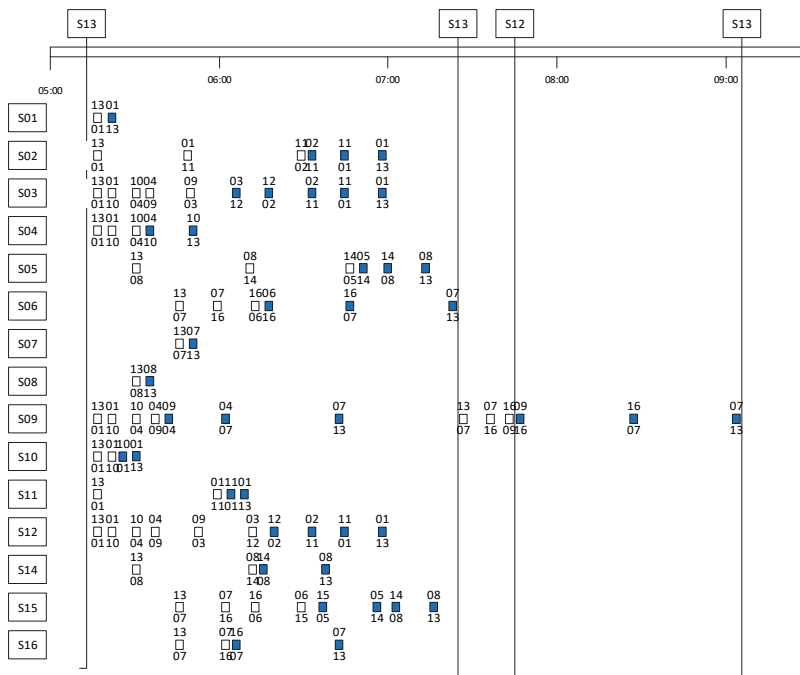


Рис. 5. Пример временного лога CNP протокола

**5. Заключение.** Объектами исследований в работе являются схемы информационного взаимодействия и метод маршрутизации данных в космических сетях связи, в которых возможность установления каналов связи между узлами сети существует только в определенные интервалы времени, и как следствие, передача сообщений происходит с временными задержками.

В основе построения сети рассматриваются DTN технология и CGR подход к маршрутизации сообщений. В исходном варианте эти технологии разрабатывались для обеспечения связи с космическими аппаратами, находящимися в дальнем космосе. Поэтому в работе рассматриваются вопросы, возникающие в связи с применением этих технологий для построения сети в низкоорбитальных многоспутниковых группировках.

В работе исследуются схемы информационного взаимодействия, которые могут использоваться в основе трех возможных подходов к управлению многоспутниковых группировок: 1) сетевое управление при наземном планировании; 2) полуавтономное и 3) полностью автономное планирование. Результаты экспериментов показывают, что

наилучшая оперативность выполнения заявок на наблюдение целевых объектов и/или районов достигается при использовании сетевого управления и полуавтономного планирования. При таких подходах время выполнения заявок по сравнению с традиционным наземным планированием сокращается в 3-5 раз.

В основе полностью автономного планирования в работе рассматривается CNP протокол информационного взаимодействия. Результаты численных экспериментов показывают, что использование такого подхода в условиях DTN сети не дает какого-либо улучшения оперативности выполнения заявок по сравнению с тем же традиционным наземным планированием.

Несмотря на то что при использовании сетевого управления и полуавтономного планирования по результатам экспериментов получены сопоставимые оценки оперативности, в плане дальнейшего развития полуавтономное планирование имеет ряд потенциальных преимуществ. На текущем этапе исследований рассматривались заявки, выполнение которых сводится к одиночным сеансам наблюдений. Наиболее интересным направлением дальнейшего развития представляется исследование и разработка схем информационного взаимодействия в случае заявок, предполагающих выполнение сложных сценариев наблюдений. В основе этого направления предполагается развитие концептуальной модели командного поведения многоспутниковой группировки, описанной в работе [24].

### Литература

1. *Пайсон Д.* Малые спутники в современной космической деятельности // Спутниковая связь и вещание. 2017. С. 64–69.
2. *Потюпкин А.Ю., Данилин Н.С., Селиванов А.С.* Кластеры малоразмерных космических аппаратов как новый тип космических объектов // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы. 2017. Т 4(4). С. 45–56.
3. *Соколов Н.Л. и др.* Основные принципы создания космической информационной сети, устойчивой к разрывам и задержкам в каналах связи // Лесной вестник. 2015. Т. 19. № 3. С. 137–144.
4. *Мирошников Д.Ю., Симонова Е.В.* Распределенное мультиагентное планирование выполнения задач в группе устройств // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2016. Т.18. № 4-4. С. 793–798.
5. *Araniti G. et al.* Contact Graph Routing in DTN Space Networks: Overview, Enhancements and Performance // IEEE Communication Magazine. 2015. pp. 38–46.
6. *Birrane E., Burleigh S., Kasch N.* Analysis of the contact graph routing algorithm: Bounding interplanetary paths // Acta Astronautica. 2012. no. 75. pp. 108–119.
7. *Fraire J.A. et al.* Assessing Contact Graph Routing Performance and Reliability in Distributed Satellite Constellations // Journal of Computer Networks and Communications. 2017. vol. 2017. 18 p.
8. *Caini C., Firrincieli R.* Application of Contact Graph Routing to LEO satellite DTN communications // IEEE International Conference on Communications. 2012. pp. 3301–3305.

9. *Iacopino C., Harrison S., Brewer A.* Mission Planning Systems for Commercial Small-Sat Earth Observation Constellations // Proceedings of the 9th International Workshop on Planning and Scheduling for Space (IWPS). 2015. pp. 45–52.
10. *van der Horst J., Noble J.* Task allocation in networks of satellites with Keplerian dynamics // *Acta Futura*. 2012. vol. 5. pp. 143–151.
11. *Gottfert T. et al.* Robust Commanding // Proceedings of the 14-th International Conference on Space Operations, SpaceOps AIAA. 2014. pp. 1808.
12. *Wörle M.T. et al.* The Incremental Planning System — GSOC’s Next Generation Mission Planning Framework // Proceedings of the 14th International Conference on Space Operations, SpaceOps AIAA. 2014. pp. 1785.
13. *Скобелев П.О. и др.* Планирование целевого применения группировки космических аппаратов дистанционного зондирования Земли с использованием мультиагентных технологий // *Известия ЮФУ. Технические науки*. 2015. № 10(171). С. 60–70.
14. *Chien S. et al.* A generalized timeline representation, services, and interface for automating space mission operations // Proceedings of the 12th International Conference on Space Operations, SpaceOps AIAA. 2012. vol. 2. pp. 1160–1176.
15. *Herz E.* EO and SAR Constellation Imagery Collection Planning // Proceedings of the 14th International Conference on Space Operations, SpaceOps AIAA. 2014. pp. 1728.
16. *Maillard A. et al.* Ground and board decision-making on data downloads // Proceedings of 25th International Conference on Automated Planning and Scheduling. 2015. pp. 273–281.
17. *Lenzen C. et al.* Onboard Planning and Scheduling Autonomy within in Fire Bird Mission // Proceedings of the 14th International Conference on Space Operations, SpaceOps AIAA. 2014. pp. 1759.
18. *Kennedy A. et al.* Automated Resource-Constrained Science Planning for the MiRaTA Mission // Proceedings of the AIAA/USU Conference on Small Satellites. 2015. SSC15-6-37.
19. *Herz E. et al.* Onboard Autonomous Planning System // Proceedings of the 14-th International Conference on Space Operations, SpaceOps AIAA. 2014. pp. 1783.
20. *Li J., Chi Y.* Planning and Scheduling of an Agile EOS Combining Onground and On-board Decisions // IOP Conference. Series: Materials Science and Engineering. 2018. vol. 382. no. 3. pp. 032023.
21. *Hanson J., Sanchez H., Oyadomari K.* The EDSN Intersatellite Communications Architecture // Proceedings of the AIAA/USU Conference on Small Satellites. 2014. SSC14-WS1.
22. *Chartres J., Sanchez H., Hanson J.* EDSN Development Lessons Learned // Proceedings of the AIAA/USU Conference on Small Satellites. 2014. SSC14-VI-7.
23. *Клошников В.Ю.* Построение кластеров малых космических аппаратов // *Известия вузов. Приборостроение*. 2016. Т. 59(6). С. 423–428.
24. *Городецкий В.И., Карсаев О.В.* Самоорганизация группового поведения кластера малых спутников распределенной системы наблюдения // *Известия ЮФУ. Технические науки*. 2017. № 1-2. С. 234–248.

**Карсаев Олег Владиславович** — канд. техн. наук, старший научный сотрудник, лаборатория информационных технологий в системном анализе и моделировании, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН). Область научных интересов: искусственный интеллект, логистика, многоагентные системы, планирование. Число научных публикаций — 100. [karsaev@ips-logic.com](mailto:karsaev@ips-logic.com); 14-я линия В.О., 39, 199178, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +79119095270.

**Поддержка исследований.** Разделы 2.1, 2.3, 3 и 4 работы выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-01-00840), раздел 2.2 в рамках бюджетных исследований (№ 0073-2019-004).

O.V. KARSAEV

**ANALYSIS OF INFORMATION INTERACTION EFFICIENCY IN  
LOW-ORBIT SATELLITE CONSTELLATIONS**

*Karsaev O.V. Analysis of Information Interaction Efficiency in Low-Orbit Satellite Constellations.*

**Abstract.** The objects of the research are networks and information interactions in low-orbit satellite constellations performing tasks of remote sensing of the Earth. Research of network creation questions in this case is a necessary condition as opportunities and efficiency of information interaction directly depend on opportunities of a network. DTN (Delay-and-Disruption Tolerant Networking) technology is a basis of the network creation and CGR (Contact Graph Routing) approach is a basis of message routing. DTN technology and CGR approach are originally developed and used to provide communication with spacecraft located in a deep space. Therefore, the article discusses issues and problems arising in the context of their use in relation to low-orbit satellite constellations. The purpose of the information interaction study is development of effective interaction schemes (protocols). In the paper, the schemes of information interaction that can be used by a group of satellites in case of autonomous planning are considered. Along with autonomous planning, the paper also considers information interaction that can be used to implement network control of a satellite constellation in the case of ground planning. The effectiveness of the information interaction schemes are assessed by efficiency of orders' execution. Measurement of efficiency is estimated via simulation of the communication network and the corresponding scheme of information interaction.

**Keywords:** Autonomous Planning, Network Control, Information Interaction, Small Satellite Group, DTN Technology, CGR Routing.

**Karsaev Oleg Vladislavovich** — Ph.D., Senior Researcher, Laboratory of Information Technologies in System Analysis and Modeling, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences (SPIIRAS). Research interests: artificial intelligent, logistics, agent based systems, planning and scheduling. The number of publications — 100. karsaev@ips-logistic.com; 39, 14th Line V.O., 199178, St. Petersburg, Russian Federation; office phone: +79119095270.

**Acknowledgment.** This research, sections 2.1, 2.3, 3 и 4, is supported by RFBR (grant no. 18-01-00840), section 2.2 – State research (№ 0073-2019-004).

**References**

1. Paison D. [Small satellites in modern activity]. *Sputnikovaya svaz I veschaniye – Satellite communication and broadcasting*. 2017. pp. 64–69. (In Russ.).
2. Potiupkin A.Y., Danilin N.S., Selivanov A.S. [Clusters of small spacecraft as a new type of space objects]. *Raketno-kosmicheskoye priborostroyeniye i informacionniye sistemy – Rocket-Space Device Engineering and Information Systems*. 2017. Issue 4(4). pp. 45–56. (In Russ.).
3. Sokolov N.L. et al. [Basic principles for the creation of a space information network tolerant to disruptions and delays in communication channels]. *Lesnoy vestnik – Forestry Bulletin*. 2015. Issue 19. vol. 3. pp. 137–144. (In Russ.).
4. Miroschnikov D.U., Simonova E.V. [Distributed multi-agent scheduling of tasks in a group of devices]. *Izvestia Samarskogo nauchnogog centra Eossiiskoi akademii nauk – Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*. 2016. Issue 18. vol. 4(4). pp. 793–798. (In Russ.).



5. Araniti G. et al. Contact Graph Routing in DTN Space Networks: Overview, Enhancements and Performance. *IEEE Communication Magazine*. 2015. pp. 38–46.
6. Birrane E., Burleigh S., Kasch N. Analysis of the contact graph routing algorithm: Bounding interplanetary paths. *Acta Astronautica*. 2012. no. 75. pp. 108–119.
7. Fraire J.A. et al. Assessing Contact Graph Routing Performance and Reliability in Distributed Satellite Constellations. *Journal of Computer Networks and Communications*. 2017. vol. 2017. 18 p.
8. Caini C., Firrincieli R. Application of Contact Graph Routing to LEO satellite DTN communications. IEEE International Conference on Communications. 2012. pp. 3301–3305.
9. Iacopino C., Harrison S., Brewer A. Mission Planning Systems for Commercial Small-Sat Earth Observation Constellations. Proceedings of the 9th International Workshop on Planning and Scheduling for Space (IW PSS). 2015. pp. 45–52.
10. van der Horst J., Noble J. Task allocation in networks of satellites with Keplerian dynamics. *Acta Futura*. 2012. vol. 5. pp. 143–151.
11. Gottfert T. et al. Robust Commanding. Proceedings of the 14-th International Conference on Space Operations, SpaceOps AIAA. 2014. pp. 1808.
12. Wörle M.T. et al. The Incremental Planning System — GSOC's Next Generation Mission Planning Framework. Proceedings of the 14th International Conference on Space Operations, SpaceOps AIAA. 2014. pp. 1785.
13. Skobelev P.O. [Planning of target application of the earth remote sensing spacecraft group using multi-agent technologies]. *Izvestiya YFU. Tehnicheskiye nauki – Izvestiya SFedU. Engineering sciences*. 2015. vol. 10(171). pp. 60–70. (In Russ.).
14. Chien S. et al. A generalized timeline representation, services, and interface for automating space mission operations. Proceedings of the 12th International Conference on Space Operations, SpaceOps AIAA. 2012. vol. 2. pp. 1160–1176.
15. Herz E. EO and SAR Constellation Imagery Collection Planning. Proceedings of the 14th International Conference on Space Operations, SpaceOps AIAA. 2014. pp. 1728.
16. Maillard A. et al. Ground and board decision-making on data downloads. Proceedings of 25th International Conference on Automated Planning and Scheduling. 2015. pp. 273–281.
17. Lenzen C. et al. Onboard Planning and Scheduling Autonomy within in Fire Bird Mission. Proceedings of the 14th International Conference on Space Operations, SpaceOps AIAA. 2014. pp. 1759.
18. Kennedy A. et al. Automated Resource-Constrained Science Planning for the MiRaTA Mission. Proceedings of the AIAA/USU Conference on Small Satellites. 2015. SSC15-6-37.
19. Herz E. et al. Onboard Autonomous Planning System. Proceedings of the 14th International Conference on Space Operations, SpaceOps AIAA. 2014. pp. 1783.
20. Li J., Chi Y. Planning and Scheduling of an Agile EOS Combining Onground and On-board Decisions. IOP Conference. Series: Materials Science and Engineering. 2018. vol. 382. no. 3. pp. 032023.
21. Hanson J., Sanchez H., Oyadomari K. The EDSN Intersatellite Communications Architecture. Proceedings of the AIAA/USU Conference on Small Satellites. 2014. SSC14-WS1.
22. Chartres J., Sanchez H., Hanson J. EDSN Development Lessons Learned. Proceedings of the AIAA/USU Conference on Small Satellites. 2014. SSC14-VI-7.
23. Klushnikov V.Y. [The construction of small satellite clusters]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Priborostroenie – Journal of Instrument Engineering*. 2016. Issue 59(6). pp. 423–428. (In Russ.).
24. Gorodetskiy V.I., Karsaev O.V. [Self-organization of group behavior of small satellites cluster of a distributed surveillance system]. *Izvestiya YFU. Tehnicheskiye nauki – Izvestiya SFedU. Engineering sciences*. 2017. vol. 1-2. pp. 234–248. (In Russ.).

М.А. ПЕРЕГУДОВ, И.А. СЕМЧЕНКО  
**ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ СЛУЧАЙНОГО  
МНОЖЕСТВЕННОГО ДОСТУПА К СРЕДЕ ТИПА ALOHA ПРИ  
ГОЛОСОВЫХ СОЕДИНЕНИЯХ, ПЕРЕДАЧЕ СЛУЖЕБНЫХ  
КОМАНД, ТЕКСТОВЫХ СООБЩЕНИЙ И  
МУЛЬТИМЕДИЙНЫХ ФАЙЛОВ В УСЛОВИЯХ  
ДЕСТРУКТИВНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ**

*Перегудов М.А., Семченко И.А. Оценка эффективности случайного множественного доступа к среде типа ALOHA при голосовых соединениях, передаче служебных команд, текстовых сообщений и мультимедийных файлов в условиях деструктивных воздействий.*

**Аннотация.** Оценка защищенности сетей цифровой радиосвязи при деструктивных воздействиях злоумышленника является важной задачей. Однако для случайного множественного доступа к среде типа ALOHA в сетях цифровой радиосвязи такая оценка не проводилась. В работе представлена аналитическая модель случайного множественного доступа к среде типа ALOHA в условиях деструктивных воздействий. В этой модели в качестве результирующего показателя оценки эффективности случайного доступа выступает обобщенный показатель, включающий вероятность успешного голосового соединения, передачи служебной команды, тестового сообщения или мультимедийного файла, степень наполнения и степень переполнения пакетами данных сети цифровой радиосвязи. Новый комплексный показатель — вероятность успешного голосового соединения, передачи служебной команды, тестового сообщения или мультимедийного файла — учитывает известные вероятности успешной доставки пакета данных, создания коллизии и свободного канала, а также новые средние времена передачи последовательности пакетов данных и коллизии, образованной при такой передаче. Новые показатели — степень наполнения и степень переполнения пакетами данных в сети цифровой радиосвязи определяют, насколько близко (далеко) от максимума находится значение комплексного показателя. Модель учитывает потенциально возможные деструктивные воздействия со стороны злоумышленника путем уточнения аналитических выражений для известных вероятностных и новых временных характеристик. Установлено, во-первых, количественная взаимосвязь между вероятностью успешного голосового соединения, передачи служебной команды, тестового сообщения или мультимедийного файла и средней длительностью коллизии в канале передачи данных, а во-вторых, для гарантированного вывода из строя сети цифровой радиосвязи со случайным множественным доступом к среде типа ALOHA злоумышленник должен постоянно осуществлять деструктивное воздействие. Результаты работы применимы в области проектирования сетей цифровой радиосвязи, функционирующих в условиях деструктивных воздействий, а также при разработке автоматических систем оптимизации работы сетей цифровой радиосвязи и их защиты от таких воздействий.

**Ключевые слова:** сеть цифровой радиосвязи, деструктивное воздействие, аналитическая модель, случайный множественный доступ к среде, ALOHA, вероятность передачи, эффективность функционирования.

**1. Введение.** Использование злоумышленниками средств деструктивных воздействий (ДВ), направленных на нарушение конфиденциальности, целостности и доступности информации сетей цифровой радиосвязи (СЦР) бытового и коммерческого назначения, приобрело массовый характер. Сами ДВ становятся все более

скрытными и бескомпроматными и определить факт их применения крайне затруднительно. В таких условиях обеспечение защиты СЦР от ДВ стало весьма актуальной и трудно решаемой задачей. Как показывает практика, латание одних «дыр» в защите СЦР неизбежно приводит к появлению новых. Полноценно решить задачу защиты СЦР от ДВ невозможно без системного и детального понимания сути происходящих в них процессов. Особенно это характерно для процедур канального уровня эталонной модели OSI, на котором сосредоточены одни из наиболее опасных уязвимостей СЦР, связанные с созданием коллизий и ложных соединений.

Настоящая статья продолжает курс работ [1-5], посвященных тематике защиты СЦР от ДВ на канальном уровне эталонной модели OSI. В ней рассматривается процедура случайного множественного доступа абонентов к среде (СМДС) типа ALOHA — одна из процедур канального уровня сетей цифровой радиосвязи. Несмотря на то, что данная процедура является пионером в линейке процедур случайного множественного доступа, из-за простоты реализации используемого оборудования она и сегодня не потеряла своей актуальности. С применением процедуры СМДС типа ALOHA функционируют, например, СЦР системы спутниковой связи Iridium [6], а также СЦР стандарта DMR (реализация Tier II) [7], получившие во всем мире широкое распространение из-за высокого качества связи и дешевизны оборудования.

**2. Анализ существующих работ.** Известен ряд моделей СМДС типа ALOHA [8-29]. Базовой моделью этого доступа является модель Нормана Абрамсона [8, 11], а также модель [16]. В работах [9, 12] рассмотрено стабильное и нестабильное функционирование СЦР. В работе [10] приводятся приближенные методы проектирования и анализа СЦР с СМДС типа ALOHA. В работе [13] представлена модель СМДС, применимая для спутниковых систем связи, а в [21] содержатся предложения по улучшению производительности таких систем с оценкой успешной доставки пакета фиксированной длины. В работах [14, 15, 19] приводятся модели оценки эффективности функционирования СМДС типа ALOHA для реализаций систем с произвольной длиной пакета и произвольным временем его поступления в канал. В [17] описывается аналитическая модель, позволяющая находить верхние и нижние границы интенсивности успешных передач и пропускной способности канала. В [18] приведен анализ времени задержки пакетов, а в [20-29] представлены модернизированные алгоритмы СМДС типа ALOHA, повышающие производительность СЦР за счет применения кодирования и новых принципов реализации физического уровня.

В известных моделях в качестве показателя эффективности СМДС типа ALOHA выступают вероятности успешной доставки пакета

данных, создания коллизии и свободного канала за любой временной интервал. С использованием таких показателей оценка эффективности СМДС типа ALOHA в СЦР справедлива только для служебных команд, состоящих из одного пакета данных. Однако голосовые соединения, текстовые сообщения и мультимедийные файлы содержат различные последовательности пакетов данных, предписанные спецификациями стандартов СЦР, и в случайном доступе в канале связи участвуют не только служебные команды, но и голосовые соединения, текстовые сообщения и мультимедийные файлы.

В результате оценки эффективности СМДС типа ALOHA получить количественное значение известного показателя — вероятность успешной доставки пакета данных — необходимо, но недостаточно, так как это значение может быть получено для двух значений каждой характеристики СЦР (общее количество абонентских терминалов, вероятности первичных и вторичных передач пакетов данных), одно из которых характеризует состояние насыщения пакетами данных такой сети, а другое — состояние перенасыщения такими пакетами. В состоянии насыщения пакетами данных СЦР функционирует не на максимум и имеет возможность для обработки большего количества передач пакетов данных, а в состоянии перенасыщения в такой сети преобладают над успешными передачами пакетов данных их столкновения (коллизии). Впервые о данных состояниях СЦР упоминалось в [1]. Однако аналитически состояния насыщения и перенасыщения пакетами данных СЦР, и, как следствие, степень наполнения и степень переполнения такими пакетами не определялись. На практике администратор СЦР по количественному значению вероятности успешной доставки пакета данных без учета состояния насыщения или перенасыщения пакетами данных, в котором находится такая сеть в настоящий момент времени, не способен в полной мере оценить эффективность СМДС типа ALOHA.

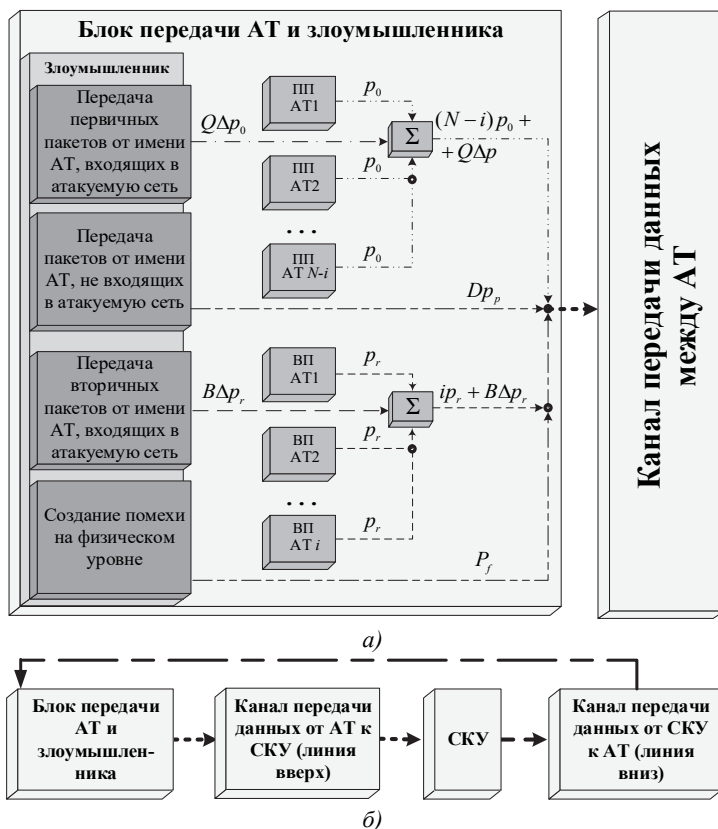
Также в известных моделях не учтены потенциально возможные ДВ со стороны злоумышленника и, соответственно, нет возможности прогнозировать последствия от их реализации.

Цель работы — создание аналитической модели случайного множественного доступа к среде типа ALOHA, позволяющей оценивать успешность голосовых соединений, передачи служебных команд, текстовых сообщений и мультимедийных файлов в условиях деструктивных воздействий со стороны злоумышленника с учетом состояний насыщения и перенасыщения пакетами данных сетей цифровой радиосвязи.

**3. Описательная модель случайного множественного доступа к среде типа ALOHA.** С учетом результатов работ [1, 2, 8, 11]

описательную модель функционирования СМДС типа ALOHA СЦР в условиях ДВ можно представить, как показано на рисунке 1, в виде функциональных схем, которые отображают два возможных сценария функционирования СЦР, включающих злоумышленника, абонентские терминалы и средство коммутации и управления.

На рисунке 1а представлена функциональная схема СМДС типа ALOHA в условиях деструктивных воздействий без средства коммутации и управления, а на рисунке 1б — схема СМДС типа ALOHA в условиях ДВ со средством коммутации и управления.



АТ – абонентский терминал  
 СКУ – средство коммутации и управления ПП – первичная передача  
 ВП – вторичная передача

Рис. 1. Функциональные схемы случайного множественного доступа к среде типа ALOHA в условиях деструктивных воздействий без средства коммутации и управления (а) и со средством коммутации и управления (б)

Рассмотрим детально функциональную схему СМДС типа АЛОHA в условиях ДВ без средства коммутации и управления. Каждый из  $N$  абонентских терминалов, конкурирующих между собой за использование канала передачи данных, может функционировать в режиме первичной или вторичной передачи пакетов данных. В режиме первичной передачи абонентский терминал генерирует и передает пакеты данных с вероятностью  $p_0$  в любые временные интервалы длительностью  $\tau$ . В режиме вторичной передачи абонентский терминал повторно отправляет не переданные успешно пакеты данных с вероятностью  $p_r$  в любые временные интервалы или по окончании времени отсрочки.

Передача считается успешной, если соблюдаются два условия:

- только один из  $N$  абонентских терминалов осуществляет передачу пакета в течение временного интервала  $2\tau$ ;
- отсутствует воздействие на СЦП со стороны злоумышленника.

В противном случае в канале передачи данных происходит столкновение (наложение) пакетов, приводящее к нарушению достоверности передаваемых данных. Такое столкновение пакетов называется коллизией в канале передачи данных [8]. Из рисунка 2 видно, что коллизия при передаче абонентскими терминалами пакета данных по времени может составлять от  $\tau$  до  $2\tau$ .

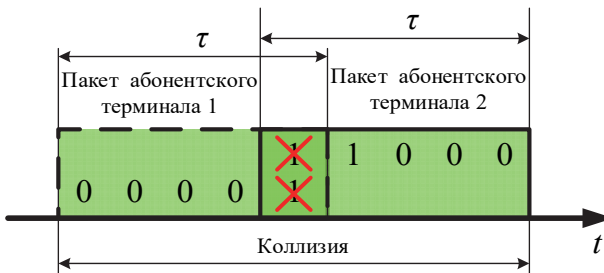


Рис. 2. Коллизия при передаче абонентскими терминалами пакета данных

В СЦП служебные команды состоят только из одного пакета данных, а голосовые соединения, текстовые сообщения и мультимедийные файлы — из различных последовательностей пакетов данных, предписанных стандартами СЦП. Например, для стандарта DMR Tier II [7, 30] голосовое соединение состоит минимум из 8 пакетов данных (рисунок 3).

В таком случае необходимо успешно доставить не только один пакет данных, но и последовательность пакетов данных со средней длительностью  $T_{sc}$ . При этом коллизия при передаче абонентскими терминалами последовательности пакетов данных будет от  $T_{sc}$  до  $2T_{sc}$  (рисунок 4),  $T_{sc} < T_{cl} < 2T_{sc}$ .

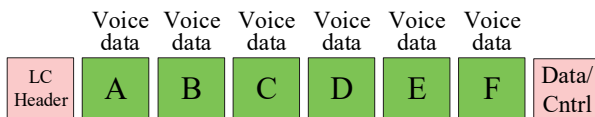


Рис. 3. Минимальная последовательность пакетов данных, образующих голосовое соединение в стандарте DMR Tier II

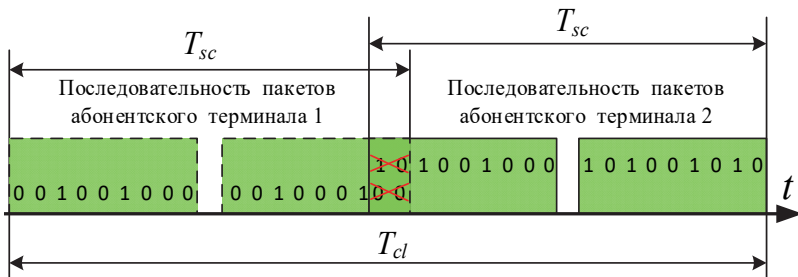


Рис. 4. Коллизия при передаче абонентскими терминалами последовательности пакетов данных

Злоумышленник в интересах создания коллизий и ложных соединений реализует следующие ДВ:

- формирует помехи с вероятностью  $P_f$  на физическом уровне СЦР;
- передает первичные и вторичные пакеты данных от имени абонентских терминалов, не входящих в атакуемую сеть, с вероятностью  $D_k$ ;
- передает первичные пакеты от имени  $Q$  устройств (абонентских терминалов), входящих в атакуемую сеть, с вероятностью  $\Delta p_0$ ;
- передает вторичные пакеты от имени  $B$  устройств (абонентских терминалов), входящих в атакуемую сеть, с вероятностью  $\Delta p_r$ .

Все перечисленные воздействия осуществляются злоумышленником в интервале длительностью  $\Delta T_{cl}$ .

Описание сценария функционирования СЦР на уровне СМДС типа АЛОНА в условиях ДВ со средством коммутации и управления аналогично приведенному выше описанию. При использовании средства коммутации и управления в СЦР функционируют две линии передачи данных: линия вверх (частота передачи абонентского терминала и приема средства коммутации и управления) и линия вниз (частота передачи средства коммутации и управления и частота приема абонентского терминала).

В рассматриваемой модели СМДС принимается допущение — средство коммутации и управления, абонентские терминалы и злоумышленник находятся в зоне энергетической доступности.

**4. Аналитическая модель случайного множественного доступа к среде типа АЛОНА.** В соответствии с [8] поступления пакетов данных от абонентских терминалов СЦР за временной интервал  $2\tau$  распределены по закону Пуассона, вероятность которых с учетом деструктивных воздействий со стороны злоумышленника примет следующий вид:

$$P\{k\} = \frac{(2S)^k}{k!} \cdot e^{-2S} \cdot (1 - D_k) \cdot (1 - P_f), \quad (1)$$

где  $k$  — количество поступлений пакетов данных от абонентских терминалов СЦР за временной интервал  $2\tau$ ;  $S$  — суммарный поток пакетов данных, приходящих в СЦР от абонентских терминалов;  $D_k$  — вероятность передачи первичных и вторичных пакетов данных от имени абонентских терминалов, не входящих в атакуемую сеть;  $P_f$  — вероятность создания помехи на физическом уровне СЦР.

С учетом ДВ со стороны злоумышленника, первичных и вторичных передач абонентскими терминалами СЦР суммарный поток пакетов данных равен:

$$S = (N - i) \cdot p_0 + Q \cdot \Delta p_0 + i \cdot p_r + B \cdot \Delta p_r, \quad (2)$$

где  $N$  — общее количество абонентских терминалов в СЦР;  $i$  — количество абонентских терминалов, функционирующих в режиме вторичной передачи;  $p_0$  — вероятность передачи абонентским терминалом первичных пакетов данных;  $p_r$  — вероятность передачи абонентским терминалом вторичных пакетов данных;  $\Delta p_0$  — вероятность передачи злоумышленником первичных пакетов данных от имени  $Q$  абонентских терминалов, входящих в атакуемую сеть;  $\Delta p_r$  — вероятность передачи злоумышленником вторичных пакетов от имени  $B$  абонентских терминалов, входящих в атакуемую сеть.

Из выражений (1) и (2) получим вероятность успешной доставки пакетов данных [8] с учетом ДВ со стороны злоумышленника в любой временной интервал длительностью  $2\tau$ :

$$P_{sc} = [(N - i) \cdot p_0 + Q \cdot \Delta p_0 + i \cdot p_r + B \cdot \Delta p_r] \times e^{-2[(N - i) \cdot p_0 + Q \cdot \Delta p_0 + i \cdot p_r + B \cdot \Delta p_r]} \cdot (1 - D_k) \cdot (1 - P_f). \quad (3)$$

Аналогично из выражений (1) и (2) получим вероятность свободного канала передачи данных [8] с учетом ДВ в любой временной интервал длительностью  $2\tau$ :



$$P_{fr} = e^{-2[(N-i) \cdot p_0 + Q \cdot \Delta p_0 + i \cdot p_r + B \cdot \Delta p_r]} \times (1 - D_k) \cdot (1 - P_f). \quad (4)$$

Так как вероятности успешной доставки пакетов данных, свободного канала и создания коллизий образуют полную группу событий, то вероятность создания коллизий в канале передачи данных можно представить следующим выражением:

$$P_{cl} = 1 - (P_{sc} + P_{fr}). \quad (5)$$

Для оценки эффективности СМДС типа АЛОНА СЦР в условиях ДВ со стороны злоумышленника предлагается использовать вероятность успешного голосового соединения, передачи служебной команды, текстового сообщения или мультимедийного файла, определяемому как отношение времени успешной передачи абонентским терминалом последовательности пакетов данных к общему времени, затраченному на успешную передачу последовательности пакетов, коллизию и свободный канал:

$$\Omega = \begin{cases} \frac{P_{sc} \cdot T_{sc}}{P_{sc} \cdot T_{sc} + P_{cl} \cdot T_{cl} + P_{fr} \cdot \tau}, & \text{если } (\Delta T_{cl} \leq T_{cl}) \cap (T_{sc} > \tau); \\ P_{sc}, & \text{если } T_{sc} = T_{cl} = \Delta T_{cl} = \tau; \\ \frac{P_{sc} \cdot T_{sc}}{P_{sc} \cdot T_{sc} + P_{cl} \cdot \Delta T_{cl} + P_{fr} \cdot \tau}, & \text{если } (\Delta T_{cl} > T_{cl}) \cap (T_{sc} > \tau), \end{cases} \quad (6)$$

где  $T_{sc}$  — среднее время передачи абонентским терминалом последовательности пакетов данных;  $T_{cl}$  — среднее время коллизии в канале передачи данных;  $\Delta T_{cl}$  — среднее время ДВ со стороны злоумышленника.

В СЦР с СМДС типа АЛОНА голосовые соединения, текстовые сообщения и мультимедийные файлы отличаются значением среднего времени передачи абонентским терминалом последовательности пакетов данных  $T_{sc}$ , а среднее время коллизии в канале передачи данных удовлетворяет следующему условию:

$$T_{sc} < T_{cl} < 2T_{sc}. \quad (7)$$

Из анализа работ [1, 2, 31, 32, 33] следует, что приведенный показатель — вероятность успешного голосового соединения, передачи служебной команды, текстового сообщения или мультимедийного файла может также использоваться при оценке эффективности СМДС типа S-АЛОНА СЦР.

Зависимости вероятности успешного голосового соединения, передачи служебной команды, текстового сообщения или мультимедийного файла без учета ДВ от общего количество абонентских терминалов СЦР с СМДС типа АЛОНА и вероятности первичных передач такими терминалами пакетов данных приведены на рисунках 5 и 6 соответственно.

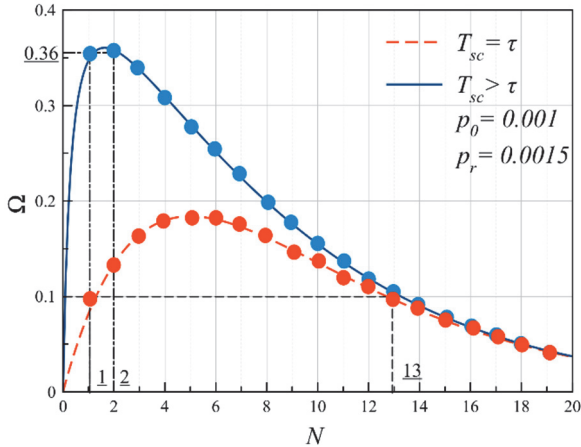


Рис. 5. Зависимость вероятности успешного голосового соединения, передачи служебной команды, текстового сообщения или мультимедийного файла от общего количество абонентских терминалов сети цифровой радиосвязи

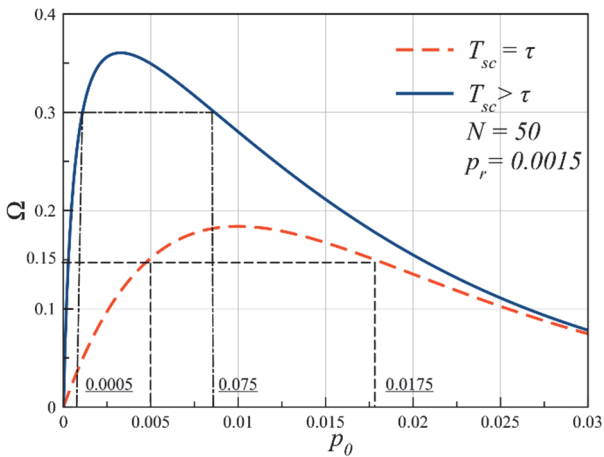


Рис. 6. Зависимость вероятности успешного голосового соединения, передачи служебной команды, текстового сообщения или мультимедийного файла от вероятности первичных передач пакетов данных

Из рисунков 5 и 6 видно, что одному значению вероятности успешного голосового соединения, передачи служебной команды, текстового сообщения или мультимедийного файла соответствуют два значения: как для общего количество абонентских терминалов в СЦР, так и для вероятности первичных передач такими терминалами пакетов данных. Аналогично и для вероятности вторичных передач абонентскими терминалами пакетов данных. В соответствии с [1] участок возрастания вероятности успешного голосового соединения, передачи служебной команды, текстового сообщения или мультимедийного файла характеризует состояние насыщения пакетами данных СЦР, а участок убывания такой вероятности — состояние перенасыщения пакетами данных. Поэтому наименьшее полученное значение как для общего количество абонентских терминалов в СЦР, так и для вероятностей первичных и вторичных передач такими терминалами пакетов данных определяет состояние насыщения пакетами данных СЦР, а наибольшее такое значение — состояние перенасыщения пакетами данных. При этом аналитическое выражение, определяющее состояние насыщения или перенасыщения пакетами данных СЦР для любых значений общего количества абонентских терминалов, вероятностей первичных и вторичных передач такими терминалами пакетов данных, имеет следующий вид:

$$S = \begin{cases} S_0, & \text{если } \frac{d\Omega}{dx} > 0; \\ S_1, & \text{если } \frac{d\Omega}{dx} < 0; \\ S_2, & \text{если } \frac{d\Omega}{dx} = 0, \end{cases} \quad (8)$$

где  $x \in (N, p_0, p_r)$ ,  $S_0$  и  $S_1$  — состояния насыщения и перенасыщения пакетами данных СЦР соответственно;  $S_2$  — состояние оптимального функционирования СМДС такой сети.

Учитывая дискретность функции  $\Omega(N)$ , ее производную будем рассчитывать с использованием численного дифференцирования. Для определения знака производных непрерывных функций  $\Omega(p_0)$  и  $\Omega(p_r)$  достаточно также использовать численное дифференцирование. Методы численного дифференцирования реализованы как в Matlab, так и в Mathcad.

Из аналитического выражения (8) видно, что в состоянии оптимального функционирования СЦР имеет максимум вероятности успешного голосового соединения, передачи служебной команды, текстового сообщения или мультимедийного файла.

С использованием выражения (8) определить состояние СЦР необходимо, но недостаточно, так как неизвестно насколько наполнена или переполнена такая сеть пакетами данных. Поэтому предлагается использовать показатели, характеризующие степень наполнения и степень переполнения пакетами данных СЦР.

Степень наполнения пакетами данных СЦР имеет следующий вид:

$$U_s = \begin{cases} 0, & \text{если } S = S_1; \\ \frac{\Omega}{\Omega_{\max}}, & \text{если } S = S_0; \\ 1, & \text{если } S = S_2, \end{cases} \quad (9)$$

а степень переполнения пакетами данных такой сети:

$$I_s = \begin{cases} 0, & \text{если } (S = S_0) \cup (S = S_2); \\ 1 - \frac{\Omega}{\Omega_{\max}}, & \text{если } S = S_1, \end{cases} \quad (10)$$

где  $\Omega_{\max}$  — максимальное значение вероятности успешного голосового соединения, передачи служебной команды, текстового сообщения или мультимедийного файла.

Максимальное значение вероятности успешного голосового соединения, передачи служебной команды, текстового сообщения или мультимедийного файла определяется следующим образом:

$$\Omega_{\max} = \Omega(x_0) : \frac{d\Omega}{dx}(x_0) = 0, \quad x_0 \in (N_0, p_{00}, p_{r0}), \quad (11)$$

где  $N_0, p_{00}, p_{r0}$  — значения общего количества абонентских терминалов СЦР, вероятностей первичных и вторичных передач абонентскими терминалами пакетов данных, при которых производная вероятности успешного голосового соединения, передачи служебной команды, текстового сообщения или мультимедийного файла обращается в ноль.

Уточнив оценку эффективности СМДС типа АЛОНА определением состояний его оптимального функционирования, насыщения и перенасыщения пакетами данных СЦР, получаем обобщенный показатель такой оценки в виде следующей системы:

$$\Theta = \begin{cases} \Omega; \\ U_s; \\ I_s. \end{cases} \quad (12)$$

Анализ работ [1, 2, 31-37] показал, что СЦР с СМДС типа S-ALOHA и CSMA/CA могут находиться в состояниях оптимального функционирования СМДС, насыщения и перенасыщения пакетами данных таких сетей. Поэтому приведенный обобщенный показатель оценки эффективности СМДС справедлив и для СЦР со СМДС типа S-ALOHA и CSMA/CA.

На основании приведенных показателей оценки эффективности СМДС типа ALOHA СЦР разработана система показателей, приведенная на рисунке 7.



Рис. 7. Система показателей оценки эффективности случайного множественного доступа к среде типа ALOHA сетей цифровой радиосвязи

Система показателей оценки эффективности СМДС типа АЛОНА СЦР позволяет проводить оценку эффективности комплексным показателем — вероятностью успешного голосового соединения, передачи служебной команды, текстового сообщения или мультимедийного файла с учетом частных вероятностных и временных показателей, таких как вероятности успешной доставки пакета данных, создания коллизии, свободного канала и средние времена коллизии, голосового соединения, передачи служебной команды, текстового сообщения или мультимедийного файла, а также показателями степени наполнения и степени переполнения пакетами данных такой сети, зависящими от комплексного показателя.

**5. Методика оценки эффективности случайного множественного доступа к среде типа АЛОНА в условиях деструктивных воздействий.** Методика оценки эффективности СМДС типа АЛОНА СЦР заключается в выполнении алгоритма, блок-схема которого представлена на рисунке 8.

*Шаг 1.* Устанавливается интервал анализа канала СЦР  $\Delta t$ .

*Шаг 2.* В течение временного интервала  $\Delta t$  записывается в базу данных:

- последовательности, передаваемые каждым абонентским терминалом СЦР и количество пакетов в последовательности;
- подтверждения об успешной доставке последовательности (для СЦР с механизмом подтверждения успешной доставки).

Для СЦР с механизмом подтверждения определяют тип последовательности: первичная или вторичная. Правила определения типа последовательности следующие:

- последовательность, на которую абонентский терминал получил подтверждение об успешной ее доставке, является первичной;
- последовательность, на которую абонентский терминал не получил подтверждение об успешной доставке, является вторичной.

*Шаг 3.* Вычисляется средняя длительность сеанса радиосвязи  $T_{sc}$  в СЦР:

$$T_{sc} = N \cdot (L_o + L_c) \cdot \tau, \quad (13)$$

где  $L_o$  — общая длина первичных последовательностей пакетов, переданных всеми абонентскими терминалами СЦР;  $L_c$  — общая длина вторичных последовательностей пакетов, переданных всеми абонентскими терминалами СЦР;  $N_{len}$  — общее количество последовательностей;  $\tau$  — длительность одного пакета.



Рис. 8. Методика оценки эффективности функционирования случайного множественного доступа к среде типа ALOHA в условиях деструктивных воздействий

Длину первичных  $L_o$  и вторичных  $L_c$  последовательностей пакетов, переданных каждым абонентским терминалом СЦР, определяют путем суммирования в базе данных значений ячеек, соответствующих количеству пакетов в последовательности.

Для СЦР без подтверждения успешной доставки последовательности пакетов данных вычисляют общую длину последовательностей пакетов.

*Шаг 4.* Определяется среднее время коллизий в СЦР  $T_{cl}$  по формуле:

$$T_{cl} = N_{lencol}^{-1} \cdot L_{col} \cdot \tau, \quad (14)$$

где  $N_{lencol}$  — количество последовательностей с признаками коллизии (последовательности у которых совпадает время записи в базу данных, но различные адреса источников последовательности, а также поврежденные последовательности),  $L_{col}$  — общая длина последовательностей пакетов, содержащих коллизии.

Длина последовательностей пакетов, содержащих коллизии  $L_{col}$ , определяется путем суммирования в базе данных значений ячеек, соответствующих количеству пакетов в последовательности.

*Шаг 5.* Определяется среднее количество первичных  $O$  и вторичных  $C$  пакетов, переданных абонентскими терминалами СЦР:

$$O = N^{-1}L_o; \quad C = N^{-1}L_c, \quad (15)$$

где  $N$  — общее количество абонентских терминалов сети радиосвязи.

Для СЦР без подтверждения успешной доставки пакетов, вычисляют общее среднее количество пакетов, переданных абонентскими терминалами.

*Шаг 6.* Определяются вероятности передачи первичных  $p_o$  и вторичных  $p_r$  пакетов абонентских терминалов СЦР в каждом временном интервале  $t$  продолжительностью  $\tau$  следующим образом:

$$p_o = OV^{-1}; \quad p_r = CV^{-1}; \quad V = \Delta t(\tau)^{-1}, \quad (16)$$

где  $V$  — количество временных интервалов продолжительностью  $\tau$  в интервале анализа  $\Delta t$ .

*Шаг 7.* Вычисляются вероятности успешной доставки пакетов  $P_{sc}$ , свободного канала  $P_{fr}$  и создания коллизий  $P_{cl}$  по формулам (3)-(5).



*Шаг 8.* Определяется вероятность успешного голосового соединения, передачи служебной команды, текстового сообщения или мультимедийного файла  $\Omega$  с использованием аналитического выражения (6).

*Шаг 9.* Вычисляются степень  $U_s$  и степень  $I_s$  пакетами данных СЦР по формулам (8)-(11).

*Шаг 10.* Определяются обобщенный показатель эффективности СМДС типа ALOHA  $\Theta$  с использованием выражения (12).

**6. Результаты численного эксперимента.** В качестве примера рассмотрим СЦР стандарта DMR, состоящую из 50 абонентских терминалов ( $N=50$ ). Для этого примера заимствуем из [38] значения для вероятностей передачи абонентским терминалом первичных  $p_0=0,01$  и вторичных пакетов данных  $p_r=0,03$ . Минимальный временной интервал в СЦР стандарта DMR  $\tau$  равен 0,025 секунды [30]. Среднее время передачи мультимедийных данных  $T_{sc}$  будем считать равным 1 секунде.

Результаты моделирования СМДС типа ALOHA СЦР без деструктивных воздействий со стороны злоумышленника и в условиях различных ДВ представлены на рисунках 9-13.

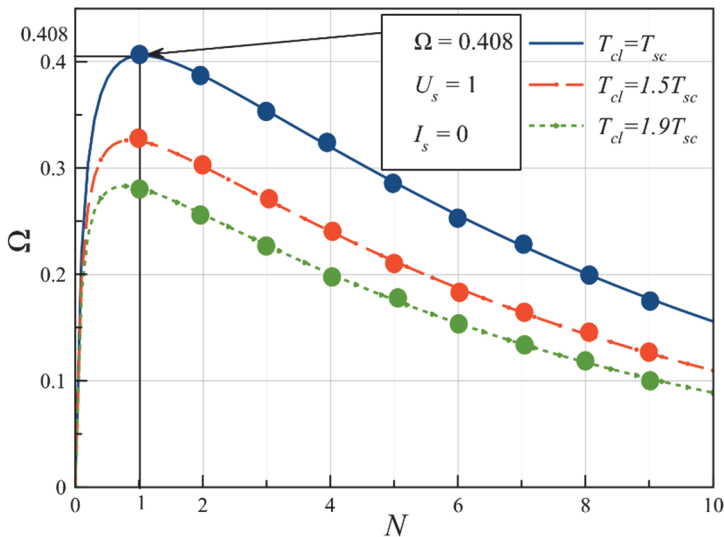


Рис. 9. Зависимость вероятности успешного голосового соединения, передачи текстового сообщения или мультимедийного файла от общего количества абонентских терминалов в сети

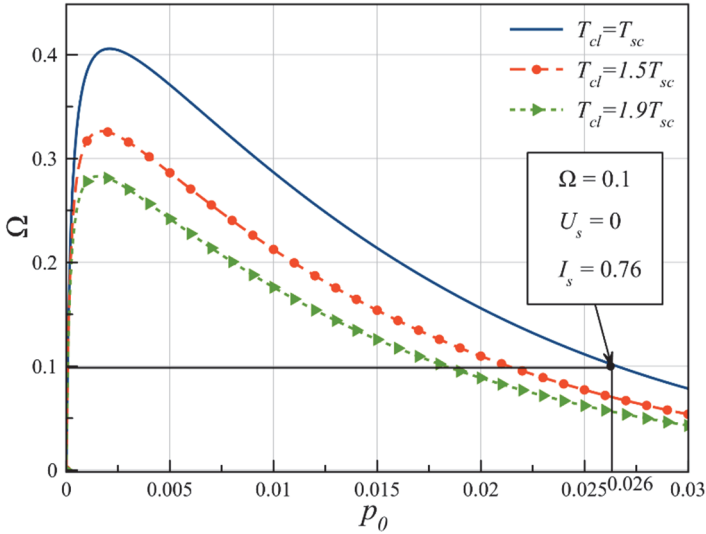


Рис. 10. Зависимость вероятности успешного голосового соединения, передачи текстового сообщения или мультимедийного файла от вероятности передачи абонентскими терминалами первичных пакетов данных

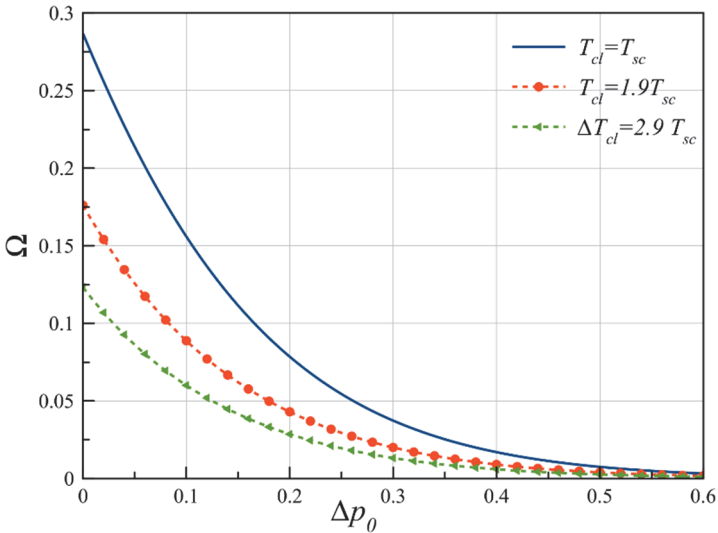


Рис. 11. Зависимость вероятности успешного голосового соединения, передачи текстового сообщения или мультимедийного файла от вероятности передачи злоумышленником первичных пакетов от имени пяти абонентских терминалов сети

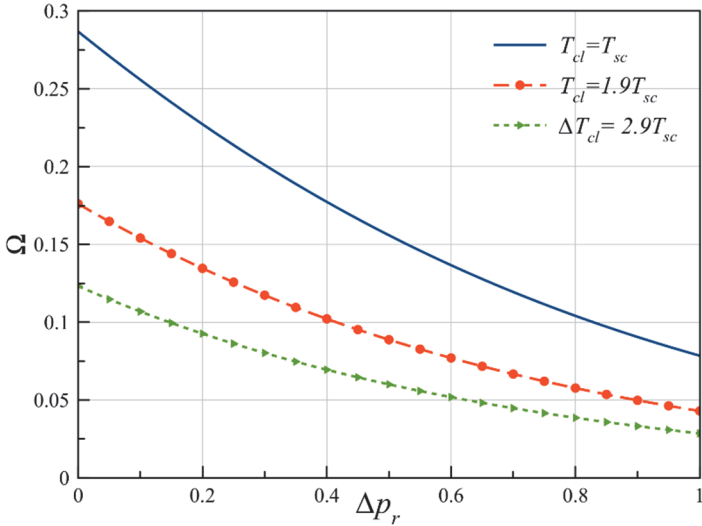


Рис. 12. Зависимость вероятности успешного голосового соединения, передачи текстового сообщения или мультимедийного файла от вероятности передачи злоумышленником вторичных пакетов от имени одного абонентского терминала сети

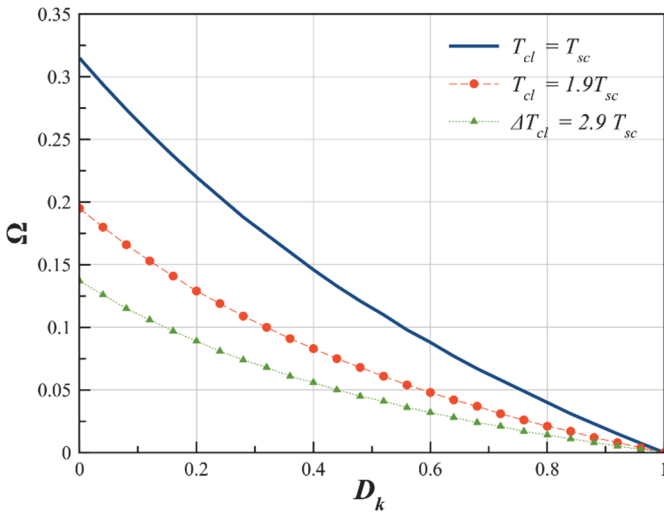


Рис. 13. Зависимость вероятности успешного голосового соединения, передачи текстового сообщения или мультимедийного файла от вероятности передачи злоумышленником первичных и вторичных пакетов от имени абонентского терминала, не входящего в атакуемую сеть

Из анализа рисунков 9-13 следует:

1. При уменьшении в два раза средней длительности коллизии в канале передачи данных увеличивается практически в два раза вероятность успешного голосового соединения, передачи служебной команды, текстового сообщения или мультимедийного файла. Уменьшение средней длительности коллизии в канале передачи данных возможно только путем коррекции частот первичных и вторичных передач абонентскими терминалами пакетов данных механизмами, предусмотренными спецификациями стандартов цифровой радиосвязи.

2. Из графиков зависимостей вероятности успешного голосового соединения, передачи служебной команды, текстового сообщения или мультимедийного файла от общего количества абонентских терминалов СЦР и вероятности первичных передач этими абонентскими терминалами пакетов данных можно определить состояния оптимального функционирования СМДС типа АЛОНА, насыщения и перенасыщения пакетами данных такой сети. Однако построение графиков таких зависимостей при администрировании СЦР в ходе их эксплуатации, с одной стороны, вносит избыточность в вычислительных операциях, а с другой — не отражает количественно насколько насыщена или перенасыщена пакетами данных СЦР. При этом обобщенный показатель эффективности СМДС типа АЛОНА определяется только для одного набора значений общего количества абонентских терминалов СЦР, вероятностей первичных и вторичных передач этими абонентскими терминалами пакетов данных, а также учитывает количественно степень наполнения и степень переполнения пакетами данных такой сети. Применение обобщенного показателя позволит разрабатывать алгоритмы функционирования в режиме реального времени для автоматических систем оптимизации работы СЦР и их защиты от ДВ.

3. ДВ со стороны злоумышленника способны снизить эффективность функционирования СМДС типа АЛОНА СЦР практически до нуля.

4. Для гарантированного вывода из строя сети при передаче первичных и вторичных пакетов данных от имени абонентских терминалов злоумышленник должен обеспечить передачу с вероятностью, стремящейся к единице, что свидетельствует, с одной стороны, о полном захвате радиоресурса, а с другой стороны, такое потенциально возможное воздействие должно быть постоянным.

**7. Заключение.** Таким образом, была предложена аналитическая модель, основанная на применении методов теорий вероятности и дифференциального исчисления, которая позволяет проводить оценку эффективности случайного множественного

доступа к среде типа АЛОНА сетей цифровой радиосвязи с учетом успешности голосовых соединений, передачи служебных команд, текстовых сообщений или мультимедийных файлов, степень наполнения, степень переполнения пакетами данных таких сетей и потенциально возможные деструктивные воздействия со стороны злоумышленника. Причем для определения состояния функционирования сети цифровой радиосвязи не требуется строить графики, а достаточно определить обобщенный показатель для заданного набора исходных данных. В результате моделирования выявлено, во-первых, количественная взаимосвязь между эффективностью случайного множественного доступа к среде типа АЛОНА и средней длительностью коллизии в канале передачи данных, а, во-вторых, для гарантированного вывода из строя сети цифровой радиосвязи злоумышленник должен постоянно осуществлять деструктивное воздействие. Такое поведение злоумышленника является важным, демаскирующим его признаком при обнаружении деструктивных воздействий и обосновывает возможность его местоопределения пеленгационными средствами. Предложенная аналитическая модель применима при разработке автоматических систем оптимизации работы сетей цифровой радиосвязи и их защиты от деструктивных воздействий, функционирующих в режиме реального времени.

### Литература

1. *Перегудов М.А., Бойко А.А.* Модель процедуры случайного множественного доступа к среде типа S-ALOHA // Информационно-управляющие системы. 2014. № 6. С. 75–81.
2. *Перегудов М.А., Бойко А.А.* Оценка защищенности сети пакетной радиосвязи от имитации абонентских терминалов на уровне процедуры случайного множественного доступа к среде типа S-ALOHA // Информационные технологии. 2015. № 7. С. 527–534.
3. *Перегудов М.А., Бойко А.А.* Модель процедуры зарезервированного доступа к среде сети пакетной радиосвязи // Телекоммуникации. 2015. № 6. С. 7–15.
4. *Перегудов М.А., Бойко А.А.* Модель процедуры управления питанием сети пакетной радиосвязи // Телекоммуникации. 2015. № 9. С. 13–18.
5. *Перегудов М.А., Стешковой А.С., Бойко А.А.* Вероятностная модель процедуры случайного множественного доступа к среде типа CSMA/CA // Труды СПИИРАН. 2018. Вып. 4(59). С. 92–114.
6. *Макаренко С.И.* Описательная модель системы спутниковой связи Iridium // Системы управления, связи и безопасности. 2018. № 4. С. 1–34.
7. ETSI TS 102 361-1 V2.4.1 (2016-02) Digital Mobile Radio (DMR) Systems; Part 1: DMR Air Interface (AI) protocol // European Telecommunications Standards Institute. 2016.
8. *Abramson N.* The ALOHA system: another alternative for computer communications // AFIPS Conference Proceedings. 1970. pp. 281–285
9. *Carleial A.B., Hellman M.E.* Bistable behavior of ALOHA- type systems // IEEE Transactions on Communications. 1975. vol. 23. pp. 401–410.

10. *Kobayashi H., Onozato Y., Huynh D.* An Approximate Method for Design and Analysis of an ALOHA System // IEEE Transactions Communications. 1977. vol. 25. pp. 148–158.
11. *Захаров А.С.* Метод случайного доступа. Часть 1 // Ярославский государственный университет. 2012. 36 с.
12. *Цыбаков Б.С., Бакиров В.Л.* Устойчивость несинхронной системы Алоха // Проблемы передачи информации. 1984. Т. 20. № 1. С. 82–94.
13. *Choudhury G.L., Rappaport S.* Diversity ALOHA-A random access scheme for satellite communications // IEEE Transactions Communications. 1983. vol. 31. no. 3. pp. 450–457.
14. *Ferguson M.J.* A Study of Unslotted ALOHA with Arbitrary Message Lengths // Proceedings of the Symposium on Data Communications. 1975. pp. 5.20–5.25.
15. *Sant D.* Throughput of Unslotted ALOHA Channels with Arbitrary Packet Interarrival Time Distributions // IEEE Transactions on Communications. 1980. vol. 28. no. 8. pp. 1422–1425.
16. *Roberts L.G.* ALOHA packet system with and without slots and capture // ACM SIGCOMM Computer Communication Review. 1975. vol. 5. no. 2. pp. 28–42.
17. *Dziech A., Pach A.R.* Bounds on the throughput of an unslotted aloha channel in the case of a heterogeneous users' population // Kybernetika. 1989. vol. 25(6). pp. 476–485.
18. *Ferguson M.J.* An approximate analysis of delay for fixed and variable length packets in an unslotted ALOHA channel // IEEE Transactions on Communications. 1977. vol. 25(7). pp. 644–654.
19. *Bellini S., Borgonovo F.* On the throughput of an ALOHA channel with variable length packets // IEEE Transactions on Communications. 1980. vol. 28(11). pp. 1932–1935.
20. *Kissling C.* Performance Enhancements for Asynchronous Random Access Protocols over Satellite // 2011 IEEE International Conference on Communications (ICC). 2011. pp. 1–6.
21. *Collard F., De Gaudenzi R.* On the Optimum Packet Power Distribution for Spread Aloha Packet Detectors with Iterative Successive Interference Cancellation // IEEE Transactions on Wireless Communications. 2014. vol. 13. no. 12. pp. 6783–6794.
22. *De Gaudenzi R., del Rio Herrero O., Gallinaro G.* Enhanced spread aloha physical layer design and performance // International Journal of Satellite Communications and Networking. 2014. vol. 32. no. 6. pp. 457–473.
23. *Clazzer F., Marchese M.* Layer 3 Throughput Analysis of Advanced ALOHA Protocols // 2014 IEEE International Conference on Communications Workshops (ICC). 2014. pp. 533–538.
24. *Stefanovic C., Popovski P., Vukobratovic D.* Frameless ALOHA Protocol for Wireless Networks // IEEE Communications Letters. 2012. vol. 16. no. 12. pp. 2087–2090.
25. *Gallinaro G. et al.* Enhanced spread spectrum ALOHA system level performance assessment // International Journal of Satellite Communications and Networking. 2014. vol. 32. no. 6. pp. 485–503.
26. *Tong Z., Haenggi M.* A Throughput-Optimum Adaptive ALOHA MAC Scheme for Full-Duplex Wireless Networks // 2015 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM). 2014. pp. 1–6.
27. *Zheng L., Cai L.* AFDA: Asynchronous flipped diversity ALOHA for emerging wireless networks with long and heterogeneous delay // IEEE Transactions on Emerging Topics in Computing. 2014. vol. 3. no. 1. pp. 64–73.
28. *Wang L., Li H., Jiang Y.* Adaptive-opportunistic Aloha: A media access control protocol for unmanned aerial vehicle-wireless sensor network systems // International Journal of Distributed Sensor Networks. 2016. vol. 12(8). pp. 1–11.
29. *Sriwan A., Sittichivapak S.* Performance Analysis of ALOHA Framework under Limited Access of Data Transmission for Active RFID System // Procedia Computer Science. 2016. vol. 86. pp. 19–22.

30. ETSI TS 102 361-2 V2.3.1 (2016-02) Digital Mobile Radio (DMR) Systems; Part 2: DMR voice and generic services and facilities // European Telecommunications Standards Institute. 2016.
31. *Paolini E., Liva G., i Amat A.G.* A structured irregular repetition slotted ALOHA scheme with low error floors // 2017 IEEE International Conference on Communications (ICC). 2017. pp. 1–6.
32. *Ivanov M., Brännström F., i Amat A.G., Popovski P.* Broadcast Coded Slotted ALOHA: A Finite Frame Length Analysis // IEEE Transactions on Communications. 2017. vol. 65(2). pp. 651–662.
33. *Reis J. et al.* Performance of a cognitive p-persistent slotted Aloha protocol // 2015 IEEE International Conference on Communication Workshop (ICCW). 2015. pp. 405–410.
34. *Laufer R., Kleinrock L.* On the Capacity of Wireless CSMA/CA Multihop Networks // 2013 Proceedings IEEEINFCOM. 2013. pp. 1312–1320.
35. *Doost-Mohammady R., Naderi M.Y., Chowdhury K.R.* Performance Analysis of CSMA/CA based Medium Access in Full Duplex Wireless Communications // IEEE Transactions on Mobile Computing. 2015. vol. 15. no. 6. pp. 1457–1470.
36. *Ganhão F. et al.* Uplink Performance Evaluation of Packet Combining ARQ for MPR Prefix-Assisted DS-CDMA // IEEE Transactions on Communications. 2016. vol. 63(7). pp. 2685–2697.
37. *Yang Y., Chen B., Srinivasan K., Shroff N.* Characterizing the achievable throughput in wireless networks with two active RF chains // IEEE INFOCOM 2014-IEEE Conference on Computer Communications. 2014. pp. 262–270.
38. ETSI. (RES06.1). Scenarios for Comparison of Technical Proposals for DTRS. Working document (91)23 // European Telecommunications Standards Institute. 1991.

**Перегудов Максим Анатольевич** — канд. техн. наук, начальник лаборатории, Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина». Область научных интересов: методы и системы защиты информации. Число научных публикаций — 14. [maхаperegudov@mail.ru](mailto:maхаperegudov@mail.ru); ул. Ст. Большевиков, 54А, 394064, Воронеж, Российская Федерация; р.т.: +7(473)236-5228; факс: +7(473)244-7860.

**Семченко Иван Александрович** — научный сотрудник, Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина». Область научных интересов: методы и системы защиты информации. Число научных публикаций — 2. [vania.sem4@yandex.ru](mailto:vania.sem4@yandex.ru); ул. Ст. Большевиков, 54А, 394064, Воронеж, Российская Федерация; р.т.: +7(473)236-5228; факс: +7(473)244-7860.

M.A. PEREGUDOV, I.A. SEMCHENKO  
**EVALUATION OF EFFICIENCY OF RANDOM MULTIPLE  
ACCESS TO ALOHA TYPE ENVIRONMENT WITH VOICE  
CONNECTIONS, TRANSFER OF SERVICE COMMANDS, TEXT  
MESSAGES AND MULTIMEDIA FILES IN DESTRUCTIVE  
IMPACT CONDITIONS**

---

*Peregudov M.A., Semchenko I.A.* **Evaluation of Efficiency of Random Multiple Access to Aloha Type Environment with Voice Connections, Transfer of Service Commands, Text Messages and Multimedia Files in Destructive Impact Conditions.**

**Abstract.** Assessing the security of digital radio networks in destructive impact conditions is an important task. However, such an assessment for random multiple access to the ALOHA-type environment in digital radio networks was not carried out. The paper presents an analytical model of random multiple access for the environment of digital radio networks of the ALOHA type in destructive impact conditions. In this model, a complex measure, including the probability of a successful voice connection, the transfer of a service command, a text message or a multimedia file, the degree of filling and the degree of overflow of digital radio network data packets, serves as the resultant indicator for evaluating the effectiveness of random multiple media access. The new complex indicator of the probability of a successful voice connection, the transfer of a service command, a text message or a multimedia file takes into account the known probabilities of successful delivery of data packets, creation of a collision and a free channel, as well as new average transmission times for a sequence of data packets and a collision formed during such transmission. New indicators are the degree of filling and the degree of overflow of digital radio communications network data packets. They determine in saturated and supersaturated data networks of such a network how close (far) to maximum is the probability value of a successful voice connection, transmission of a service command, text message or multimedia file. The model takes into account the potential destructive effects of the attacker by refining the analytical expressions for the known probabilistic and new temporal characteristics. First, a quantitative relationship between the probability of a successful voice connection, the transfer of a service command, a text message or a multimedia file and the average duration of a data channel collisions is established. Secondly, for guaranteed disabling a digital radio network with random multiple access to the medium ALOHA type attacker must constantly carry out a destructive impact. The results are applied in design of digital radio communications networks operating under destructive impacts, as well as in development of automatic systems for optimizing the operation of digital radio communications networks and protecting them from such impacts.

**Keywords:** Digital Radio Communication Network, Destructive Impact, Analytical Model, Random Multiple Access Procedure to the Environment, ALOHA, Probability of Transmission, Efficiency of Functioning.

---

**Peregudov Maksim Anatol'evich** — Ph.D., Head of Research Laboratory, Military Education-Science Center of Military Aviation Forces "Military Aviation Academy Named for Prof. N.E. Zhukovsky and J.A. Gagarin". Research interests: methods and systems of information protection. The number of publications — 14. maxaperegudov@mail.ru; 54A, St. Bol'shevnikov str., 394064, Voronezh, Russian Federation; office phone: +7(473)236-5228; fax: +7(473)244-7860.

**Semchenko Ivan Aleksandrovich** — Researcher, Military Education-Science Center of Military Aviation Forces "Military Aviation Academy Named for Prof. N.E. Zhukovsky and J.A. Gagarin". Research interests: methods and systems of information protection. The number of



## References

1. Peregudov M.A., Boyko A.A. [Model of the procedure of random multiple access to the medium of S-ALOHA type]. *Informacionno-upravljajushhie sistemy – Information control systems*. 2014. vol. 6. pp. 75–81. (In Russ.).
2. Peregudov M.A., Boyko A.A. [Evaluation security of packet radio network from simulation of subscriber terminals at level of random multiple access procedure to environment of S-ALOHA type]. *Informacionnyye tehnologii – Information Technologies*. 2015. vol. 7. pp. 527–534. (In Russ.).
3. Peregudov M.A., Boyko A.A. [Model of the procedure of reserved access to the packet radio network environment]. *Telekommunikacii – Telecommunications*. 2015. vol. 6. pp. 7–15. (In Russ.).
4. Peregudov M. A., Boyko A.A. [Model of the Power Management Procedure of the Packet Radio Network]. *Telekommunikacii – Telecommunications*. 2015. vol. 9. pp. 13–18. (In Russ.).
5. Peregudov M.A., Steshkovoy A.S. Boyko A.A. [Probabilistic Random Multiple Access Procedure Model to the CSMA/CA Type Medium]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2018. vol. 4(59). pp. 92–114. (In Russ.).
6. Makarenko S.I. [Descriptive Model of Iridium Satellite Communication System]. *Sistemy upravleniya, svyazi i bezopasnosti – Systems of Control, Communication and Security*. 2018. vol. 4. pp. 1–34. (In Russ.).
7. ETSI TS 102 361-1 V2.4.1 (2016-02) Digital Mobile Radio (DMR) Systems; Part 1: DMR Air Interface (AI) protocol. European Telecommunications Standards Institute. 2016.
8. Abramson N. The ALOHA system: another alternative for computer communications. AFIPS Conference Proceedings. 1970. pp. 281–285.
9. Carleial A.B., Hellman M.E. Bistable behavior of ALOHA- type systems. *IEEE Transactions on Communications*. 1975. vol. 23. pp. 401–410.
10. Kobayashi H., Onozato Y., Huynh D. An Approximate Method for Design and Analysis of an ALOHA System. *IEEE Transactions Communications*. 1977. vol. 25. pp. 148–158.
11. Zaharov A.S. *Metod sluchajного dostupa. Chast' 1* [The method of random access. Part 1]. Yaroslavskij gosudarstvennyj universitet. 2012. 36 p. (In Russ.).
12. Tsybakov B.S., Bakirov V.L. [Stability of Asynchronous ALOHA System]. *Problemy Peredachi informacii – Problems of Information Transmission*. 1984. Issue 20. vol. 1. pp. 82–94. (In Russ.).
13. Choudhury G.L., Rappaport S. Diversity ALOHA-A random access scheme for satellite communications. *IEEE Transactions Communications*. 1983. vol. 31. no. 3. pp. 450–457.
14. Ferguson M.J. A Study of Unslotted ALOHA with Arbitrary Message Lengths. Proceedings of the Symposium on Data Communications. 1975. pp. 5.20–5.25.
15. Sant D. Throughput of Unslotted ALOHA Channels with Arbitrary Packet Interarrival Time Distributions. *IEEE Transactions on Communications*. 1980. vol. 28. no. 8. pp. 1422–1425.
16. Roberts L.G. ALOHA packet system with and without slots and capture. *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*. 1975. vol. 5. no. 2. pp. 28–42.
17. Dziech A., Pach A.R. Bounds on the throughput of an unslotted aloha channel in the case of a heterogeneous users' population. *Kybernetika*. 1989. vol. 25(6). pp. 476–485.
18. Ferguson M.J. An approximate analysis of delay for fixed and variable length packets in an unslotted ALOHA channel. *IEEE Transactions on Communications*. 1977. vol. 25(7). pp. 644–654.
19. Bellini S., Borgonovo F. On the throughput of an ALOHA channel with variable length packets. *IEEE Transactions on Communications*. 1980. vol. 28(11). pp. 1932–1935.
20. Kissling C. Performance Enhancements for Asynchronous Random Access Protocols over Satellite. 2011 IEEE International Conference on Communications (ICC). 2011. pp. 1–6.

21. Collard F., De Gaudenzi R. On the Optimum Packet Power Distribution for Spread Aloha Packet Detectors with Iterative Successive Interference Cancellation. *IEEE Transactions on Wireless Communications*. 2014. vol. 13. no. 12. pp. 6783–6794.
22. De Gaudenzi R., del Rio Herrero O., Gallinaro G. Enhanced spread aloha physical layer design and performance. *International Journal of Satellite Communications and Networking*. 2014. vol. 32. no. 6. pp. 457–473.
23. Clazzer F., Marchese M. Layer 3 Throughput Analysis of Advanced ALOHA Protocols. 2014 IEEE International Conference on Communications Workshops (ICC). 2014. pp. 533–538.
24. Stefanovic C., Popovski P., Vukobratovic D. Frameless ALOHA Protocol for Wireless Networks. *IEEE Communications Letters*. 2012. vol. 16. no. 12. pp. 2087–2090.
25. Gallinaro G. et al. Enhanced spread spectrum ALOHA system level performance assessment. *International Journal of Satellite Communications and Networking*. 2014. vol. 32. no. 6. pp. 485–503.
26. Tong Z., Haenggi M. A Throughput-Optimum Adaptive ALOHA MAC Scheme for Full-Duplex Wireless Networks. 2015 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM). 2014. pp. 1–6.
27. Zheng L., Cai L. AFDA: Asynchronous flipped diversity ALOHA for emerging wireless networks with long and heterogeneous delay. *IEEE Transactions on Emerging Topics in Computing*. 2014. vol. 3. no. 1. pp. 64–73.
28. Wang L., Li H., Jiang Y. Adaptive-opportunistic Aloha: A media access control protocol for unmanned aerial vehicle-wireless sensor network systems. *International Journal of Distributed Sensor Networks*. 2016. vol. 12(8). pp. 1–11.
29. Sriwan A., Sittichivapak S. Performance Analysis of ALOHA Framework under Limited Access of Data Transmission for Active RFID System. *Procedia Computer Science*. 2016. vol. 86. pp. 19–22.
30. ETSI TS 102 361-2 V2.3.1 (2016-02) Digital Mobile Radio (DMR) Systems; Part 2: DMR voice and generic services and facilities. European Telecommunications Standards Institute. 2016.
31. Paolini E., Liva G., i Amat A.G. A structured irregular repetition slotted ALOHA scheme with low error floors. 2017 IEEE International Conference on Communications (ICC). 2017. pp. 1–6.
32. Ivanov M., Brännström F., i Amat A.G., Popovski P. Broadcast Coded Slotted ALOHA: A Finite Frame Length Analysis. *IEEE Transactions on Communications*. 2017. vol. 65(2). pp. 651–662.
33. Reis J. et al. Performance of a cognitive p-persistent slotted Aloha protocol. 2015 IEEE International Conference on Communication Workshop (ICCW). 2015. pp. 405–410.
34. Laufer R., Kleinrock L. On the Capacity of Wireless CSMA/CA Multihop Networks. 2013 Proceedings IEEE INFOCOM. 2013. pp. 1312–1320.
35. Doost-Mohammady R., Naderi M.Y., Chowdhury K.R. Performance Analysis of CSMA/CA based Medium Access in Full Duplex Wireless Communications. *IEEE Transactions on Mobile Computing*. 2015. vol. 15. no. 6. pp. 1457–1470.
36. Ganhão F. et al. Uplink Performance Evaluation of Packet Combining ARQ for MPR Prefix-Assisted DS-CDMA. *IEEE Transactions on Communications*. 2016. vol. 63(7). pp. 2685–2697.
37. Yang Y., Chen B., Srinivasan K., Shroff N. Characterizing the achievable throughput in wireless networks with two active RF chains. IEEE INFOCOM 2014-IEEE Conference on Computer Communications. 2014. pp. 262–270.
38. ETSI. (RES06.1). Scenarios for Comparison of Technical Proposals for DTRS. Working document (91)23. European Telecommunications Standards Institute. 1991.

В.Г. СТАРОДУБЦЕВ  
**ФОРМИРОВАНИЕ ПЯТЕРИЧНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ  
ГОРДОНА — МИЛЛСА — ВЕЛЧА ДЛЯ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ  
ДИСКРЕТНОЙ ИНФОРМАЦИИ**

*Стародубцев В.Г. Формирование пятеричных последовательностей Гордона — Миллса — Велча для систем передачи дискретной информации.*

**Аннотация.** Предложен алгоритм формирования пятеричных последовательностей Гордона-Миллса-Велча (ГМВ) с периодом  $N=624$  над конечным полем с двойным расширением, основанный на матричном представлении базисной  $M$ -последовательности с примитивным проверочным полиномом четвертой степени и аналогичным периодом. Показано, что проверочный полином ГМВ-последовательности может быть представлен в виде произведения нескольких неприводимых над простым полем  $GF(5)$  полиномов-сомножителей четвертой степени. Получены соотношения между корнями полинома базисной  $M$ -последовательности и корнями полиномов-сомножителей, на основании которых может быть сформирован весь перечень ГМВ-последовательностей с периодом  $N=624$ . Показано, что для каждого из 48 примитивных полиномов четвертой степени, являющихся проверочными полиномами для базисных  $M$ -последовательностей, может быть сформировано по три ГМВ-последовательности с эквивалентной линейной сложностью (ЭЛС), равной 12, 24 или 40, характеризующей структурную скрытность псевдослучайных последовательностей (ПСП). Представлено устройство формирования ГМВ-последовательности в виде совокупности регистров сдвига с линейными обратными связями, в котором умножители и сумматоры по  $\text{mod}5$  расставляются в соответствии с коэффициентами неприводимых полиномов-сомножителей. Начальные состояния ячеек регистров сдвига определяются путем децимации символов базисной  $M$ -последовательности по индексам децимации, равным минимальным показателям степени корней полиномов-сомножителей. Особенностью определения начальных состояний устройств формирования пятеричных ГМВ-последовательностей по сравнению с двоичными является наличие циклических сдвигов суммируемых последовательностей на величину, кратную  $N/(p-1)$ . Полученные результаты позволяют синтезировать устройства формирования полного перечня из 144 пятеричных ГМВ-последовательностей с периодом  $N=624$  и различной ЭЛС. Применение ГМВ-последовательностей по сравнению с  $M$ -последовательностями позволяет существенно (в 3 – 10 раз) повысить структурную скрытность передаваемых широкополосных сигналов в системах передачи дискретной информации. Результаты исследований могут быть использованы при построении других классов псевдослучайных последовательностей, допускающих аналитическое представление в конечных полях.

**Ключевые слова:** псевдослучайные последовательности, конечные поля, неприводимые, примитивные и минимальные полиномы, эквивалентная линейная сложность, децимация, регистры сдвига.

**1. Введение.** В современных системах передачи дискретной информации, включающих системы управления, связи и навигации, широкое применение получили сигналы с расширенным спектром (СРС), которые строятся на основе дискретных ПСП с заданными корреляционными и структурными свойствами [1-2]. В данных работах проведен анализ применения ПСП в системах связи с множественным доступом с кодовым разделением в основном для двоичных последовательностей.

Также ПСП могут быть использованы в системах передачи информации в качестве синхронизирующих, скремблирующих последовательностей, в виде последовательностей, расширяющих спектр передаваемых сигналов для широкополосных радиоканалов, а также для формирования систем сигналов сложной формы с хорошими периодическими автокорреляционными (ПАКФ) и взаимно корреляционными функциями (ПВКФ) [3-4]. При этом в [3] подробно рассмотрены вопросы формирования и применения двоичных ПСП с двухуровневой ПАКФ, например М-последовательностей. В [4] наряду с анализом применения двоичных последовательностей в системах связи с множественным доступом рассматриваются и вопросы формирования троичных последовательностей.

В системах передачи данных по радиоканалам при выборе ПСП должны учитываться как их корреляционные функции, так и структурная скрытность. В качестве показателя структурной скрытности ПСП используется такой параметр, как ЭЛС, численно равный степени проверочного полинома, на основании которого формируется данная последовательность [5-6]. В данных работах приведены оценки для ЭЛС двоичных последовательностей, которые определяются через параметры конечных групп и полей.

В существующих телекоммуникационных системах применяются в основном двоичные М-последовательности, последовательности Голда, малого и большого множеств Касами, а также ГМВ-последовательности [7-10]. В [7] наряду с двоичными ПСП проведен анализ корреляционных и структурных свойств троичных последовательностей над полями нечетных характеристик и характеристики «два», а также составных троичных последовательностей. В работах [8-9] рассмотрены вопросы формирования и оценки структурных свойств двоичных ГМВ-последовательностей. В [10] показана аппаратная и программная реализация алгоритма формирования ГМВ-последовательностей. В [11] приведен алгоритм синтеза фазоманипулированных сигналов с высокой структурной скрытностью.

Вопросам разработки алгоритмов и устройств формирования недвоичных ПСП посвящено большое количество работ как в нашей стране, так и за рубежом [12-14]. В [12] рассмотрены вопросы применения недвоичных последовательностей с точки зрения контроля функционирования устройств декодирования помехоустойчивых кодов. В [13] разработан алгоритм формирования и выполнена оценка линейной сложности троичных ГМВ-последовательностей с периодом  $N=80$ . В [14] представлено семейство  $p$ -ичных последовательностей с небольшими значениями корреляционной функции. В [15-16] проведен достаточно подробный анализ состояния вопроса формирования

недвоичных ПСП и систем ПСП с заданными корреляционными и структурными свойствами. В работах [15, 17] формирование недвоичных последовательностей осуществляется путем децимации  $M$ -последовательностей. В [18] проведен анализ взаимно корреляционных свойств  $M$ -последовательностей. В [19] рассмотрены вопросы формирования широкополосных сигналов на основе прямого расширения спектра троичной  $M$ -последовательностью. В работах [20-23] приведены результаты по формированию семейств недвоичных последовательностей с низкими уровнями взаимно корреляционных функций. Рассматриваются вопросы синтеза как троичных, так и  $p$ -ичных ПСП.

Проведенный анализ показывает, что перспективным направлением развития систем передачи данных является переход от двоичных к многопозиционным сигналам. Недвоичные сигналы с расширенным спектром формируются на основе недвоичных ПСП и обладают более высокой информативностью и структурной скрытностью.

Среди недвоичных последовательностей, обладающих одинаковой двухуровневой ПАКФ, можно выделить  $M$ -последовательности и ГМВ-последовательности. При этом предпочтительность применения ГМВ-последовательностей определяется их более высокой структурной скрытностью по сравнению с  $M$ -последовательностями.

Широкому применению недвоичных ГМВ-последовательностей в системах передачи данных препятствует отсутствие практически реализуемых алгоритмов формирования данных последовательностей.

Цель исследования — разработка алгоритма формирования пятнадцатичных ГМВ-последовательностей с периодом  $N=624$ , основанного на матричном представлении базисной  $M$ -последовательности с использованием структурных свойств проверочных полиномов.

**2. Последовательности Гордона — Миллса — Велча над  $GF(p)$ .** Формирование ГМВ-последовательностей осуществляется в конечных полях с двойным расширением  $GF[(p^m)^n]=GF(p^S)$  ( $S=m \cdot n$ ). Период последовательностей является составным числом, то есть  $N = p^{mn} - 1$ .

Символы  $d_i$  ГМВ-последовательности с периодом  $N = p^{mn} - 1$  определяются выражением [8, 9]:

$$d_i = \text{tr}_{m_1} [(\text{tr}_{mn, m}(\alpha^i))^r], \quad 1 \leq r < p^m - 1, \quad (r, p^m - 1) = 1, \quad (1)$$

где  $\text{tr}_{mn, m}(\cdot)$  — след элемента, принадлежащего полю  $GF[(p^m)^n]$ , в расширенном поле  $GF(p^m)$ ;  $\text{tr}_{m_1}(\cdot)$  — след элемента поля  $GF(p^m)$  в простом поле  $GF(p)$ ;  $\alpha \in GF[(p^m)^n]$  — примитивный элемент;  $r$  — натуральное число, взаимно простое с порядком мультипликативной группы поля  $GF(p^m)$ , равным  $p^m - 1$ .

Структурная скрытность ПСП определяется ЭЛС, которая для двоичных ГМВ-последовательностей определяется выражением [5, 8]:

$$l_s = m \cdot n^{g(r)}, \quad (2)$$

где  $g(r)$  — количество единиц в двоичном представлении числа  $r$  в (1).

Количество различных ГМВ-последовательностей определяется как произведение числа примитивных полиномов в подполе  $GF(p^m)$  на число примитивных полиномов в поле  $GF[(p^m)^n]$  [9]:

$$M_\Gamma = \left( \frac{\varphi(p^m - 1)}{m} - 1 \right) \cdot \frac{\varphi(p^{mn} - 1)}{mn}, \quad (3)$$

где  $\varphi(a)$  — функция Эйлера, равная числу чисел, взаимно простых с числом  $a$ , в ряду от 1 до  $(a - 1)$ .

Формирование ГМВ-последовательности осуществляется на основе М-последовательности периодом, построение которой реализуется с помощью примитивного полинома, называемого проверочным и определяемого из таблиц неприводимых полиномов [24].

В [5, 9-10] показано, что двоичные ГМВ-последовательности строятся над конечными полями с двойным расширением вида  $GF[(2^m)^n]$  путем представления М-последовательностей, которые будем называть базисными последовательностями, в виде матрицы размерности  $[J \times L] = [(2^m - 1) \times (2^m + 1)]$ .

Для формирования недвоичных ГМВ-последовательностей может быть использован аналогичный подход с учетом особенностей построения конечных полей с характеристикой  $p > 2$ .

При вычислении периодических корреляционных функций наблюдается ряд особенностей, связанных с представлением символов  $d_i$  недвоичных последовательностей в виде элементов комплекснозначного алфавита, то есть корней  $p$ -й степени из единицы или элементов простого поля  $GF(p)$ .

Форма представления символов  $d_i$  определяет вид пространства, в котором вычисляется корреляционная функция, и способ определения расстояния между последовательностями, то есть метрику пространства.

Если символы  $d_i$  принадлежат комплекснозначному алфавиту, то при вычислении корреляционных функций используется метрика в Евклидовом пространстве [2, 3].

Если символы  $d_i$  принадлежат простому полю  $GF(p)$ , то используется метрика Ли при  $p > 2$ . При этом расстояния между элементами  $d_i$  и  $d_j$  в метрике Ли определяется выражением:

$$q_{\text{Ли}}(d_i, d_j) = \begin{cases} |d_i - d_j|, & \text{если } |d_i - d_j| \leq p/2, \\ p - |d_i - d_j|, & \text{если } |d_i - d_j| > p/2. \end{cases} \quad (4)$$

Можно дать следующую интерпретацию расстояния Ли между двумя элементами. Если  $p$  элементов равномерно расположить на окружности в порядке возрастания их номеров от 0 до  $p-1$ , то расстояние Ли определяется числом участков окружности при движении от одного элемента к другому по кратчайшей дуге.

С учетом метрики Ли вида (4) расстояние между недвоичными последовательностями  $A_j$  и  $A_k$  для различных циклических сдвигов  $\lambda$  определяется выражением:

$$D_{jk}(\lambda) = \sum_{l=0}^{N-1} q(d_{jl}, d_{k,l+\lambda}). \quad (5)$$

Максимальному значению периодической корреляционной функции  $R_{\text{max}} = N$  соответствует минимальное расстояние  $D_{\text{min}} = 0$  при совпадении всех элементов последовательностей. Минимальному значению периодической корреляционной функции  $R_{\text{min}} = -N$  соответствует максимальное значение расстояния  $D_{\text{max}} = pN/2$ , достигаемое в случае, когда соответствующие элементы последовательностей противоположны.

На рисунке 1 показано совмещение шкал  $D$  и  $R$ , которые являются разнонаправленными.

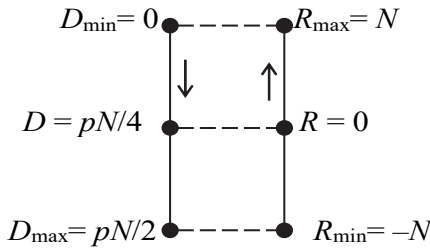


Рис.1. Совмещение шкал расстояния  $D$  и корреляции  $R$

С учетом линейности операции преобразования шкал можно получить выражение для корреляционной функции  $p$ -ичных последовательностей в общем случае через расстояние  $D$  в метрике Ли:

$$R_{jk}(\lambda) = N - \frac{4}{p} D_{jk}(\lambda). \quad (6)$$

При использовании метрики Ли максимальное значение расстояния  $D_{\max} = pN/2$  достигается только при наличии противоположных элементов, то есть при четном  $p$ . При нечетном  $p$  максимальное расстояние  $D_{\max} = N(p-1)/2$ .

ГМВ-последовательности и М-последовательности представляют собой  $p$ -ичные ПСП с периодом  $N = p^S - 1$ , построенные над полем  $GF(p^S)$  и имеющие в метрике Евклида двухуровневую ненормированную ПАКФ:

$$R(\lambda) = \begin{cases} N & \text{при } \lambda = kN, k = 0, 1, 2, \dots, \\ -1 & \text{при } \lambda \neq kN. \end{cases} \quad (7)$$

Выражение (7) справедливо в метрике Евклида как для двоичных, так и для  $p$ -ичных ПСП. В метрике Ли для  $p$ -ичных ПСП ПАКФ также является двухуровневой, при этом значение второго уровня зависит от периода  $N$  и величины  $p$ .

Пояснить это можно следующим образом. При вычислении ПАКФ М-последовательности и ГМВ-последовательности число различных попарных сочетаний символов равно  $p^2$ . Например, для  $p=5$ , имеется  $p^2=25$  возможных попарных сочетаний символов: 0-0, 0-1, ..., 0-4, 1-0, 1-1, ..., 4-3, 4-4. При этом число каждого попарного сочетания символов в последовательностях для произвольного сдвига  $\lambda$  зависит от периода  $N$  и одинаково для всех сочетаний, кроме сочетания 0-0, число которых на единицу меньше.

Например, для пятеричных М-последовательностей и ГМВ-последовательностей с периодом  $N=624$  над конечным полем с двойным расширением  $GF[(5^2)^2]$  каждое сочетание встречается ровно 25 раз, а сочетание 0-0 встречается 24 раза. В соответствии с (4) расстояние между пятеричными символами может принимать только три значения: 0, 1 и 2. При вычислении расстояния  $D$  учитываются 250 сочетаний с расстоянием  $d_{\text{Ли}}=1$  и 250 сочетаний с расстоянием  $d_{\text{Ли}}=2$  (124 сочетания одинаковых символов не изменяют расстояния). В результате  $D=750$ , а значение ПАКФ, в соответствии с (6), равно  $R_{\text{Л}}(\lambda)=24$ .

В общем случае для  $p$ -ичных М-последовательностей и ГМВ-последовательностей с периодом  $N=p^S-1$  двухуровневая ненормированная ПАКФ в метрике Ли в отличие от (7) зависит от основания  $p$  и имеет вид:

$$R(\lambda) = \begin{cases} N & \text{при } \lambda = kN, k = 0, 1, 2, \dots, \\ p^{S-2} - 1 & \text{при } \lambda \neq kN. \end{cases} \quad (8)$$



Достоинством определения корреляционных функций  $p$ -ичных М-последовательностей и ГМВ-последовательностей в метрике Ли является то, что все вычисления осуществляются в области целых чисел по  $\text{mod } p$ .

**3. Формирование ГМВ-последовательностей с периодом  $N=24$ .** Разработку алгоритма формирования пятеричных ГМВ-последовательностей проведем на последовательности с периодом  $N = 5^2 - 1 = 24$ .

В этом случае формирование ГМВ-последовательностей осуществляется в расширенном поле  $\text{GF}[(p^m)^n] = \text{GF}[(5^1)^2] = \text{GF}(5^2)$ . Период последовательностей является составным числом, то есть  $N = p^{mn} - 1$ .

Примитивный полином  $f(x) = x^S + f_{S-1}x^{S-1} + \dots + f_2x^2 + f_1x + f_0$  с корнем  $\alpha^1$ , в соответствии с которым строится поле и относительно которого формируются все другие неприводимые полиномы степени  $S$  и делителей  $S$  в конечном поле  $\text{GF}(p^S)$ , где  $S$  — степень расширения поля, может быть выбран произвольно, но обычно принято в качестве исходного полинома использовать примитивный полином с наименьшим числом слагаемых и минимальными коэффициентами при переменной  $x$ . В поле  $\text{GF}(5^2)$  таким полиномом является примитивный полином  $f(x) = x^2 + x + 2$ .

Таким образом, построение поля  $\text{GF}(5^2)$  выполним по примитивному полиному  $f(x) = x^2 + x + 2$ , одним из корней которого является примитивный элемент  $\alpha = a$  (таблица 1).

Таблица 1. Элементы расширенного поля  $\text{GF}(5^2)$ ,  $f(x) = x^2 + x + 2$ ,  $\alpha = a$

Формы элементов поля			Минимальный полином	Период	Корни	След $\text{tr}_{2,1} \alpha$
Степенная	Полиномиальная	Векторная				
$\alpha^{-\infty}$	0	00	$h_{-\infty}(x) = x$	1	0	0
$\alpha^0$	1	01	$h_0(x) = x - 1 = x + 4$	1	$\alpha^0$	2
$\alpha^1$	$a$	10	$h_1(x) = x^2 + x + 2$	24	$\alpha^1, \alpha^5$	4
$\alpha^2$	$4a + 3$	43	$h_2(x) = x^2 + 3x + 4$	12	$\alpha^2, \alpha^{10}$	2
$\alpha^3$	$4a + 2$	42	$h_3(x) = x^2 + 3$	8	$\alpha^3, \alpha^{15}$	0
$\alpha^4$	$3a + 2$	32	$h_4(x) = x^2 + 4x + 1$	6	$\alpha^4, \alpha^{20}$	1
$\alpha^5$	$4a + 4$	44	$h_1(x) = x^2 + x + 2$	24	$\alpha^5, \alpha^1$	4
$\alpha^6$	2	02	$h_6(x) = x + 3$	4	$\alpha^6$	4
$\alpha^7$	$2a$	20	$h_7(x) = x^2 + 2x + 3$	24	$\alpha^7, \alpha^{11}$	3
$\alpha^8$	$3a + 1$	31	$h_8(x) = x^2 + x + 1$	3	$\alpha^8, \alpha^{16}$	4
$\alpha^9$	$3a + 4$	34	$h_9(x) = x^2 + 2$	8	$\alpha^9, \alpha^{21}$	0
$\alpha^{10}$	$a + 4$	14	$h_2(x) = x^2 + 3x + 4$	12	$\alpha^{10}, \alpha^2$	2
$\alpha^{11}$	$3a + 3$	33	$h_7(x) = x^2 + 2x + 3$	24	$\alpha^{11}, \alpha^7$	3
$\alpha^{12}$	4	04	$h_{12}(x) = x + 1$	2	$\alpha^{12}$	3
$\alpha^{13}$	$4a$	40	$h_{13}(x) = x^2 + 4x + 2$	24	$\alpha^{13}, \alpha^{17}$	1
$\alpha^{14}$	$a + 2$	12	$h_{14}(x) = x^2 + 2x + 4$	12	$\alpha^{14}, \alpha^{22}$	3
$\alpha^{15}$	$a + 3$	13	$h_3(x) = x^2 + 3$	8	$\alpha^{15}, \alpha^3$	0

Продолжение таблицы 1

Формы элементов поля			Минимальный полином	Период	Корни	След $\text{tr}_{2,1} \alpha$
Степенная	Полиномиальная	Векторная				
$\alpha^{16}$	$2a+3$	23	$h_8(x) = x^2+x+1$	3	$\alpha^{16}, \alpha^8$	4
$\alpha^{17}$	$a+1$	11	$h_{13}(x) = x^2+4x+2$	24	$\alpha^{17}, \alpha^{13}$	1
$\alpha^{18}$	3	03	$h_{18}(x) = x+2$	4	$\alpha^{18}$	1
$\alpha^{19}$	$3a$	30	$h_{19}(x) = x^2+3x+3$	24	$\alpha^{19}, \alpha^{23}$	2
$\alpha^{20}$	$2a+4$	24	$h_4(x) = x^2+4x+1$	6	$\alpha^{20}, \alpha^4$	1
$\alpha^{21}$	$2a+1$	21	$h_9(x) = x^2+2$	8	$\alpha^{21}, \alpha^9$	0
$\alpha^{22}$	$4a+1$	41	$h_{14}(x) = x^2+2x+4$	12	$\alpha^{22}, \alpha^{14}$	3
$\alpha^{23}$	$2a+2$	22	$h_{19}(x) = x^2+3x+3$	24	$\alpha^{23}, \alpha^{19}$	2

Элементы, минимальные полиномы и функции следа элементов данного поля также будут использованы при формировании ГМВ-последовательностей с периодом  $N = 5^4 - 1 = 624$  в поле  $\text{GF}(5^4)$ . Особенно интересен случай, когда коэффициент  $f_1$  при  $x^1$  в примитивном полиноме  $f(x)$  равен 1, что позволяет определять начало М-последовательности, формируемой на основе данного примитивного полинома, в соответствии с методикой, которая была разработана в [9, 13], без построения основного поля.

Так как коэффициент  $f_1$  равен значению функции следа  $\text{tr}_{2,1}\alpha^1$ , взятому со знаком «минус», то след элемента  $\alpha^1$  равен  $\text{tr}_{2,1}\alpha^1 = p-1$ . Тогда арифметическая сумма функций следа всех  $p$ -сопряженных элементов равна  $S(p-1)$  и может быть использована для определения начала М-последовательности в соответствии с (1) при значении параметра  $r=1$ .

Для обозначения минимальных полиномов для элементов поля  $\text{GF}(p^s)$  используется обозначение  $h_i(x)$ , так как данные полиномы являются проверочными полиномами при построении ПСП. Подстрочный индекс  $i$  соответствует минимальному показателю степени корней данного полинома. Если минимальный полином является примитивным, то формируемая ПСП является М-последовательностью.

Простое поле  $\text{GF}(5)$  можно представить как подполе расширенного поля  $\text{GF}(5^2)$  (таблица 2).

Таблица 2. Элементы простого поля  $\text{GF}(5)$ ,  $\beta = \alpha^6 = 2$

Формы элементов поля			Минимальный полином	Период	Корни	След $\text{tr}_{2,1} \alpha^i$
Степенная	Полиномиальная	Векторная				
$\beta^{-\infty} = \alpha^{-\infty}$	0	00	$h_{-\infty}(x) = x$	1	0	0
$\beta^0 = \alpha^0$	1	01	$h_0(x) = x-1 = x+4$	1	$\alpha^0$	2
$\beta^1 = \alpha^6$	2	02	$h_1(x) = x+3$	4	$\alpha^6$	4
$\beta^2 = \alpha^{12}$	4	04	$h_2(x) = x+1$	2	$\alpha^{12}$	3
$\beta^3 = \alpha^{18}$	3	03	$h_3(x) = x+2$	4	$\alpha^{18}$	1

В поле  $GF(5)$  два примитивных элемента  $\beta = 2$  и  $\beta^3 = 3$  с периодом  $E = 4$ . В таблице 2 поле построено по примитивному элементу  $\beta = \alpha^6 = 2$ .

Аналогично можно построить поле по примитивному элементу  $\beta = \alpha^{18} = 3$  (таблица 3).

Таблица 3. Элементы простого поля  $GF(5)$ ,  $\beta = \alpha^{18} = 3$

Формы элементов поля			Минимальный полином	Период	Корни	След $\text{tr}_{2,1} \alpha^i$
Степенная	Полиномиальная	Векторная				
$\beta^{-\infty} = \alpha^{-\infty}$	0	00	$h_{-\infty}(x) = x$	1	0	0
$\beta^0 = \alpha^0$	1	01	$h_0(x) = x-1 = x+4$	1	$\alpha^0$	2
$\beta^1 = \alpha^8$	3	03	$h_1(x) = x+2$	4	$\alpha^{18}$	1
$\beta^2 = \alpha^{12}$	4	04	$h_2(x) = x+1$	2	$\alpha^{12}$	3
$\beta^3 = \alpha^6$	2	02	$h_3(x) = x+3$	4	$\alpha^6$	4

Алгоритм формирования  $p$ -ичных ГМВ-последовательностей может быть реализован путем модернизации алгоритма формирования двоичных и троичных ГМВП, разработанного в [9, 13].

Формализованная запись алгоритма.

Шаг 1. Ввод исходных данных:

- выбор минимального примитивного полинома  $h_1(x)$  в конечном поле  $GF[(p^m)^n] = GF(p^S)$ ;
- задание периода  $M$ -последовательности  $N = p^{mn} - 1 = p^S - 1$  с параметром  $r_1 = 1$ ;
- задание параметра  $g_i > r_1$ , определяющего ЭЛС формируемой ГМВ-последовательности.

Шаг 2. Формирование  $M$ -последовательности в соответствии с коэффициентами полинома  $h_1(x)$  для  $S$  начальных символов  $d_0 = \text{tr}_{S,1} \alpha^0$ ,  $d_1 = \text{tr}_{S,1} \alpha^1$ ,  $d_2 = \text{tr}_{S,1} \alpha^2$ , ...,  $d_{S-1} = \text{tr}_{S,1} \alpha^{S-1}$ .

Шаг 3. Представление  $M$ -последовательности в виде квазиквадратной матрицы  $F_{mn}$  размерности  $[J \times L] = [(p^m - 1) \times (p^m + 1)]$ . Столбцы матрицы  $F_{mn}$  (кроме столбца, состоящего из нулей) являются различными циклическими сдвигами более короткой  $M$ -последовательности с периодом  $N = p^m - 1$ , называемой характеристической последовательностью (ХП).

Шаг 4. Определение номеров сдвигов  $ХП_1$ , последовательная запись которых образует правило формирования (ПФ)  $I_p$ .

Шаг 5. Для последовательности  $ХП_1$  определение по алгоритму Берлекемпа — Мессис проверочного полинома  $h_{хп1}(x)$ .

Шаг 6. Выбор в таблице неприводимых полиномов поля  $GF(p^m)$  отличного от  $h_{хп1}(x)$  примитивного полинома  $h_{хп2}(x)$  с заданным значением параметра  $r$  и формирование различных циклических сдвигов  $ХП_2$ .

Шаг 7. Формирование ГМВ-последовательности из базисной М-последовательности путем замены в матрице  $F_{мп}$  столбцов  $XП_1$  на  $XП_2$  в соответствии с правилом формирования  $I_p$ .

Шаг 8. Определение (по алгоритму Берлекемпа — Мессис) проверочного полинома ГМВ-последовательности  $h_T(x)$ .

Шаг 9. Разложение полинома  $h_T(x)$  ГМВ-последовательности и определение полиномов-сомножителей  $h_{ci}(x)$  и минимальных показателей степени их корней, последовательность которых образует вектор сомножителей.

Шаг 10. Построение регистров сдвига с линейными обратными связями (РС ЛОС) в соответствии с полиномами  $h_{ci}(x)$ .

Шаг 11. Определение начальных состояний регистров сдвига путем децимации символов базисной М-последовательности в соответствии с показателями степени корней полиномов  $h_{ci}(x)$  и вычисление начальных сдвигов формируемых последовательностей в соответствии с разработанным в [13] алгоритмом.

Шаг 12. Формирование выходной ГМВ-последовательности путем посимвольного сложения последовательностей с выходов регистров сдвига. Конец алгоритма.

Выполним формирование ГМВ-последовательности с периодом  $N = p^{mn} - 1 = 5^2 - 1 = 24$  в соответствии с алгоритмом.

Шаг 1. Ввод исходных данных:

– минимальный примитивный полином в конечном поле  $GF[(5^1)^2]=GF(5^2)$  для формирования базисной М-последовательности:  $h_{мп}(x) = h_1(x) = x^2 + x + 2$ ;

– период М-последовательности  $N = 24$ , параметр  $r_1 = 1$ ;

– задание параметра  $r_2 = 2$ , определяющего ЭЛС формируемой ГМВ-последовательности.

Шаги 2, 3. Формируемая М-последовательность  $F_{мп}$  в соответствии с (1) при  $r_1 = 1$  представляет собой последовательность значений функций следа элементов поля (таблица 1), начиная с элемента  $\alpha^0$ . Символы М-последовательности  $d_0 = 2, d_1 = 4, d_2 = 2, d_3 = 0, d_4 = 1$  и так далее, удовлетворяющие выражению  $d_{2+i} = 3d_{0+i} + 4d_{1+i}$  ( $i=0, 1, \dots, 21$ ), записываются в виде матрицы размерности  $[J \times L] = [4 \times 6]$ :

$$F_{мп} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 & 0 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 4 & 0 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 3 & 0 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Шаг 4. Столбцы матрицы представляют собой различные сдвиги пятеричной М-последовательности с периодом  $N=4$ , являющейся

характеристической последовательностью. В качестве нулевого сдвига  $X\Pi_1$  выберем сдвиг 1 2 4 3 из таблицы 2. Последовательность номеров сдвигов образует правило формирования (ПФ)  $I_p$ :

$$I_p = (3, 2, 3, -, 0, 2). \quad (10)$$

Шаг 5. Для последовательности  $X\Pi_1$  проверочный полином определяется по алгоритму Берлекемпа — Месси  $h_{x\Pi_1}(x) = h_1(x) = x+3$  (таблица 2).

Шаг 6. Выбор в таблице неприводимых полиномов (таблице 2) поля  $GF(5)$ ,  $\beta = \alpha^6 = 2$  другого примитивного полинома  $h_{x\Pi_2}(x) = h_3(x) = x+2$  и формирование различных циклических сдвигов  $X\Pi_2$ .

Шаг 7. Формирование ГМВ-последовательности путем замены в матрице  $F_{mn}$  столбцов  $X\Pi_1$  на циклические сдвиги  $X\Pi_2$  в соответствии с правилом формирования  $I_p$  вида (10). В качестве нулевого сдвига берется сдвиг «1 3 4 2» из таблицы 3. Тогда матрица (9) преобразуется к виду:

$$I_p = (3 \quad 2 \quad 3 \quad - \quad 0 \quad 2),$$

$$F_{\Gamma} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & 4 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}. \quad (11)$$

Для удобства определения сдвигов  $X\Pi_2$  над матрицей  $F_{\Gamma}$  в (11) также приведено полученное ПФ (10).

Шаг 8. Последовательности  $F_{mn}$  и  $F_{\Gamma}$  отличаются тем, что произошла замена элементов 2 на 3 и наоборот. Проверочный полином  $h_{\Gamma}(x)$  ГМВ-последовательности определяется по алгоритму Берлекемпа — Месси:

$$h_{\Gamma}(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 + x + 4. \quad (12)$$

Шаг 9. Разложение  $h_{\Gamma}(x)$  на неприводимые полиномы в поле  $GF(5^2)$  имеет следующий вид:

$$h_{\Gamma}(x) = h_{e_1}(x)h_{e_2}(x)h_3(x)h_7(x) = (x^2 + 3)(x^2 + 2x + 3). \quad (13)$$

Так как степень полинома в (12) и (13) равна четырем, то ЭЛС ГМВ-последовательности увеличилась в два раза по сравнению с М-последовательностью.

Полином  $h_{c1}(x) = h_3(x) = x^2 + 3$  (таблица 1) является непримитивным, период его корней  $\alpha^3$  и  $\alpha^{15}$  равен 8. Полином  $h_{c2}(x) = h_7(x) = x^2 + 2x + 3$  является примитивным, период его корней  $\alpha^7$  и  $\alpha^{11}$  равен 24.

Корни двух полиномов-сомножителей являются 3-ми и 7-ми степенями корней полинома базисной М-последовательности. Данное положение справедливо для произвольной базисной М-последовательности с примитивным полиномом из таблицы 1.

Последовательность минимальных показателей степени корней полиномов-сомножителей  $h_{c_i}(x)$  образует вектор сомножителей:

$$A = (3, 7).$$

Шаг 10. Формирование ГМВ-последовательности реализуется суммированием последовательностей с выходов двух регистров сдвига с проверочными полиномами  $h_3(x)$  и  $h_7(x)$ .

Символы на выходах РС ЛОС определяются коэффициентами полиномов  $h_3(x)$  и  $h_7(x)$  с помощью рекуррентных выражений:

$$c_{2+i} = 2c_{0+i}, (i = 0, 1, \dots, 21), \quad (14)$$

$$c_{2+i} = 2c_{0+i} + 3c_{1+i}, (i = 0, 1, \dots, 21). \quad (15)$$

Шаг 11. Начальные состояния регистров сдвига определяются путем децимации символов базисной М-последовательности (9) по индексам децимации  $i_{d1} = 3$  и  $i_{d2} = 7$  и вычисления начальных сдвигов суммируемых последовательностей.

Реализация данного пункта осуществляется по алгоритму, разработанному в [13], поэтому приведем конечные результаты, которые будут получены ниже.

Начальные состояния РС ЛОС:  $(d_0, d_3) = (2, 3)$  и  $(d_{18}, d_1) = (1, 4)$ .

Шаг 12. ГМВ-последовательность формируется путем посимвольного сложения последовательностей с выходов регистров сдвига с данными начальными состояниями. Отметим, что на периоде ГМВ-последовательности формируется три периода ПСП в регистре с полиномом  $h_3(x)$ .

На этом выполнение алгоритма заканчивается.

Для двоичных ГМВ-последовательностей значения начальных состояний РС ЛОС определяются путем децимации символов базисной М-последовательности по полученным индексам децимации. При формировании недвоичных ГМВ-последовательностей суммируемые

последовательности с выходов регистров могут иметь определенный циклический сдвиг. Данный сдвиг может принимать значения, кратные величине  $N/(p-1)$ .

Для определения начальных сдвигов ПСП необходимо в первую очередь найти значения начальных состояний РС ЛОС путем решения системы линейных уравнений при заданном сегменте пятеричной ГМВ-последовательности из (11) длиной 4 символа, например,  $d_0 = 3$ ,  $d_1 = 4$ ,  $d_2 = 3$ ,  $d_3 = 0$ . Затем определить сдвиги ПСП из условия совпадения начальных состояний регистров.

Для этого составим систему из 4 линейных уравнений вида  $x_{ij} + x_{kl} = d_m$ , ( $i, k = 0, 1$  — номер регистра сдвига;  $j, l = 0, 1$  — номер ячейки в регистре;  $m = 0, 1, 2, 3$  — номер символа ГМВ-последовательности), каждое из которых определяется с помощью (14)-(15):

$$\begin{aligned} x_{00} + x_{10} &= 3, \\ x_{01} + x_{11} &= 4, \\ 2x_{00} + 2x_{10} + 3x_{11} &= 3, \\ 2x_{01} + x_{10} + x_{11} &= 0. \end{aligned} \tag{16}$$

В результате решения данной системы, например методом последовательного исключения неизвестных, можно получить следующие значения начальных состояний для регистров сдвига:

$$x_{00} = 2; \quad x_{01} = 0; \quad x_{10} = 1; \quad x_{11} = 4.$$

Можно показать, что при таких начальных состояниях двух регистров сдвига на выходе устройства будет формироваться пятеричная ГМВ-последовательность.

В соответствии с алгоритмом определения начальных состояний регистров сдвига [9, 13] значения состояний определяются путем децимации символов базисной М-последовательности по индексам децимации, соответствующим показателям степени корней полиномов-сомножителей. В рассматриваемом примере децимация производится по индексам  $i_{d1} = 3$  и  $i_{d2} = 7$ . В таблице 4 показаны символы  $d_i$  базисной М-последовательности  $F_1$  и полученные путем ее децимации символы ПСП  $F_3$  с проверочным полиномом  $h_3(x) = x^2 + 3$  и М-последовательности  $F_7$  с проверочным полиномом  $h_7(x) = x^2 + 2x + 3$ .

Таблица 4. Определение сдвигов последовательностей  $F_3$  и  $F_7$

		Символы базисной МП с $h_1(x)$ , ПСП с $h_3(x)$ и МП с $h_7(x)$																						
$h_1: d_i$	$d_0$	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$	$d_6$	$d_7$	$d_8$	$d_9$	$d_{10}$	$d_{11}$	$d_{12}$	$d_{13}$	$d_{14}$	$d_{15}$	$d_{16}$	$d_{17}$	$d_{18}$	$d_{19}$	$d_{20}$	$d_{21}$	$d_{22}$	$d_{23}$
$F_1$	2	4	2	0	1	4	4	3	4	0	2	3	3	1	3	0	4	1	1	2	1	0	3	2
$h_3: d_i$	$d_0$	$d_3$	$d_6$	$d_9$	$d_{12}$	$d_{15}$	$d_{18}$	$d_{21}$	$d_0$	$d_3$	$d_6$	$d_9$	$d_{12}$	$d_{15}$	$d_{18}$	$d_{21}$	$d_0$	$d_3$	$d_6$	$d_9$	$d_{12}$	$d_{15}$	$d_{18}$	$d_{21}$
$F_3$	<b>2</b>	<b>0</b>	4	0	3	0	1	0	2	0	4	0	3	0	1	0	2	0	4	0	3	0	1	0
$h_7: d_i$	$d_0$	$d_7$	$d_{14}$	$d_{21}$	$d_4$	$d_{11}$	$d_{18}$	$d_1$	$d_8$	$d_{15}$	$d_{22}$	$d_5$	$d_{12}$	$d_{19}$	$d_2$	$d_9$	$d_{16}$	$d_{23}$	$d_6$	$d_{13}$	$d_{20}$	$d_3$	$d_{10}$	$d_{17}$
$F_7$	2	3	3	0	1	3	<b>1</b>	<b>4</b>	4	0	3	4	3	2	2	0	4	2	4	1	1	0	2	1

Шаг 8. Анализ последовательностей  $F_3$  и  $F_7$  показал, что для совмещения начальных состояний регистров и получения ГМВ-последовательности необходимо выполнить сдвиг  $F_7$  относительно  $F_3$  на 0,75 периода вправо, то есть на  $3N/(p-1) = 3*24/4 = 18$  символов. В таблице 5 сформированы последовательности  $F_3$  и  $F_7$  для начальных состояний  $(d_0, d_3) = (2,3)$  и  $(d_{18}, d_1) = (1,4)$ .

Шаг 9. В результате сложения последовательностей  $F_3$  и  $F_7$  по mod5 получается последовательность, совпадающая с матричным представлением ГМВ-последовательности  $F_r$  вида (11).

Таблица 5. Формирование ГМВ-последовательности

		Символы базисной МП с $h_1(x)$ , ПСП с $h_3(x)$ и МП с $h_7(x)$																						
$h_3: d_i$	$d_0$	$d_3$	$d_6$	$d_9$	$d_{12}$	$d_{15}$	$d_{18}$	$d_{21}$	$d_0$	$d_3$	$d_6$	$d_9$	$d_{12}$	$d_{15}$	$d_{18}$	$d_{21}$	$d_0$	$d_3$	$d_6$	$d_9$	$d_{12}$	$d_{15}$	$d_{18}$	$d_0$
$F_3$	<b>2</b>	<b>0</b>	4	0	3	0	1	0	2	0	4	0	3	0	1	0	2	0	4	0	3	0	1	<b>2</b>
$h_7: d_i$	$d_{18}$	$d_1$	$d_8$	$d_{15}$	$d_{22}$	$d_5$	$d_{12}$	$d_{19}$	$d_2$	$d_9$	$d_{16}$	$d_{23}$	$d_6$	$d_{13}$	$d_{20}$	$d_3$	$d_{10}$	$d_{17}$	$d_0$	$d_7$	$d_{14}$	$d_{21}$	$d_4$	$d_{18}$
$F_7$ : сдв.	<b>1</b>	<b>4</b>	4	0	3	4	3	2	2	0	4	2	4	1	1	0	2	1	2	3	3	0	1	<b>1</b>
ГМВП																								
$F_r$	3	4	3	0	1	4	4	2	4	0	3	2	2	1	2	0	4	1	1	3	1	0	2	3

Для проверки соответствия функции корреляции полученной ГМВ-последовательности выражению (6) в метрике Ли определены приведенные в таблице 6 расстояния  $D$  для сдвигов  $\lambda=1, \lambda=2$ , на основании которых вычислены значения корреляционной функции. Расстояние  $D$  определяется как арифметическая сумма символов в соответствующей строке таблицы:  $D(\lambda=1) = D(\lambda=2) = 30$ . Тогда значения ПАКФ, в соответствии с (6), равны  $R(\lambda=1) = R(\lambda=2) = 24 - 4*30/5 = 0$ , что соответствует выражению (8).

Таблица 6. Корреляция ГМВ-последовательности для двух циклических сдвигов

		Символы ГМВ-последовательности $F_r$ и расстояния $D$ для сдвигов $\lambda=1, \lambda=2$																						
$F_r$	3	4	3	0	1	4	4	2	4	0	3	2	2	1	2	0	4	1	1	3	1	0	2	3
$F_r(\lambda=1)$	3	3	4	3	0	1	4	4	2	4	0	3	2	2	1	2	0	4	1	1	3	1	0	2
$D(\lambda=1)$	0	1	1	2	1	2	0	2	2	1	2	1	0	1	1	2	1	2	0	2	2	1	2	1
$F_r(\lambda=2)$	2	3	3	4	3	0	1	4	4	2	4	0	3	2	2	1	2	0	4	1	1	3	1	0
$D(\lambda=2)$	1	1	0	1	2	1	2	2	0	2	1	2	1	1	0	1	2	1	2	2	0	2	1	2

Таким образом, для каждой из четырех базисных М-последовательностей с периодом  $N = 24$  (в поле  $GF(5^2)$ ) четыре прими-



тивных полинома) можно сформировать только по одной ГМВ-последовательности с ЭЛС  $l_5 = 4$ . Это определяется тем, что в простом поле  $GF(5)$  существует всего два примитивных элемента.

Например, для примитивного полинома  $h_{19}(x) = x^2 + 3x + 3$ , на основании которого формируется базисная М-последовательность, полиномы-сомножители проверочного полинома ГМВ-последовательности определяются следующим образом. Корнем полинома  $h_{c_1}(x)$  будет элемент  $\alpha^{19 \cdot 3 \bmod 24} = \alpha^9$ . Тогда  $h_{c_1}(x) = h_9(x) = x^2 + 2$ . Корнем  $h_{c_2}(x)$  будет элемент  $\alpha^{19 \cdot 7 \bmod 24} = \alpha^{13}$ . Тогда  $h_{c_2}(x) = h_{13}(x) = x^2 + 4x + 2$ .

Проверочный полином ГМВ-последовательности будет иметь вид:

$$h_e(x) = h_{c_1}(x)h_{c_2}(x) = h_9(x)h_{13}(x) = (x^2 + 2)(x^2 + 4x + 2). \quad (17)$$

Полином  $h_{c_1}(x) = h_9(x) = x^2 + 2$  (таблица 1) является непримитивным, период его корней  $\alpha^9$  и  $\alpha^{21}$  равен 8. Полином  $h_{c_2}(x) = h_{13}(x) = x^2 + 4x + 2$  является примитивным, период его корней  $\alpha^{13}$  и  $\alpha^{17}$  равен 24.

Начальные состояния регистров сдвига можно определить как из символов  $c_i$  новой базисной М-последовательности с полиномом  $h_{мп}(x) = h_{19}(x) = x^2 + 3x + 3$ :  $(c_0, c_3)$  и  $(c_{18}, c_1)$ , так и из символов исходной базисной М-последовательности:  $(d_0, d_{3 \cdot 19 \bmod 24}) = (d_0, d_9) = (2, 0)$  и  $(d_{18 \cdot 19 \bmod 24}, d_{1 \cdot 19}) = (d_6, d_{19}) = (4, 2)$ .

#### 4. Формирование ГМВ-последовательности с периодом $N = 5^4 - 1 = 624$ .

**4.1. Общая часть процедуры формирования.** Формирование пятиричных ГМВ-последовательностей осуществляется в расширенном поле  $GF[(p^m)^n] = GF[(5^2)^2] = GF(5^4)$ .

Построение поля  $GF(5^4)$  выполняется по примитивному полиному  $f(x) = x^4 + x^2 + 2x + 2$ , одним из корней которого является примитивный элемент  $\alpha = a$ . В таблице 7 показан фрагмент построения поля  $GF(5^4)$ .

Таблица 7. Фрагмент построения конечного поля  $GF(5^4)$

Формы элементов поля		Минимальный полином	Период	Корни	След $tr_{4,1} \alpha^i$
Степенная	Векторная				
$\alpha^0$	0001	$h_0(x) = x + 4$	1	$\alpha^0$	4
$\alpha^1$	0010	$h_1(x) = x^4 + x^2 + 2x + 2$	624	$\alpha^1, \alpha^5, \alpha^{25}, \alpha^{125}$	0
$\alpha^2$	0100	$h_2(x) = x^4 + 2x^3 + 4$	312	$\alpha^2, \alpha^{10}, \alpha^{50}, \alpha^{250}$	3
$\alpha^3$	1000	$h_3(x) = x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 3$	208	$\alpha^3, \alpha^{15}, \alpha^{75}, \alpha^{375}$	4
$\alpha^4$	0433	$h_4(x) = x^4 + x^3 + 3x^2 + 1$	156	$\alpha^4, \alpha^{20}, \alpha^{100}, \alpha^{500}$	4
$\alpha^5$	4300	$h_1(x) = x^4 + x^2 + 2x + 2$	624	$\alpha^5, \alpha^{25}, \alpha^{125}, \alpha^1$	0
$\alpha^{622}$	3233	$h_{622}(x) = x^4 + 3x + 4$	312	$\alpha^{622}, \alpha^{614}, \alpha^{574}, \alpha^{374}$	0
$\alpha^{623}$	2024	$h_{623}(x) = x^4 + x^3 + 3x^2 + 3$	624	$\alpha^{623}, \alpha^{619}, \alpha^{599}, \alpha^{499}$	4

Формирование базисной М-последовательности с периодом  $N = 624$  осуществляется на основании полинома  $h_{mn}(x) = h_1(x) = x^4 + x^2 + 2x + 2$  в соответствии с выражением

$$d_{4+i} = 4d_{2+i} + 3d_{1+i} + 3d_{0+i}, i = 0, 1, \dots, 619. \quad (18)$$

Для произвольного начального состояния, например 0001, элементы фрагмента базисной М-последовательности (первые и последние строки) записываются в виде матрицы  $F_{mn}$  размерности  $[J \times L] = [25 \times 27]$  последовательно по строкам:

$$F_{mn} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 4 & 3 & 4 & 4 & 2 & 2 & 2 & 1 & 0 & 1 & 4 & 2 & 4 & 3 & 4 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 0 & 3 & 0 & 4 & 4 & 0 & 3 & 4 & 4 & 0 & 2 & 4 & 0 & 2 & 3 & 0 & 3 & 0 & 1 & 4 & 3 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 2 & 2 & 0 & 3 & 2 & 3 & 2 & 2 & 3 & 3 & 4 & 2 & 4 & 4 & 4 & 4 & 0 & 0 & 4 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & 1 & 2 & 4 & 4 & 0 & 4 & 4 & 3 & 3 & 1 & 3 & 2 & 4 & 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 1 & 3 & 4 & 1 & 3 & 0 & 2 & 2 & 2 & 4 & 0 & 3 & 3 & 4 & 1 & 4 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Столбцы матрицы представляют собой циклические сдвиги ХП<sub>1</sub> с периодом  $J = 2^m - 1 = 24$ . Вычисляется проверочный полином  $h_{хп1}(x) = h_1(x) = x^2 + x + 2$  (таблицы 1). Для всех столбцов матрицы  $F_{mn}$  определяются номера сдвигов ХП<sub>1</sub> и составляется ПФ, представляющее собой вектор из  $L = 26$  компонент, с одним прочерком для обозначения нулевого столбца:

$$I_{mn} = (22, 16, 4, 23, 22, 11, 12, 14, 11, 9, 19, 19, 23, 10, 15, 11, 20, 13, 5, 13, -, 0, 15, 22, 4, 18). \quad (20)$$

В качестве нулевого сдвига ХП<sub>1</sub> произвольно выбран первый столбец после столбца из одних нулей.

Для получения матрицы  $F_r$  необходимо в соответствии с правилом  $I_{mn}$  (20) столбцы матрицы  $F_{mn}$ , являющиеся сдвигами ХП<sub>1</sub>, заменить на другие ХП.

В поле  $GF(5^2)$  существует 4 примитивных полинома, по которым могут формироваться ХП. Это полиномы  $h_1(x) = x^2 + x + 2$  с корнем  $\alpha^1$ ,  $h_7(x) = x^2 + 2x + 3$  с корнем  $\alpha^7$ ,  $h_{13}(x) = x^2 + 4x + 2$  с корнем  $\alpha^{13}$  и  $h_{19}(x) = x^2 + 3x + 3$  с корнем  $\alpha^{19}$ . Таким образом, для каждой базисной М-последовательности можно сформировать по три ГМВ-последовательности с различной ЭЛС, определяемой в соответствии с функцией  $g(r)$ . Параметр  $r$  равен показателям степени корней проверочных полиномов. Для двоичного случая функция  $g(r)$  определена

в (2). Для не dvoичного случая функция  $g(r)$  может быть определена как сумма цифр в  $p$ -ичном представлении числа  $r$ . Таким образом,  $g(r_1=1)=1$ ,  $g(r_2=7_{10}=12_5)=3$ ,  $g(r_3=13_{10}=23_5)=5$ ,  $g(r_4=19_{10}=34_5)=7$ .

**4.2. Формирование ГМВ-последовательности при  $r=7$ .** В соответствии с правилом формирования (20) заменим столбцы матрицы базисной М-последовательности (19) на сдвиги ХП<sub>2</sub> с  $h_7(x)=x^2+2x+3$ . В результате получим ГМВП<sub>1</sub> в матричной форме (21):

$$F_{r1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 3 & 1 & 2 & 4 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 3 & 4 & 2 & 2 & 4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 3 & 1 & 4 & 4 & 2 & 0 & 4 & 1 & 3 & 3 & 1 & 1 & 2 & 4 & 0 & 4 & 2 & 4 & 0 & 3 & 2 & 4 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & 4 & 4 & 1 & 4 & 4 & 1 & 0 & 4 & 4 & 4 & 1 & 0 & 1 & 3 & 2 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 & 4 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 & 2 & 3 & 0 & 2 & 4 & 4 & 0 & 4 & 4 & 0 & 1 & 2 & 0 & 2 & 0 & 3 & 4 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 1 & 3 & 4 & 0 & 2 & 4 & 4 & 4 & 4 & 1 & 2 & 3 & 4 & 4 & 2 & 2 & 2 & 0 & 0 & 3 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Для определения проверочного полинома первой ГМВ-последовательности (ГМВП<sub>1</sub>) используем алгоритм Берлекемпа — Месси:

$$h_{c1}(x) = x^{12} + 3x^{11} + 3x^9 + x^8 + x^7 + 2x^6 + x^2 + 4x^5 + x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 2x + 2.$$

Таким образом, ЭЛС полученной ГМВП<sub>1</sub> равна  $l_s=12$ .

Разложение на неприводимые полиномы-сомножители четвертой степени поля GF(5<sup>4</sup>) (таблицы 7 и 12) имеет следующий вид:

$$h_{c1}(x) = h_{c1}(x)h_{c2}(x)h_{c3}(x) = h_7(x)h_{11}(x)h_{31}(x) = (x^4 + x^3 + x + 3) \times (x^4 + x^2 + 2x + 3)(x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 3).$$

Все три полинома являются примитивными. Формирование ГМВ-последовательности можно аппаратно реализовать суммированием последовательностей с выходов трех регистров сдвига с проверочными полиномами  $h_7(x)$ ,  $h_{11}(x)$  и  $h_{31}(x)$ , начальные состояния которых определяются путем децимации символов базисной М-последовательности (19) с проверочным полиномом  $h_{мп}(x)=h_1(x)=x^4+x^2+2x+2$  по индексам  $i_{d1}=7$ ,  $i_{d2}=11$  и  $i_{d3}=31$ .

Символы на выходах РС ЛОС определяются коэффициентами полиномов  $h_7(x)$ ,  $h_{11}(x)$  и  $h_{31}(x)$  с помощью рекуррентных выражений:

$$c_{4+i} = 2c_{0+i} + 4c_{1+i} + 4c_{3+i}, \quad (i=0, 1, \dots, 619); \quad (22)$$

$$c_{4+i} = 2c_{0+i} + 3c_{1+i} + 4c_{2+i}, \quad (i=0, 1, \dots, 619); \quad (23)$$

$$c_{4+i} = 2c_{0+i} + 3c_{2+i} + 3c_{3+i}, \quad (i=0, 1, \dots, 619). \quad (24)$$

При формировании недвоичных ГМВП последовательности с выходов регистров могут иметь определенные циклические сдвиги, кратные величине  $N/(p-1)$ . Поэтому определение начальных состояний РС ЛОС выполним в соответствии с подходом, изложенным для периода  $N=24$ .

Значения начальных состояний РС ЛОС определяются путем решения системы линейных уравнений при заданном сегменте пятиричной ГМВП<sub>1</sub> (21) длиной 12 символов, например первых символов первой строки. Затем находятся сдвиги М-последовательностей из условия совпадения начальных состояний регистров.

Аналогично (16) составляется система из 12 линейных уравнений вида  $x_{ij} + x_{kl} = c_m$ , ( $i, k = 0, 1, 2, 3$  — номер регистра сдвига;  $j, l = 0, 1, 2, 3$  — номер ячейки в регистре;  $m = 0, 1, 2, \dots, 11$  — номер символа ГМВ-последовательности), каждое из которых определяется с помощью (22)-(24). В результате решения данной системы находим следующие значения начальных состояний для регистров сдвига:

$$\begin{aligned} x_{00} = 3; x_{01} = 1; x_{02} = 3; x_{03} = 4; \\ x_{10} = 3; x_{11} = 1; x_{12} = 3; x_{13} = 2; \\ x_{20} = 0; x_{21} = 1; x_{22} = 1; x_{23} = 2. \end{aligned} \quad (25)$$

Для определения сдвигов последовательностей выполним формирование трех М-последовательностей для начальных состояний РС ЛОС, полученных путем децимации символов базисной М-последовательности по индексам  $i_{d1}=7$ ,  $i_{d2}=11$  и  $i_{d3}=31$ .

$$\begin{aligned} y_{00} = d_0 = 4; y_{01} = d_7 = 4; y_{02} = d_{14} = 1; y_{03} = d_{21} = 1; \\ y_{10} = d_0 = 4; y_{11} = d_{11} = 0; y_{12} = d_{14} = 3; y_{13} = d_{21} = 4; \\ y_{20} = d_0 = 4; y_{21} = d_{31} = 3; y_{22} = d_{62} = 0; y_{23} = d_{93} = 4. \end{aligned} \quad (26)$$

При этом обязательным условием является формирование базисной М-последовательности в соответствии с (18) по исходным символам (таблица 7):

$$d_0 = tr_{4,1}\alpha^0 = 4, d_1 = tr_{4,1}\alpha^1 = 0, d_2 = tr_{4,1}\alpha^2 = 3, d_3 = tr_{4,1}\alpha^3 = 4. \quad (27)$$

В таблицах 8 и 9 показаны фрагменты базисной М-последовательности  $F_1$ , а также М-последовательностей  $F_7$ ,  $F_{11}$  и  $F_{31}$  с полиномами  $h_7(x)$ ,  $h_{11}(x)$  и  $h_{31}(x)$  с начальными состояниями реги-

стров как в соответствии с (25), так и в соответствии с (26). Приведена результирующая ГМВ-последовательность, полученная суммированием трех М-последовательностей с начальными состояниями (25) и совпадающая с (21).

В таблице 8 выделены совпадения символов последовательностей  $F_7$  (4411) и  $F_{11}$  (4034) для начальных состояний (25) и (26). Показано, что данные последовательности не имеют сдвига друг относительно друга и начинаются с символа  $d_{423}$  базисной М-последовательности.

Таблица 8. Определение сдвигов последовательностей  $F_7$  и  $F_{11}$

		Символы базисной МП с $h_1(x)$ и МП с $h_7(x), h_{11}(x)$ и $h_{31}(x)$																
$h_i: d_i$	$d_0$	$d_1$	$d_2$	$d_3$	...	$d_{419}$	$d_{420}$	$d_{421}$	$d_{422}$	$d_{423}$	$d_{424}$	$d_{425}$	$d_{426}$	$d_{427}$	$d_{428}$	$d_{429}$	$d_{430}$	
$F_1$	4	0	3	4	...	1	1	1	2	0	4	4	2	3	2	0	3	
$h_7: d_i$	$d_0$	$d_7$	$d_{14}$	$d_{21}$	...	$d_{437}$	$d_{444}$	$d_{451}$	$d_{458}$	$d_{465}$	$d_{472}$	$d_{479}$	$d_{486}$	$d_{493}$	$d_{500}$	$d_{507}$	$d_{514}$	
$F_7:(34)$	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	...	0	1	1	0	4	2	0	1	0	4	0	2	
$F_7:(33)$	3	1	3	4	...	4	1	4	3	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	3	4	2	2	
$h_{11}: d_i$	$d_0$	$d_{11}$	$d_{22}$	$d_{33}$	...	$d_{241}$	$d_{252}$	$d_{263}$	$d_{274}$	$d_{285}$	$d_{296}$	$d_{307}$	$d_{318}$	$d_{329}$	$d_{340}$	$d_{351}$	$d_{362}$	
$F_{11}:(34)$	<b>4</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	...	3	3	3	4	2	1	1	3	1	2	0	2	
$F_{11}:(33)$	3	1	3	2	...	3	0	2	1	<b>4</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	0	0	3	3	
$h_{31}: d_i$	$d_0$	$d_{31}$	$d_{62}$	$d_{93}$	...	$d_{509}$	$d_{540}$	$d_{571}$	$d_{602}$	$d_9$	$d_{40}$	$d_{71}$	$d_{102}$	$d_{133}$	$d_{164}$	$d_{195}$	$d_{226}$	
$F_{31}:(34)$	4	3	0	4	...	2	4	4	2	2	0	4	1	4	0	0	2	
$F_{31}:(33)$	0	1	1	2	...	3	1	4	0	3	1	0	3	0	1	3	3	
ГМВП					...													
$F_{71}$	1	3	2	3	...	0	2	0	4	1	0	4	3	3	0	3	3	

В таблице 9 выделено совпадение символов последовательности  $F_{31}$  (4304) для начальных состояний (25) и (26). Показано, что при формировании ГМВ-последовательности данная последовательность должна иметь сдвиг вправо относительно последовательностей  $F_7$  и  $F_{11}$ , равный  $(423-579) \bmod 624 = 468$ , что соответствует значению  $3N/(p-1) = 0,75N$ .

В этом случае начальные состояния регистров при формировании М-последовательностей  $F_7$  и  $F_{11}$  вычисляются через символы базисной М-последовательности без сдвига следующим образом:  $(d_0, d_7, d_{14}, d_{21}) = (4, 4, 1, 1)$ ,  $(d_0, d_{11}, d_{22}, d_{33}) = (4, 0, 3, 4)$ .

Начальные состояния при формировании М-последовательности  $F_{31}$  вычисляются через символы базисной М-последовательности с учетом сдвига 468, начиная с символа  $d_i$ , где  $i = 468 * 31 \bmod 624 = 156$ . Таким образом, начальное состояние регистра будет  $(d_{156}, d_{187}, d_{218}, d_{249}) = (3, 1, 0, 3)$ .

В результате сложения последовательностей  $F_7$ ,  $F_{11}$  и  $F_{31}$  по  $\bmod 5$  получается последовательность, совпадающая с матричным представлением ГМВ-последовательности  $F_{71}$  вида (21).

Таблица 9. Определение сдвига последовательности  $F_{31}$

Символы базисной МП с $h_1(x)$ и МП с $h_7(x), h_{11}(x)$ и $h_{31}(x)$																	
$h_1: d_i$	$d_0$	$d_1$	$d_2$	$d_3$	...	$d_{575}$	$d_{576}$	$d_{577}$	$d_{578}$	$d_{579}$	$d_{580}$	$d_{581}$	$d_{582}$	$d_{583}$	$d_{584}$	$d_{585}$	$d_{586}$
$F_1$	4	0	3	4	...	2	2	2	4	0	3	3	4	1	4	0	1
$h_7: d_i$	$d_0$	$d_7$	$d_{14}$	$d_{21}$	...	$d_{281}$	$d_{288}$	$d_{295}$	$d_{302}$	$d_{309}$	$d_{316}$	$d_{323}$	$d_{330}$	$d_{337}$	$d_{344}$	$d_{351}$	$d_{358}$
$F_7:(34)$	4	4	1	1	...	0	3	3	0	2	1	0	3	0	2	0	1
$F_7:(33)$	3	1	3	4	...	2	3	2	4	2	2	3	3	4	2	1	1
$h_{11}: d_i$	$d_0$	$d_{11}$	$d_{22}$	$d_{33}$	...	$d_{85}$	$d_{96}$	$d_{107}$	$d_{118}$	$d_{129}$	$d_{140}$	$d_{151}$	$d_{162}$	$d_{173}$	$d_{184}$	$d_{195}$	$d_{206}$
$F_{11}:(34)$	4	0	3	4	...	4	4	4	2	1	3	3	4	3	1	0	1
$F_{11}:(33)$	3	1	3	2	...	4	0	1	3	2	0	4	2	0	0	4	4
$h_{31}: d_i$	$d_0$	$d_{31}$	$d_{62}$	$d_{93}$	...	$d_{353}$	$d_{384}$	$d_{415}$	$d_{446}$	$d_{477}$	$d_{508}$	$d_{539}$	$d_{570}$	$d_{601}$	$d_8$	$d_{39}$	$d_{70}$
$F_{31}:(34)$	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	<b>4</b>	...	1	2	2	1	1	0	2	3	2	0	0	1
$F_{31}:(33)$	0	1	1	2	...	4	3	2	0	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	<b>4</b>	0	3	4	4
ГМВП					...												
$F_{r1}:$	1	3	2	3	...	0	1	0	2	3	0	2	4	4	0	4	4

**4.3. Формирование ГМВ-последовательности при  $r=13$ .** Формирование выполняется аналогично рассмотренному выше варианту с параметром  $r=7$ . Поэтому приведем только основные результаты. В соответствии с правилом формирования (20) заменим столбцы матрицы базисной М-последовательности (19) на сдвиги ХП<sub>3</sub> с  $h_{13}(x)=x^2+4x+2$ . В результате получим ГМВП<sub>2</sub> в матричной форме:

$$F_{r2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 1 & 3 & 4 & 1 & 3 & 3 & 3 & 4 & 0 & 4 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 0 & 2 & 4 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 3 & 4 & 4 & 0 & 3 & 4 & 0 & 3 & 3 & 0 & 3 & 0 & 4 & 4 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 1 & 2 & 2 & 3 & 0 & 3 & 3 & 2 & 3 & 3 & 2 & 3 & 1 & 3 & 4 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & 4 & 2 & 1 & 4 & 0 & 1 & 1 & 2 & 2 & 4 & 3 & 3 & 1 & 0 & 4 & 2 & 4 & 0 & 1 & 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 2 & 4 & 3 & 1 & 4 & 3 & 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & 0 & 3 & 2 & 4 & 1 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}. \quad (28)$$

В соответствии с алгоритмом Берлекемпа — Мессис определяем проверочный полином ГМВП<sub>2</sub>:

$$h_{r2}(x) = x^{24} + x^{23} + x^{22} + 3x^{21} + x^{20} + 2x^{19} + 2x^{17} + 4x^{15} + 4x^{14} + x^{12} + 4x^{11} + x^{10} + x^8 + 3x^7 + 4x^5 + 4x^4 + x + 4.$$

Таким образом, ЭЛС полученной ГМВП<sub>2</sub> равна  $l_s=24$ .

Разложение на неприводимые полиномы-сомножители четвертой степени поля GF(5<sup>4</sup>) (таблицы 7 и 12) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} h_{r2}(x) &= h_{e1}(x)h_{e2}(x)h_{e3}(x)h_{e4}(x)h_{e5}(x)h_{e6}(x) = \\ &= h_{13}(x)h_{17}(x)h_{37}(x)h_{41}(x)h_{61}(x)h_{157}(x) = \\ &= (x^4 + x^2 + 2) (x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 2)(x^4 + x^3 + 2x^2 + 2) \times \\ &\times (x^4 + x^3 + 3x + 2) (x^4 + 3x^3 + 3x + 2)(x^4 + 4x^2 + x + 2). \end{aligned} \quad (29)$$

Все полиномы являются примитивными, кроме полинома  $h_{c1}(x) = x^4 + x^2 + 2$ , корни которого имеют период, равный 48. Для получения ГМВ-последовательности необходимо сложить по mod5 шесть последовательностей, начальные состояния которых определяются путем децимации символов базисной М-последовательности, сформированной в соответствии с (18), (27) по индексам  $i_{d1} = 13$ ,  $i_{d2} = 17$ ,  $i_{d3} = 37$ ,  $i_{d4} = 41$ ,  $i_{d5} = 61$  и  $i_{d6} = 157$ .

Для определения начальных сдвигов формируемых последовательностей составим систему из 24 линейных уравнений при заданном сегменте пятеричной ГМВ-последовательности (28) длиной 24 символа, например первых символов второй строки. В результате решения системы вида  $x_{ij} + x_{kl} = c_m$ , ( $i, k = 0, 1, \dots, 5$  — номер регистра сдвига;  $j, l = 0, 1, 2, 3$  — номер ячейки в регистре;  $m = 0, 1, 2, \dots, 23$  — номер символа ГМВ-последовательности) находим следующие значения начальных состояний для регистров сдвига:

$$\begin{aligned} x_{00} = 0; x_{01} = 2; x_{02} = 0; x_{03} = 0; \\ x_{10} = 4; x_{11} = 2; x_{12} = 3; x_{13} = 2; \\ x_{20} = 4; x_{21} = 0; x_{22} = 4; x_{23} = 1; \\ x_{30} = 3; x_{31} = 3; x_{32} = 1; x_{33} = 1; \\ x_{40} = 4; x_{41} = 3; x_{42} = 2; x_{43} = 4; \\ x_{50} = 0; x_{51} = 0; x_{52} = 0; x_{53} = 1. \end{aligned} \quad (30)$$

Для определения сдвигов последовательностей выполним формирование одной ПСП и пяти М-последовательностей в соответствии с проверочными полиномами (29) для начальных состояний РС ЛОС, полученных путем децимации символов базисной М-последовательности по индексам  $i_{d1} = 13$ ,  $i_{d2} = 17$ ,  $i_{d3} = 37$ ,  $i_{d4} = 41$ ,  $i_{d5} = 61$  и  $i_{d6} = 157$ :

$$\begin{aligned} y_{00} = d_0 = 4; y_{01} = d_{13} = 0; y_{02} = d_{26} = 3; y_{03} = d_{39} = 0; \\ y_{10} = d_0 = 4; y_{11} = d_{17} = 4; y_{12} = d_{34} = 2; y_{13} = d_{51} = 2; \\ y_{20} = d_0 = 4; y_{21} = d_{37} = 4; y_{22} = d_{74} = 2; y_{23} = d_{111} = 0; \\ y_{30} = d_0 = 4; y_{31} = d_{41} = 4; y_{32} = d_{82} = 1; y_{33} = d_{123} = 0; \\ y_{40} = d_0 = 4; y_{41} = d_{61} = 2; y_{42} = d_{122} = 4; y_{43} = d_{183} = 4; \\ y_{50} = d_0 = 4; y_{51} = d_{157} = 0; y_{52} = d_{314} = 2; y_{53} = d_{471} = 2. \end{aligned} \quad (31)$$

Как и в случае параметра  $r=7$ , обязательным условием является формирование базисной М-последовательности в соответствии с (18)

и (27). В таблице 10 показаны фрагменты базисной М-последовательности  $F_1$ , а также ПСП  $F_{13}$  и М-последовательностей  $F_{17}$ ,  $F_{37}$ ,  $F_{41}$ ,  $F_{61}$  и  $F_{157}$  с начальными состояниями регистров как в соответствии с (30), так и в соответствии с (31). Приведена результирующая ГМВ-последовательность, полученная суммированием шести последовательностей с начальными состояниями (30) и совпадающая с (28). Выделены совпадения символов  $F_{13}$  (4030),  $F_{17}$  (4422) и  $F_{157}$  (4022) для начальных состояний (30) и (31). Показано, что данные последовательности не имеют сдвига друг относительно друга.

Таблица 10. Определение сдвигов последовательностей  $F_{13}$ ,  $F_{17}$  и  $F_{157}$

		Символы базисной МП с $h_1(x)$ и суммируемых последовательностей																
$h_1: d_i$	$d_0$	$d_1$	$d_2$	$d_3$	...	$d_{341}$	$d_{342}$	$d_{343}$	$d_{344}$	$d_{345}$	$d_{346}$	$d_{347}$	$d_{348}$	$d_{349}$	$d_{350}$	$d_{351}$	$d_{352}$	
$F_1$	4	0	3	4	...	3	3	2	2	1	3	1	1	1	1	0	0	
$h_{13}: d_i$	$d_0$	$d_{13}$	$d_{26}$	$d_{39}$	...	$d_{65}$	$d_{78}$	$d_{91}$	$d_{104}$	$d_{117}$	$d_{130}$	$d_{143}$	$d_{156}$	$d_{169}$	$d_{182}$	$d_{195}$	$d_{208}$	
$F_{13}:(40)$	<b>4</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	...	0	0	0	2	0	3	0	3	0	1	0	3	
$F_{13}:(39)$	0	2	0	0	...	1	0	4	0	<b>4</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	4	0	0	0	
$h_{17}: d_i$	$d_0$	$d_{17}$	$d_{34}$	$d_{51}$	...	$d_{181}$	$d_{198}$	$d_{215}$	$d_{232}$	$d_{249}$	$d_{266}$	$d_{283}$	$d_{300}$	$d_{317}$	$d_{334}$	$d_{351}$	$d_{368}$	
$F_{17}:(40)$	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	...	0	4	1	1	3	1	0	3	0	2	0	0	
$F_{17}:(39)$	4	2	3	2	...	1	3	2	2	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	2	4	1	0	
$h_{37}: d_i$	$d_0$	$d_{37}$	$d_{74}$	$d_{111}$	...	$d_{137}$	$d_{174}$	$d_{211}$	$d_{248}$	$d_{285}$	$d_{322}$	$d_{359}$	$d_{396}$	$d_{433}$	$d_{470}$	$d_{507}$	$d_{544}$	
$F_{37}:(40)$	4	4	2	0	...	2	4	0	4	2	2	4	4	4	4	0	4	
$F_{37}:(39)$	4	0	4	1	...	0	3	4	0	2	2	1	0	4	2	3	3	
$h_{41}: d_i$	$d_0$	$d_{41}$	$d_{82}$	$d_{123}$	...	$d_{253}$	$d_{294}$	$d_{335}$	$d_{376}$	$d_{417}$	$d_{458}$	$d_{499}$	$d_{540}$	$d_{581}$	$d_{622}$	$d_{663}$	$d_{704}$	
$F_{41}:(40)$	4	4	1	0	...	4	1	3	0	4	0	4	4	3	0	0	3	
$F_{41}:(39)$	3	3	1	1	...	4	4	2	2	3	3	2	0	0	3	3	2	
$h_{61}: d_i$	$d_0$	$d_{61}$	$d_{122}$	$d_{183}$	...	$d_{209}$	$d_{270}$	$d_{331}$	$d_{392}$	$d_{453}$	$d_{514}$	$d_{575}$	$d_{636}$	$d_{697}$	$d_{758}$	$d_{819}$	$d_{880}$	
$F_{61}:(40)$	4	2	4	4	...	1	1	3	2	4	2	2	3	2	4	0	3	
$F_{61}:(39)$	4	3	2	4	...	4	2	3	3	2	1	2	2	2	1	2	4	
$h_{157}: d_i$	$d_0$	$d_{157}$	$d_{314}$	$d_{471}$	...	$d_{497}$	$d_{654}$	$d_{811}$	$d_{968}$	$d_{1125}$	$d_{1282}$	$d_{1439}$	$d_{1596}$	$d_{1753}$	$d_{1910}$	$d_{2067}$	$d_{2224}$	
$F_{157}:(40)$	<b>4</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	...	1	2	1	2	2	2	3	1	2	4	0	0	
$F_{157}:(39)$	0	0	0	1	...	0	1	0	2	<b>4</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	4	0	3	2	
ГМВП					...													
$F_{r2}$	0	0	0	4	...	0	3	0	4	4	0	2	1	1	0	2	1	

Аналогично можно показать, что последовательности  $F_{37}$  и  $F_{61}$  при формировании ГМВ-последовательности должны иметь сдвиг 468, а последовательность  $F_{41}$  сдвиг 156 вправо относительно последовательностей  $F_{13}$ ,  $F_{17}$  и  $F_{157}$ .

Таким образом, начальные состояния регистров при формировании ПСП  $F_{13}$  и М-последовательностей  $F_{17}$  и  $F_{157}$  вычисляются через известные символы базисной М-последовательности без сдвига следующим образом:  $(d_0, d_{13}, d_{26}, d_{39}) = (4, 0, 3, 0)$ ,  $(d_0, d_{17}, d_{34}, d_{51}) = (4, 4, 2, 2)$ ,  $(d_0, d_{157}, d_{314}, d_{471}) = (4, 0, 2, 2)$ .

Так как значения функций следа для  $p$ -сопряженных элементов в поле  $GF(5^4)$  одинаковы, то целесообразно в качестве начального со-



стояния регистра сдвига использовать символ базисной М-последовательности с минимальным индексом. Например, для элемента  $\alpha^{51}$   $p$ -сопряженными элементами будут  $\alpha^{255}$ ,  $\alpha^{27}$  и  $\alpha^{135}$ , а для элемента  $\alpha^{471}$  — элементы  $\alpha^{483}$ ,  $\alpha^{543}$  и  $\alpha^{219}$ .

Следовательно, вместо символа  $d_{51}$  можно использовать символ с минимальным значением индекса  $d_{27}$ , а вместо  $d_{471}$  символ  $d_{219}$ . Данный подход будет использован в дальнейшем при определении начальных состояний РС ЛОС.

Начальные состояния при формировании М-последовательностей  $F_{37}$  и  $F_{61}$  вычисляются через символы базисной МП с учетом сдвига 468, начиная с символа  $d_i$ , где  $i=468*37 \bmod 624=468$ . Таким образом, начальное состояние регистра для М-последовательности  $F_{37}$  будет  $(d_{468}, d_{29}, d_{214}, d_{123}) = (2, 2, 1, 0)$ , а начальное состояние регистра для М-последовательности  $F_{61}$  будет  $(d_{468}, d_{121}, d_{118}, d_{27}) = (2, 1, 2, 2)$ .

Начальное состояние регистра для М-последовательности  $F_{41}$  вычисляется с учетом сдвига 156, начинается с символа  $d_i$ , где  $i=156*41 \bmod 624=156$  и равно  $(d_{156}, d_{197}, d_{238}, d_{111}) = (3, 3, 2, 0)$ .

В результате сложения последовательностей  $F_{13}, F_{17}, F_{37}, F_{41}, F_{61}$  и  $F_{157}$  по mod5 получается последовательность, совпадающая с матричным представлением ГМВ-последовательности  $F_{r2}$  вида (28).

### 3.4. Формирование ГМВ-последовательностей при $r=19$ .

Формирование выполняется аналогично рассмотренным выше вариантам с параметрами  $r = 7$  и  $r = 13$ . В соответствии с правилом формирования (20) заменим столбцы матрицы базисной МП (19) на сдвиги ХП4 с  $h_{19}(x) = x^2+3x+3$ . В результате получим матрицу ГМВП3:

$$F_{r3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 2 & 3 & 1 & 2 & 4 & 1 & 1 & 3 & 0 & 3 & 2 & 2 & 3 & 1 & 3 & 0 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 & 2 & 3 & 0 & 3 & 1 & 1 & 0 & 4 & 1 & 0 & 1 & 3 & 0 & 3 & 0 & 3 & 1 & 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 1 & 2 & 4 & 0 & 3 & 4 & 4 & 4 & 4 & 1 & 3 & 3 & 4 & 1 & 2 & 2 & 2 & 0 & 0 & 3 & 2 & 4 & 0 \\ & \\ & \\ 2 & 1 & 4 & 2 & 2 & 3 & 1 & 0 & 3 & 2 & 1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 3 & 0 & 3 & 4 & 3 & 0 & 4 & 4 & 2 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 0 & 2 & 2 & 2 & 2 & 0 & 3 & 1 & 1 & 4 & 1 & 0 & 2 & 0 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (32)$$

В соответствии с алгоритмом Берлекемпа — Месси определяем проверочный полином ГМВП3:

$$h_{r3}(x) = x^{40} + 3x^{39} + x^{37} + x^{36} + x^{35} + 3x^{33} + x^{32} + 2x^{31} + x^{29} + 2x^{28} + 4x^{27} + 2x^{26} + 2x^{25} + 4x^{24} + 2x^{23} + 3x^{22} + 3x^{21} + 4x^{20} + x^{19} + 2x^{17} + 3x^{16} + 2x^{15} + 4x^{13} + 3x^{12} + 2x^{10} + 4x^9 + 2x^8 + x^7 + 2x^6 + 3x^5 + x^3 + 2x^2 + 4.$$

Таким образом, ЭЛС ГМВ-последовательности  $F_{r3}$  равна  $l_s=40$ .

Разложение на неприводимые полиномы-сомножители четвертой степени поля  $GF(5^4)$  (таблица 7) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 h_{r_3}(x) &= \\
 &= h_{c_1}(x)h_{c_2}(x)h_{c_3}(x)h_{c_4}(x)h_{c_5}(x)h_{c_6}(x)h_{c_7}(x)h_{c_8}(x)h_{c_9}(x)h_{c_{10}}(x) = \\
 &= h_{19}(x)h_{23}(x)h_{43}(x)h_{47}(x)h_{67}(x)h_{71}(x)h_{91}(x)h_{163}(x)h_{167}(x)h_{187}(x) = \\
 &= (x^4 + 3x^3 + 2x + 3)(x^4 + 3x^3 + 4x + 3)(x^4 + 4x^3 + 4x^2 + x + 3) \times \\
 &\quad \times (x^4 + 4x^3 + x^2 + 4x + 3)(x^4 + 2x^3 + x + 3)(x^4 + x^3 + 4x^2 + 4x + 3) \times \\
 &\quad \times (x^4 + 2x^2 + 3)(x^4 + 2x^3 + 3x + 3)(x^4 + 4x^2 + x + 3)(x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 3).
 \end{aligned} \tag{33}$$

Все полиномы являются примитивными, кроме полинома  $h_{c_7}(x) = x^4 + 2x^2 + 3$ , корни которого имеют период, равный 48. Для получения ГМВ-последовательности  $F_{r_3}$  необходимо сложить по mod5 десять последовательностей, начальные состояния которых определяются путем децимации символов базисной МП (18) и (27) по индексам  $i_{d1}=19$ ,  $i_{d2}=23$ ,  $i_{d3}=43$ ,  $i_{d4}=47$ ,  $i_{d5}=67$ ,  $i_{d6}=71$ ,  $i_{d7}=91$ ,  $i_{d8}=163$ ,  $i_{d9}=167$ ,  $i_{d10}=187$ .

Для определения начальных сдвигов формируемых последовательностей составим систему из 40 линейных уравнений при заданном сегменте пятеричной ГМВ-последовательности  $F_{r_3}$  (32) длиной 40 символов. В результате решения системы вида  $x_{ij} + x_{kl} = c_m$ , ( $i, k = 0, 1, \dots, 9$  — номер регистра сдвига;  $j, l = 0, 1, 2, 3$  — номер ячейки в регистре;  $m = 0, 1, 2, \dots, 39$  — номер символа ГМВ-последовательности) находим следующие значения начальных состояний для регистров сдвига:

$$\begin{aligned}
 x_{00} &= 4; x_{01} = 4; x_{02} = 2; x_{03} = 3; \\
 x_{10} &= 4; x_{11} = 0; x_{12} = 2; x_{13} = 3; \\
 x_{20} &= 3; x_{21} = 3; x_{22} = 4; x_{23} = 3; \\
 x_{30} &= 2; x_{31} = 0; x_{32} = 3; x_{33} = 2; \\
 x_{40} &= 1; x_{41} = 0; x_{42} = 3; x_{43} = 3; \\
 x_{50} &= 4; x_{51} = 1; x_{52} = 2; x_{53} = 1; \\
 x_{60} &= 0; x_{61} = 1; x_{62} = 0; x_{63} = 0; \\
 x_{70} &= 2; x_{71} = 3; x_{72} = 1; x_{73} = 1; \\
 x_{80} &= 1; x_{81} = 1; x_{82} = 0; x_{83} = 4; \\
 x_{90} &= 4; x_{91} = 2; x_{92} = 3; x_{93} = 3.
 \end{aligned} \tag{34}$$

Для определения сдвигов последовательностей выполним формирование одной ПСП и девяти М-последовательностей в соответ-

ствии с проверочными полиномами (33) для начальных состояний РС ЛЮС, полученных путем децимации символов базисной М-последовательности по индексам  $i_{d1}=19, i_{d2}=23, i_{d3}=43, i_{d4}=47, i_{d5}=67, i_{d6}=71, i_{d7}=91, i_{d8}=163, i_{d9}=167, i_{d10}=187$ :

$$\begin{aligned}
 y_{00} &= d_0 = 4; y_{01} = d_{19} = 2; y_{02} = d_{38} = 4; y_{03} = d_{57} = 2; \\
 y_{10} &= d_0 = 4; y_{11} = d_{23} = 2; y_{12} = d_{46} = 4; y_{13} = d_{69} = 1; \\
 y_{20} &= d_0 = 4; y_{21} = d_{43} = 1; y_{22} = d_{86} = 3; y_{23} = d_{129} = 1; \\
 y_{30} &= d_0 = 4; y_{31} = d_{47} = 1; y_{32} = d_{94} = 4; y_{33} = d_{141} = 1; \\
 y_{40} &= d_0 = 4; y_{41} = d_{67} = 3; y_{42} = d_{134} = 4; y_{43} = d_{201} = 4; \\
 y_{50} &= d_0 = 4; y_{51} = d_{71} = 4; y_{52} = d_{142} = 3; y_{53} = d_{213} = 4. \\
 y_{20} &= d_0 = 4; y_{21} = d_{91} = 0; y_{22} = d_{182} = 1; y_{23} = d_{273} = 0; \\
 y_{30} &= d_0 = 4; y_{31} = d_{163} = 3; y_{32} = d_{326} = 4; y_{33} = d_{489} = 3; \\
 y_{40} &= d_0 = 4; y_{41} = d_{167} = 0; y_{42} = d_{334} = 2; y_{43} = d_{501} = 2; \\
 y_{50} &= d_0 = 4; y_{51} = d_{187} = 1; y_{52} = d_{374} = 0; y_{53} = d_{561} = 2.
 \end{aligned}
 \tag{35}$$

В таблице 11 показаны фрагменты базисной М-последовательности  $F_1$ , М-последовательностей  $F_{19}, F_{23}, F_{43}, F_{47}, F_{67}, F_{71}, F_{163}, F_{167}, F_{187}$ , а также ПСП  $F_{91}$  с начальными состояниями регистров как в соответствии с (34), так и в соответствии с (35). Приведен фрагмент результирующей ГМВ-последовательности, полученный суммированием десяти последовательностей с начальными состояниями (34) и совпадающий с (32). Выделены совпадения символов  $F_{19}$  (4442),  $F_{23}$  (4241) и  $F_{67}$  (4344) для начальных состояний (34) и (35). Показано, что данные последовательности не имеют сдвига друг относительно друга и начинаются с символа  $d_{501}$  базисной М-последовательности.

Таблица 11. Определение сдвигов последовательностей  $F_{19}, F_{23}$  и  $F_{67}$

		Символы базисной МП с $h_1(x)$ и суммируемых последовательностей															
$h_1: d_i$	$d_0$	$d_1$	$d_2$	$d_3$	...	$d_{497}$	$d_{498}$	$d_{499}$	$d_{500}$	$d_{501}$	$d_{502}$	$d_{503}$	$d_{504}$	$d_{505}$	$d_{506}$	$d_{507}$	$d_{508}$
$F_1$	4	0	3	4	...	1	1	4	4	2	1	2	2	2	2	0	0
$h_{19}: d_i$	$d_0$	$d_{19}$	$d_{38}$	$d_{57}$	...	$d_{83}$	$d_{102}$	$d_{121}$	$d_{140}$	$d_{159}$	$d_{178}$	$d_{197}$	$d_{216}$	$d_{235}$	$d_{254}$	$d_{273}$	$d_{292}$
$F_{19} \textcircled{35}$	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	...	2	1	1	3	3	1	3	1	1	3	0	0
$F_{19} \textcircled{34}$	4	4	2	3		4	3	1	1	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	3	2	3	4
$h_{23}: d_i$	$d_0$	$d_{23}$	$d_{46}$	$d_{69}$	...	$d_{199}$	$d_{222}$	$d_{245}$	$d_{268}$	$d_{291}$	$d_{314}$	$d_{337}$	$d_{360}$	$d_{383}$	$d_{406}$	$d_{429}$	$d_{452}$
$F_{23} \textcircled{35}$	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>1</b>		2	1	2	2	4	2	0	3	1	1	0	2
$F_{23} \textcircled{34}$	4	0	2	3		0	0	4	2	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	2	2	3	0
$h_{43}: d_i$	$d_0$	$d_{43}$	$d_{86}$	$d_{129}$	...	$d_{155}$	$d_{198}$	$d_{241}$	$d_{284}$	$d_{327}$	$d_{370}$	$d_{413}$	$d_{456}$	$d_{499}$	$d_{542}$	$d_{585}$	$d_4$
$F_{43} \textcircled{35}$	4	1	3	1		3	4	3	1	1	2	3	1	4	1	0	4
$F_{43} \textcircled{34}$	3	3	4	3		3	4	2	2	1	4	2	4	4	4	3	1

Продолжение таблицы 11

		Символы базисной МП с $h_1(x)$ и суммируемых последовательностей															
$h_{47}: d_i$	$d_0$	$d_{47}$	$d_{94}$	$d_{141}$	...	$d_{271}$	$d_{318}$	$d_{365}$	$d_{412}$	$d_{459}$	$d_{506}$	$d_{553}$	$d_{600}$	$d_{23}$	$d_{70}$	$d_{117}$	$d_{164}$
$F_{47}:(35)$	4	1	4	1		4	3	2	1	0	2	2	2	2	1	0	0
$F_{47}:(34)$	2	0	3	2		0	1	0	1	2	3	2	3	3	3	2	3
$h_{67}: d_i$	$d_0$	$d_{67}$	$d_{134}$	$d_{201}$	...	$d_{227}$	$d_{294}$	$d_{361}$	$d_{428}$	$d_{495}$	$d_{562}$	$d_5$	$d_{72}$	$d_{139}$	$d_{206}$	$d_{273}$	$d_{340}$
$F_{67}:(35)$	4	3	4	4		3	1	3	2	1	2	0	3	4	1	0	2
$F_{67}:(34)$	1	0	3	3		0	0	4	3	4	3	4	4	2	3	3	0
$h_{71}: d_i$	$d_0$	$d_{71}$	$d_{142}$	$d_{213}$	...	$d_{343}$	$d_{414}$	$d_{485}$	$d_{556}$	$d_3$	$d_{74}$	$d_{145}$	$d_{216}$	$d_{287}$	$d_{358}$	$d_{429}$	$d_{500}$
$F_{71}:(35)$	4	4	3	4		2	4	2	1	4	2	2	1	1	1	0	4
$F_{71}:(34)$	4	1	2	1		1	2	4	1	2	2	4	2	3	2	1	3
$h_{91}: d_i$	$d_0$	$d_{91}$	$d_{182}$	$d_{273}$	...	$d_{299}$	$d_{390}$	$d_{481}$	$d_{572}$	$d_{39}$	$d_{130}$	$d_{221}$	$d_{312}$	$d_{403}$	$d_{494}$	$d_{585}$	$d_{52}$
$F_{91}:(35)$	4	0	1	0		0	0	0	1	0	3	0	1	0	4	0	4
$F_{91}:(34)$	0	1	0	0		1	0	3	0	1	0	4	0	4	0	0	0
$h_{163}: d_i$	$d_0$	$d_{163}$	$d_{326}$	$d_{489}$	...	$d_{515}$	$d_{54}$	$d_{217}$	$d_{380}$	$d_{543}$	$d_{82}$	$d_{245}$	$d_{408}$	$d_{571}$	$d_{110}$	$d_{273}$	$d_{436}$
$F_{163}:(35)$	4	3	4	3		3	1	4	3	2	1	2	1	4	3	0	0
$F_{163}:(34)$	2	3	1	1		3	4	2	3	3	1	3	1	1	1	1	2
$h_{167}: d_i$	$d_0$	$d_{167}$	$d_{334}$	$d_{501}$	...	$d_7$	$d_{174}$	$d_{341}$	$d_{508}$	$d_{51}$	$d_{218}$	$d_{385}$	$d_{552}$	$d_{95}$	$d_{262}$	$d_{429}$	$d_{596}$
$F_{167}:(35)$	4	0	2	2		4	4	3	0	2	0	3	3	2	0	0	4
$F_{167}:(34)$	1	1	0	4		1	0	1	1	3	0	4	4	0	0	4	3
$h_{187}: d_i$	$d_0$	$d_{187}$	$d_{374}$	$d_{561}$	...	$d_{587}$	$d_{150}$	$d_{337}$	$d_{524}$	$d_{87}$	$d_{274}$	$d_{461}$	$d_{24}$	$d_{211}$	$d_{398}$	$d_{585}$	$d_{148}$
$F_{187}:(35)$	4	1	0	2		0	2	0	0	0	4	4	2	0	2	0	3
$F_{187}:(34)$	4	2	3	3		2	3	4	0	2	3	0	1	0	3	3	1
ГМВП					...												
$F_{13}:$	0	0	0	3		0	2	0	4	1	0	1	2	2	0	3	2

Аналогично можно показать, что последовательности  $F_{43}$  и  $F_{91}$  при формировании ГМВ-последовательности должны иметь сдвиг 312, последовательности  $F_{47}$ ,  $F_{71}$  и  $F_{187}$  должны иметь сдвиг 156, а последовательности  $F_{163}$  и  $F_{167}$  сдвиг 468 вправо относительно последовательностей  $F_{19}$ ,  $F_{23}$  и  $F_{67}$ .

Таким образом, начальные состояния регистров при формировании последовательностей  $F_{19}$ ,  $F_{23}$  и  $F_{67}$  вычисляются через символы базисной М-последовательности без сдвига следующим образом:

$$(d_0, d_{19}, d_{38}, d_{57}) = (4, 2, 4, 2), (d_0, d_{23}, d_{46}, d_{69}) = (4, 2, 4, 1),$$

$$(d_0, d_{67}, d_{46}, d_{33}) = (4, 3, 4, 4).$$

Начальные состояния при формировании последовательностей  $F_{43}$  и  $F_{91}$  вычисляются через символы базисной М-последовательности с учетом сдвига 312, начиная с символа  $d_i$ , где  $i=312*43 \bmod 624=312$ . Таким образом, начальное состояние регистра для  $F_{43}$  будет  $(d_{312}, d_{71}, d_{118}, d_{213})=(1, 4, 2, 4)$ , а начальное состояние регистра для  $F_{91}$  будет  $(d_{312}, d_{91}, d_{494}, d_{117})=(1, 0, 4, 0)$ .

Начальные состояния М-последовательностей  $F_{47}$ ,  $F_{71}$  и  $F_{187}$  вычисляются с учетом сдвига 156, начиная с символа  $d_i$ , где

$i = 156 \cdot 47 \bmod 624 = 468$ . Таким образом, начальное состояние регистра для  $F_{47}$  будет  $(d_{468}, d_{79}, d_{314}, d_{249}) = (2, 3, 2, 3)$ , начальное состояние для  $F_{71}$  будет  $(d_{468}, d_{199}, d_{122}, d_{57}) = (2, 2, 4, 2)$ , а начальное состояние для  $F_{187}$  будет  $(d_{468}, d_{31}, d_{218}, d_{81}) = (2, 3, 0, 1)$ .

Начальные состояния М-последовательностей  $F_{163}$  и  $F_{167}$  вычисляются с учетом сдвига 468, начиная с символа  $d_i$ , где  $i = 468 \cdot 163 \bmod 624 = 156$ . Таким образом, начальное состояние регистра для  $F_{163}$  будет  $(d_{156}, d_{319}, d_{194}, d_{21}) = (3, 1, 3, 1)$ , а начальное состояние регистра для  $F_{167}$  будет  $(d_{156}, d_{323}, d_{98}, d_{33}) = (3, 0, 4, 4)$ .

В результате сложения рассмотренных последовательностей по mod5 получается последовательность, совпадающая с матричным представлением ГМВ-последовательности  $F_{13}$  вида (32).

Функция автокорреляции ГМВ-последовательности (21), (28), (32) в метрике Ли определяется через расстояние  $D$ , которое для любого сдвига  $\lambda$  равно 750. Тогда значение ПАКФ, в соответствии с (6), равно  $R(\lambda) = 624 - 4 \cdot 750 / 5 = 24$ , что согласуется с (8), то есть  $R(\lambda) = p^{s-2} - 1 = 24$ .

Так как в поле  $GF(5^4)$  существует 48 примитивных полиномов, являющихся проверочными полиномами для различных базисных М-последовательностей, то для периода  $N=624$  можно сформировать по 48 ГМВ-последовательностей для каждого допустимого значения ЭЛС:  $l_{s1}=12, l_{s2}=24, l_{s3}=40$ . Всего в соответствии с (3) можно сформировать 144 ГМВ-последовательности.

**5. Синтез устройства формирования ГМВ-последовательности.** В предыдущем разделе были получены все необходимые исходные данные для синтеза устройства формирования ГМВ-последовательности с периодом  $N=624$  на основе совокупности РС ЛОС. Для построения устройства требуется знание сомножителей  $h_{ci}(x)$  проверочного полинома ГМВ-последовательности  $h_i(x)$  и значений начальных состояний ячеек регистров сдвига. Требуемые исходные данные для формирования на основе базисной М-последовательности с  $h_1(x) = x^4 + x^2 + 2x + 2$  для различных допустимых значений ЭЛС приведены в таблице 12.

Исходные данные в таблице 12 позволяют синтезировать устройства формирования для трех типов ГМВ-последовательностей на основе базисной М-последовательности с  $h_1(x) = x^4 + x^2 + 2x + 2$ . При произвольной базисной М-последовательности с примитивным полиномом  $h_i(x)$  необходимо индексы полиномов-сомножителей умножить по mod 624 на параметр  $i$ , являющийся показателем степени корня  $h_i(x)$ . В результате получим новую совокупность полиномов-сомножителей  $h_{ci}(x)$ . Все минимальные полиномы поля  $GF(5^4)$  в виде коэффициентов представлены в таблице 13. Для удобства формирования ГМВ-последовательностей примитивные полиномы выделены подчеркиванием. Отсутствие в таб-

лице полинома с вычисленным индексом означает, что данный индекс соответствует показателю степени одного из  $p$ -сопряженных элементов поля. Необходимо найти все  $p$ -сопряженные элементы и выбрать среди них элемент с минимальным показателем степени, для которого неприводимый полином имеется в таблице 13.

Таблица 12. Исходные данные для синтеза устройств формирования ГМВ-последовательностей

ЭЛС $l_s$	Полином $h_c(x)$	Начальные состояния ячеек регистра сдвига				ЭЛС $l_s$	Полином $h_c(x)$	Начальные состояния ячеек регистра сдвига			
		Я <sub>0</sub>	Я <sub>1</sub>	Я <sub>2</sub>	Я <sub>3</sub>			Я <sub>0</sub>	Я <sub>1</sub>	Я <sub>2</sub>	Я <sub>3</sub>
12	$h_7(x)$	$d_0=4$	$d_7=4$	$d_{14}=1$	$d_{21}=1$	40	$h_{19}(x)$	$d_0=4$	$d_{19}=2$	$d_{38}=4$	$d_{57}=2$
	$h_{11}(x)$	$d_0=4$	$d_{11}=0$	$d_{22}=3$	$d_{33}=4$		$h_{23}(x)$	$d_0=4$	$d_{23}=2$	$d_{46}=4$	$d_{69}=1$
	$h_{31}(x)$	$d_{156}=3$	$d_{187}=1$	$d_{218}=0$	$d_{249}=3$		$h_{43}(x)$	$d_{312}=1$	$d_{71}=4$	$d_{118}=2$	$d_{213}=4$
24	$h_{13}(x)$	$d_0=4$	$d_{13}=0$	$d_{26}=3$	$d_{39}=0$		$h_{47}(x)$	$d_{468}=2$	$d_{79}=3$	$d_{314}=2$	$d_{249}=3$
	$h_{17}(x)$	$d_0=4$	$d_{17}=4$	$d_{34}=2$	$d_{27}=2$		$h_{67}(x)$	$d_0=4$	$d_{67}=3$	$d_{46}=4$	$d_{33}=4$
	$h_{37}(x)$	$d_{468}=2$	$d_{29}=2$	$d_{214}=1$	$d_{123}=0$		$h_{71}(x)$	$d_{468}=2$	$d_{199}=2$	$d_{122}=4$	$d_{57}=2$
	$h_{41}(x)$	$d_{156}=3$	$d_{197}=3$	$d_{238}=2$	$d_{111}=0$		$h_{91}(x)$	$d_{312}=1$	$d_{91}=0$	$d_{494}=4$	$d_{117}=0$
	$h_{61}(x)$	$d_{468}=2$	$d_{121}=1$	$d_{118}=2$	$d_{27}=2$		$h_{163}(x)$	$d_{156}=3$	$d_{319}=1$	$d_{194}=3$	$d_{21}=1$
	$h_{157}(x)$	$d_0=4$	$d_{157}=0$	$d_{314}=2$	$d_{219}=2$		$h_{167}(x)$	$d_{156}=3$	$d_{323}=0$	$d_{98}=4$	$d_{33}=4$
							$h_{187}(x)$	$d_{468}=2$	$d_{31}=3$	$d_{218}=0$	$d_{81}=1$

Начальные состояния ячеек Я<sub>0</sub> при произвольной базисной М-последовательности не изменяются по отношению к базисной М-последовательности с  $h_1(x)$ . Начальные состояния остальных ячеек определяются путем децимации символов базисной М-последовательности в соответствии с индексами новой совокупности полиномов-сомножителей.

Таблица 13. Минимальные полиномы поля GF(5<sup>4</sup>),  $f(x)=x^4+x^2+2x+2$ ,  $\alpha=a$

$\alpha^i$	$h_i(x)$ $x^4+\dots x^0$	$\alpha^i$	$h_i(x)$ $x^4+\dots x^0$	$\alpha^i$	$h_i(x)$ $x^4+\dots x^0$	$\alpha^i$	$h_i(x)$ $x^4+\dots x^0$	$\alpha^i$	$h_i(x)$ $x^4+\dots x^0$
$\alpha^0$	00014	$\alpha^{41}$	<b>11032</b>	$\alpha^{86}$	12434	$\alpha^{162}$	11234	$\alpha^{237}$	13432
$\alpha^1$	<b>10122</b>	$\alpha^{42}$	13444	$\alpha^{87}$	10313	$\alpha^{163}$	<b>12033</b>	$\alpha^{238}$	13234
$\alpha^2$	12004	$\alpha^{43}$	<b>14413</b>	$\alpha^{88}$	13341	$\alpha^{164}$	10431	$\alpha^{239}$	<b>11113</b>
$\alpha^3$	11213	$\alpha^{44}$	10421	$\alpha^{89}$	<b>14022</b>	$\alpha^{167}$	<b>10413</b>	$\alpha^{242}$	14144
$\alpha^4$	11301	$\alpha^{46}$	11244	$\alpha^{91}$	10203	$\alpha^{168}$	14441	$\alpha^{243}$	10233
$\alpha^6$	13314	$\alpha^{47}$	<b>14143</b>	$\alpha^{92}$	13401	$\alpha^{169}$	10402	$\alpha^{244}$	11221
$\alpha^7$	<b>11013</b>	$\alpha^{48}$	13031	$\alpha^{93}$	11142	$\alpha^{172}$	14231	$\alpha^{247}$	10303
$\alpha^8$	10111	$\alpha^{49}$	<b>13012</b>	$\alpha^{94}$	11004	$\alpha^{173}$	<b>12332</b>	$\alpha^{248}$	11101
$\alpha^9$	13102	$\alpha^{52}$	00134	$\alpha^{96}$	11411	$\alpha^{174}$	11024	$\alpha^{249}$	12422
$\alpha^{11}$	<b>10123</b>	$\alpha^{53}$	<b>12222</b>	$\alpha^{97}$	<b>13322</b>	$\alpha^{182}$	00123	$\alpha^{312}$	00011
$\alpha^{12}$	12131	$\alpha^{54}$	14134	$\alpha^{98}$	11344	$\alpha^{183}$	11133	$\alpha^{313}$	<b>10132</b>
$\alpha^{13}$	10102	$\alpha^{56}$	10231	$\alpha^{99}$	14123	$\alpha^{184}$	14331	$\alpha^{314}$	13004
$\alpha^{14}$	14444	$\alpha^{57}$	13342	$\alpha^{104}$	00141	$\alpha^{187}$	<b>14303</b>	$\alpha^{318}$	12344

Продолжение таблицы 13

$\alpha^i$	$h_i(x)$ $x^4+\dots x^0$	$\alpha^i$	$h_i(x)$ $x^4+\dots x^0$	$\alpha^i$	$h_i(x)$ $x^4+\dots x^0$	$\alpha^i$	$h_i(x)$ $x^4+\dots x^0$	$\alpha^i$	$h_i(x)$ $x^4+\dots x^0$
$\alpha^{16}$	12311	$\alpha^{58}$	12324	$\alpha^{106}$	10044	$\alpha^{188}$	14301	$\alpha^{319}$	<b>14043</b>
$\alpha^{17}$	<b>11212</b>	$\alpha^{59}$	<b>12123</b>	$\alpha^{107}$	<b>11023</b>	$\alpha^{189}$	12102	$\alpha^{323}$	<b>10133</b>
$\alpha^{18}$	13044	$\alpha^{61}$	<b>13032</b>	$\alpha^{108}$	11041	$\alpha^{192}$	12121	$\alpha^{324}$	13121
$\alpha^{19}$	<b>13023</b>	$\alpha^{62}$	10024	$\alpha^{109}$	<b>11342</b>	$\alpha^{193}$	<b>12302</b>	$\alpha^{338}$	00142
$\alpha^{21}$	14232	$\alpha^{63}$	14243	$\alpha^{111}$	10223	$\alpha^{194}$	12134	$\alpha^{339}$	12443
$\alpha^{22}$	12224	$\alpha^{64}$	10141	$\alpha^{112}$	14101	$\alpha^{197}$	12042	$\alpha^{343}$	<b>13203</b>
$\alpha^{23}$	<b>13043</b>	$\alpha^{66}$	12014	$\alpha^{113}$	<b>14242</b>	$\alpha^{198}$	11124	$\alpha^{344}$	13201
$\alpha^{24}$	13131	$\alpha^{67}$	<b>12013</b>	$\alpha^{114}$	12414	$\alpha^{199}$	<b>13133</b>	$\alpha^{348}$	14411
$\alpha^{26}$	00112	$\alpha^{68}$	13241	$\alpha^{116}$	12401	$\alpha^{208}$	00101	$\alpha^{349}$	<b>14202</b>
$\alpha^{27}$	13413	$\alpha^{69}$	14402	$\alpha^{117}$	10002	$\alpha^{209}$	<b>14312</b>	$\alpha^{364}$	00124
$\alpha^{28}$	12211	$\alpha^{71}$	<b>11443</b>	$\alpha^{118}$	13424	$\alpha^{212}$	10341	$\alpha^{368}$	10221
$\alpha^{29}$	<b>13302</b>	$\alpha^{72}$	12021	$\alpha^{119}$	<b>10443</b>	$\alpha^{213}$	11222	$\alpha^{369}$	12312
$\alpha^{31}$	<b>12203</b>	$\alpha^{73}$	<b>13232</b>	$\alpha^{121}$	<b>14012</b>	$\alpha^{214}$	14214	$\alpha^{373}$	<b>12022</b>
$\alpha^{32}$	12201	$\alpha^{74}$	13334	$\alpha^{122}$	11114	$\alpha^{217}$	<b>11042</b>	$\alpha^{374}$	10034
$\alpha^{33}$	11402	$\alpha^{78}$	00103	$\alpha^{123}$	10343	$\alpha^{218}$	10014	$\alpha^{468}$	00012
$\alpha^{34}$	13124	$\alpha^{79}$	<b>12433</b>	$\alpha^{124}$	10311	$\alpha^{219}$	13323	$\alpha^{469}$	<b>10442</b>
$\alpha^{36}$	11441	$\alpha^{81}$	14112	$\alpha^{156}$	00013	$\alpha^{222}$	14034	$\alpha^{474}$	14224
$\alpha^{37}$	<b>11202</b>	$\alpha^{82}$	14314	$\alpha^{157}$	<b>10412</b>	$\alpha^{223}$	<b>14033</b>	$\alpha^{494}$	00133
$\alpha^{38}$	11414	$\alpha^{83}$	<b>13423</b>	$\alpha^{158}$	14004	$\alpha^{224}$	11321	$\alpha^{499}$	<b>11303</b>
$\alpha^{39}$	10003	$\alpha^{84}$	14011	$\alpha^{159}$	12333	$\alpha^{234}$	00102		

В качестве примера определим проверочные полиномы и начальные состояния регистров сдвига для трех типов ГМВ-последовательностей с ЭЛС  $l_{s1}=12$ ,  $l_{s2}=24$  и  $l_{s3}=40$ , если в качестве базисной используется М-последовательность с полиномом  $h_{m12}(x)=h_{223}(x)=x^4+4x^3+3x+3$ .

Сомножители проверочного полинома ГМВ-последовательности с ЭЛС  $l_{s2}=24$   $h_{r4}(x)=h_{c1}(x)\dots h_{c6}(x)$  определяются следующим образом. Одним из корней полинома  $h_{c1}(x)$  будет элемент  $\alpha^{223*13 \bmod 624}=\alpha^{403}$ . Тогда  $h_{c1}(x)=h_{403}(x)=h_{91}(x)=x^4+2x^2+3$ . Корнем  $h_{c2}(x)$  будет элемент  $\alpha^{223*17 \bmod 624}=\alpha^{47}$ . Тогда  $h_{c2}(x)=h_{47}(x)=x^4+4x^3+x^2+4x+3$ . Остальные полиномы находятся аналогично. В результате проверочный полином ГМВ-последовательности будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
 h_{r4}(x) &= h_{c1}(x)h_{c2}(x)h_{c3}(x)h_{c4}(x)h_{c5}(x)h_{c6}(x) = \\
 &= h_{91}(x)h_{47}(x)h_{71}(x)h_{163}(x)h_{499}(x)h_{67}(x) = \\
 &= (x^4 + 2x^2 + 3) (x^4 + 4x^3 + x^2 + 4x + 3)(x^4 + x^3 + 4x^2 + 4x + 3) \times \\
 &\quad \times (x^4 + 2x^3 + 3x + 3) (x^4 + x^3 + 3x^2 + 3) (x^4 + 2x^3 + x + 3).
 \end{aligned}$$

Полином  $h_{c1}(x)=h_{91}(x)=x^4+2x^2+3$  (таблица 13) является непримитивным, период его корней  $\alpha^{91}$ ,  $\alpha^{455}$ ,  $\alpha^{403}$  и  $\alpha^{143}$  равен 48. Остальные полиномы являются примитивными.

Начальные состояния ячеек Я<sub>0</sub> регистров сдвига соответствуют таблице 11. В остальных ячейках начальные состояния определяются децимацией символов базисной МП по индексам полиномов  $h_{91}(x)$ ,  $h_{47}(x)$ ,  $h_{71}(x)$ ,  $h_{163}(x)$ ,  $h_{499}(x)$ ,  $h_{67}(x)$  с переходом к минимальным индексам для  $p$ -сопряженных элементов, так как функции следа для всех  $p$ -сопряженных элементов равны между собой.

Например, для полинома  $h_{37}(x)$ , преобразованного в полином  $h_{71}(x)$ , символ  $d_{468}=2$  остается без изменений. Индексы остальных символов вычисляются путем последовательного увеличения индекса 468 на 71 и перехода к минимальному значению:  $d_{468+71}=d_{539}=d_{199}=2$ ,  $d_{468+142}=d_{610}=d_{122}=4$ ,  $d_{468+213}=d_{681 \bmod 624}=d_{57}=2$ .

Аналогичным образом определяются начальные состояния регистров сдвига для всех типов ГМВП. Результаты сведены в таблице 14.

Таблица 14. Исходные данные для синтеза устройств формирования ГМВ последовательности на основе базисной М-последовательности с полиномом  $h_{223}(x)=x^4+4x^3+3x+3$

ЭЛС $l_s$	Полином $h_{e_i}(x)$	Начальные состояния ячеек регистра сдвига				ЭЛС $l_s$	Полином $h_{e_i}(x)$	Начальные состояния ячеек регистра сдвига			
		Я <sub>0</sub>	Я <sub>1</sub>	Я <sub>2</sub>	Я <sub>3</sub>			Я <sub>0</sub>	Я <sub>1</sub>	Я <sub>2</sub>	Я <sub>3</sub>
12	$h_{313}(x)$	$d_0=4$	$d_{313}=0$	$d_2=3$	$d_{63}=1$	40	$h_{469}(x)$	$d_0=4$	$d_{469}=0$	$d_{314}=2$	$d_{159}=3$
	$h_{173}(x)$	$d_0=4$	$d_{173}=3$	$d_{194}=3$	$d_{99}=1$		$h_{61}(x)$	$d_0=4$	$d_{61}=2$	$d_{122}=4$	$d_{183}=4$
	$h_{49}(x)$	$d_{156}=3$	$d_{41}=4$	$d_{22}=3$	$d_{87}=0$		$h_{109}(x)$	$d_{312}=1$	$d_{209}=1$	$d_{106}=0$	$d_3=4$
24	$h_{91}(x)$	$d_0=4$	$d_{91}=0$	$d_{182}=1$	$d_{117}=0$		$h_{349}(x)$	$d_{468}=2$	$d_{193}=3$	$d_{214}=1$	$d_{87}=0$
	$h_{47}(x)$	$d_0=4$	$d_{47}=1$	$d_{94}=4$	$d_{81}=1$		$h_{373}(x)$	$d_0=4$	$d_{373}=3$	$d_{122}=4$	$d_{99}=1$
	$h_{71}(x)$	$d_{468}=2$	$d_{199}=2$	$d_{122}=4$	$d_{57}=2$		$h_{209}(x)$	$d_{468}=2$	$d_{53}=3$	$d_{62}=0$	$d_{219}=2$
	$h_{163}(x)$	$d_{156}=3$	$d_{319}=1$	$d_{194}=3$	$d_{21}=1$		$h_{13}(x)$	$d_{312}=1$	$d_{13}=0$	$d_{338}=2$	$d_{39}=0$
	$h_{499}(x)$	$d_{468}=2$	$d_{343}=2$	$d_{218}=0$	$d_{93}=4$		$h_{157}(x)$	$d_{156}=3$	$d_{313}=0$	$d_{94}=4$	$d_3=4$
	$h_{67}(x)$	$d_0=4$	$d_{67}=3$	$d_{46}=4$	$d_{33}=4$		$h_{17}(x)$	$d_{156}=3$	$d_{173}=3$	$d_{38}=4$	$d_{183}=4$
							$h_{89}(x)$	$d_{468}=2$	$d_{197}=3$	$d_{22}=3$	$d_{111}=0$

Устройство формирования ГМВ-последовательность с  $l_{s2}=24$  показано на рисунке 3. Оно состоит из шести регистров сдвига, умножители и сумматоры по mod 5 в цепи обратной связи которых расставляются в соответствии с коэффициентами неприводимых полиномов-сомножителей четвертой степени. Начальные состояния ячеек регистров сдвига даны в таблице 14.

Особенность устройств формирования пятнадцатичных ГМВ-последовательностей заключается в том, что начальные состояния всех регистров сдвига однозначно определяются путем децимации символов базисной М-последовательности по соответствующим индексам децимации с учетом начальных циклических сдвигов суммируемых последовательностей.



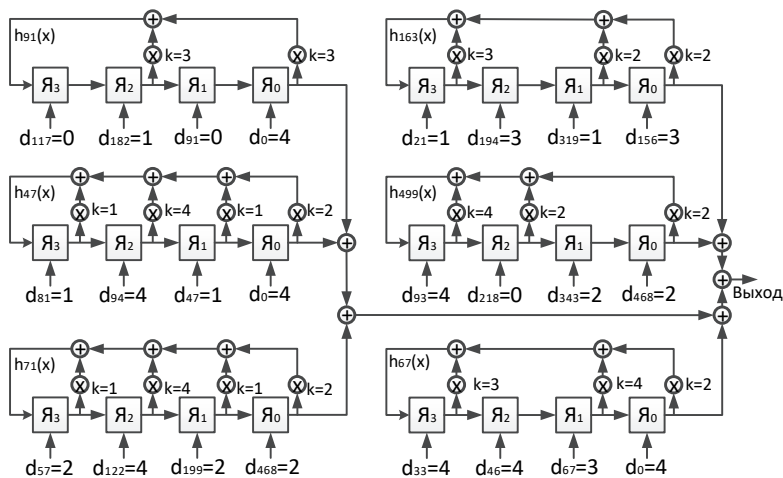


Рис. 3. Устройство формирования ГМВП с ЭЛС  $l_{s2}=24$  на основе базисной МП с  $h_{223}(x)=x^4+4x^3+3x+3$

Для каждого примитивного полинома поля  $GF(5^4)$  из таблицы 13 могут быть получены начальные состояния регистров сдвига, аналогичные значениям из таблицы 14. При этом в схемной реализации будет изменен только порядок подключения умножителей и сумматоров по mod 5 в цепи обратной связи в соответствии с коэффициентами неприводимых полиномов-сомножителей, также приведенных в таблице 13.

**5. Заключение.** По корреляционным свойствам ГМВ-последовательности аналогичны М-последовательностям, однако обладают более высокой структурной скрытностью, что определяет предпочтительность их применения в системах передачи дискретной информации, к которым предъявляются повышенные требования как по конфиденциальности, так и по помехозащищенности в условиях радиоэлектронного противодействия.

Переход к не двоичным последовательностям является одним из направлений развития систем передачи информации, обеспечивающим повышение как помехозащищенности телекоммуникационных систем, так и скорости передачи информации.

В настоящее время применению ГМВ-последовательностей, в том числе не двоичных, в системах передачи дискретной информации препятствует отсутствие практически реализуемых алгоритмов и устройств их формирования.

В статье разработан алгоритм формирования пятеричных ГМВ-последовательностей с периодом  $N=624$ .

Научная новизна алгоритма заключается в представлении проверочного полинома ГМВ-последовательности в виде произведения неприводимых полиномов, корни которых являются фиксированными степенями корней проверочного полинома базисной М-последовательности, а также в определении начальных символов суммируемых последовательностей, позволяющих однозначно определять их циклические сдвиги.

Практическая значимость алгоритма определяется возможностью синтеза устройств формирования ГМВ-последовательностей только на основе линейных устройств, а именно регистров сдвига с линейными обратными связями, для вычисления начальных состояний которых требуется знание значений символов  $d_i$  только одной базисной М-последовательности с полиномом  $h_{\text{мп}}(x)=h_1(x)$ .

Представленный алгоритм формирования пятеричных ГМВ-последовательностей с периодом  $N=624$  над конечным полем с двойным расширением  $\text{GF}[(5^2)^2]$  основан на матричном представлении базисной М-последовательности с примитивным проверочным полиномом  $h_{\text{мп}}(x)$ . В зависимости от требуемого значения ЭЛС проверочный полином  $h_r(x)$  ГМВ-последовательности может быть представлен в виде произведения трех ( $l_s=12$ ), шести ( $l_s=24$ ) или десяти ( $l_s=24$ ) неприводимых над простым полем  $\text{GF}(5)$  полиномов-сомножителей  $h_{ci}(x)$  четвертой степени. Получены соотношения между корнями полинома  $h_{\text{мп}}(x)=h_1(x)$  базисной М-последовательности и корнями полиномов-сомножителей  $h_{ci}(x)$  для трех типов ГМВ-последовательностей, на основании которых могут быть определены проверочные полиномы  $h_r(x)$  для произвольного примитивного полинома базисной М-последовательности. С учетом того, что в поле  $\text{GF}(5^4)$  существует 48 примитивных полиномов, всего можно сформировать 144 пятеричных ГМВ-последовательности с периодом  $N=624$ .

Особенностью определения начальных состояний РС ЛОС пятеричных ГМВ-последовательностей по отношению к двоичным является наличие циклических сдвигов для отдельных суммируемых последовательностей. Показано, что данный сдвиг может принимать значения, кратные четверти периода, то есть  $N/(p-1)$ . Определены сдвиги для всех типов ГМВ-последовательностей, на основании которых вычислены значения начальных состояний регистров как для базисной М-последовательности с  $h_1(x)$ , так и для М-последовательности с  $h_{223}(x)$ . Приведена схема устройства формирования ГМВ-последовательности с ЭЛС  $l_s=24$  для базисной М-последовательности с полиномом  $h_{223}(x)$ , состоящего из шести регистров сдвига.

ЭЛС пятеричных ГМВ-последовательностей с периодом  $N=624$  может принимать значения 12, 24 и 40, что существенно превышает

аналогичные значения для  $M$ -последовательностей. С увеличением периода выигрыш по ЭЛС возрастает. Применение ГМВ-последовательностей при формировании сигналов с расширенным спектром в системах передачи дискретной информации позволяет повысить структурную скрытность сигналов в 3-10 раз по сравнению с использованием  $M$ -последовательностей. Платой является увеличение числа регистров с линейной обратной связью, что не является сложной технической задачей.

Алгоритм может найти применение для синтеза устройств формирования ГМВ-последовательностей для помехозащищенных систем передачи дискретной информации, а также для формирования других классов ПСП, допускающих аналитическое представление в конечных полях.

В рамках проведенных исследований не удалось получить аналитического выражения для ЭЛС пятеричных последовательностей, аналогичного выражению (2) для двоичных последовательностей, связывающего параметры  $m$ ,  $n$  и  $g(r)$  (значениям  $g(r)=3, 5, 7$  соответствуют ЭЛС  $l_s=12, 24, 40$ ). Для получения зависимости требуется дополнительная статистика при других значениях параметра  $p$  и периода ГМВ-последовательности, что является направлением для дальнейших исследований.

### Литература

1. *Скляр Б.* Цифровая связь: Теоретические основы и практическое применение // М.: Вильямс. 2003. 1104 с.
2. *Ипатов В.П.* Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. Принципы и приложения // М.: Техносфера. 2007. 488 с.
3. *Golomb S.W., Gong G.* Signal Design for Good Correlation for Wireless Communication, Cryptography and Radar // Cambridge University Press. 2005. 438 p.
4. *Варакина Л.Е., Шинакова Ю.С.* CDMA: прошлое, настоящее, будущее // М.: МАС. 2003. 608 с.
5. *Chung H.B., No J.S.* Linear span of extended sequences and cascaded GMW sequences // IEEE Transactions on Information Theory. 1999. vol. 45. no. 6. pp. 2060–2065.
6. *Rizomiliotis P., Kalouptsidis N.* Results on the nonlinear span of binary sequences // IEEE Transactions on Information Theory. 2005. vol. 51. no. 4. pp. 1555–1563.
7. *Ипатов В.П.* Периодические дискретные сигналы с оптимальными корреляционными свойствами // М.: Радио и связь. 1992. 152 с.
8. *No J.S.* Generalization of GMW sequences and No sequences // IEEE Transactions on Information Theory. 1996. vol. 42. no. 1. pp. 260–262.
9. *Стародубцев В.Г., Бородько Д.Н., Мышко В.В.* Алгоритм формирования ГМВ-последовательностей с периодом  $N=4095$  в системах передачи телеметрической информации // Авиакосмическое приборостроение. 2018. № 5. С. 3–15.
10. *Стародубцев В.Г., Мышко В.В., Ткаченко В.В.* Аппаратная и программная реализация алгоритма формирования последовательностей Гордона–Миллса–Велча // Научное исследование в космических исследованиях Земли. 2018. Т. 10. № 3. С. 13–20.
11. *Tsankov T., Trifonov T., Staneva L.* An algorithm for synthesis of phase manipulated signals with high structural complexity // Journal Scientific & Applied Research. 2013. vol. 4. pp. 80–87.

12. *Самойленко Д.В., Еремеев М.А., Финько О.А., Диченко С.А.* Параллельный линейный генератор многозначных псевдослучайных последовательностей с контролем ошибок функционирования // Труды СПИИРАН. 2018. Вып. 4(59). С. 31–61.
13. *Стародубцев В.Г., Чернявских А.Е.* Формирование троичных последовательностей Гордона–Миллса–Велча на основе регистров сдвига // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2016. Т. 59. № 3. С. 201–210.
14. *Lee W., Kim J.Y., No J.S.* New families of  $p$ -ary sequence of period  $(p^n-1)/2$  with low maximum correlation magnitude // IEICE Transactions on Communications. 2014. vol. 97. no. 11. pp. 2311–2315.
15. *Cho C.M., Kim J.Y., No J.S.* New  $p$ -ary sequence families of period  $(p^n-1)/2$  with good correlation property using two decimated  $m$ -sequences // IEICE Transactions on Communications. 2015. vol. 98. no. 7. pp. 1268–1275.
16. *Tasheva Z.* A short survey of  $p$ -ary pseudo-random sequences // Journal Scientific & Applied Research. 2014. vol. 2. pp. 17–26.
17. *Liang H., Tang Y.* The cross correlation distribution of a  $p$ -ary  $m$ -sequence of period  $p^m-1$  and its decimated sequences by  $(p^k+1)(p^m+1)/4$  // Finite Fields and Their Applications. 2015. vol. 31. pp. 137–161.
18. *Zhang T., Li S., Feng T., Ge G.* Some new results on the cross correlation of  $m$ -sequences // IEEE Transactions on Information Theory. 2014. vol. 60. no. 5. pp. 3062–3068.
19. *Владимиров С.С., Когновицкий О.С.* Широкополосные сигналы данных с расширением спектра прямой троичной  $M$ -последовательностью и их характеристика // Труды учебных заведений связи. 2017. Т. 3. № 3. С. 28–36.
20. *Xia Y., Chen S.* A new family of  $p$ -ary sequences with low correlation constructed from decimated sequences // IEEE Transactions on Information Theory. 2012. vol. 58. no. 9. pp. 6037–6046.
21. *Helleseth T., Kumar P.V., Martinsen H.* A new family of ternary sequences with ideal two-level autocorrelation function // Designs, Codes and Cryptography. 2001. vol. 23. no. 2. pp. 157–166.
22. *Tang X.H., Pingzhi Z.F.* A class of pseudonoise sequences over  $GF(p)$  with low correlation zone // IEEE Transactions on Information Theory. 2001. vol. 47. no. 4. pp. 1644–1649.
23. *Bedzhev B.Y., Yordanov S.S.* Method for synthesis of large families of signals with low correlation // Journal Scientific & Applied Research. 2012. vol. 2. pp. 13–20.
24. *Путерсон У., Уэлдон Э.* Коды, исправляющие ошибки // М.: Мир. 1976. 594 с.

**Стародубцев Виктор Геннадьевич** — канд. техн. наук, доцент, старший преподаватель, кафедра технологий и средств автоматизации обработки и анализа информации космических средств, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: теория передачи сигналов, теория конечных полей, системы сигналов сложной формы, помехоустойчивое кодирование. Число научных публикаций — 80. [vgstarod@mail.ru](mailto:vgstarod@mail.ru); Ждановская, 13, 197198, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: + 7-812-347-95-65.

**Поддержка исследований.** Исследования, выполненные по данной тематике, проводились при частичной финансовой поддержке грантов РФФИ (№№ 16-29-09482-офи-м, 17-08-00797, 17-06-00108, 17-01-00139, 17-20-01214, 17-29-07073-офи-м, 18-07-01272, 18-08-01505, 19-08-00989), Госзадания Министерства образования и науки РФ №2.3135.2017/4.6.

V. G. STARODUBTSEV  
**FORMATION OF QUINARY GORDON–MILLS–WELCH  
SEQUENCES FOR DISCRETE INFORMATION TRANSMISSION  
SYSTEMS**

*Starodubtsev V. G., Salukhov V. I. Formation of Quinary Gordon-Mills-Welch Sequences for Discrete Information Transmission Systems.*

**Abstract.** An algorithm for the formation of the quinary Gordon-Mills-Welch sequences (GMWS) with a period of  $N=624$  over a finite field with a double extension is proposed. The algorithm is based on a matrix representation of a basic M-sequence (MS) with a primitive verification polynomial and a similar period. The transition to non-binary sequences is determined by the increased requirements for the information content of the information transfer processes, the speed of transmission through communication channels and the structural secrecy of the transmitted messages. It is demonstrated that the verification polynomial of the GMWS can be represented as a product of fourth-degree polynomials-factors that are indivisible over a simple field  $GF(5)$ . The relations between roots of the polynomial of the basic MS and roots of the polynomials-factors are obtained. The entire list of GMWS with a period  $N=624$  can be formed on the basis of the obtained ratios. It is demonstrated that for each of the 48 primitive fourth-degree polynomials that are test polynomials for basis MS, three GMWS with equivalent linear complexity (ELC) of 12, 24, 40 can be formed. The total number of quinary GMWS with period of  $N=624$  is equal to 144. A device for the formation of a GMWS as a set of shift registers with linear feedbacks is presented. The mod5 multipliers and summators in registers are arranged in accordance with the coefficients of indivisible polynomials-factors. The symbols from the registers come to the adder mod5, on the output of which the GMWS is formed. Depending on the required ELC, the GMWS forming device consists of three, six or ten registers. The initial state of cells of the shift registers is determined by the decimation of the symbols of the basic MS at the indexes of decimation, equal to the minimum of the exponents of the roots of polynomials polynomials-factors. A feature of determining the initial States of the devices for the formation of quinary GMWS with respect to binary sequences is the presence of cyclic shifts of the summed sequences by a multiple of  $N/(p-1)$ . The obtained results allow to synthesize the devices for the formation of a complete list of 144 quinary GMWS with a period of  $N=624$  and different ELC. The results can also be used to construct other classes of pseudo-random sequences that allow analytical representation in finite fields.

**Keywords:** Pseudorandom Sequences, Finite Fields, Indivisible, Primitive and Minimal Polynomials, Equivalent Linear Complexity, Decimation, Shift Registers.

**Starodubtsev Victor Gennadievich** — Ph.D., Associate Professor, Senior Lecturer, Department of Technology and Automation of Information Processing and Analysis, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: Theory of Signal Transmission, Theory of Finite Fields, Complex-Form Signal Systems, Noise-Resistant Coding. The number of publications — 80. [vgstarod@mail.ru](mailto:vgstarod@mail.ru); 13, Zhdanovskaya str., 197198, St. Petersburg, Russian Federation; office phone: + 7-812-347-95-65.

**Acknowledgements.** This research is partially supported by RFBR according to the research project No. 16-29-09482-ofi-m, 17-08-00797, 17-06-00108, 17-01-00139, 17-20-01214, 17-29-07073-ofi-m, 18-07-01272, 18-08-01505, 19-08-00989, the Ministry of Science and Higher Education (Project No. 2.3135.2017 / 4.6).

## References

1. Sklar B. *Digital Communications: Fundamentals and Applications*. Prentice Hall. 2001. 1079 p. (Russ. ed.: Skljär B. *Cifrovaja svjaz'. Teoreticheskie osnovy i prakticheskoe primenenie*. M.: Vil'yams. 2003. 1104 p.).
2. Ipatov V.P. *Spread Spectrum and CDMA. Principles and Applications*. John Wiley & Sons. 2005. 488 p. (Russ. ed.: Ipatov V.P. *Shirokopolosnye sistemy i kodovoe razdelenie signalov. Principy i prilozhenija*. M.: Tehnosfera. 2007. 488 p.).
3. Golomb S.W., Gong G. *Signal Design for Good Correlation for Wireless Communication, Cryptography and Radar*. Cambridge University Press. 2005. 438 p.
4. Varakina L.E., Shinakova Ju.S. *CDMA: proshloe, nastojashhee, budushhee* [CDMA: Past, Present, Future]. M.: MAS. 2003. 608 p. (In Russ.).
5. Chung H.B., No J.S. Linear span of extended sequences and cascaded GMW sequences. *IEEE Transactions on Information Theory*. 1999. vol. 45. no. 6. pp. 2060–2065.
6. Rizomiliotis P., Kalouptsidis N. Results on the nonlinear span of binary sequences. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2005. vol. 51. no. 4. pp. 1555–1563.
7. Ipatov V.P. *Periodicheskie diskretnye signaly s optimal'nymi korrelyacionnymi svojstvami* [Periodic discrete signals with optimum correlation properties]. M.: Radio i svyaz'. 1992. 152 p. (In Russ.).
8. No J.S. Generalization of GMW sequences and No sequences. *IEEE Transactions on Information Theory*. 1996. vol. 42. no. 1. pp. 260–262.
9. Starodubtsev V.G., Borod'ko D.N., Myshko V.V. [Algorithm for the formation of GMW-sequences with a period of  $N=4095$  in telemetry information transmission systems]. *Aviakosmicheskoe priborostroenie – Aerospace Instrumentation*. 2018. vol. 5. pp. 3–15. (In Russ.).
10. Starodubtsev V.G., Myshko V.V., Tkachenko V.V. [Hardware and software realization of algorithm of formation of Gordon-Mills-Welch sequences]. *Naukoemkie tehnologii v kosmicheskikh issledovaniyah Zemli – Hi-tech & Earth Space Research*. 2018. Issue 10. vol. 3. pp. 13–20. (In Russ.).
11. Tsankov T., Trifonov T., Staneva L. An algorithm for synthesis of phase manipulated signals with high structural complexity. *Journal Scientific & Applied Research*. 2013. vol. 4. pp. 80–87.
12. Samoilenko D.V., Ereemeev M.A., Finko O.A., Dichenko S.A. [Parallel Linear Generator of Multivalued Pseudorandom Sequences with Operation Errors Control]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2018. vol. 4(59). pp. 31–61. (In Russ.).
13. Starodubtsev V.G., Chernjavskih A.E. [Generation of ternary Gordon-Mills-Welch sequences on the base of shift registers]. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Priborostroenie – Journal of Instrument Engineering*. 2016. Issue 59. vol. 3. pp. 201–210. (In Russ.).
14. Lee W., Kim J.Y., No J.S. New families of p-ary sequence of period  $(p^n-1)/2$  with low maximum correlation magnitude. *IEICE Transactions on Communications*. 2014. vol. 97. no. 11. pp. 2311–2315.
15. Cho C.M., Kim J.Y., No J.S. New p-ary sequence families of period  $(p^n-1)/2$  with good correlation property using two decimated m-sequences. *IEICE Transactions on Communications*. 2015. vol. 98. no. 7. pp. 1268–1275.
16. Tasheva Z. A short survey of p-ary pseudo-random sequences. *Journal Scientific & Applied Research*. 2014. vol. 2. pp. 17–26.
17. Liang H., Tang Y. The cross correlation distribution of a p-ary m-sequence of period  $p^m-1$  and its decimated sequences by  $(p^k+1)(p^m+1)/4$ . *Finite Fields and Their Applications*. 2015. vol. 31. pp. 137–161
18. Zhang T., Li S., Feng T., Ge G. Some new results on the cross correlation of m-sequences. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2014. vol. 60. no. 5. pp. 3062–3068.

19. Vladimirov S.S., Kognovickij O.S. [Wideband data signals with extension of the spectrum of the direct ternary M-sequence and their characteristics]. *Trudy uchebnyh zavedenij syjazi – Proceedings of educational communications institutions*. 2017. Issue 3. vol. 3. pp. 28–36. (In Russ.).
20. Xia Y., Chen S. A new family of p-ary sequences with low correlation constructed from decimated sequences. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2012. vol. 58. no. 9. pp. 6037–6046.
21. Helleseth T., Kumar P.V., Martinsen H. A new family of ternary sequences with ideal two-level autocorrelation function. *Designs, Codes and Cryptography*. 2001. vol. 23. no. 2. pp. 157–166.
22. Tang X.H., Pingzhi Z.F. A class of pseudonoise sequences over GF(p) with low correlation zone. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2001. vol. 47. no. 4. pp. 1644–1649.
23. Bedzhev B.Y., Yordanov S.S. Method for synthesis of large families of signals with low correlation. *Journal Scientific & Applied Research*. 2012. vol. 2. pp. 13–20.
24. Peterson W.W., Weldon E.J. *Error-correcting Codes*. MIT press. 1972. 588 p. (Russ. ed.: Peterson W.W., Weldon E.J. *Kody, ispravljajushhie oshibki*. M.: Mir. 1976. 594 p.).

## В.И. СЕНЬЧЕНКОВ, Д.Р. АБСАЛЯМОВ, Д.А. АВСЮКЕВИЧ ЗАДАНИЕ МНОЖЕСТВА ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВ

*Сеньченков В.И., Абсальямов Д.Р., Авсюкевич Д.А. Задание множества диагностических параметров системы на основе теории функциональных пространств.*

**Аннотация.** Развивается методический и математический аппарат формирования множества диагностических параметров сложных технических систем, содержание которого заключается в обработке траекторий выходных процессов системы с привлечением теории функциональных пространств. Траектории выходных переменных рассматриваются как измеримые по Лебегу функции. Это обеспечивает единство подхода к получению диагностических параметров вне зависимости от физической природы данных переменных и множества их скачкообразных изменений (конечных разрывов траекторий). Тем самым адекватно учитывается сложность построения, разнообразие физических принципов и алгоритмов функционирования систем. На множествах траекторий задается структура факторпространств измеримых функций, квадратично интегрируемых по Лебегу. Свойства данных пространств позволяют раскладывать траектории по счетному множеству взаимно ортогональных направлений и представлять их в виде сходящегося ряда. Обоснован выбор множества диагностических параметров как упорядоченной последовательности коэффициентов разложения траекторий в частичные суммы рядов Фурье. Изложена усовершенствованная по сравнению с начальными вариантами процедура формирования множества диагностических параметров системы при разложении траектории в частичную сумму ряда Фурье по ортонормированному базису Лежандра. Предложен способ численного определения мощности такого множества.

Раскрываются новые аспекты получения диагностической информации из вибрационных процессов системы. На множествах вибротраекторий задается структура пространств непрерывных функций, квадратично интегрируемых по Риману. Поскольку они являются подпространствами в упомянутых выше факторпространствах Лебега, общеметодологические основы преобразования вибротраекторий остаются неизменными. Однако алгоритмическая составляющая выбора диагностических параметров становится более конкретной и обозримой. Это показано посредством реализации численной процедуры разложения вибротраекторий по ортогональному тригонометрическому базису, который содержится в пространствах, квадратично интегрируемых по Риману. Приводится обработка результатов экспериментальных исследований вибронормального процесса и задание на данной основе подмножества диагностических параметров в одной из контрольных точек системы.

Материалы статьи представляют собой вклад в теорию получения информации о техническом состоянии сложных систем. Прикладное значение предложенных разработок — возможность их применения для синтеза алгоритмического обеспечения автоматизированных средств диагностирования.

**Ключевые слова:** техническое состояние, диагностический параметр, выходной процесс, измеримая по Лебегу функция, функциональное пространство, частичная сумма ряда Фурье, базис Лежандра, вибротраектория, тригонометрический базис.

**1. Введение.** Диагностирование сложных систем является составной частью процессов управления их техническим состоянием.



Под управлением в рассматриваемом случае понимается получение информации о техническом состоянии, а также планирование и реализация на ее основе комплекса ремонтно-профилактических мероприятий, направленных на поддержание или восстановление пригодности системы к применению по назначению. При этом высокая достоверность диагностирования — это одно из главных условий правильности выбора указанных мероприятий, а следовательно, и достижения требуемого уровня функциональной пригодности системы. Повышение достоверности информации о техническом состоянии представляет собой актуальную и многоаспектную задачу, решение которой существенно зависит от качества математического обеспечения процессов диагностирования. Важнейшей задачей в данном контексте становится разработка диагностических моделей систем. Такие модели выступают в качестве основы для синтеза алгоритмов принятия решений о техническом состоянии системы.

Начальный этап разработки диагностической модели состоит в выборе и обосновании вида выходных процессов системы, количественные характеристики которых выполняют роль информативных параметров о техническом состоянии. Указанные параметры далее называются диагностическими.

Широкое применение в качестве диагностических параметров получили количественные характеристики основных рабочих процессов системы [1-12]. Преимущественно эти процессы связаны с перемещением и распределением материальных и энергетических потоков, преобразованием одного вида энергии в другой, например химической энергии топлива в механическую или тепловую энергию, механической энергии в электрическую и наоборот и так далее. Класс систем с реализацией подобных процессов достаточно широкий. Модели, синтезируемые на базе таких диагностических параметров, в первую очередь позволяют определять техническое состояние подсистем и образующих их элементов, которые непосредственно находятся в контурах реализации основных рабочих процессов.

Другое направление связано с формированием диагностических параметров посредством обработки сопутствующих процессов функционирования системы. Широкое применение здесь нашли акустические и вибрационные процессы [13-19]. Диагностические модели, которые разрабатываются в рамках указанного направления, непосредственно ориентированы на получение информации о техническом состоянии объектов с вращательным и (или) возвратно-поступательным движением инерционных масс. К сопутствующим также относятся процессы образования электромагнитных и температурных полей, количественные характеристики которых используются при разработке

диагностических моделей и, соответственно, для определения технического состояния различных систем [20-22]. В первом случае — это, прежде всего, системы, предназначенные для производства или преобразования электрической энергии, а во втором — объекты, функционирование которых сопровождается интенсивным выделением тепловой энергии (теплоэнергетические объекты).

Реализация любого подхода предполагает задание такого множества диагностических параметров, которое при прочих равных требованиях будет минимально возможным. Получение каждого параметра сопровождается методическими и метрологическими погрешностями, вследствие этого избыточность множества диагностических параметров может привести к снижению достоверности решений о техническом состоянии.

Также при разработке диагностических моделей сложных систем должно учитываться наличие в их структуре подсистем с различными физическими основами функционирования. Поэтому необходимая полнота диагностирования обеспечивается только при комплексном использовании разных видов выходных процессов.

Настоящая статья посвящена вопросам задания множества диагностических параметров сложных технических систем в случае комплексного использования выходных процессов, но основное содержание работы сосредоточено на извлечении диагностической информации из вибрационных сигналов. Это связано с тем, что результаты, полученные в известных работах [13-19], характеризуются разнообразием предпосылок, допущений и ограничений, широким спектром математических схем при обработке вибрационных сигналов. В то же время сходимость результатов, полученных для одинаковых или подобных условий, недостаточно высокая. Данные факты свидетельствуют об актуальности дальнейших исследований в рассматриваемом направлении.

**2. Постановка задачи преобразования наблюдаемого состояния системы.** Выходной процесс или наблюдаемое состояние сложной технической системы как объекта диагностирования представляется вектором:

$$\mathbf{F}_{(v)} = (f_1, f_2, \dots, f_v)^T, \quad (1)$$

компонентами  $f_j$ ,  $j = \overline{1, v}$  которого являются траектории выходных переменных разнообразной физической природы. Под траекторией понимается множество значений какой-либо переменной на временном интервале  $T$ , зарегистрированной в одной из контрольных то-

чек систем ( $\mathbf{F}_{(v)} \in F$ , где  $F$  — множество возможных наблюдаемых состояний).

При изменении технического состояния системы траектории также изменяются. Для построения диагностической модели каждую компоненту вектора (1) необходимо представить в виде упорядоченного набора числовых характеристик, которые однозначно описывают ее поведение на множестве  $T$  и поэтому могут применяться в качестве диагностических параметров.

В результате преобразования всех траекторий вектора (1) формируется вектор:

$$\mathbf{Y}_{(n)} = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T, \mathbf{Y}_{(n)} \in Y, \quad (2)$$

который в дальнейшем называется нормированным наблюдаемым состоянием системы (где  $y_j$ ,  $j = \overline{1, n}$  — числовые значения диагностических параметров;  $Y$  — множество нормированных наблюдаемых состояний).

Размерность вектора (2) выражается как:

$$n = \sum_{j=1}^v n_j, \quad (3)$$

где  $n_j$  — мощность множества диагностических параметров, которыми представляется траектория  $f_j$ .

Фактически получение векторов (2) — это задание биективного отображения:

$$\Phi: F \rightarrow Y, \quad (4)$$

которое сопоставляет каждому элементу множества  $F$  единственный элемент из множества  $Y$ :  $\Phi: \mathbf{F}_{(v)} \mapsto \mathbf{Y}_{(n)}$ .

В настоящее время существует широкий спектр разработок, позволяющих реализовать отображение (4).

В работах [3, 7, 13-16, 19] предлагаются методы теории случайных процессов. Траектории рассматриваются как случайные функции, определяются оценки их числовых характеристик — математического ожидания, дисперсии, а также начальных или центральных моментов более высокого порядка. Из указанных характеристик формируется вектор (2).

В соответствии с подходами, которые излагаются в работах [5, 8, 23], траектории должны удовлетворять требованиям теоремы Липшица [24]. На содержательном уровне данные требования сводятся к тому, что, во-первых, траектория является непрерывной, а во-вторых, она имеет ограниченную скорость убывания или возрастания на области определения  $T$ . Подобная ситуация характерна для параметров инерционных рабочих процессов, например тепловых. Посредством выбора определенного множества дискретных значений траектории формируется конечномерный вектор.

Также разрабатываются процедуры разложения траекторий по взаимно ортогональным направлениям [18, 25]. Проекции траектории на указанные направления как ее количественные характеристики используются в качестве компонентов вектора (2).

Следует отметить и методы на основе аналого-стохастического квантования [19, 26] в целях преобразования наблюдаемого состояния вида (1) в цифровую форму.

В результате получения вектора (2), включающего абстрактные числовые величины, достигается инвариантность нормированных наблюдаемых состояний к физической природе процессов в системе. Это делает возможным общий взгляд на синтез основных элементов диагностической модели — формального описания видов технического состояния системы (работоспособного состояния и всех рассматриваемых отказов). В терминологии теории распознавания образов [27] описание конкретного вида технического состояния (как класса состояний) называется его изображением. Оно формируется в виде вектора:

$$\mathbf{E}_i = (e_{i1}, e_{i2}, \dots, e_{in})^T, \quad i = \overline{1, r}, \quad (5)$$

такой же размерности, как и (2). Изображение (5) аккумулирует в себе свойства всего  $i$ -го класса технических состояний (где  $r$  — мощность множества рассматриваемых видов технического состояния). Иначе, каждая компонента  $e_{ij}$  вектора (5) показывает степень подобия нормированных наблюдаемых состояний (2), принадлежащих  $i$ -му виду технического состояния, по  $j$ -му диагностическому параметру. Для построения множества  $E = \{\mathbf{E}_i | i = \overline{1, r}\}$  изображений нашли применение обучающие процедуры [8, 28], базирующиеся на методах непараметрического статистического анализа.

На следующем этапе изображения (5) и текущее состояние системы (2) рассматриваются как элементы конечномерного евклидова

пространства и алгоритмы диагностирования строятся посредством анализа метрических соотношений в таком пространстве [2, 29].

**3. Формирование множества диагностических параметров системы.** Разнообразие методических и математических схем в изложенных выше подходах к формированию нормированных наблюдаемых состояний (2) может привести к размытости критериев оценки сложности и точности вычислительных процедур, трудностям в интерпретации полученных результатов. Для преодоления указанных недостатков преобразование выходных процессов сложных систем должно опираться на теоретическую базу, позволяющую с единых позиций и в полной мере учитывать широкий спектр вариантов построения данных систем, физических принципов и алгоритмов их функционирования.

В работах [28, 30] развивается новый подход к преобразованию траекторий выходных процессов, базирующийся на теории функциональных пространств [31, 32]. В качестве класса математических объектов, которыми представляются любые принципиально реализуемые виды траекторий, приняты измеримые по Лебегу функции [33]. Тем самым обеспечивается не только полная инвариантность к физической природе выходных переменных системы, но и фактически не накладываются требования по непрерывности траекторий. Такие функции характеризуются не более чем счетным множеством разрывов первого рода.

Действительно, анализ структуры и режимов применения сложных систем показывает, что их функционирование сопровождается изменением состояний, вызванным всевозможными переключениями со скачкообразным изменением параметров — разрывом траекторий. Указанные переключения могут быть как программными, так и обусловленными внешним воздействием на систему. Разрывы траектории всегда будут конечными (первого рода) в силу ее ограниченности — любой параметр, характеризующий функционирование системы, принимает ограниченные значения. При этом не требуется лимитировать мощность множества таких разрывов, которое для реальных систем всегда будет конечным.

На области определения траекторий как подмножестве неотрицательных вещественных чисел ( $T \subset \mathbf{R}^+$ ) задается  $\sigma$ -алгебра борелевских множеств [33]. Базисом данной  $\sigma$ -алгебры является совокупность полуоткрытых интервалов с рациональными граничными точками:

$$B = \{[t_1; t_2), (t_1; t_2] \mid t_1, t_2 \in T; t_1, t_2 \in \mathbf{Q}; t_1 < t_2\}, \quad (6)$$

где  $\mathbf{Q}$  — множество рациональных чисел.

Для дальнейших рассуждений важно отметить, что базис (6) является счетным по причине того, что множество  $\mathbf{Q}$  счетное.

Тогда мера Лебега определяется выражением:

$$\mu[t_1; t_2] = t_2 - t_1, \quad (7)$$

также может вводиться мера Лебега с уплотнением:

$$\mu[t_1; t_2] = \int_{t_1}^{t_2} s(t) dt. \quad (8)$$

Правая часть выражения (8) представлена интегралом Римана от функции плотности меры  $s(t) \in \mathbf{C}(T)$ , где  $\mathbf{C}(T)$  — множество непрерывных функций с областью определения  $T$ .

Траектории в виде измеримых функций удовлетворяют условию квадратичной интегрируемости по Лебегу:

$$\int_T f^2(t) d\mu < \infty. \quad (9)$$

Условие (9) будет выполняться в силу ограниченности траекторий, а также конечного значения меры Лебега на множестве  $T$ . Данное множество является ограниченным, что вытекает из физической сущности рассматриваемых процессов (оно совпадает с продолжительностью регистрации траекторий). Мера Лебега ограниченных множеств конечна ( $\mu(T) < \infty$ ), это показывают выражения (7) и (8).

Пусть  $F_j$  — множество траекторий, представляющих  $j$ -ю компоненту векторов (1):

$$F_j = \{f_j\}, \quad j = \overline{1, v}. \quad (10)$$

В силу справедливости условия (9), на каждом из множеств (10) может быть задана структура факторпространства измеримых функций, квадратично интегрируемых по Лебегу (обозначение в функциональном анализе —  $\mathbf{L}_2$  [31]). Пространство  $\mathbf{L}_2(T, B, \mu)$  с областью определения  $T$ , счетным базисом (6) и мерой Лебега (7) или (8) обладает свойством сепарабельности. Данное свойство указывает на то, что траектории как элементы пространства раскладываются по счетному ортогональному базису и представляются в виде суммы ряда.

Ряды в пространстве  $\mathbf{L}_2(T, B, \mu)$  сходятся к траекториям всегда по причине его изоморфности пространству  $\mathbf{I}_2$  счетных числовых последовательностей, в которых сумма квадратов элементов является конечной [32]:

$$\mathbf{I}_2 = \left\{ (l_{(k)})_{k \in \mathbf{N}} \left| \sum_{k \in \mathbf{N}} l_{(k)}^2 < \infty \right. \right\}; \quad \mathbf{L}_2 \cong \mathbf{I}_2, \quad (11)$$

где  $\cong$  — отношение изоморфности;  $\mathbf{N}$  — множество неотрицательных целых чисел.

Любую последовательность  $(l_{(k)})_{k \in \mathbf{N}} \in \mathbf{I}_2$  в выражении (11) допустимо рассматривать как упорядоченное множество коэффициентов ряда, сходящегося к траектории при ее разложении по соответствующему базису. Коэффициенты разложения находятся однозначно и позволяют судить обо всех особенностях траектории на множестве  $T$ , следовательно, содержат информацию по техническому состоянию системы. Некоторое подмножество коэффициентов при начальных, как наиболее значимых членах разложения, вполне естественно применять в качестве диагностических параметров.

Известно [31], что в пространствах  $\mathbf{L}_2$  при заданной мощности множества слагаемых наименее отклоняется от траектории в среднем квадратичном частичная сумма ряда Фурье. Пусть  $\{\varphi_k \mid k = 0, 1, 2, \dots\}$  — некоторый ортогональный базис в пространстве, а  $\sum_{k=0}^m d_k \varphi_k$  и  $\sum_{k=0}^m c_k \varphi_k$  — частичные суммы рядов с произвольными коэффициентами  $d_k$  и коэффициентами Фурье  $c_k$ . Тогда:

$$\inf_{d_k \in D} \left\{ \left\| f - \sum_{k=0}^m d_k \varphi_k \right\|^2 \right\} = \left\| f - \sum_{k=0}^m c_k \varphi_k \right\|^2 = \int_T \left( f - \sum_{k=0}^m c_k \varphi_k \right)^2 d\mu, \quad (12)$$

где  $D$  — множество всех возможных значений коэффициентов при базисных функциях  $\varphi_k$ ;  $\left\| f - \sum_{k=0}^m c_k \varphi_k \right\|^2$  — нормированное значение отклонения.

Из указанного вытекает, что для разложения траекторий следует применять именно ряды Фурье.

В пространствах  $L_2$  рассматривается три типа сходимости рядов к траекториям — равномерная, поточечная и среднеквадратичная. При моделировании объектов диагностирования преимущество имеет последний тип сходимости, который определяется условием:

$$\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbf{N} : \left\| f - \sum_{k=0}^m c_k \Phi_k \right\|^2 < \varepsilon, \quad m > N. \quad (13)$$

Сходимость в среднем квадратичном позволяет учитывать поведение траекторий не в отдельных точках, а на всей области определения  $T$ , что видно из выражения (13). Именно поэтому в условии (12) применено среднеквадратичное отклонение частичной суммы ряда Фурье от траектории.

Выражение для определения коэффициентов Фурье в ортогональном базисе представляется как:

$$c_k = \frac{1}{\|\Phi_k\|_T^2} \int_T f(t) \Phi_k(t) d\mu, \quad (14)$$

где  $\|\Phi_k\|$  — норма базисной функции.

Из общеизвестных ортогональных базисов в пространствах  $L_2$ , заданных на множествах конечной меры, простейшим является базис Лежандра. Поэтому на примере данного базиса процедура задания множества диагностических параметров системы (формирования вектора (2)) будет максимально обозримой для анализа.

Базис Лежандра является нормированным ( $\|\Phi_k\| = 1$ ), следовательно, выражение (14) запишется как:

$$c_k = \int_T f(t) \Phi_k(t) d\mu. \quad (15)$$

Если вывод базисных функций Лежандра требуется автоматизировать, наиболее рациональный вариант для этого — применение формулы Родрига [34]:

$$L_k(t) = \frac{1}{k! \cdot 2^k} \frac{d^k}{dt^k} (t^2 - 1)^k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (16)$$



где  $\frac{d^k}{dt^k}(\cdot)$  — производная  $k$ -го порядка по переменной  $t$ ;  $k!$  — факториал числа  $k$  ( $k! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k$ ,  $0! = 1$ ).

Из (16) следует, что явные выражения, например, первых шести элементов базиса имеют вид:

$$\begin{aligned} L_0(t) &= 1; \quad L_1(t) = t; \quad L_2(t) = \frac{3}{2}t^2 - \frac{1}{2}; \quad L_3(t) = \frac{5}{2}t^3 - \frac{3}{2}t; \\ L_4(t) &= \frac{35}{8}t^4 - \frac{15}{4}t^2 + \frac{3}{8}; \quad L_5(t) = \frac{63}{8}t^5 - \frac{35}{4}t^3 + \frac{15}{8}t. \end{aligned} \quad (17)$$

С учетом выражений (15) и (16) коэффициенты Фурье на основе полиномов Лежандра вычисляются по формуле:

$$c_k = (2k + 1) \int_T f(t) L_k \left( \frac{2t}{T} \right) dt. \quad (18)$$

Разложение траекторий в ряды Фурье на множестве  $T$  представимо следующей суммой:

$$f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k L_k \left( \frac{2t}{T} \right). \quad (19)$$

Возникает вопрос о мощности множества слагаемых, которые следует включать в частичную сумму ряда (19), чтобы обеспечить требуемую результативность диагностирования. Аналитическая оценка погрешностей аппроксимации функций частичными суммами рядов Фурье представляет собой сложную математическую задачу [24] и требует исходных данных, которые в подавляющем большинстве случаев невозможно получить при построении моделей обработки сигналов. Поэтому в рамках настоящего исследования разработан способ численной оценки качества аппроксимации траекторий частичными суммами рядов Фурье.

Пусть

$$\sum_{k=0}^{m-1} c_k L_k, \quad \sum_{k=0}^m c_k L_k \quad (20)$$

— две частичные суммы ряда (19). Для сравнения отклонений частичных сумм (20) от траектории предлагается величина:

$$\delta_{m-1,m} = \frac{\left| \left\| f - \sum_{k=0}^{m-1} c_k L_k \right\|^2 - \left\| f - \sum_{k=0}^m c_k L_k \right\|^2 \right|}{\left\| f - \sum_{k=0}^{m-1} c_k L_k \right\|^2} \cdot 100. \quad (21)$$

Данная величина показывает, насколько процентов отличаются отклонения частичных сумм предыдущего и последующего порядка от траектории. Затем формулируется условие:

$$\delta_{m-1,m} \leq \delta, \quad (22)$$

где  $\delta$  — максимально допустимое относительное отклонение, которое заранее обосновывается в рамках конкретной задачи. В общем случае величину  $\delta$  следует задавать сопоставимой с погрешностями регистрации траектории в рассматриваемой контрольной точке системы.

Если при разложении траектории неравенство (22) выполняется, то мощность множества коэффициентов Фурье, которые принимаются в качестве диагностических параметров, составляет  $m+1$ . В противном случае количество слагаемых в частичных суммах (20) последовательно увеличивается на единицу с проверкой каждый раз условия (22). Выполнение данного условия означает, что найдено минимальное множество диагностических параметров в соответствующей контрольной точке. В коэффициентах разложения, находящихся за рамками данного множества, аккумулирована пренебрежимо малая информация о поведении траектории на множестве  $T$ .

Пусть при разложении компоненты  $f_1$  вектора (1) в частичную сумму ряда Фурье получена упорядоченная совокупность из  $m+1 = n_1$  коэффициентов. Они принимаются в качестве начальных  $n_1$  компонентов вектора (2):

$$c_0 = y_1, \quad c_1 = y_2, \dots, c_{m-1} = y_{n_1}. \quad (23)$$

В результате разложения траекторий  $f_2, f_3, \dots, f_v$  вектора (1) образуются последующие совокупности, которые включают  $n_2, n_3, \dots, n_v$  элементов соответственно. Они располагаются за компонентами (23) в порядке возрастания номеров и формируется вектор (2), размерность которого определяется выражением (3).

Таким образом, в рамках развиваемого подхода отображение (4) реализовано соотношениями (18), (21), (22), а также равенствами (23) для первой компоненты вектора (1) и аналогичными равенствами для последующих.

**4. Формирование диагностических параметров из траекторий вибрационных процессов системы.** Если система включает механические (электромеханические) подсистемы, ее техническое состояние определяется также посредством анализа траекторий вибрационных процессов — вибротраекторий. Под вибротраекторией понимается множество значений какого-либо параметра вибрации на временном интервале  $T$ . К таким параметрам относятся виброперемещение, виброскорость или виброускорение. Для обработки вибротраекторий с целью извлечения диагностической информации может использоваться предложенный выше подход. Применение других ортогональных базисов существо подхода принципиально не затрагивает. В работах [28, 30] преобразование вибротраекторий опирается именно на свойства пространств  $L_2$ . Однако более рационально учитывать некоторые особенности вибрационных процессов.

Как показывает анализ, вибротраектория может представляться в виде ограниченной непрерывной функции времени, областью определения которой является множество  $T$ . Это позволяет наложить на любую вибротраекторию условие квадратичной интегрируемости по Риману:

$$\int_T f^2(t) dt < \infty. \quad (24)$$

Неравенство (24) есть частный случай условия (9) для непрерывных функций. Конструкция интеграла Лебега вырождается в интеграл Римана, если подынтегральная функция непрерывная и, кроме того, используется мера Лебега без уплотнения [33].

Из (24) следует, что на множестве вибротраекторий предпочтительно задавать структуру пространства непрерывных функций, квадратично интегрируемых по Риману (пространство  $C_2$  [31]). Данное пространство является подпространством в рассмотренном выше факторпространстве  $L_2$ . Такой подход позволяет, с одной стороны, опираться на более общую методологию теории пространств измеримых функций. С другой стороны, вибротраектории претерпевают сложные изменения в области определения, их невозможно представлять в аналитическом виде. Поэтому требуется формировать приближенные соотношения при обработке вибротраекторий, чему в

наибольшей степени соответствуют вычислительные схемы, определенные аксиоматикой пространств  $C_2$ .

Вращательное и (или) возвратно-поступательное движение инерционных масс всегда порождает периодическую составляющую в выходных процессах системы, что подтверждают самые различные исследования [13-19]. Поэтому в случае использования, например, базиса Лежандра, который составляют алгебраические полиномы вида (17), добиться достаточно точного учета периодической составляющей вибротраекторий возможно только при невысоких частотах вращательного (возвратно-поступательного) движения. Здесь очевидно преимущество тригонометрических базисов, которые вне зависимости от частоты позволяют адекватно описывать периодические процессы. В пространствах  $C_2$ , заданных на ограниченных множествах, существуют два тригонометрических базиса — ортогональный и ортонормированный. Для обеспечения большей представительности процесса разложения вибротраекторий ниже используется ортогональный тригонометрический базис. Он включает следующие элементы:

$$0,5, \cos \frac{2\pi k}{T}t, \sin \frac{2\pi k}{T}t, \quad k = 1, 2, \dots \quad (25)$$

С учетом формулы (14) выражения для вычисления коэффициентов Фурье в базисе (25) получают следующий вид:

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{2}{T} \int_T f(t) \cos \left( \frac{2\pi k}{T}t \right) dt, \quad k = 0, 1, 2, \dots; \\ b_k &= \frac{2}{T} \int_T f(t) \sin \left( \frac{2\pi k}{T}t \right) dt, \quad k = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (26)$$

Разложение вибротраекторий в тригонометрические ряды Фурье представляется соотношением:

$$f(t) = 0,5a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left( a_k \cos \frac{2\pi k}{T}t + b_k \sin \frac{2\pi k}{T}t \right). \quad (27)$$

Поскольку аналитическое выражение вибротраекторий неизвестно, предлагается аппарат численного нахождения коэффициентов их разложения в частичные суммы рядов Фурье и сравнения указанных сумм между собой.

Пусть область определения  $T$  есть множество непересекающихся подмножеств  $T_l$  :

$$T = \left\{ T_l \left| \bigcup_{l \in J} T_l = T, \bigcap_{l \in J} T_l = \emptyset \right. \right\}, \quad (28)$$

где  $J$  — индексное множество элементов  $T_l$  ;  $\emptyset$  — пустое множество.

Система подмножеств (28) — это частный случай  $\sigma$ -алгебры с базисом (6), когда  $T$  рассматривается как область определения пространства  $C_2$  [31].

Пусть также имеется некоторая непрерывная и ограниченная на множестве  $T$  функция  $\psi$ , явный вид которой может быть неизвестным. Тогда приближенное значение интеграла Римана от данной функции выражается интегральной суммой Римана-Дарбу [24]:

$$\int_T \psi(t) dt \approx \sum_{l \in J} \psi_l \Delta T_l, \quad (29)$$

где  $\Delta T_l = t_l - t_{l-1}$  — величина интервала, определяемого левой  $t_{l-1}$  и правой  $t_l$  границами подмножества  $T_l$ ;  $\psi_l$  — значение функции в средней точке  $0,5(t_{l-1} + t_l)$  интервала  $\Delta T_l$ .

Очевидно, что при неограниченном возрастании мощности индексного множества ( $|J| \rightarrow \infty$ ) достигается точное значение интеграла:

$$\int_T \psi(t) dt = \lim_{|J| \rightarrow \infty} \left( \sum_{l \in J} \psi_l \Delta T_l \right). \quad (30)$$

В последующих соотношениях принято:

$$|J| = p, \quad (30)$$

а все подмножества  $T_l$ ,  $l = \overline{1, p}$  считаются равными. Это означает равенство интервалов  $\Delta T_l$  на оси времени:

$$\Delta T_l = \frac{T}{p}, \quad l = \overline{1, p}. \quad (31)$$

Принимая во внимание (30) и (31), соотношение вида (29) для произвольной вибротраектории представляется следующим образом:

$$\int_T f(t)dt \approx \sum_{l=1}^p f_l \Delta T_l = \sum_{l=1}^p f_l \cdot \frac{T}{p} = \frac{T}{p} \sum_{l=1}^p f_l, \quad (32)$$

где  $f_l$  — значение вибротраектории в средней точке  $0,5(t_{l-1} + t_l)$  интервала (31).

Встает вопрос о задании величины  $p$ . Она должна быть такой, чтобы множеством  $\{f_l | l = \overline{1, p}\}$  охватывались все характерные значения вибротраектории на области определения  $T$ .

Соотношение (32) применяется для вывода формул приближенного вычисления коэффициентов Фурье. Выражения (26) принимают вид:

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{2}{T} \int_T f(t) \cos\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) dt \approx \frac{2}{T} \left( \frac{T}{p} \sum_{l=1}^p f_l \cos\left(\frac{\pi k(t_{l-1} + t_l)}{T}\right) \right) = \\ &= \frac{2}{p} \left( \sum_{l=1}^p f_l \cos\left(\frac{\pi k(t_{l-1} + t_l)}{T}\right) \right), \quad k = 0, 1, 2, \dots; \\ b_k &= \frac{2}{T} \int_T f(t) \sin\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) dt \approx \frac{2}{T} \left( \frac{T}{p} \sum_{l=1}^p f_l \sin\left(\frac{\pi k(t_{l-1} + t_l)}{T}\right) \right) = \\ &= \frac{2}{p} \left( \sum_{l=1}^p f_l \sin\left(\frac{\pi k(t_{l-1} + t_l)}{T}\right) \right), \quad k = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (33)$$

Из (27) следует, что значения частичной суммы порядка  $m$  ряда Фурье в средних точках интервалов (31) определяются как:

$$S_l^m = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^m \left( a_k \cos\left(\frac{\pi k(t_{l-1} + t_l)}{T}\right) + b_k \sin\left(\frac{\pi k(t_{l-1} + t_l)}{T}\right) \right), \quad l = \overline{1, p}. \quad (34)$$

Учитывая, что используется среднеквадратичная сходимость [см. (13)], отклонение частичной суммы (34) от вибротраектории задается выражением:

$$\left\| f - \sum_{k=1}^m c_k \Phi_k \right\|^2 \approx \sum_{l=1}^p (f_l - S_l^m)^2. \quad (35)$$

Развернутая форма выражения (35):

$$\sum_{l=1}^p (f_l - S_l^m)^2 = \sum_{l=1}^p \left( f_l - \left( \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^m \left( a_k \cos\left(\frac{\pi k(t_{l-1} + t_l)}{T}\right) + b_k \sin\left(\frac{\pi k(t_{l-1} + t_l)}{T}\right) \right) \right) \right)^2. \quad (36)$$

Таким образом, относительная величина (21) записывается в виде:

$$\delta_{m-1,m} = \left| \frac{\sum_{l=1}^p (f_l - S_l^{m-1})^2 - \sum_{l=1}^p (f_l - S_l^m)^2}{\sum_{l=1}^p (f_l - S_l^{m-1})^2} \right| \cdot 100. \quad (37)$$

Если условие (22) выполняется, то порядок  $m$  частичной суммы (34) является достаточным для представления траектории упорядоченной последовательностью коэффициентов при базисных функциях данной суммы. Мощность подмножества диагностических параметров в соответствующей контрольной точке системы будет  $2m + 1$ .

Пусть исследуемая вибротраектория является первой компонентой вектора (1). Тогда коэффициенты частичной суммы (34) образуют первые  $n_1$  элементов вектора (2), то есть формируются равенства, аналогичные (23):

$$y_1 = a_0 / 2, \quad y_2 = a_1, \quad y_3 = b_1, \dots, y_{m-1} = a_m, \quad y_m = b_m. \quad (38)$$

**5. Обработка результатов экспериментальных исследований.** Виброскорость исследуемой системы зарегистрирована на интервале времени  $2\pi$  ( $\approx 6,28$ ) миллисекунд (рисунок 1).

Иначе, область определения данной вибротраектории представляется как:

$$T = [0; 2\pi]. \quad (39)$$

На основе разложения вибротраектории необходимо получить подмножество диагностических параметров системы. Величина максимально допустимого относительного отклонения  $\delta$  в условии (22) принимается равной 10%.

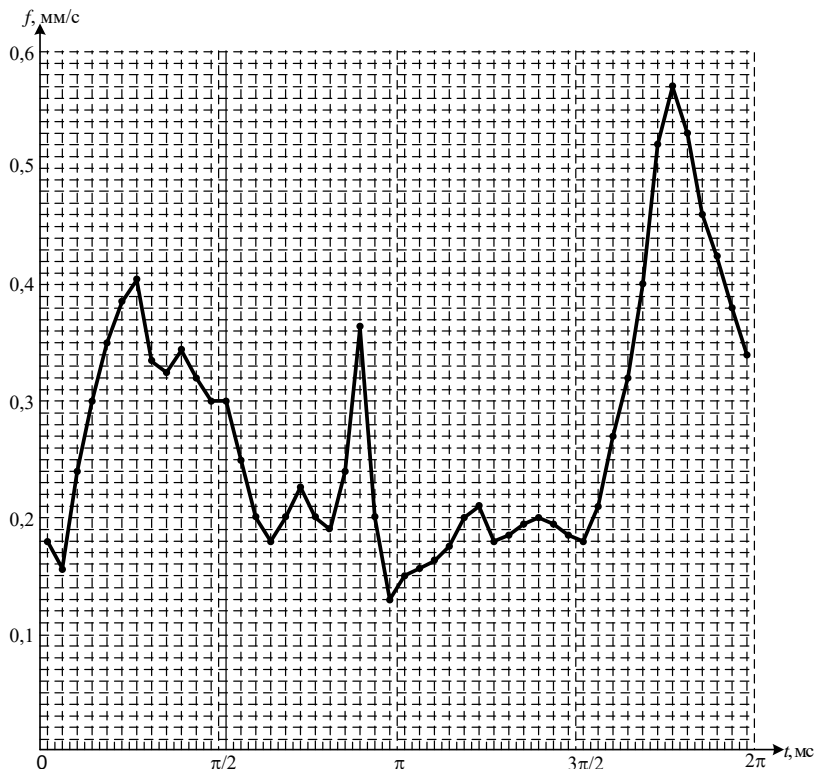


Рис. 1. Траектория виброскорости исследуемой системы

Интервалы регистрации вибротраекторий от 4 до 7 мс позволяют с достаточной полнотой выявлять характер колебаний исследуемой системы [13, 15]. Выбор интервала (39), совпадающего с периодом тригонометрических  $2\pi$ -периодических функций (синуса и косинуса), определяется как указанным выше фактором, так и тем, что это обеспечивает некоторое упрощение алгоритмической реализации процесса обработки вибротраекторий.

Очевидно, что множество  $T$  ограничивается точками:

$$t_0 = 0, \quad t_p = 2\pi,$$

а из выражения (31) следует:

$$\Delta T_l = \frac{2\pi}{p}, \quad l = \overline{1, p}. \quad (40)$$



Чтобы охватить все характерные значения виброскорости, мощность множества интервалов (40) принята  $p = 48$ .

Выражения (35) для вычисления коэффициентов Фурье в данном случае приобретают следующую форму:

$$a_k = \frac{1}{24} \sum_{l=1}^{48} f_l \cos(0,5k(t_{l-1} + t_l)), \quad k = 0, 1, 2, \dots;$$

$$b_k = \frac{1}{24} \sum_{l=1}^{48} f_l \sin(0,5k(t_{l-1} + t_l)), \quad k = 1, 2, \dots$$
(41)

Левые и правые границы, средние точки интервалов  $\Delta T_l$ , а также значения  $f_l$  виброскорости в данных точках показаны в таблице 1. Значения  $f_l$  сняты непосредственно с траектории (рисунок 1).

Таблица 1. Исходные данные для определения коэффициентов частичных сумм ряда Фурье

$l$	$t_{l-1}$	$t_l$	$0,5(t_{l-1} + t_l)$	$f_l$	$l$	$t_{l-1}$	$t_l$	$0,5(t_{l-1} + t_l)$	$f_l$
1	0	0,1309	0,0654	0,180	25	3,1416	3,2725	3,2070	0,150
2	0,1309	0,2618	0,1963	0,155	26	3,2725	3,4034	3,3379	0,155
3	0,2618	0,3927	0,3272	0,240	27	3,4034	3,5343	3,4688	0,163
4	0,3927	0,5236	0,4581	0,300	28	3,5343	3,6652	3,5997	0,175
5	0,5236	0,6545	0,5890	0,350	29	3,6652	3,7961	3,7306	0,200
6	0,6545	0,7854	0,7199	0,385	30	3,7961	3,9270	3,8615	0,210
7	0,7854	0,9163	0,8508	0,405	31	3,9270	4,0579	3,9924	0,180
8	0,9163	1,0472	0,9817	0,335	32	4,0579	4,1888	4,1233	0,185
9	1,0472	1,1781	1,1126	0,325	33	4,1888	4,3197	4,2542	0,195
10	1,1781	1,3090	1,2435	0,345	34	4,3197	4,4506	4,3851	0,200
11	1,3090	1,4399	1,3744	0,320	35	4,4506	4,5815	4,5160	0,195
12	1,4399	1,5708	1,5053	0,300	36	4,5815	4,7124	4,6469	0,185
13	1,5708	1,7017	1,6362	0,300	37	4,7124	4,8433	4,7778	0,180
14	1,7017	1,8326	1,7671	0,250	38	4,8433	4,9742	4,9087	0,210
15	1,8326	1,9635	1,8980	0,200	39	4,9742	5,1051	5,0396	0,270
16	1,9635	2,0944	2,0289	0,180	40	5,1051	5,2360	5,1705	0,320
17	2,0944	2,2253	2,1598	0,200	41	5,2360	5,3669	5,3014	0,400
18	2,2253	2,3562	2,2907	0,225	42	5,3669	5,4978	5,4323	0,520
19	2,3562	2,4871	2,4216	0,200	43	5,4978	5,6287	5,5632	0,570
20	2,4871	2,6180	2,5525	0,190	44	5,6287	5,7596	5,6941	0,530
21	2,6180	2,7489	2,6834	0,240	45	5,7596	5,8905	5,8250	0,460
22	2,7489	2,8798	2,8143	0,365	46	5,8905	6,0214	5,9559	0,425
23	2,8798	3,0107	2,9452	0,200	47	6,0214	6,1523	6,0868	0,380
24	3,0107	3,1416	3,0761	0,130	48	6,1523	6,2832	6,2177	0,340

На основе данных из таблицы 1 по формулам (41) определяются коэффициенты Фурье, значения 19 начальных коэффициентов приведены в таблице 2.

Таблица 2. Значения коэффициентов Фурье

$a_0$	$a_1$	$b_1$	$a_2$	$b_2$	$a_3$	$b_3$	$a_4$	$b_4$	$a_5$
0,5466	0,1006	0,0019	0,0023	-0,0423	-0,0473	-0,0424	-0,0528	-0,0424	-0,0231
$b_5$	$a_6$	$b_6$	$a_7$	$b_7$	$a_8$	$b_8$	$a_9$	$b_9$	
0,0090	-0,0228	-0,0088	0,0115	-0,0043	0,0021	-0,0170	0,0147	-0,0031	

Согласно (34), значения частичной суммы порядка  $m$  ряда Фурье в средних точках интервалов (40) определяются выражением:

$$S_l^m = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^m (a_k \cos(0,5k(t_{l-1} + t_l)) + b_k \sin(0,5k(t_{l-1} + t_l))), \quad (42)$$

$$l = \overline{1, 48}.$$

Так, из таблиц 1, 2 и (42) вытекает, что, например, частичная сумма третьего порядка при  $l = 8$  находится следующим образом:

$$\begin{aligned} S_8^3 &= 0,2733 + 0,1006 \cos(0,9817) + 0,0019 \sin(0,9817) + \\ &+ 0,0023 \cos(2 \cdot 0,9817) - 0,0423 \sin(2 \cdot 0,9817) - \\ &- 0,0473 \cos(3 \cdot 0,9817) - 0,0424 \sin(3 \cdot 0,9817) = 0,329. \end{aligned}$$

Выражение (36) принимает вид:

$$\begin{aligned} &\sum_{l=1}^{48} (f_l - S_l^m)^2 = \\ &= \sum_{l=1}^{48} \left( f_l - \left( \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^m (a_k \cos(0,5k(t_{l-1} + t_l)) + b_k \sin(0,5k(t_{l-1} + t_l))) \right) \right)^2. \end{aligned} \quad (43)$$

В таблице 3 приведены значения частичных сумм шестого и седьмого порядка, полученные из выражения (42), а также отклонения данных сумм от вибротраектории в серединах интервалов (40).

Таблица 3. Значения частичных сумм шестого и седьмого порядка и их отклонений от вибротраектории в средних точках интервалов (40)

$l$	$S_l^6$	$(f_l - S_l^6)^2$	$S_l^7$	$(f_l - S_l^7)^2$	$l$	$S_l^6$	$(f_l - S_l^6)^2$	$S_l^7$	$(f_l - S_l^7)^2$
1	0,211	0,00093	0,219	0,00152	25	0,157	0,00005	0,148	0,00000
2	0,206	0,00259	0,204	0,00239	26	0,144	0,00012	0,146	0,00008
3	0,240	0,00000	0,229	0,00011	27	0,151	0,00016	0,161	0,00000
4	0,294	0,00004	0,283	0,00030	28	0,169	0,00003	0,180	0,00003
5	0,344	0,00004	0,341	0,00008	29	0,190	0,00010	0,193	0,00005
6	0,373	0,00014	0,381	0,00002	30	0,204	0,00004	0,196	0,00019
7	0,378	0,00072	0,390	0,00021	31	0,207	0,00072	0,194	0,00021
8	0,365	0,00091	0,372	0,00140	32	0,201	0,00025	0,194	0,00007
9	0,346	0,00045	0,343	0,00031	33	0,191	0,00002	0,195	0,00000
10	0,330	0,00024	0,318	0,00073	34	0,183	0,00030	0,194	0,00003
11	0,317	0,00001	0,307	0,00018	35	0,179	0,00024	0,190	0,00003
12	0,304	0,00001	0,302	0,00001	36	0,183	0,00000	0,184	0,00000
13	0,283	0,00030	0,292	0,00007	37	0,195	0,00024	0,186	0,00004
14	0,252	0,00001	0,264	0,00021	38	0,221	0,00013	0,209	0,00000
15	0,218	0,00033	0,224	0,00058	39	0,266	0,00002	0,260	0,00010
16	0,191	0,00012	0,186	0,00004	40	0,330	0,00010	0,335	0,00022
17	0,181	0,00036	0,169	0,00095	41	0,408	0,00006	0,420	0,00039
18	0,192	0,00109	0,183	0,00180	42	0,484	0,00128	0,494	0,00069
19	0,217	0,00031	0,218	0,00032	43	0,539	0,00098	0,538	0,00100
20	0,244	0,00291	0,254	0,00409	44	0,553	0,00051	0,543	0,00016
21	0,257	0,00029	0,269	0,00083	45	0,518	0,00331	0,506	0,00210
22	0,249	0,01349	0,253	0,01249	46	0,441	0,00026	0,437	0,00014
23	0,221	0,00046	0,215	0,00023	47	0,346	0,00116	0,352	0,00076
24	0,186	0,00314	0,174	0,00192	48	0,261	0,00628	0,273	0,00449

Результаты вычислений (таблица 3) являются базой для определения отклонений частичных сумм шестого и седьмого порядка от вибротраектории:

$$\sum_{l=1}^{48} (f_l - S_l^6)^2 = 0,04521, \quad \sum_{l=1}^{48} (f_l - S_l^7)^2 = 0,04157.$$

Приведенные величины найдены по формуле (43).

Аналогичные расчеты проведены для частичных сумм более низкого порядка:

$$\sum_{l=1}^{48} (f_l - S_l^1)^2 = 0,32432, \quad \sum_{l=1}^{48} (f_l - S_l^2)^2 = 0,28121, \quad \sum_{l=1}^{48} (f_l - S_l^3)^2 = 0,18427,$$

$$\sum_{l=1}^{48} (f_l - S_l^4)^2 = 0,07430, \quad \sum_{l=1}^{48} (f_l - S_l^5)^2 = 0,05961.$$

В соответствии с (37) вычисляются изменения отклонений частичных сумм предыдущего и последующего порядка от вибротраектории:

$$\delta_{1,2} = \left| \frac{\sum_{l=1}^{48} (f_l - S_l^1)^2 - \sum_{l=1}^{48} (f_l - S_l^2)^2}{\sum_{l=1}^{48} (f_l - S_l^1)^2} \right| \cdot 100 = \frac{0,32432 - 0,28121}{0,32432} \cdot 100 = 13,3\%$$

$$\delta_{2,3} = 34,5\%, \quad \delta_{3,4} = 59,7\%, \quad \delta_{4,5} = 19,8\%, \quad \delta_{5,6} = 24,1\%, \quad \delta_{6,7} = 8,1\%.$$

При переходе к частичной сумме седьмого порядка условие (22) выполняется:  $\delta_{6,7} < 10\%$ . Таким образом, если считать вибротраекторию (рисунок 1) как  $f_1$  в составе вектора (1), коэффициенты данной частичной суммы составляют начальные элементы вектора (2):  $n_1 = 15$ . Следуя равенствам (38), можно записать:

$$\begin{aligned} y_1 &= 0,2733, & y_2 &= 0,1006, & y_3 &= 0,0019, & y_4 &= 0,0023, & y_5 &= -0,0423, \\ y_6 &= -0,0473, & y_7 &= -0,0424, & y_8 &= -0,0528, & y_9 &= -0,0424, & y_{10} &= -0,0231, \\ y_{11} &= 0,0090, & y_{12} &= -0,0228, & y_{13} &= -0,0088, & y_{14} &= 0,0115, & y_{15} &= -0,0043. \end{aligned}$$

**6. Заключение.** Представленная статья содержит результаты теоретических и экспериментальных исследований выходных процессов сложной технической системы, которые являются основой получения информации о ее техническом состоянии. Для построения диагностической модели системы требуется найти количественные характеристики траектории выходного процесса, которые однозначно воспроизводят ее поведение и принимаются в качестве диагностических параметров. Необходимым условием получения количественных характеристик является задание на множествах траекторий каждого из компонентов наблюдаемых состояний системы структуры функциональных пространств. Для этого траектории рассматриваются в виде измеримых по Лебегу функций, что обеспечивает инвариантность принятого способа формализации к физической природе выходного процесса и практически не предъявляет требований к мощности множества разрывов траектории. Обоснован выбор структуры факторпространств  $L_2$  измеримых функций, квадратично интегрируемых по Лебегу. В качестве диагностических параметров приняты количественные характеристики в виде коэффициентов, которые формируются посредством разложения траекторий в частичные суммы рядов Фурье по ортогональным базисам. Рассматривается процедура формирования множества диагностических параметров

ров системы при разложении траектории по ортонормированному базису Лежандра. Предлагается численный способ задания мощности множества таких параметров.

Особое внимание уделено вопросам получения диагностической информации из вибрационных процессов системы. Для формализации вибротраекторий (как ограниченных непрерывных функций) с целью выбора диагностических параметров аргументируется опора на свойства пространств  $C_2$  непрерывных функций, квадратично интегрируемых по Риману. Поскольку данные пространства являются подпространствами в факторпространствах  $L_2$ , общая методология преобразования вибротраекторий не претерпевает изменений. В то же время свойства пространств  $C_2$  обеспечивают преимущества представления вибротраектории частичными суммами рядов Фурье в алгоритмическом аспекте. Рассматривается численная процедура формирования диагностических параметров при разложении вибротраектории по ортогональному тригонометрическому базису.

Представлены результаты обработки экспериментальных исследований вибрационного процесса, которые базируются на предложенных методических и математических основах получения информации о техническом состоянии системы.

### Литература

1. *Komorska I., Wolczyński Z., Borczuch A.* Fault diagnostics in air intake system of combustion engine using virtual sensors // *Diagnostyka*. 2018. vol. 19(1). pp. 25–32.
2. *Сеньченков В.И., Абсалымов Д.Р.* Формальное описание отказов и выбор минимального множества контролируемых признаков в технических системах // *Авиакосмическое приборостроение*. 2011. № 3. С. 36–41.
3. *Chunhui Z., Furong G.* Online fault prognosis with relative deviation analysis and vector autoregressive modeling // *Chemical Engineering Science*. 2015. vol. 138. pp. 531–543.
4. *Saadat B., Kouzou A., Guetana M., Hafaiifa A.* Availability phase estimation in gas turbine based on prognostic system modeling // *Diagnostyka*. 2017. vol. 18(2). pp. 3–11.
5. *Поляков В.А.* Основы технической диагностики // М.: Инфра-М. 2014. 118 с.
6. *Goytil P., Hansen M., Hovland G.* Iterative Learning Applied to Hydraulic Pressure Control // *Modeling, Identification and Control*. 2018. vol. 39(1). pp. 1–14.
7. *Hadroug N., Hafaiifa A., Kouzou A., Chaibet A.* Faults detection in gas turbine using hybrid adaptive network based fuzzy inference systems // *Diagnostyka*. 2016. vol. 17(4). pp. 3–17.
8. *Дмитриев А.К., Мальцев П.А.* Основы теории построения и контроля сложных систем // Л.: Энергоатомиздат. 1988. 192 с.
9. *Lu G., Zhou Y., Lu C., Li X.* A novel framework of change-point detection for machine monitoring // *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2017. vol. 83. pp. 533–548.
10. *Будко П.А., Винограденко А.М., Литвинов А.И.* Экспериментальные исследования кинетического метода контроля и диагностики технических средств // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2014. № 9. С. 53–58.
11. *Liu W.Y. et al.* A novel wind turbine bearing fault diagnosis method based on Integral Extension LMD // *Measurement*. 2015. vol. 74. pp. 70–77.

12. *Мальцев Г.Н., Назаров А.В., Якимов В.Л.* Исследование процесса диагностирования бортовой аппаратуры автоматических космических аппаратов с использованием дискретно-событийной имитационной модели // Труды СПИИРАН. 2018. Вып. 1(56). С. 95–121.
13. *Mba C., Marchesiello S., Fasana A., Garibaldi L.* On the use of stochastic resonance for fault detection in spur gearboxes // *Diagnostyka*. 2017. vol. 18(3). pp. 3–13.
14. *Shi P., Liang K., Han D., Zhang Y.* A novel intelligent fault diagnosis method of rotating machinery based on deep learning and PSO-SVM // *Journal of Vibroengineering*. 2017. vol. 19(8). pp. 5932–5946.
15. *Javorskyj I., Kravets I., Matsko I., Yuzefovych R.* Periodically correlated random processes: Application in early diagnostics of mechanical systems // *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2017. vol. 83. pp. 406–438.
16. *de la Rosa J.J.G., Pérez A.A., Salas J.C.P., Fernández J.M.S.* A novel measurement method for transient detection based in wavelets entropy and the spectral kurtosis: An application to vibrations and acoustic emission signals from termite activity // *Measurement*. 2015. vol. 68. pp. 58–69.
17. *Benabid Y., Mansouri S.* Dynamics study and diagnostics with vibration analysis from worm gear manufactured by reverse engineering techniques // *Journal of Vibroengineering*. 2016. vol. 18(7). pp. 4458–4471.
18. *Barbini L., Eltabach M., Hillis A.J., Du Bois J.L.* Amplitude-cyclic frequency decomposition of vibration signals for bearing fault diagnosis based on phase editing // *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2018. vol. 103. pp. 76–88.
19. *Brandt A.* Noise and vibration analysis: Signal analysis and experimental procedures // John Wiley & Sons. 2011. 464 p.
20. *Vuojolainen J., Nevaranta N., Jastrzebski R., Pyrhönen O.* Comparison of Excitation Signals in Active Magnetic Bearing System Identification // *Modeling, Identification and Control*. 2017. vol. 38(3). pp. 123–133.
21. *Touret T. et al.* On the use of temperature for online condition monitoring of geared systems – a review // *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2018. vol. 101. pp. 197–210.
22. *Сукиязов А.Г., Проснянников Б.Н.* Использование электромагнитных процессов в магнитных системах электротехнических устройств для решения задач контроля и диагностики их технического состояния // *Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения*. 2014. № 4(56). С. 110–118.
23. *Копкин Е.В., Чукуров В.А., Алейник В.В., Лазутин О.Г.* Алгоритм построения гибкой программы диагностирования технического объекта по критерию ценности получаемой информации // Труды СПИИРАН. 2015. Вып. 4(41). С. 106–130.
24. *Зорич В.А.* Математический анализ. Часть 1 // М.: МЦНМО. 2002. 674 с.
25. *Мамедов Н.Я., Джафарова А.Н.* Оценивание погрешности коэффициентов Фурье при использовании метода быстрого спектрального анализа // *Известия высших учебных заведений. Приборостроение*. 2018. Т. 61. № 3. С. 249–256.
26. *Якимов В.Н.* Цифровой комплексный статистический анализ на основе знакового представления случайных процессов // *Известия Самарского центра Российской академии наук*. 2016. Т. 18. № 4-7. С. 1346–1353.
27. *Уздин Д.З.* Новые меры близости, функции состояний и решающие правила в теории распознавания состояний (статистической классификации) // М.: МАКС Пресс. 2016. 128 с.
28. *Сеньченков В.И.* Модели, методы и алгоритмы анализа технического состояния // Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing. 2013. 377 с.
29. *Сеньченков В.И., Шишкин Е.В.* Совершенствование процессов обучения в диагностических моделях сложных технических систем // *Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика*. 2017. № 4. С. 33–43.

30. *Сеньченков В.И.* Математический аппарат диагностирования сложных технических систем // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2016. Т. 59. № 7. С. 547–557.
31. *Колмогоров А.Н., Фомин С.В.* Элементы теории функций и функционального анализа // М.: ФИЗМАТЛИТ. 2009. 572 с.
32. *Muscat J.* Functional Analysis: An Introduction to Metric Spaces, Hilbert Spaces, and Banach Algebras // Springer. 2014. 420 p.
33. *Порошкин А.Г.* Теория меры и интеграла // М.: Либроком. 2012. 184 с.
34. *Суетин П.К.* Классические ортогональные полиномы // М.: Наука. 1979. 416 с.

**Сеньченков Валентин Иванович** — д-р техн. наук, профессор, профессор, кафедра систем жизнеобеспечения объектов наземной космической инфраструктуры, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: теория распознавания образов, математическое и алгоритмическое обеспечение систем контроля и диагностирования. Число научных публикаций — 130. [svi9@rambler.ru](mailto:svi9@rambler.ru); ул. Ждановская, 13, 197198, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7(812)347-96-43.

**Абсалямов Дамир Расимович** — д-р техн. наук, профессор, кафедра организации эксплуатации и технического обеспечения вооружения, военной и специальной техники, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: энергетическая эффективность систем, техническая диагностика. Число научных публикаций — 120. [damir73@yandex.ru](mailto:damir73@yandex.ru); ул. Ждановская, 13, 197198, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7(812)347-97-35.

**Авсюкевич Дмитрий Алексеевич** — д-р техн. наук, профессор, профессор, кафедра систем электроснабжения наземных комплексов, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: теплотехника, термодинамика, техническая диагностика. Число научных публикаций — 130. [avsdim@mail.ru](mailto:avsdim@mail.ru); ул. Ждановская, 13, 197198, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7(812)347-96-44.

V.I. SENCHENKOV, D.R. ABSALYAMOV, D.A. AVSUKEVICH  
**DEFINITION OF SET OF DIAGNOSTIC PARAMETERS OF  
SYSTEM BASED ON THE FUNCTIONAL SPACES THEORY**

*Senchenkov V.I., Absalyamov D.R., Avsukevich D.A.* **Definition of Set of Diagnostic Parameters of System based on the Functional Spaces Theory.**

**Abstract.** The development of methodical and mathematical apparatus for formation of a set of diagnostic parameters of complex technical systems, the content of which consists of processing the trajectories of the output processes of the system using the theory of functional spaces, is considered in this paper. The trajectories of the output variables are considered as Lebesgue measurable functions. It ensures a unified approach to obtaining diagnostic parameters regardless a physical nature of these variables and a set of their jump-like changes (finite discontinuities of trajectories). It adequately takes into account a complexity of the construction, a variety of physical principles and algorithms of systems operation. A structure of factor-spaces of measurable square Lebesgue integrable functions, is defined on sets of trajectories. The properties of these spaces allow to decompose the trajectories by the countable set of mutually orthogonal directions and represent them in the form of a convergent series. The choice of a set of diagnostic parameters as an ordered sequence of coefficients of decomposition of trajectories into partial sums of Fourier series is substantiated. The procedure of formation of a set of diagnostic parameters of the system, improved in comparison with the initial variants, when the trajectory is decomposed into a partial sum of Fourier series by an orthonormal Legendre basis, is presented. A method for the numerical determination of the power of such a set is proposed.

New aspects of obtaining diagnostic information from the vibration processes of the system are revealed. A structure of spaces of continuous square Riemann integrable functions is defined on the sets of vibrotrajectories. Since they are subspaces in the afore mentioned factor-spaces of Lebesgue, the general methodological bases for the transformation of vibrotrajectories remain unchanged. However, the algorithmic component of the choice of diagnostic parameters becomes more specific and observable. It is demonstrated by implementing a numerical procedure for decomposing vibrotrajectories by an orthogonal trigonometric basis, which is contained in Riemann spaces. The processing of the results of experimental studies of the vibration process and the setting on this basis of a subset of diagnostic parameters in one of the control points of the system is provided.

The materials of the article are a contribution to the theory of obtaining information about the technical condition of complex systems. The applied value of the proposed development is a possibility of their use for the synthesis of algorithmic support of automated diagnostic tools.

**Keywords:** technical condition, diagnostic parameter, output process, Lebesgue measurable function, function space, partial sum of Fourier series, basis of Legendre, vibrotrajectory, trigonometric basis.

**Senchenkov Valentin Ivanovich** — Ph.D., Dr. Sci., Professor, Professor of the life support systems of facilities of ground-based space infrastructure department, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: pattern recognition theory, mathematical and algorithmic support of control and diagnostic systems. The number of publications — 130. svi9@rambler.ru; 13, Zhdanovskaya street, St.-Petersburg, 197198, Russian Federation; office phone: +7(812)347-96-43.

**Absalyamov Damir Rasimovich** — Ph.D., Dr.Sci., Professor, Department of Organization of Operation and Technical Support of Weapon, Military and Special Equipment, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: energy efficiency of systems, technical diagnos-



tics. The number of publications — 120. damir73@yandex.ru; 13, Zhdanovskaya str., 197198, St.-Petersburg, Russian Federation; office phone: +7(812)347-97-35.

**Avsyukevich Dmitriy Alekseevich** — Ph.D., Dr.Sci., Professor, Professor, Department of Power Supply Systems of Ground Complexes, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: heat engineering, thermodynamics, technical diagnostics. The number of publications — 130. avsdim@mail.ru; 13, Zhdanovskaya str., 197198, St.-Petersburg, Russian Federation; office phone: +7(812)347-96-44.

## References

1. Komorska I., Wolczyński Z., Borczuch A. Fault diagnostics in air intake system of combustion engine using virtual sensors. *Diagnostyka*. 2018. vol. 19(1). pp. 25–32.
2. Senchenkov V.I., Absalyamov D.R. [Formal description of rejection and choice of minimum set of controlled characteristics in technical systems]. *Aviakosmicheskoye priborostroeniye – Aerospace Instrument-Making*. 2011. vol. 3. pp. 36–41. (In Russ.).
3. Chunhui Z., Furong G. Online fault prognosis with relative deviation analysis and vector autoregressive modeling. *Chemical Engineering Science*. 2015. vol. 138. pp. 531–543.
4. Saadat B., Kouzou A., Guemana M., Hafaifa A. Availability phase estimation in gas turbine based on prognostic system modeling. *Diagnostyka*. 2017. vol. 18(2). pp. 3–11.
5. Polyakov V.A. *Osnovy tekhnicheskoy diagnostiki* [Fundamentals of technical diagnostics]. M.: Infra-M. 2014. 118 p. (In Russ.).
6. Goytil P., Hansen M., Lovland G. Iterative Learning Applied to Hydraulic Pressure Control. *Modeling, Identification and Control*. 2018. vol. 39(1). pp. 1–14.
7. Hadroug N., Hafaifa A., Kouzou A., Chaibet A. Faults detection in gas turbine using hybrid adaptive network based fuzzy inference systems. *Diagnostyka*. 2016. vol. 17(4). pp. 3–17.
8. Dmitriev A.K., Maltsev P.A. *Osnovy teorii postroeniya i kontrolya slozhnykh system* [Fundamentals theory of construction and control of complex systems]. L.: Energoatomizdat. 1988. 192 p. (In Russ.).
9. Lu G., Zhou Y., Lu C., Li X. A novel framework of change-point detection for machine monitoring. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2017. vol. 83. pp. 533–548.
10. Budko P.A., Vinogradenko A.M., Litvinov A.I. [Pilot Studies on Application Kinetic Control Method and Diagnostics Technical Means]. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie – Mechatronics, Automation, Control*. 2014. vol. 9. pp. 53–58. (In Russ.).
11. Liu W.Y. et al. A novel wind turbine bearing fault diagnosis method based on Integral Extension LMD. *Measurement*. 2015. vol. 74. pp. 70–77.
12. Maltsev G.N., Nazarov A.V., Yakimov V.L. [The Study of the Diagnosing of Automatic Sacecraft on-Board Equipment Using a Discrete-Event Simulation Model]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2018. vol. 1(56). pp. 95–121. (In Russ.).
13. Mba C., Marchesiello S., Fasana A., Garibaldi L. On the use of stochastic resonance for fault detection in spur gearboxes. *Diagnostyka*. 2017. vol. 18(3). pp. 3–13.
14. Shi P., Liang K., Han D., Zhang Y. A novel intelligent fault diagnosis method of rotating machinery based on deep learning and PSO-SVM. *Journal of Vibroengineering*. 2017. vol. 19(8). pp. 5932–5946.
15. Javorskyj I., Kravets I., Matsko I., Yuzefovych R. Periodically correlated random processes: Application in early diagnostics of mechanical systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2017. vol. 83. pp. 406–438.
16. de la Rosa J.J.G., Pérez A.A., Salas J.C.P., Fernández J.M.S. A novel measurement method for transient detection based in wavelets entropy and the spectral kurtosis: An application to vibrations and acoustic emission signals from termite activity. *Measurement*. 2015. vol. 68. pp. 58–69.
17. Benabid Y., Mansouri S. Dynamics study and diagnostics with vibration analysis from worm gear manufactured by reverse engineering techniques. *Journal of Vibroengineering*. 2016. vol. 18(7). pp. 4458–4471.

18. Barbini L., Eltzbach M., Hillis A.J., Du Bois J.L. Amplitude-cyclic frequency decomposition of vibration signals for bearing fault diagnosis based on phase editing. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2018. vol. 103. pp. 76–88.
19. Brandt A. Noise and vibration analysis: Signal analysis and experimental procedures. John Wiley & Sons. 2011. 464 p.
20. Vuojolainen J., Nevaranta N., Jastrzebski R., Pyrhönen O. Comparison of Excitation Signals in Active Magnetic Bearing System Identification. *Modeling, Identification and Control*. 2017. vol. 38(3). pp. 123–133.
21. Touret T. et al. On the use of temperature for online condition monitoring of geared systems – a review. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2018. vol. 101. pp. 197–210.
22. Sukiyazov A.G., Prosiannikov B.N. [Using electromagnetic processes in a magnetic systems electrical devices for solving control and diagnostics of technical state]. *Vestnik Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putej soobshcheniya – Bulletin of Rostov state Transport University*. 2014. vol. 4(56). pp. 110–118. (In Russ.).
23. Kopkin E.V., Chikurov V.A., Aleynik V.V., Lazutin O.G. [Algorithm for Constructing a Flexible Program for Technical Object Diagnosing on the Criterion of Received Information Value]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2015. vol. 4(41). pp. 106–130. (In Russ.).
24. Zorich V.A. *Matematicheskiiy analiz. Chast' 1* [Mathematical analysis. Part 1]. M.: MCNMO. 2002. 674 p. (In Russ.).
25. Mamedov N.Y., Dzhapharova A.N. [Estimation of Fourier Coefficients Errors when using the quick spectral Analysis Method]. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Priborostroenie – Proceedings of the higher educational institutions. Journal of Instrument Engineering*. 2018. Issue 61. vol. 3. pp. 249–256. (In Russ.).
26. Yakimov V.N. [Digital complex statistical Analysis based on sign-function representation of random Processes]. *Izvestiya Samarskogo centra Rossijskoj akademii nauk – Bulletin of the Samara Center of the Russian Academy of Sciences*. 2016. Issue 18. vol. 4-7. pp. 1346–1353. (In Russ.).
27. Uzdin D.Z. *Novye mery blizosti, funkcii sostoyanij i reshayushchie pravila v teorii raspoznavaniya sostoyanij (statisticheskoy klassifikacii)* [New measures of proximity, state functions and decision rules in the theory of state recognition (statistical classification)]. M.: MAKSPress. 2016. 128 p. (In Russ.).
28. Senchenkov V.I. *Modeli, metody i algoritmy analiza tekhnicheskogo sostoyaniya* [Models, methods and algorithms for the analysis of technical condition]. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing. 2013. 377 p. (In Russ.).
29. Senchenkov V.I., Shishkin E.V. [Improving the processes of training in the diagnostic models of complex technical systems]. *Pribory i sistemy. Upravlenie, kontrol, diagnostika – Instruments and Systems: Monitoring, Control, and Diagnostics*. 2017. vol. 4. pp. 33–43. (In Russ.).
30. Senchenkov V.I. [The mathematical apparatus of the diagnosis of complex technical systems]. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Priborostroenie – Proceedings of the higher educational institutions. Journal of Instrument Engineering*. 2016. Issue 59. vol. 7. pp. 547–557. (In Russ.).
31. Kolmogorov A.N., Fomin S.V. *Elementy teorii funktsiy i funktsionalnogo analiza* [Elements of the theory of functions and functional analysis]. M.: FIZMATLIT. 2009. 572 p. (In Russ.).
32. *Muscat Jo. Functional Analysis: An Introduction to Metric Spaces, Hilbert Spaces, and Banach Algebras*. Springer. 2014. 420 p.
33. Poroshkin A.G. *Teoriya mery i integrala* [Theory of measure and integral]. M.: Librom. 2012. 184 p. (In Russ.).
34. Suetin P.K. *Klassicheskie ortogonal'nye polinomy* [Classic orthogonal polynomials]. M.: Nauka. 1979. 416 p. (In Russ.).

А.А. КОРОТИН, Г.И. КОЗЫРЕВ, А.В. НАЗАРОВ, Е.В. БЛАГОДЫРЕНКО  
**ИССЛЕДОВАНИЕ ДОСТОВЕРНОСТИ КОМБИНАТОРНО-  
МЕТРИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА РАСПОЗНАВАНИЯ  $N$ -  
МЕРНЫХ ГРУППОВЫХ ТОЧЕЧНЫХ ОБЪЕКТОВ В  
ИЕРАРХИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ ПРИЗНАКОВ**

*Коротин А.А., Козырев Г.И., Назаров А.В., Благодыренко Е.В.* Исследование достоверности комбинаторно-метрического алгоритма распознавания  $N$ -мерных групповых точечных объектов в иерархическом пространстве признаков.

**Аннотация.** В работе представлены результаты исследований комбинаторно-метрического алгоритма распознавания многомерных групповых точечных объектов (ГТО) в пространстве признаков, имеющих иерархическую организацию. На примере многоуровневых описаний смоделированных и реальных объектов исследован характер изменения показателей достоверности в условиях, когда результаты распознавания, полученные на одном уровне иерархии, используются в качестве исходных данных на следующем. Рассмотрены предпосылки представления распознаваемых объектов или процессов в виде ГТО и источники иерархии. Так, результаты измерений  $n$ -мерного процесса в  $m$  временных сечениях или в одном сечении, но  $m$  независимыми наблюдателями представляются при распознавании  $n$ -мерным  $m$ -элементным ГТО. В случае распознавания протяженных в пространстве объектов — априорная неопределенность относительно ракурса представления, неполноты состава и координатных шумов элементов обуславливают комбинаторные процедуры количественной оценки меры близости многомерных ГТО, представляющих объект распознавания тому или иному классу. Устойчивость представленного комбинаторно-метрического алгоритма распознавания ГТО достигается возможностью смены стратегии принятия классификационного решения, использующей априорные показатели распознавания на низших уровнях иерархии. В численных экспериментах проводилась классификация геометрии ГТО, представляющего образец, по составу элементов образца или по комплексному априорному показателю достоверности. Для повышения вероятности правильного распознавания предложено использовать перебор результатов распознавания на нижних уровнях иерархии, характеризующихся более низкими априорными показателями достоверности распознавания по первичным признакам. Благодаря использованию процедур поиска комбинаций индексов в окрестности максимума апостериорной вероятности правильного распознавания на нижних уровнях доставляется экстремальное значение критерия качества функционирования системы распознавания на ее верхнем уровне иерархии. Приведены экспериментальные зависимости априорных и апостериорных показателей достоверности при различных условиях проведения измерений и состояний объектов распознавания.

**Ключевые слова:** многоуровневый групповой точечный объект, распознавание образов, иерархия признаков, достоверность распознавания.

**1. Введение.** Современные высокотехнологичные системы технического зрения, радиовидения и технической диагностики предъявляют к алгоритмам распознавания требования оперативного принятия решений в неоднородном, высокоразмерном и иерархическом пространстве признаков. Построение иерархической системы признаков, инвариантных к широкому спектру искажений и условий наблюдения можно рассматривать как следствие необходимости достоверного распознавания протяженных в пространстве и/или во времени многоуровневых объектов/процессов, включая и их представления в виде ГТО [1-5]. Существующие

подходы к распознаванию ГТО, представлены в работах Я. А. Фурмана, А. А. Роженцова, Р. Г. Хафизова, в которых изображения плоских, объемных точечных полей и ГТО исследуются с позиции теории сигналов [1, 2, 7]. В работах ученых данной научной школы разработан аппарат дискретных комплексных и кватернионных сигналов, позволяющий применительно к точечным полям и локализованным точечным объектам решать задачи спектрального и корреляционного анализа, согласованной фильтрации, оценки параметров и распознавания. Настоящая работа является продолжением работы [29], и обусловлена необходимостью оценки качества распознавания ГТО на текущем уровне иерархии от степени потери достоверности на нижних уровнях. При этом достоверность распознавания обеспечивается как выбором параметров многоуровневой декомпозиции процедур в классе метрических алгоритмов, так и эвристиками, направленными на преодоление комбинаторных барьеров, возникающих при распознавании ГТО.

**2. Многоуровневые групповые точечные представления.** В многоуровневых системах распознавания словарь признаков определен на множестве алфавитов классов локальных распознающих устройств, расположенных на нижних уровнях иерархии. На рисунке 1 приведены примеры 2-х и 3-х мерных ГТО, для представления каждого элемента которых используется процедура поиска-обнаружения и распознавания. Так, распознаванию пространственно-распределенных многоэлементных объектов радио- или оптическими средствами предшествует процедура поиска, обнаружения и оценивания характеристик малоразмерных и точечных целей (рисунок 1а), составляющих сцену или ордер классифицируемого объекта.

Классификация технического состояния сложных систем может основываться на множестве однотипных точечных измерений наблюдаемых параметров на заданных интервалах наблюдения или совокупности терминальных точек, описывающих состояния системы в ее фазовом пространстве [6] (рисунок 1б).

Системы технического зрения, осуществляют пространственное сканирование на предмет обнаружения особых точек (элементов) или дескрипторов, используемых в различных детекторах изображений (рисунок 1с), таких как детекторы Моравца, Харриса и Стефана, MSER (Maximally Stable Extremal Regions), SIFT (Scale Invariant Feature Transform), SURF (Speeded Up Robust Features), Хафа, FAST (Features from Accelerated Test) и других [7-13].

При разработке подсистем информационного обеспечения систем технического зрения перспективных летательных аппаратов требуется решать не общую проблему автоматического понимания изображения произвольной сцены, а гораздо более определенную и узкую задачу проблемно-

ориентированной интерпретации изображения объекта [15, 16, 26]. Часто задача сводится к обнаружению и идентификации на изображении некоторого набора особых точек, наличие которых может повлиять на формирование решения, как например, при поиске на малоконтрастных изображениях летательных аппаратов [15] (рисунок 1*d*).

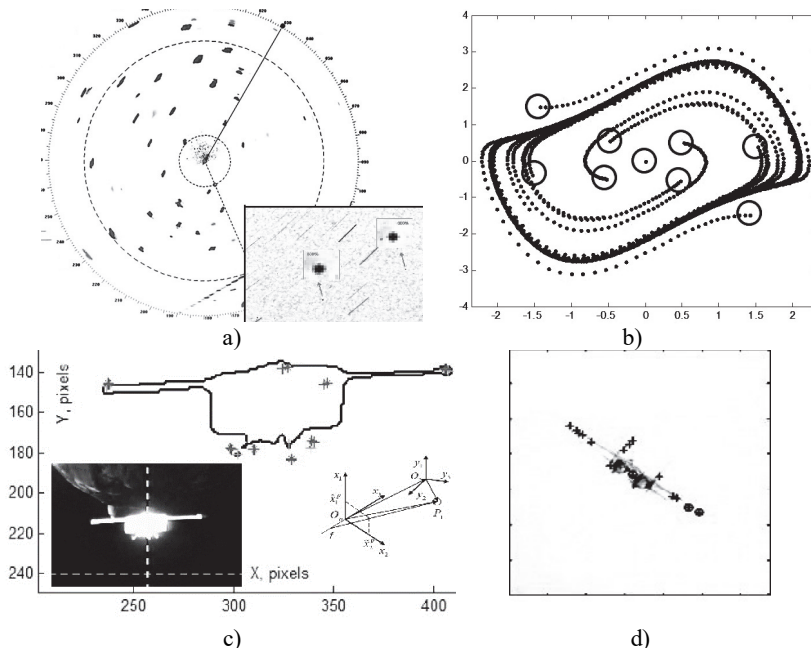


Рис. 1. Многоуровневые групповые точечные представления:

- a*) идентификация точечных целей в порядке на экране радиолокатора и при сопровождении оптико-электронным средством;
- b*) ассоциация особых точек динамической системы;
- c*) детектирование контрольных точек при определении параметров относительного движения стыковочных модулей;
- d*) Результат поиска особых точек методом SIFT

Примером многоуровневого представления ГТО являются порядки построений войсковых формирований на местности, в случае, когда две оси координат — относительные координаты сосредоточенных целей (элементов войсковых формирований), третья координата — тип цели (рисунок 2), которую необходимо обнаружить и идентифицировать по признакам более низкого уровня иерархии [17].

Если в какой-либо информационной системе реализована возможность одновременных измерений характеристик одного и того же процесса, характеризуемого  $n$  параметрами в  $m$  различных сечениях (различных ракурсах), то результаты такого наблюдения также представимы в

виде  $n$ -мерного  $m$ -точечного ГТО. Например, при распознавании космических объектов используют различные признаки, видовые из оптических детальных изображений; интегральные и многоспектральные фотометрические (кривые блеска) и поляризационные [18-23, 30-32].

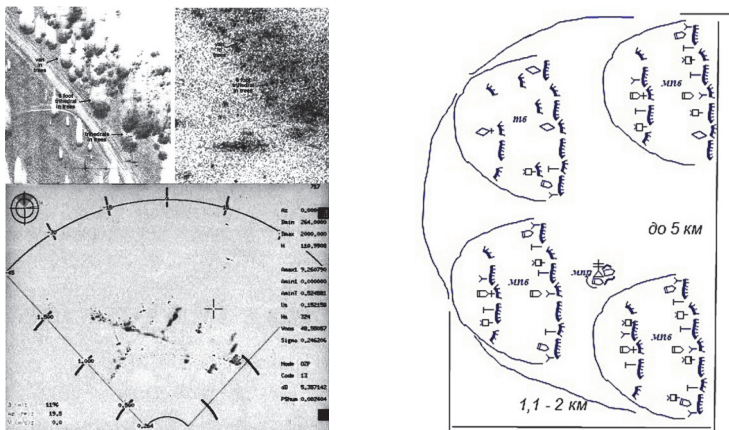


Рис. 2. Порядки построения войсковых формирований в обороне в виде трехмерных ГТО как результат радиолокационного опознавания

Таковыми признаками могут являться значения одноименных параметров фотометрических реализаций, полученных при многопунктных синхронных базисных наблюдениях (на рисунке 3 КА YAOGAN 20A, шкала блеска в звездных величинах, приведенных к дальности 1000 км).

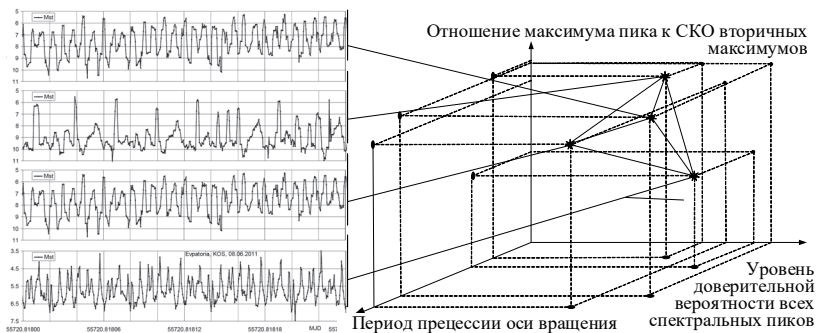


Рис. 3. Распознаваемый образец включает четыре синхронных фрагмента кривой блеска преобразованных в 4-х точечный ГТО в пространстве 3-х характеристик (пример)

Принимая гипотезу об информативности и постоянстве зависимости относительных изменений различных кривых блеска от функционально-конструктивных характеристик космических объектов в различных ракурсах (спектральных диапазонах) с учетом фазовых углов типа стабилизации и типа отражающей поверхности, каждая из  $m$  кривых представляется в виде точки в пространстве ее  $n$  характеристик и последующего распознавания типовых компоновок конструкций (или технического состояния) космических объектов посредством идентификации ГТО.

Кроме точечного представления интегральных параметров временных реализаций возможно использование многоточечного представления однопозиционных многоспектральных/спектрофотометрических наблюдений и получение спектрально зависимых характеристик оптических сигналов в  $n$ -цветных диаграммах в различных фотометрических системах ( $U-B$ ) и ( $B-V$ ), ..., и другие (рисунок 4.а).

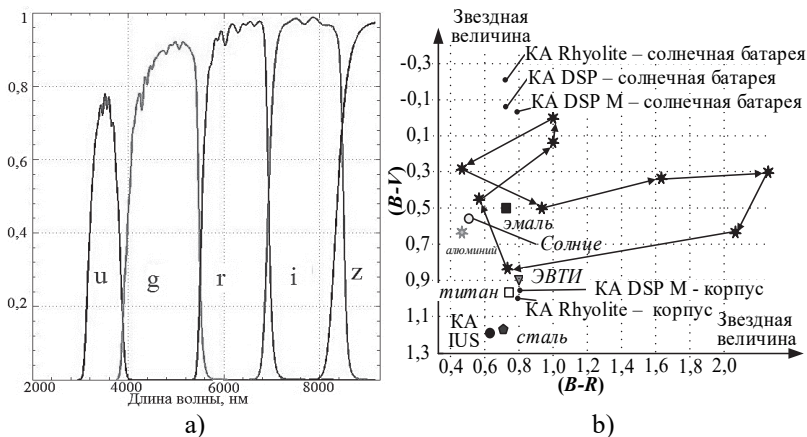


Рис. 4. а) Пример широкополосной пятицветной фотометрической системы UGRIZ для каталога SDSS – как пространственного базиса ГТО; б) ГТО (вершины графа) образован измерениями через равные промежутки времени показателей цвета КА в двумерном фазовом пространстве фотометрической системы UBVR

Например, анализ двуцветной диаграммы ( $B-V$ ) и ( $V-R$ ) для геостационарных объектов (рисунок 4 б) показывает, что различные типы объектов группируются на ней по показателям цвета [18]. При этом в фотометрических системах, содержащих большее число спектральных полос, чем  $BVR$  или  $UBV$ , различия между показателями цвета позволяют более увереннее различать КА по компоновкам конструкции и покрытиям. В соответствии с теоремой Ковера пространство кривых блеска может быть

отображено в пространство более высокой размерности, где множества состояний КА, которые отображают кривые, станут линейно-разделимым. В этом случае метрический подход к классификации позволяет более достоверно решать задачи распознавания.

Использование  $n$  поддиапазонов в полосе пропускания оптико-электронной системы обуславливает  $n$ -мерность вложения ГТО, а количество и взаимное расположение точек ГТО, зафиксированных через равные промежутки времени, определяют мощность признаков для распознавания наблюдаемой ситуации. Информативность такого представления для распознавания классов состояний наблюдаемых объектов зависит от степени устойчивости статистической взаимосвязи между значениями  $m$  измерений  $n$  параметров.

Таким образом, точечные изображения или пространственные ГТО в форме множеств точек, задаваемых функцией  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , которые называются генеральными множествами точек объекта  $F = \{f(X)\}_0^{m-1}$  или в общем случае зашумленными точечными полями мощности  $m$  в  $n$ -мерном пространстве, являются распространенной формой представления промежуточных результатов для решения задач распознавания [1, 2, 24, 29].

В предельных случаях иерархически организованный образец ГТО, предъявляемый к распознаванию одновременно характеризуется:

- пространственными (относительными) геометрическими признаками, выявленными в результате поиска (сканирования) во времени и/или пространстве, то есть свойствами изображения;
- упорядоченным набором абсолютных параметров в классическом представлении системы распознавания, то есть некоординатными свойствами целостного классифицируемого объекта.

Первый и второй тип признаков образца ГТО несут различную смысловую нагрузку, потенциальную информативность и алгоритмическую сложность использования первого типа признаков в силу следующих условий задачи распознавания:

- предъявляемый образец в общем случае есть неизвестный фрагмент шаблона, наблюдаемый в условиях координатных шумов;
- образцу присущи любые виды искажений, включая неаффинные искажения формы ГТО в  $n$ -мерном пространстве его признаков;
- наблюдаемый образец обладает неизвестной ориентацией в пространстве абсолютных координат ГТО или наблюдаем с неизвестного ракурса в проекции на картинную плоскость наблюдателя;



– наличие ненулевой вероятности наличия ложных точек и/или отсутствия истинных точек — атрибутов распознаваемого класса ГТО (в результате ошибок сканирования в пространстве поиска);

– наличие ненулевой вероятности попадания в поле зрения наблюдателя фрагментов нескольких объектов, включая объекты принадлежащих различным классам.

**3. Источники иерархии.** Если классифицируемый образец есть протяженный и неделимый в  $N$ -мерном пространстве поиска неделимый объект, то при его перемещениях, поворотах, изменениях масштабов между координатами особых точек на его поверхности сохраняются неизменными геометрические соотношения вида расстояний, углов и другие инварианты. Соответственно, при перемещениях, поворотах, изменениях масштабов информативными будут указанные локальные геометрические характеристики класса в системе координат объекта, а не абсолютные значения координат особых точек на его поверхности. Информативный словарь признаков при этом задается в пространстве локальных геометрических характеристик объекта.

Если классифицируемым образцом выступает протяженный во времени  $N$ -мерный процесс, то между синхронными временными отсчетами его  $N$  характеристик существуют причинно-следственные или статистические взаимосвязи, неизменные при изменениях масштаба (области определения, девиации), частоты, амплитуды (при гармоническом представлении). В свою очередь, необходимость поиска, представления и распознавания протяженного во времени и/или пространстве объекта/процесса (обладающего формой с потенциально искаженными геометрическими характеристиками) обуславливает иерархическую декомпозицию системы его признаков и многоуровневость алгоритмов распознавания. Так, в практических задачах при оценке класса или ордера целей оцениваются характеристики малоразмерных и точечных целей, детекторы событий распознают особые точки сцены или фазовых портретов, при этом элементы метрически сличаемых ГТО не упорядочены и номера признаков могут не совпадать.

Придерживаясь классификации [1] следует различать ГТО и точечные поля на поверхности объектов (рисунок 5), последние не подразумевают иерархии признаков при идентификации координат точек [17].

Для объектов первого вида мощность  $m$  задающего генерального множества  $F$  не превышает  $m = 20 \div 30$ , для объектов второго вида значение  $m$  может достигать  $10^5$  и более [1, 19].

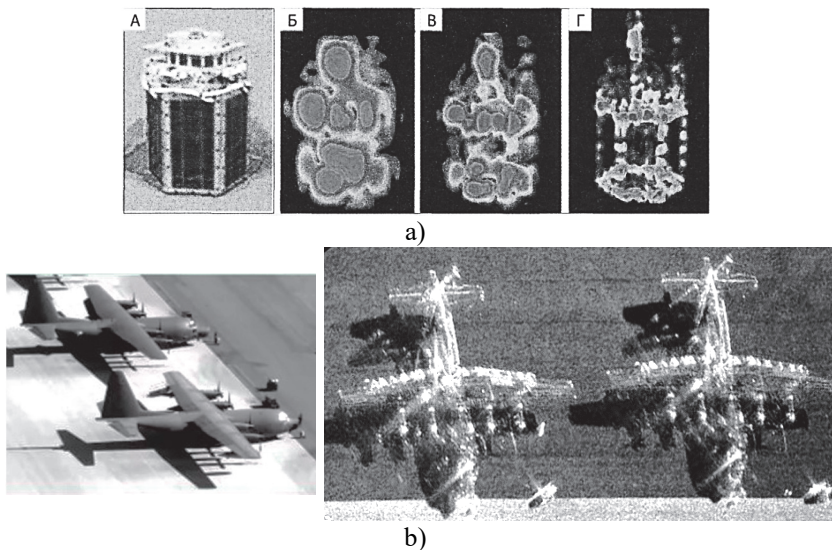


Рис. 5. Примеры представления объектов распознавания точечными полями на трехмерной поверхности: *a)* характерные точки космического аппарата в зависимости от разрешающей способности РЛС «Millimeter Wave Radar» и ширины полосы сигнала: А — внешний вид КА; Б, В и Г — радиолокационные изображения КА при ширине полосы сигнала 1,2 и 4 ГГц и разрешающей способности по дальности 30, 15 и 8 см соответственно [25], *b)* Авиационный PCA: Ка диапазон, С-130 с пространственным разрешением 10 см

Обобщенная последовательность операций в иерархии поэтапного распознавания характеристик, протяженных во времени (и/или пространстве) процессов (и/или объектов) проиллюстрирована на рисунке 6.

При распознавании временных процессов подразумевается, что один и тот же процесс, согласно классическому уравнению наблюдений, отображается  $m$  кривыми, и его представление в виде ГТО осуществляется по каждой из  $m$  кривых в пространстве ее  $n$  однотипных характеристик.

В целом, в настоящей работе иерархия алгоритма распознавания и многоуровневость представления самого объекта распознавания обусловлены тем, что результаты распознавания по координатным (геометрии ГТО) и некоординатным признакам формируют значения признаков ГТО более высокого уровня иерархии, как и показано на рисунке 7.



Рис. 6. Циклическая последовательность многоуровневых процессов распознавания на основе координатных и некоординатных признаков объектов и/или процессов

**4. Алгоритм распознавания.** Включает три независимых процедуры, результаты, которых объединяются на уровне решений по методу гистограмм:

- 1) Распознавание многоуровневого образца по составу целей образца.
- 2) Распознавание по взаиморасположению целей, то есть по ГТО образца.
- 3) Распознавание по независимому кортежу некоординатных признаков.

Первая и третья процедуры тривиальны и предназначены для компенсации потери достоверности алгоритма при критических значениях искажений образца, поэтому далее подробно рассмотрим вторую процедуру распознавания. Пусть на  $k$ -м уровне иерархии каждый  $l$ -й элемент  $\rho_l$

алфавита классов  $\{\rho_l\}$ ,  $l = \overline{1, L_k}$  распознаваемых многоуровневых объектов представлен шаблоном ГТО, содержащим  $m_l$ ,  $l = \overline{1, L_k}$  точек  $\{y'_1, y'_2, \dots, y'_i, \dots, y'_{m_l}\}$  в  $n_k$ -мерном пространстве признаков с введенной метрикой, причем одна  $j$ -я,  $j = \overline{1, n_k}$  или  $q_k$ , ( $q_k \leq n_k$ ) осей системы координат ГТО представлены числовой шкалой или шкалой линейного порядка. Это необходимо для того, чтобы результаты распознавания на нижнем  $(k-1)$ -м уровне иерархии отображались значением — отметкой на оси системы координат ГТО на  $k$ -м уровне. Множество классов  $\{\rho_l\}$ ,  $l = \overline{1, L_k}$  конечно и образует полную группу из  $\Theta$  (разбиение пространства образов  $\Theta$ ), т.е.  $\bigcup_{l=1}^{L_k} \rho_l = \Theta$ ,  $\rho_i \cap \rho_j = \emptyset$  для всех  $i \neq j$ . Дополнительно каждый элемент алфавита классов  $\{\rho_l\}$ ,  $l = \overline{1, L_k}$  распознаваемых объектов на  $k$ -м уровне описывается вектором  $S_l$ ,  $l = \overline{1, L_k}$ . Компоненты данного вектора определены на множестве  $\{s\}$  словаря некоординатных признаков, так что образуют таблицу типа «объект-признак», которую можно представить матрицей  $[S_{lv}]$ :

$$[S_{lv}] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{1v} & S_{1V} \\ S_{21} & S_{22} & S_{2v} & S_{2V} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{l1} & S_{l2} & S_{lv} & S_{lV} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{L_k 1} & S_{L_k 2} & S_{L_k v} & S_{L_k V} \end{bmatrix}, \quad l = \overline{1, L_k}, \quad v = \overline{1, V}, \quad (1)$$

где  $L_k$  — число классов на  $k$ -м уровне иерархии,  $V$  — количество некоординатных признаков.

Описывая уровни «вниз», предположим, что значение по одной  $j$ -й,  $j = \overline{1, n}$  или  $q_k$ , ( $q_k \leq n_k$ ) осям координат каждой  $i$ -й точки  $y'_i$ ,  $i = \overline{1, m_l}$ ,  $l = \overline{1, L_k}$   $l$ -го ГТО — есть результат распознавания.

Подобно описанию на  $(k-1)$ -м уровне иерархии, здесь результат распознавания определен на одном (в общем случае  $n_{k-1}$ ) множестве  $\{\zeta_h\}$ ,  $h = \overline{1, L_{k-1}}$  алфавита классов нижнего  $(k-1)$ -го уровня иерархии, где  $L_{k-1}$  — число классов, характеризующих  $j$ -ю координату  $i$ -й точки  $l$ -го ГТО (на рисунке 7 изображены отношения систем абстрактных координат пространств характеристик многоуровневого распознаваемого ГТО на  $k$ -м и  $(k-1)$ -м уровнях иерархии).

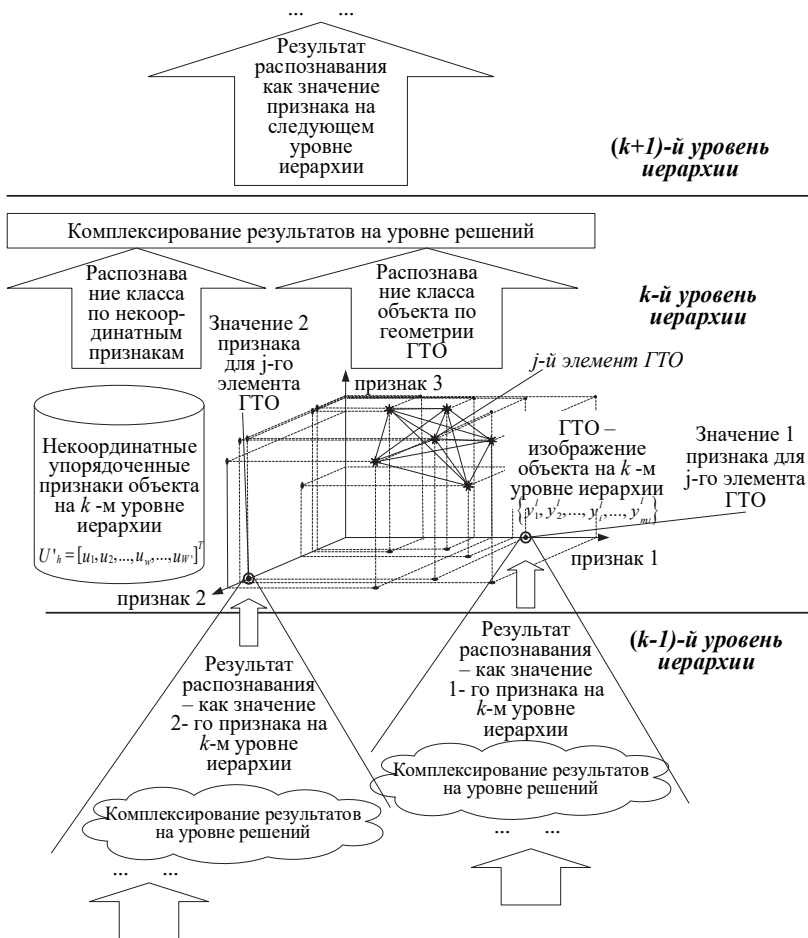


Рис. 7. Результаты распознавания по координатным (геометрии ГТО) и некоординатным признакам формируют значения признаков объекта более высокого уровня иерархии

В результате каждый  $h$ -й элемент алфавита классов  $\{\zeta_h\}$ ,  $h = \overline{1, L_{k-1}}$ , характеризующий  $j$ -ю координату  $i$ -й точки  $l$ -го ГТО, может быть одновременно описан:

–  $h$ -м шаблоном ГТО  $\left\{ y_1^h, y_2^h, \dots, y_i^h, \dots, y_{m_h}^h \right\}$  в  $n_{k-1}$ -мерном евкли-

довом пространстве признаков, содержащим  $m_h$ ,  $h = \overline{1, L_{k-1}}$  точек.

– вектором  $U_h, h = \overline{1, L_{k-1}}$ , компоненты которого определены на множестве словаря  $\{u\}$  некоординатных признаков, так что сформирована таблица вида «объект-признак», которую можно представить матрицей  $[u_{hw}]$ :

$$[u_{hw}] = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{1w} & u_{1W} \\ u_{21} & u_{22} & u_{2w} & u_{2W} \\ u_{h1} & u_{h2} & u_{hw} & u_{hW} \\ u_{L_{k-1}1} & u_{L_{k-1}2} & u_{L_{k-1}w} & u_{L_{k-1}W} \end{bmatrix}, \quad h = \overline{1, L_{k-1}}, \quad w = \overline{1, W}, \quad (2)$$

где  $L_{k-1}$  — число классов на  $(k-1)$ -м уровне иерархии,  $W$  — количество некоординатных признаков на  $(k-1)$ -м уровне иерархии.

Приведенное описание представлено для двух соседних уровней иерархии. Предполагается, что структура такого описания неизменна при переходе между уровнями при  $k \rightarrow \pm\infty$ .

Пусть, в результате наблюдений, поиска или сканирования во времени и/или пространстве на вход алгоритма поступает описание образца в пространстве признаков  $(k-1)$ -го уровня иерархии, включающее:

–  $q_k$  неупорядоченных подмножеств точек, образующих ГТО  $\{y_1^h, y_2^h, \dots, y_i^h, \dots, y_{m'h}^h\}$  в  $n_{k-1}$ -мерном евклидовом пространстве признаков, где  $m'_h$  — число точек образца, в общем случае отличное от количества точек любого из шаблонов  $m_h, h = \overline{1, L_{k-1}}$ ;

–  $q_k$  векторов  $U'_h, h = \overline{1, L_{k-1}}$  абсолютных значений некоординатных признаков в классическом представлении системы распознавания  $U'_h = [u_1, u_2, \dots, u_w, \dots, u_W]^T$ .

То есть на вход алгоритма распознавания поступают координатные и некоординатные описания образца на  $(k-1)$ -м уровне его иерархии, представленные  $q_k$  ГТО  $\{y_1^h, y_2^h, \dots, y_i^h, \dots, y_{m'h}^h\}$  и  $q_k$  векторов абсолютных значений некоординатных признаков  $U'_h = [u_1, u_2, \dots, u_w, \dots, u_W]^T$ . Примем, что предъявляемый образец является неизвестным фрагментом  $l$ -го элемента  $\rho_l$  алфавита классов  $\{\rho_l\}, l = \overline{1, L_k}$  не содержит дополнительных элементов (ложных точек) и образцу присущи все виды искажений, описанные в пункте 2.

Требуется на основе описаний  $\zeta_h$  элементов алфавита классов  $\{\zeta_h\}$ ,  $h = \overline{1, L_{k-1}}$  и описаний  $\rho_l$  элементов алфавита классов  $\{\rho_l\}$ ,  $l = \overline{1, L_k}$  распознаваемых многоуровневых объектов определить класс принадлежности образца.

Алгоритм классификации образца, представляемого многоуровневым ГТО, предполагает последовательное распознавание координат элементов ГТО по признакам нижнего,  $(k-1)$ -го уровня иерархии, затем по координатным (геометрическим характеристикам ГТО) признакам и упорядоченным некоординатным признакам распознается класс принадлежности образца на  $k$ -м уровне своей иерархии.

В агрегированном представлении алгоритм декомпозирован на 10 этапов:

1. По каждому из  $q_k$  объектов  $\{y_1^h, y_2^h, \dots, y_i^h, \dots, y_{m^h}^h\}$ , которые представлены ГТО  $(k-1)$ -го уровня иерархии, распознается значение одной или  $q_k$  ( $q_k \leq n_k$ ) координат каждого  $i$ -го элемента (точки)  $y_i, i = \overline{1, m}$ , представляющего распознаваемый объект (ГТО) на  $k$ -м уровне иерархии:

$$C_{k-1} = \underset{h}{\operatorname{argmin}}(E_{k-1}^h), \quad h = \overline{1, L_{k-1}}, \quad (3)$$

где  $L_{k-1}$  — число классов на  $(k-1)$ -м уровне иерархии,  $E_{k-1}^h$  — априорный показатель достоверности метрического распознавания на  $(k-1)$ -м уровне иерархии, минимизируемый комбинаторными процедурами на 8 этапе алгоритма по множеству  $L_{k-1}$  классов. Показатель  $E_{k-1}^h$  для  $i$ -й характеристики (оси координат) ГТО на  $k$ -м уровне вычисляется как:

$$(E_{k-1}^h)_i = \frac{1/d_i}{\sum_{j=1}^{m_h} 1/d_j}, \quad d(y_l^h, y_p^h) = \sum_{z=1}^J w_z |y_{lz}^h - y_{pz}^h|, \quad i = \overline{1, n_k}, \quad j = \overline{1, m_h}, \quad (4)$$

где  $w_z$  — весовой коэффициент  $z$ -го признака точек  $y_l^h$  и  $y_p^h$ ;  $d(*)$  — расстояние между точками  $y_l^h$  и  $y_p^h$ ;  $J$  — размерность системы координат ГТО;  $m_h$  — количество точек распознаваемого ГТО.

Показатель  $E_{k-1}^h$  — пропорционален вероятности правильного распознавания в метрике Хэмминга, и по всем элементам алфавита

классов образует полную группу событий  $\sum_{h=1}^{L_{k-1}} E_{k-1}^h = 1$ . Физический смысл показателя — степень надежности метрического распознавания всех объектов на  $(k-1)$ -м уровне иерархии — как отношение расстояния  $d$  от образца к  $i$ -му шаблону по сравнению с другими расстояниями.

2. Линейная нормировка компонент вектора координат каждого  $i$ -го элемента (точки)  $y_i$ ,  $i = \overline{1, m}$  ГТО путем приведения распознанных значений к единичному масштабу  $[0, 1]$ :

$$y_i^{norm} = \frac{y_i - y_{i, \min}}{y_{i, \max} - y_{i, \min}}(b - a) + a, \quad (5)$$

в единичный отрезок:  $y_i^{norm} \in [0, 1]$ , где  $a$  и  $b$  — границы нормированного диапазона (в нашем случае  $a=0$ ,  $b=1$ ), а  $y_{i, \min}$  и  $y_{i, \max}$  — минимальные и максимальные значения по шкале  $q_k$ , ( $q_k \leq n_k$ ) оси координат, представляющих ГТО на  $k$ -м уровне иерархии.

3. Выполняя  $q_k$  процедур распознавания и нормировки (п.п.1,2) выстраиваются все точки ГТО  $\left\{ y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_m \right\}$ , представляющий образец на  $k$ -м уровне иерархии в  $n_k$ -мерном пространстве признаков.

Одновременно с координатами точек ГТО формируется вектор  $\Xi$ , элементы которого имеют физический смысл меры достоверности распознавания каждой из  $m$  точек по каждой из  $n_k$  осей системы координат признаков ГТО:

$$\Xi = \left\{ \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_i, \dots, \xi_m \right\}, \quad \xi_i = \frac{1}{n_k} \sum_{j=1}^{n_k} E_j^h, \quad i = 1, m, \quad (6)$$

то есть достоверность распознавания  $i$ -й точки есть среднеарифметическое вероятности правильного определения ее  $n_k$  координат. Далее, вектор вычисленных априорных показателей достоверности распознавания классов на  $(k-1)$ -м уровне иерархии  $\Xi$  правомерно рассматривать как вектор весов при вычислении метрического сходства ГТО с шаблонами на  $k$ -м уровне иерархии.

4. В рамках зонно-комбинаторного подхода к идентификации точечных изображений [24] фиксируется тип интегрального геометрического инварианта  $n$ -угольника, построенного на  $n$  точках образца



ГТО. Это необходимо для поиска совпадения неориентированного образца ГТО с шаблонами на множестве алфавита классов методом перебора инварианта, идентичного этому  $n$ - угольнику по геометрии. В численных экспериментах по распознаванию использовались такие инварианты, как матрица попарных расстояний между точками образца ГТО и матрица углов на плоскости, проведенной через три точки образца ГТО. Оба интегральных описания инвариантны к поворотам, изменениям масштаба ГТО. Выбор матрицы расстояний или углов не меняет методологии алгоритма, но влияет на достоверность распознавания при фиксированной точности измерений углов, расстояний и на вычислительные затраты алгоритма. Так, число признаков при использовании матрицы попарных расстояний в пространстве ГТО произвольной размерности:

$$n = \frac{m!}{2!(m-2)!}, \quad (7)$$

а при использовании в качестве признаков углов и расстояний от произвольной заданной начальной точки для образца ГТО на плоскости ( $n_k = 2$ ):

$$n = 2m - 3, \quad (8)$$

в пространстве ( $n_k = 3$ ):

$$n = (m-1) + \frac{(m-1)!}{3!((m-1)-3)!}, \quad (9)$$

где  $m$  — число точек образца ГТО (рисунок 8).

Система геометрических инвариантов при определении пространства признаков должна обеспечивать однозначные условия поиска минимального расстояния между шаблоном и образцом.

Для произвольных замкнутых ограниченных множеств  $\mathcal{G}$  справедливо изопараметрическое неравенство вида [24]:

$$F(\mathcal{G}) \geq n_k \sqrt[n_k]{W_{n_k}} V(\mathcal{G})^{(nk-1)/nk}, \quad (10)$$

где  $F(\mathcal{G})$  — поверхность множества  $\mathcal{G}$ ;  $V(\mathcal{G})$  — объем множества  $\mathcal{G}$ ;  $W_{n_k}$  — объем  $n_k$ -мерного единичного шара.

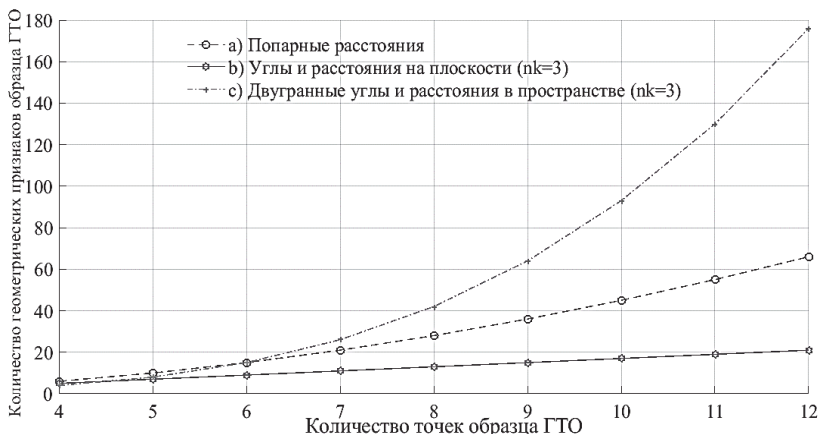


Рис. 8. Зависимости количества геометрических признаков, в совокупности однозначно идентифицирующих образец от числа  $m$  точек ГТО при использовании в качестве геометрического инварианта попарные расстояния между  $m$  точками ГТО, расстояния от заданной точки до оставшихся и углы с вершиной в заданной точке на плоскости, расстояния от заданной точки до оставшихся и двугранные углы в пространстве образованных числом сочетаний из  $m$  по 3 точки

Для шара это неравенство обращается в равенство - шар имеет минимальную поверхность из всех тел равного объема. Так как минимум среднего расстояния между точками множества при его линейных преобразованиях с сохранением объема достигается для минимальной поверхности множества, то, приняв в качестве разделяющих классы поверхностей гиперсферы, целесообразно решать задачу распознавания путем вычислений матрицы  $[D_{ij}]$  попарных расстояний между точками  $\{y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_m\}$  образца ГТО:

$$[D_{ij}] = \begin{bmatrix} 0 & D(y_2/y_1) & D(y_j/y_1) & D(y_m/y_1) \\ D(y_1/y_2) & 0 & D(y_j/y_2) & D(y_m/y_2) \\ \hline D(y_1/y_i) & D(y_2/y_i) & 0 & D(y_m/y_i) \\ \hline D(y_1/y_m) & D(y_2/y_m) & D(y_j/y_m) & 0 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где расстояние между точками  $i, j$ :

$$D(y_j / y_i) = \left( \frac{1}{\xi_i} \sum_{r=1}^{n_k} |y_{ir} - y_{jr}|^q \right)^{\frac{1}{q}}, \quad (12)$$

$\xi_i$  — достоверность распознавания  $i$ -й точки образца,  $n_k$  — размерность пространства признаков ГТО на  $k$ -м уровне иерархии, в алгоритме варьировалось значение  $q$ , от 2 (евклидовое расстояние) до 6, когда расстояние приближается к наибольшему отклонению по какой-либо из координат.

5. На основе  $[D_{ij}]$  формируется вектор  $[X]$  элементов треугольной полуматрицы попарных расстояний образца ГТО [29]:

$$\begin{aligned} X = [D(y_2 / y_1), \dots, D(y_j / y_1), \dots, D(y_m / y_1), D(y_j / y_2), \dots \\ D(y_m / y_2), \dots, D(y_m / y_1), \dots, D(y_m / y_{m-1})] = [x_1, \dots, x_n], \end{aligned} \quad (13)$$

где  $n$  — число попарных расстояний между точками образца ГТО,  $n = \frac{m!}{2!(m-2)!}$ ,  $m$  — число точек образца ГТО.

Вектор  $[X]$  является вектором вторичных признаков образца ГТО, по которому вычисляются метрические показатели сходства с каждым из  $L_k$  векторов  $X_l, l = \overline{1, L_k}$  шаблонов алфавита классов. Так как число точек ГТО всегда меньше матриц интегрального геометрического инварианта  $n$ -угольника, построенного на  $n$  точках ГТО (рисунок 8), то комбинаторные процедуры (перестановки и/или сочетания) проводятся над индексами точек ГТО шаблонов алфавита классов, а операции вычисления показателей сходства — над векторами, образованными из полуматриц попарных расстояний между точками образца ГТО и соразмерных (по числу точек) фрагментов шаблонов алфавитов классов  $[X]$  (13).

6. Создание двумерного массива индексов для формирования  $r$  фрагментов каждого из  $L_k$  векторов попарных расстояний  $X_l, l = \overline{1, L_k}$  шаблонов алфавита классов, вычисленных по количеству точек — равному количеству точек образца ГТО. Каждый столбец массива индексов содержит  $P_{ml} = m_l!$  или  $C_{ml}^m = \frac{m_l!}{((m_1 - m)!m!)}$  строк образованных, соответственно, в результате перестановок компонент векторов  $X_l, l = \overline{1, L_k}$  или их сочетаний по числу  $m$  компонент вектора попарных расстояний между точками образца ГТО. Выбор использования перестановок или сочетаний из  $m_l$  по  $m$  определяется количеством точек распознаваемого образца ГТО (например, при  $m_l \geq 15$  число перестановок

$C_{ml}^m \geq 10^{13}$ ). Каждая строка массива индексов образована вектором парных расстояний  $[X_l^r]$  для одной  $r$ -й реализации сочетания (перестановки) порядка перечисления точек  $l$ -го шаблона  $X_l, l = \overline{1, L_k}$  шаблонов алфавита классов.

7. В зависимости от требований по быстродействию и достоверности распознавания вычислить

$$Z = \sum_{l=1}^{Lk} n_l! / ((n_l - n)!n!) \text{ или } Z = \sum_{l=1}^{Lk} n_l, l = \overline{1, L_k}. \quad (14)$$

показателей сходства  $E_k^l$ , где  $L_k$  — количество классов (шаблонов), к которому может быть отнесен образец,  $n_l$  — число попарных расстояний между точками  $l$ -го шаблона ГТО на  $k$ -м уровне иерархии, то есть длина вектора  $X_l, l = \overline{1, L_k}$ .

8. Принятие решения  $C$  об индексе искомого класса принадлежности, соответствующего искаженному образцу по критерию минимума показателя  $(E_k^l)^r$  по множеству шаблонов  $L_k$  и множеству сочетаний (перестановок) точек каждого шаблона  $R$ :

$$\begin{aligned} (E_k^l)^r &= \sqrt{\left((x^r)_{k1} - (x^r)_{k1}^l\right)^2 + \left((x^r)_{k2} - (x^r)_{k2}^l\right)^2 + \dots +} \\ &+ \left((x^r)_{kn} - (x^r)_{kn}^l\right)^2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left((x^r)_{ki} - (x^r)_{ki}^l\right)^2}, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $R$  — количество комбинаций точек  $l$ -го шаблона ГТО соразмерного распознаваемому образцу,  $L_k$  — количество классов (шаблонов) на  $k$ -м уровне представления объекта.

9. С целью повышения вероятности правильного распознавания образца путем использования информации, которая содержится в комбинациях вычисленных на этапе 1 показателей  $E_{k-1}^h$  алгоритма, осуществляется:

– ранжирование вычисленных индексов  $C$  по убыванию показателей  $(E_{k-1}^h)_i, i = \overline{1, m'_h}, h = \overline{1, L_{k-1}}$ , вычисленных в результате распознавания координат точек  $y_i$  ГТО  $\{y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_m\}$   $C_{k-1} = \underset{h}{\operatorname{argmin}}(E_{k-1}^h), h = \overline{1, L_{k-1}}$ , где  $L_{k-1}$  — число классов на  $(k-1)$ -м уровне иерархии;

– начиная с результатов, следующих после  $\operatorname{argmin}_h(E_{k-1}^h)$ ,  $h = \overline{1, L_{k-1}}$ , по убыванию, выполнение шагов 1-8 с принятием решения об индексе искомого класса принадлежности образца по всем  $h = \overline{1, L_{k-1}}$ .

10. Поскольку пространственные объекты могут быть достаточно сложными, а ракурс их наблюдения — случайным и «малоинформативным», то для надежности выделения признаков на реализациях и распознавания приходится использовать несколько реализаций наблюдений распознаваемых объектов или процессов. Следовательно, на завершающем этапе алгоритма осуществляется комплексирование по методу гистограмм результатов выполнения трех процедур распознавания и всех  $G$  реализаций наблюдений. В результате многократного (или многокурсового) распознавания на уровне решений совместно с результатами многоуровневой процедуры распознавания по  $q_k$  векторам  $U'_h, h = \overline{1, L_{k-1}}$  упорядоченных значений некоординатных признаков  $U'_h = [u_1, u_2, \dots, u_n, \dots, u_m]^T$  в классическом представлении системы распознавания вычисляется показатель достоверности распознавания вида:

$$\mu_G = G \frac{(E_k^l)^2}{\sigma_E^2} = G \mu_1, \quad (16)$$

где  $G$  — количество реализаций 1-9 этапов алгоритма распознавания (или количество ракурсов, с которых одновременно и независимо друг от друга регистрируется и распознается образец при выполнении 1-9 этапов),  $\mu_1 = \frac{(E_k^l)^2}{\sigma_E^2}$  — отношение показателя достоверности распознавания по классу, принятому в качестве распознанного к среднеквадратическому отклонению  $\sigma_E^2$  показателей достоверности, вычисленным по всем остальным элементам алфавита классов  $\{p_l\}, l = \overline{1, L_k}$  при однократном измерении.

Некоррелированные на множестве различных классов значения показателя достоверности описываются в виде стационарного случайного процесса, у которого математическое ожидание  $M[E_k^l] = 0$ , дисперсия  $D[E_k^l] = \sigma_E^2$ , ( $\sigma_E^2$  — среднеквадратическое отклонение показателей достоверности на множестве алфавита классов  $\{p_l\}, l = \overline{1, L_k}$ ).

Вид показателя достоверности многократного распознавания обусловлен предположением о том, что координатные шумы элементов ГТО и случайные искажения некоординатных признаков при многократном распознавании формируют случайные  $E_k^l$ , представимы различными значениями и полярностью, следовательно, складываются алгебраически. Показатели достоверности по классу  $E_k^l$ , принятому в качестве истинного — вещественны и однополярны, следовательно, складываются арифметически. Таким образом, процесс накопления значений «ложных» показателей достоверности происходит медленнее, чем «истинных», что увеличивает достоверность распознавания за  $G$  реализаций 1-9 этапов алгоритма как  $\mu_G = G \frac{(E_k^l)^2}{\sigma_E^2} = G\mu_1$ .

**4. Экспериментальное исследование алгоритма.** Для исследования описанных процедур алгоритма использована следующая последовательность программных операций, в комплексе реализующая полунатурное моделирование процесса распознавания (рисунок 9).

При экспериментальном исследовании характеристик достоверности комбинаторно-метрического алгоритма распознавания использовались данные двух типов. Данные первого типа — двухуровневое описание войсковых формирований различных стран мира, где алфавит классов  $\{\rho_l^i\}$ ,  $l=1, L_k$  содержал  $L_k = 50$  шаблонов. Типовое описание каждого порядка принятого в качестве шаблона (класса) на  $k$ -м уровне иерархии представлено двумя типами признаков: пространственными ГТО  $\{y_1^l, y_2^l, \dots, y_i^l, \dots, y_m^l\}$ ,  $m_l, l=1, L_k$  — от 2 до 15 целей (точек) в каждом ГТО и упорядоченным вектором 14 некоординатных признаков  $U_h^l = [u_1, u_2, \dots, u_w, \dots, u_w]^T$ . На  $(k-1)$ -м уровне иерархии каждый элемент (цель) ГТО описывается вектором (словарем признаков) из 54 бинарных признаков. Данные второго типа представляют собой результаты вычислений статистических характеристик кривых блеска КА по базе данных Многоканального мониторингового телескопа, на основе которых распознаются событийные признаки при пролете КА [27]. Количество спектральных кривых соответствует числу точек (целей) ГТО, а количество рассчитанных с различной погрешностью статистических характеристик — числу осей системы координат ГТО. Шаблоны в алфавите классов сформированы на основе приведенных кривых блеска групп КА сходной компоновки конструктива, покрытий с учетом состояния фазового угла и типа стабилизации КА. Априорными показателями достоверности распознавания на  $(k-1)$ -м уровне иерархии параметров целей (точек) ГТО являются нормированные оценки ошибок вычисленных статистических показателей кривых блеска.

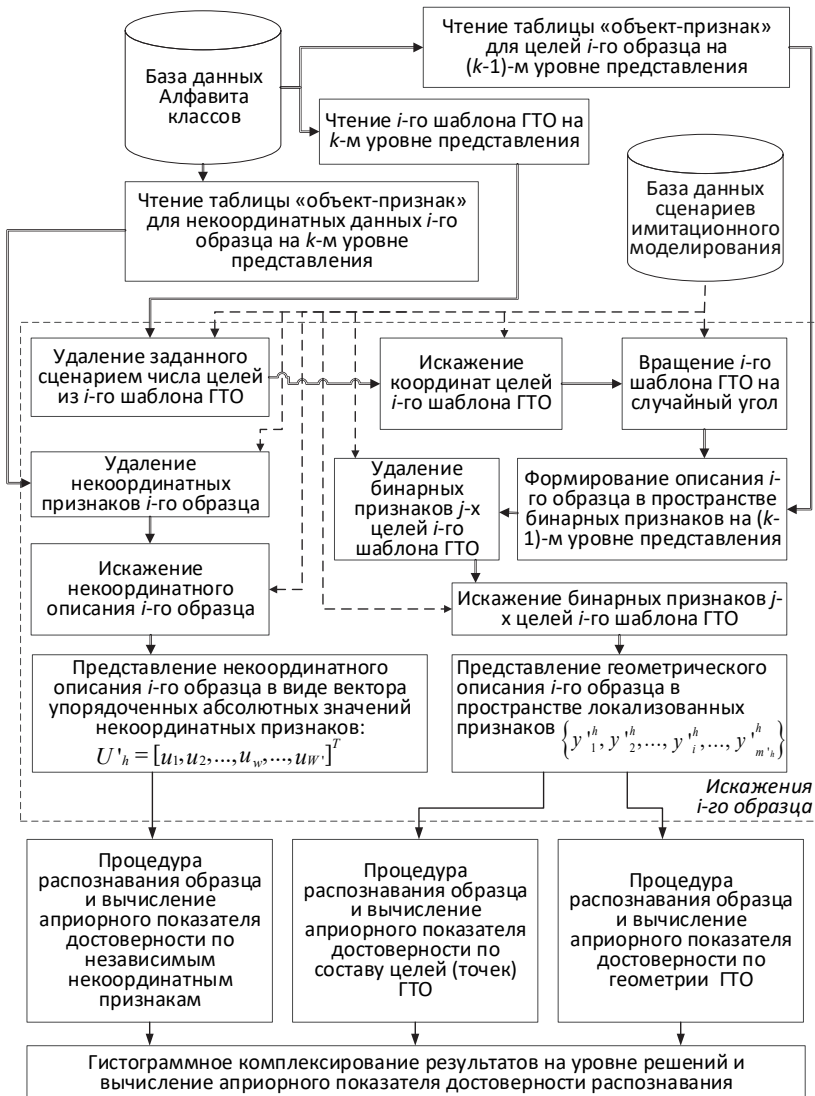


Рис. 9. Схема имитационного моделирования для исследования достоверности процедур комбинаторно-метрического алгоритма распознавания многомерных групповых точечных объектов в иерархическом пространстве признаков предметной области

Алфавит классов  $\{\rho_l\}$ ,  $l = \overline{1, L_k}$  содержал  $L_k = 20$  шаблонов. На рисунке 10 представлен КА-шаблон как центроид кластерной группы нормированных статистических характеристик 5 КА сходной компоновки и покрытий в виде четырех точечного ГТО в трехмерном пространстве фотометрической системы (*UBVR*). Совокупная выборка распознаваемых объектов с априорно известными классами по каждому типу данных содержала 1000 примеров. Соответственно, в каждой точке графиков (рисунки 12-14) осуществлялось распознавание и усреднение результатов по всем 1000 примерам. Предъявляемые образцы в части описания ГТО на  $k$ -м уровне иерархии обладали неизвестной ориентацией на плоскости ( $x, y$ ), неполнотой точек ГТО (относительно шаблонов), случайным разбросом координат точек, неизвестным масштабом области ГТО, на  $(k-1)$ -м уровне — неполным, искаженным составом бинарных признаков целей и недостоверной процедурой их измерений.

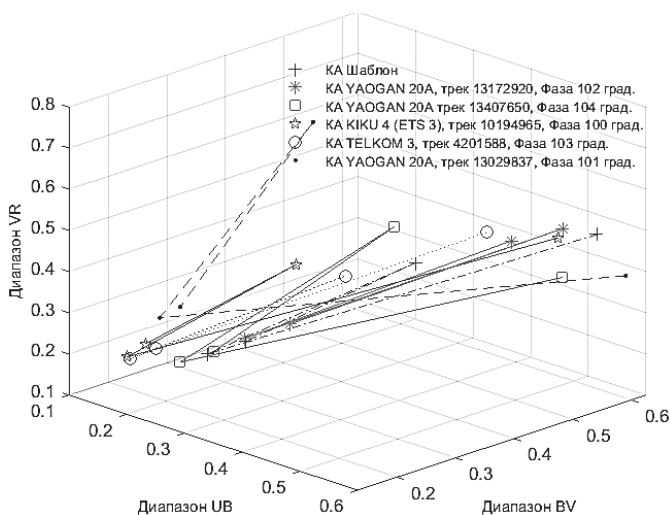


Рис. 10. Представление КА-шаблона и его кластерной группы КА по совокупности нормированных статистических характеристик в виде четырех точечных ГТО в трехмерном пространстве фотометрической системы (*UBVR*)

На рисунке 11 представлен типовой пример результатов распознавания образца (гистограмма, рисунок 11*a*) и построения его недостающих элементов (точек) в соответствии с геометрией соответствующего шаблона на  $k$ -м уровне иерархии (рисунок 11*b*). По составу целей образец отнесен к шаблону № 2, но вклад распределений априорных показателей по геометрическим и независимым некоординатным признакам обеспечивают правильное распознавание образца как шаблона № 5.



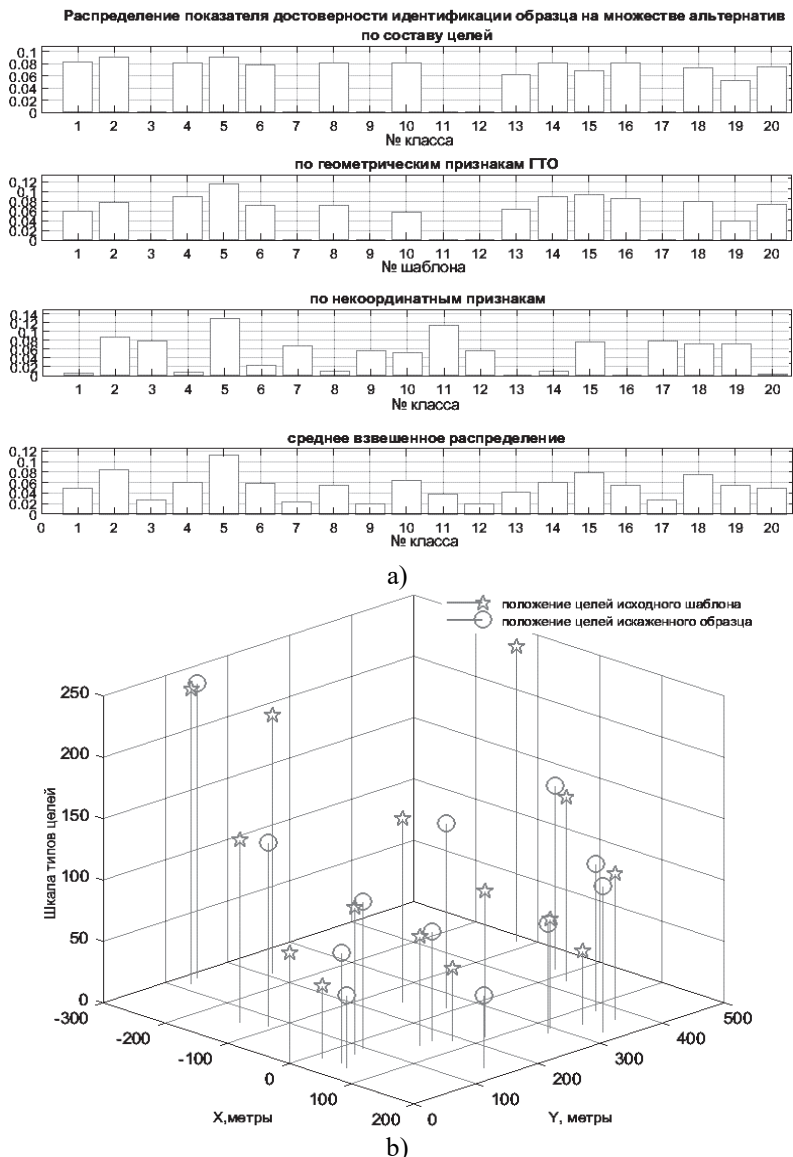


Рис.11. Пример результатов распознавания образца и определения его недостающих элементов (точек): а) Распределение априорных показателей достоверности на множестве классов (истинный шаблон № 5); б) Образец ГТО, представленный к распознаванию и его исходный шаблон на  $k$ -м уровне иерархии

Площадь столбцов дискретного распределения каждого априорного показателя нормирована по формуле численного интегрирования с равноотстоящими узлами (трапеций):

$$\int_a^b f(x)dx \approx h \left( \frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} \right), \quad (17)$$

где  $y_i = f(x_i)$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $h = (b - a) / n$ , для случая (рисунок 11)  $n = 20$ .

На рисунке 12 представлены зависимости показателей достоверности от вероятности искажения на  $(k-1)$ -м уровне иерархии бинарных признаков элементов образца ГТО.

Соседние уровни априорных показателей достоверности  $E_i^h$ ,  $i = \overline{1, m'_h}$ ,  $h = \overline{1, L_{k-1}}$ , по геометрии ГТО и его составу свидетельствуют о большей достоверности процедуры распознавания по составу точек по сравнению с процедурой комбинаторного поиска фрагментов ГТО (рисунок 12b). В экспериментах при варьировании процентами удаленных целей, вероятностями искажения или недостоверного измерения бинарных признаков достоверность процедуры распознавания по составу целей становятся наилучшей при СКО точек 12% от линейного размера ГТО и более (рисунки 13 и 14).

Это может свидетельствовать о некой критичности уровня для описанных условий численных экспериментов с данными моделирования радиолокационного распознавания и распознавания состояний КА по спектрофотометрическим реализациям.

Повышение достоверности распознавания, обусловленное исключительно иерархией системы признаков образца, обеспечивается включением в комбинаторное множество индексов показателей  $E_{k-1}^h$ ,  $h = \overline{1, L_{k-1}}$  не только тех, которые вычислены на  $(k-1)$ -м уровне иерархии и имеют максимальные значения, но и  $L$  следующих по убыванию (рисунок 15). Величина  $L$  ограничивается вычислительными ресурсами вычислителя и максимальным временем решения задачи распознавания.

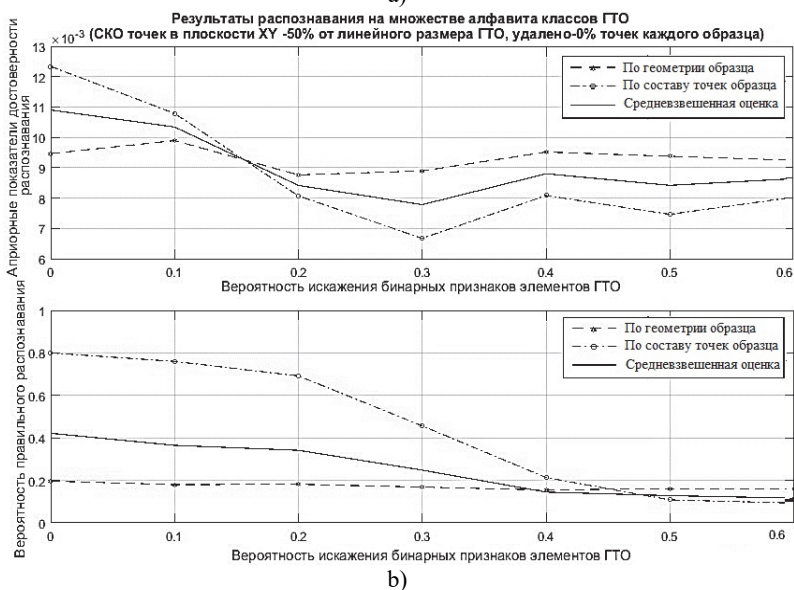
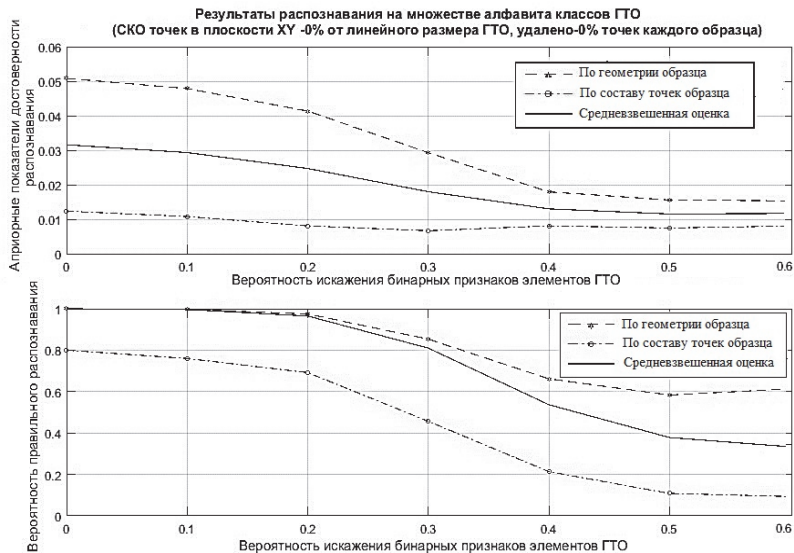


Рис. 12. Априорные и апостериорные показатели распознавания иерархически организованных образцов в зависимости от вероятности искажения бинарных признаков элементов ГТО при различных СКО

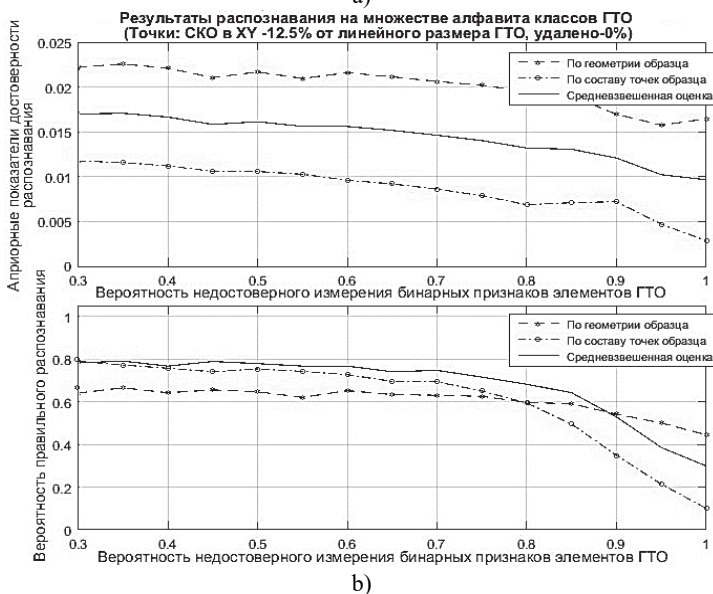
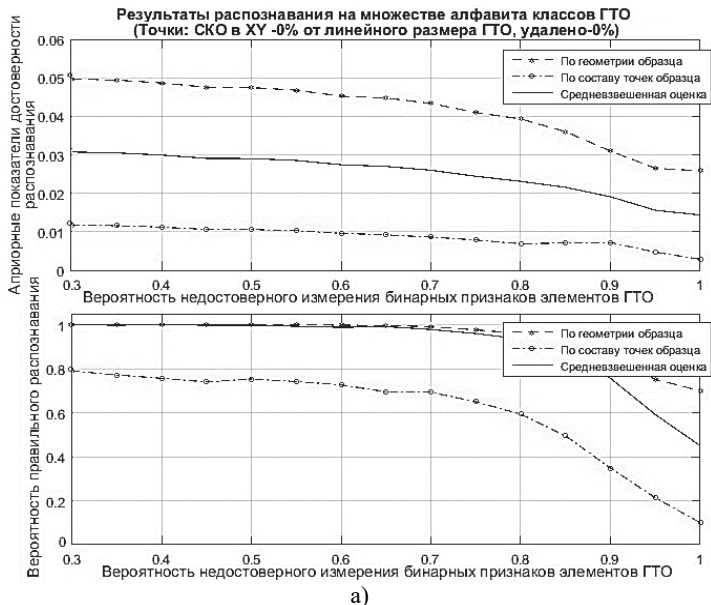


Рис. 13. Зависимости априорных и апостериорных показателей распознавания от вероятности недостоверных измерений бинарных признаков элементов ГТО на  $(k-1)$ -м уровне иерархии

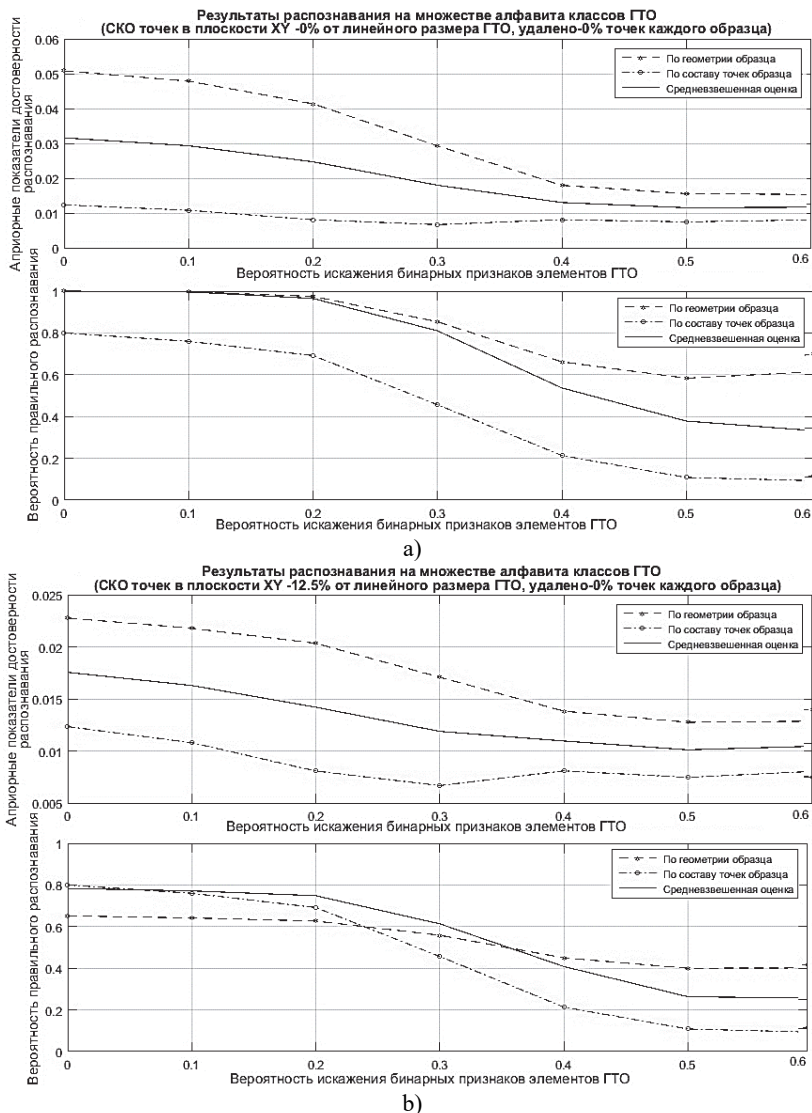


Рис. 14. Зависимости показателей распознавания от вероятности искажений бинарных признаков элементов ГТО на  $(k-1)$ -м уровне иерархии

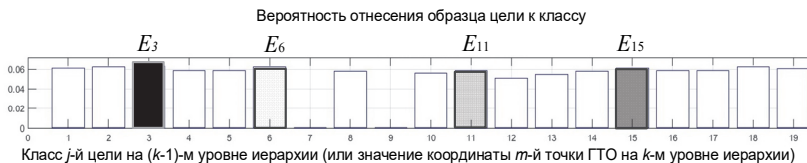


Рис. 15. Пример перебора фрагментов ГТО, где включаются не только тип цели, распознанный по максимуму показателя  $E_3$  на  $(k-1)$ -м уровне иерархии, но и следующие по порядку убывания показателей классы целей:  $E_{15}, E_{11}, \dots, E_6$

**5. Заключение.** Особенностью алгоритма является работа с многомерными масштабируемыми представлениями многоуровневых объектов распознавания, которые представлены как классическим параметрическим описанием, так и ГТО, используя при этом пространство той минимальной мерности, которая позволяет с достаточной для предметных областей уровнем достоверности классифицировать зашумлённые и искаженные образцы.

В основе распознавания лежит подход, базирующийся на метрическом сличении полуматриц всех попарных расстояний между точками образца ГТО с шаблонами. Неопределенность ракурса сличаемых ГТО обуславливает введение комбинаторных процедур и соответствующие ограничения подхода. Если известно, что в распознаваемом образце ГТО присутствуют «ложные» точки, то при размерах ГТО  $m \geq 13$  использование перебора точек при сличении  $R$  фрагментов в алгоритме становится нецелесообразным (число альтернатив  $6,2 \times 10^9$ ). В этом случае в алгоритме вместо перебора используется сочетание числа точек шаблона по количеству точек образца, что, в свою очередь, является ограничением, несколько снижающим общую достоверность распознавания.

Переход от процедуры распознавания с фиксированными индексами признаков к процедуре распознавания по ГТО позволяет использовать дополнительные признаки формы и повышать достоверность распознавания в той мере, насколько информативность одномерного вектора признаков (одномерного изображения) размером  $[n \times 1]$  отличается от многомерного изображения свойств объекта размером  $[n \times n \times \dots]$ . Исходные описания алфавита классов одновременно представлены вектором признаков в классическом представлении систем распознавания и словарем признаков формы в относительной системе координат ГТО, представляющего образец. Благодаря чему реализована взаимодополняемость процедур распознавания по априорным показателям (по составу целей (точек) образца и/или геометрии ГТО, представляющего образец). Система признаков обуславливает многоуровневость алгоритма и возможность повышения достоверности распознавания за счет учета

менее вероятных исходов на нижних уровнях иерархии как источника дополнительной информации.

Полученные результаты могут представлять интерес для разработки систем технического зрения, радиовидения и технической диагностики, в которых решаются близкие задачи распознавания.

### Литература

1. *Фурман Я.А.* Точечные поля и групповые объекты // М.: Физматлит. 2015. 440 с.
2. *Хафизов Р.Г., Роженцов А.А., Хафизов Д.Г., Охотников С.А.* Основы теории обработки непрерывных контуров изображений // Йошкар-Ола: ПГТУ. 2015. 172 с.
3. *He K., Zhang X., Ren S., Sun J.* Deep Residual Learning for Image Recognition // Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). 2015. pp. 770–778.
4. *Вениаминов С.С.* Выявление скрытых структурных закономерностей в процессах и сигналах: От космических исследований до анализа трендов рынка // М.: Изд-во URSS. 2014. 216 с.
5. *Анцев Г.В.* Оптико-электронные системы самонаведения высокоточного оружия. Введение в теорию // Радиотехника. 2017. 720 с.
6. *Тихонов Э.П.* Разладка, гомеостазис, измерение в рамках компенсационного принципа равновесия в динамических системах. Часть 2: Исследование конкретного алгоритма // Информационно-управляющие системы. 2012. № 3(58). С. 77–83.
7. *Хафизов Р.Г., Охотников С.А., Яранцева Т.В.* Модели контуров изображений объектов при наличии геометрических искажений // Компьютерная оптика. 2016. Т. 40. № 3. С. 404–409.
8. *Хурдушов А.А., Марков В.Н.* Спонтанное выделение иерархии двумерных признаков для классификации изображений // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2014. № 6(210). С. 58–69.
9. *Beaudet P.* Rationally Invariant Image Operations // International Joint Conference on Pattern Recognition. 1978. pp. 579–583.
10. *Förstner W.* A feature based correspondence algorithm for image matching // ISPRS Commission III. 1986. pp. 150–166.
11. *Rad A.A., Faez K., Qaragozlu N.* Fast Circle Detection Using Gradient Pair Vectors // International Conference on Digital Image Computing (DICTA). 2003. pp. 879–887.
12. *Baker S., Nayar S.K., Murase H.* Parametric feature detection // International Journal of Computer Vision. 1998. vol. 27. no. 1. pp. 27–50.
13. *Ecabert O., Thiran J.* Adaptive Hough transform for the detection of natural shapes under weak affine transformation // Pattern Recognition Letters. 2004. vol. 25. no. 12. pp. 1411–1419.
14. *Ткачев С.С.* О перспективных задачах динамики космического полета // ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2015. 40 р.
15. *Тужилкин А.С.* Разработка и исследование алгоритма поиска положения особых точек в системах технического зрения летательных аппаратов // Вестник Центра ВКО «Алмаз-Антей». 2018. № 1. С. 86–92.
16. *Rublee E., Rabaut V., Konolige K., Bradski G.R.* ORB: an efficient alternative to SIFT or SURF // IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV). 2011. pp. 2564–2571.
17. Галерея PCA изображений Sandia National Laboratories. URL: <http://www.sandia.gov/RADAR/imagery.html> (дата обращения: 06.05.2019).
18. *Колесниченко Г.Н., Миронов А.В., Васютин А.А., Логунов С.В.* Применение многоспектральных фотометрических данных в задаче распознавания космических

- объектов // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2010. Т. 8. № 5. С. 86–91.
19. *Novikov A.I., Sablina V.A., Efimov A.I.* Image Superimposition and the Problem of Selecting the Set of Corresponding Point Pairs // 2015 4th Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO). 2015. pp. 139–142.
  20. *Lanczi E.R.* Photometry of precessing torses // Journal of the Optical Society of America. 1966. vol. 56. no. 7. pp. 873–877.
  21. *Wang. L., Chen Y., Han Y.* Impact of field of view configuration of Cross-track infrared Sounder on clear-sky observation // Applied Optics. 2016. vol. 55. no. 25. pp. 7113–7119.
  22. *Li Z. et al.* Simple transfer calibration method for a Cimel Sun-Moon photometer: calculation lunar calibration coefficients from Sun calibration constans // Applied optics. 2016. vol. 55(27). pp. 7624–7630.
  23. *Catalano S., McCrosky R., Milani A., Nobili A.M.* Optical tracking of synchronous Earth's satellites for geophysical purposes // Journal of Geophysycal Research: Solid Earth. 1983. vol. 88. no. B1. pp. 669–676.
  24. *Анисимов Б.В., Курганов В.Д., Злобин В.К.* Распознавание и цифровая обработка изображений: Учеб. пособие для вузов // Высшая школа. 1983. 295 с.
  25. *Михайленко К., Гришулин С.* Американская широкополосная РЛС миллиметрового диапазона «ММВ» // Зарубежное военное обозрение. 2017. № 4 С. 60–62.
  26. *Цветков О.В., Тананыкина Л.В.* Метод предварительного кодирования изображений в корреляционно-экстремальных системах // Компьютерная оптика. 2015. Т. 39. № 5. С. 738–743.
  27. База данных фотометрии искусственных спутников Земли многоканального мониторингового телескопа. URL: <http://astroguard.ru/satellites> (дата обращения: 08.05.2019).
  28. *Ежов А.А., Шумский С.А.* Нейрокомпьютинг и его применения в экономике и бизнесе. Серия «Учебники экономико-аналитического института МИФИ» // М.: МИФИ. 1998. 224 с.
  29. *Каплин А.Ю., Коротин А.А., Назаров А.В., Якимов В.Л.* Алгоритм классификации и восстановления искаженных n-мерных групповых точечных объектов на основе комбинаторного поиска фрагментов // Труды СПИИРАН. 2016. Вып. 6(49). С. 167–189.
  30. *Колесник Д.Ю., Логунов С.В., Евенко А.В.* Способ обработки и анализа результатов некоординатных измерений для распознавания вращающихся геостационарных спутников // НТЦ оборонного комплекса «Компас». 2018. № 3. С. 37–42.
  31. *Montenbruck O., Gill E.* Satellite Orbits: Models, Methods and Applications // Springer Science & Business Media. 2012. 369 p.
  32. *Hernandez C., Jehn R.* Classification of geostationary objects. 2000. URL: <https://link.springer.com/article/10.1023/A:1013399804776> (дата обращения: 08.05.2019).

**Коротин Андрей Анатольевич** — канд. техн. наук, директор научно-исследовательского центра, ОАО «Радиоавионика. Область научных интересов: системы управления и связи специального назначения, человеко-машинные системы, аппаратно-программные комплексы, защита космических аппаратов от радиации. Число научных публикаций — 40. [kaa2805@mail.ru](mailto:kaa2805@mail.ru); Троицкий пр., 4, лит. Б, 190103, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +79119107595; факс: +7(812) 251-2743.

**Козырев Геннадий Иванович** — д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского. Область научных интересов: идентификация, техническая диагностика, методология испытаний сложных систем, метрология.



Число научных публикаций — 100. kozirev2004@yandex.ru; Ждановская, 13, 197198, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: (812) 347-95-34.

**Назаров Андрей Вячеславович** — д-р техн. наук, доцент, начальник кафедры, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского. Область научных интересов: распознавание образов, нейросетевые технологии, моделирование распределенных систем, обработка сигналов в оптико-электронных информационных системах. Число научных публикаций — 100. naz-av@mail.ru; Ждановская, 13, 197198, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: (812) 347-95-33.

**Благодыренко Евгений Васильевич** — адъюнкт, Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. Область научных интересов: распознавание образов, моделирование информационных процессов в радиотехнических системах, обработка сигналов в оптико-электронных информационных системах. Число научных публикаций — 10. blagodyrenkoev@mail.ru; Ждановская, 13, 197198, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: (812) 347-95-33.

A.A. KOROTIN, G.I. KOZYREV, A.V. NAZAROV, E.V. BLAGODYRENKO  
**INVESTIGATION OF RELIABILITY OF COMBINATORIAL-  
METRIC ALGORITHM FOR RECOGNITION OF N-  
DIMENSIONAL GROUP POINT OBJECTS IN HIERARCHY  
FEATURES SPACE**

*Korotin A.A., Kozyrev G.I., Nazarov A.V., Blagodyrenko E.V. Investigation of Reliability of Combinatorial-Metric Algorithm for Recognition of N-Dimensional Group Point Object in Hierarchy Features Space.*

**Abstract.** The scientific research of reliability of combinatorial-metric algorithm for multidimensional group point objects recognition in hierarchically organized features space is considered in the paper. The nature of reliability indicator change is examined, as an example, using multilevel descriptions of simulated and real objects under the condition that recognition results obtained at one hierarchy level are used as input data at next level.

A priori uncertainty of a view angle, composition incompleteness and coordinate noise of objects determine the combinatorial procedures of quantifiable estimation of proximity of multidimensional GPO, presenting the object of recognition to a particular class.

The stability of the recognition algorithm is achieved by the possibility of changing strategy of making a classification decision. For this purpose, we use the representation of a group point object at the lowest level of the hierarchy in the form of: sample, composition of sample elements or a complex a priori indicator. In order to increase the recognition accuracy, it was proposed to use the search of recognition results at low levels of the hierarchy. The experimental dependences of a priori and a posteriori reliability indicators for various conditions for measurements and states of recognition objects are provided in the paper.

**Keywords:** Multilevel Group Point Object, Pattern Recognition, Features Hierarchy, Recognition Reliability.

**Korotin Andrey Anatolyevich** — Ph.D., Head of the Research Center, Radioavionica JSC. Research interests: Special Purpose Control and Communication Systems, Man-Machine Systems, Hardware and Software Systems, Protection of Spacecraft from Radiation. The number of publications — 40. kaa2805@mail.ru; 4, let. B, Troickij pr., 190103, St. Petersburg, Russian Federation; office phone: +79119107595; fax: +7(812) 251-2743.

**Kozyrev Gennadiy Ivanovich** — Ph.D., Dr.Sci., Professor, Professor of Department, Mozhaysky Military Space Academy. Research interests: Identification, Technical Diagnostics, Complex Systems Testing Methodology, Metrology. The number of publications — 100. koziyrev2004@yandex.ru; 13, Zhdanovskaya st., 197198, St. Petersburg, Russian Federation; office phone: (812) 347-95-34.

**Nazarov Andrey Vyacheslavovich** — Ph.D., Dr.Sci., Associate Professor, the Chief of Department, Mozhaysky Military-Space Academy. Research interests: Pattern Recognition, Neural Nets, Modeling of Distributed Systems, Signal Processing in Optical-Electronic Information Systems. The number of publications — 100. naz-av@mail.ru; 13, Zhdanovskaya st., 197198, St. Petersburg, Russian Federation; office phone: (812) 347-95-33.

**Blagodyrenko Evgeniy Vasilyevich** — Associate of Department, Mozhaysky Military-Space Academy. Research interests: Pattern Recognition, Neural Nets, Modeling of Distributed Systems, Signal Processing in Optical-Electronic Information Systems. The number of publications — 10. blagodyrenkoev@mail.ru; 13, Zhdanovskaya str., 197198, St. Petersburg, Russian Federation; office phone: (812) 347-95-33.

**References**

1. Furman Ja.A. *Tochechnye polja i gruppovye ob'ekty* [Point field and group objects]. M.: Fizmatlit. 2015. 440 p. (In Russ.).
2. Hafizov R.G., Rozhencov A.A., Hafizov D.G., Ohotnikov S.A. *Osnovy teorii obrabotki nepreryvnykh konturov izobrazhenij* [Bases continuous contour image processing theory]. Yoshkar-Ola: PGTU. 2015. 172 p. (In Russ.).
3. He K., Zhang X., Ren S., Sun J. Deep Residual Learning for Image Recognition. Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). 2015. pp. 770–778.
4. Veniaminov S.S. *Vyjavlenie skrytykh strukturnykh zakonomernostej v processah i signalah: Ot kosmicheskikh issledovanij do analiza trendov rynka* [Revealing the hidden structural patterns in the signals and processes: from space research to the analysis of market trends]. M.: Izd-vo URSS. 2014. 216 p. (In Russ.).
5. Anev G. V. *Optiko-jelektronnye sistemy samonavedenija vysokotochnogo oruzhija. Vvedenie v teoriju* [Optoelectronic homing precision weapons. Introduction to the theory]. M.: Radiotekhnika. 2017. 720 p. (In Russ.).
6. Tihonov E.P. [Discord, homeostasis, the measurement of the compensation under the principle of balance in dynamic systems. Part 2: A study of a particular algorithm]. *Informacionno-upravljajushhie sistemy – Information and Control Systems*. 2012. vol. 3. pp. 77–83. (In Russ.).
7. Hafizov R.G., Ohotnikov S.A., Jaranceva T.V. [Models contour images of objects in the presence of geometric distortion]. *Komp'yuternaja optika – Computer optics*. 2016. Issue 40. vol. 3. pp. 404–409. (In Russ.).
8. Markov V.N., Hurshudov A.A. [Spontaneous release hierarchy dimensional characteristics]. *Nauchno-tehnicheskie vedomosti SpbGU. Informatika. Telekommunikacii. Upravlenie – Scientific and technical SPSU statements. Computer science. Telecommunications. Control*. 2015. vol. 6(210). pp. 58–69. (In Russ.).
9. Beaudet P. Rationally Invariant Image Operations. International Joint Conference on Pattern Recognition. 1978. pp. 579–583.
10. Förstner W. A feature based correspondence algorithm for image matching. ISPRS Commission III. 1986. pp. 150–166.
11. Rad A.A., Faez K., Qaragozlou N. Fast Circle Detection Using Gradient Pair Vectors // International Conference on Digital Image Computing (DICTA). 2003. pp. 879–887.
12. Baker S., Nayar S.K., Murase H. Parametric feature detection. *International Journal of Computer Vision*. 1998. vol. 27. no. 1. pp. 27–50.
13. Ecabert O., Thiran J. Adaptive Hough transform for the detection of natural shapes under weak affine transformation. *Pattern Recognition Letters*. 2004. vol. 25. no. 12. pp. 1411–1419.
14. Tkachev S.S. *O perspektivnykh zadachah dinamiki kosmicheskogo poleta* [About prospective problems of space flight dynamics]. IPM im. M.V.Keldasha RAN. 2015. (In Russ.).
15. Tuzhilkin A.S. [Development and research of algorithm of search positions of special points in the vision of aircraft engines]. *Vestnik Koncerna VKO «Almaz-Antey» – Bulletin Concern EKR "Almaz-Antey"*. 2018. vol. 1. pp. 86–92. (In Russ.).
16. Rublee E., Rabaut V., Konolige K., Bradski G.R. ORB: an efficient alternative to SIFT or SURF. IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV). 2011. pp. 2564–2571.
17. Galereja RSA izobrazhenij Sandia National Laboratories [Gallery SAR images Sandia National Laboratories]. Available at: <http://www.sandia.gov/RADAR/imagery.html> (accessed: 06.05.2019). (In Russ.).
18. Kolesnichenko G.N., Mironov A.V., Vasjutin A.A., Logunov S.V. [The use of multi-spectral data in the problem space objects identification]. *Informacionno-izmeritel'nye i upravljajushhie sistemy – Information-measuring and operating systems*. 2010. Issue 8. vol. 5. pp. 86–91. (In Russ.).

19. Novikov A.I., Sablina V.A., Efimov A.I. Image Superimposition and the Problem of Selecting the Set of Corresponding Point Pairs. 2015 4th Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO). 2015. pp. 139–142.
20. Lanczi E.R. Photometry of precessing torses. *Journal of the Optical Society of America*. 1966. vol. 56. no. 7. pp. 873–877.
21. Wang. L., Chen Y., Han Y. Impact of field of view configuration of Cross-track infrared Sounder on clear-sky observation. *Applied Optics*. 2016. vol. 55. no. 25. pp. 7113–7119.
22. Li Z. et al. Simple transfer calibration method for a Cimel Sun-Moon photometer: calculation lunar calibration coefficients from Sun calibration constans. *Applied optics*. 2016. vol. 55(27). pp. 7624–7630.
23. Catalano S., McCrosky R., Milani A., Nobili A.M. Optical tracking of synchronous Earth's satellites for geophysical purposes. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. 1983. vol. 88. no. B1. pp. 669–676.
24. Anisimov B.V., Kurganov V.D., Zlobin V.K. *Raspoznavanie i cifrovaja obrabotka izobrazhenij* [Recognition and processing digital images]. Vysshaya shkola. 1983. 295 p. (In Russ.).
25. Mihajlenko K., Grishulin S. [US broadband millimeter-wave radar "MMW"]. *Zarubezhnoe voennoe obozrenie – Foreign Military Review*. 2017. vol. 4. pp. 60–62. (In Russ.).
26. Cvetkov O.V., Tananykina L.V. [Method precoding images in correlation-extreme systems]. *Komp'yuternaja optika – Computer optics*. 2015. Issue 39. vol. 5. pp. 738–743. (In Russ.).
27. Baza dannyh fotometrii iskusstvennyh sputnikov Zemli mnogokanal'nogo monitoringovogo teleskopa [Database photometry of satellites monitoring the multichannel telescope Earth]. Available at: <http://astroguard.ru/satellites> (accessed: 08.05.2019) (In Russ.).
28. Ezhov A.A., Shumskij S.A.; pod obshh. red. prof. Haritonova V.V. *Nejrokomputing i ego primeneniya v jekonomike i biznese* [Neurocomputing and its application in economics and business]. M.: MIFI. 1998. 224 p. (In Russ.).
29. Kaplin A.Ju., Korotin A.A., Nazarov A.V., Jakimov V.L. [Classification algorithm and restore corrupted n-dimensional point group objects based on combinatorial search of fragments]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2016. vol 6(49). pp. 167–189. (In Russ.).
30. Kolesnik D.Ju., Logunov S.V., Evenko A.V. [Results processing and analysis method for the measurement noncoordinate recognition rotating geostationary satellites]. *Oboronnyj kompleks "Kompas" — Defense industry "Compass"*. 2018. vol. 3. pp. 37–42. (In Russ.).
31. Montenbruck O., Gill E. *Satellite Orbits: Models, Methods and Applications*. Springer Science & Business Media. 2012. 369 p.
32. Hernandez C., Jehn R. Classification of geostationary objects. 2000. Available at: <https://link.springer.com/article/10.1023/A:1013399804776> (accessed: 08.05.2019).

В.В. Маноилов, А.Г. Бородинов, И.В. Заруцкий, А.И. Петров,  
В.Е. Курочкин

## АЛГОРИТМЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ ФЛУОРЕСЦЕНЦИИ МАССОВОГО ПАРАЛЛЕЛЬНОГО СЕКВЕНИРОВАНИЯ НУКЛЕИНОВЫХ КИСЛОТ

*Маноилов В.В., Бородинов А.Г., Заруцкий И.В., Петров А.И., Курочкин В.Е. Алгоритмы обработки сигналов флуоресценции массового параллельного секвенирования нуклеиновых кислот.*

**Аннотация.** Определение нуклеотидной последовательности ДНК или РНК, содержащих от нескольких сотен до сотен миллионов звеньев мономеров позволяет получить подробную информацию о геноме человека, животных и растений. Расшифровывать структуру нуклеиновых кислот научились достаточно давно, однако первоначально методы расшифровки были низко производительными, неэффективными и дорогими. Методы расшифровки нуклеотидной последовательности нуклеиновых кислот принято называть методами секвенирования. Приборы, предназначенные для реализации методов секвенирования, называются секвенаторами. Секвенирование нового поколения, массовое параллельное секвенирование — это родственные термины, описывающие технологию высокопроизводительного секвенирования ДНК, при котором весь человеческий геном можно секвенировать в течение одного-двух дней. Предыдущая технология, используемая для расшифровки генома человека, потребовала более десяти лет, чтобы получить окончательные результаты.

В Институте аналитического приборостроения РАН разрабатывается аппаратно-программный комплекс для расшифровки последовательности нуклеиновых кислот патогенных микроорганизмов методом массового параллельного секвенирования.

Программное обеспечение, входящее в состав аппаратно-программного комплекса играет существенную роль в решении задач расшифровки генома.

Цель статьи — показать необходимость создания алгоритмов программного обеспечения аппаратно-программного комплекса для обработки сигналов, получающихся в процессе генетического анализа при решении задач расшифровки генома, а также продемонстрировать возможности этих алгоритмов. В работе рассмотрены основные проблемы обработки сигналов и методы их решения. В их числе: автоматическая и полуавтоматическая фокусировка, коррекция изображения фона реакционной ячейки, обнаружение изображений кластеров, оценка координат их положений, создание шаблонов кластеров молекул нуклеиновых кислот на поверхности реакционной ячейки, коррекция влияния интенсивностей соседних оптических каналов и оценка достоверности результатов генетического анализа.

**Ключевые слова:** секвенирование нуклеиновых кислот, алгоритмы обработки сигналов флуоресценции отдельных нуклеотидов нуклеиновых кислот, анализ параметров изображений, оценка достоверности результата генетического анализа.

**1. Введение.** Метод массового параллельного секвенирования относится к технологии секвенирования нового поколения (СНП) [1-3]. Технология методов СНП позволяет «прочитать» одновременно сразу множество участков генома, что является главным отличием от более ранних методов секвенирования. СНП осуществляется с помощью удлинения цепей фрагментов нуклеиновых кислот.

В разрабатываемом аппаратно-программном комплексе (АПК) молекулы флуорофора, которыми помечены нуклеотиды, возбуждаются под действием лазерного излучения. Сигнал флуоресценции регистрируется с помощью четырех видеокамер (по числу типов нуклеотидов). Регистрируемое излучение пропускается через различные светофильтры, соответствующие длинам волн флуоресценции каждого из четырех красителей, которыми специфично помечены нуклеотиды.

Таким образом, каждая из видеокамер регистрирует изображения кластеров молекул ДНК, на конце которых расположены нуклеотиды определенной «буквы». Требуемое количество генетической информации за один запуск АПК составляет 7.5 миллиардов пар нуклеотидов. Длина прочтения фрагмента ДНК должна быть не менее 250 пар нуклеотидов. Поэтому необходимое число кластеров, которое должно быть обработано, составляет примерно 30 миллионов.

Для применяемых в АПК видеокамер, имеющих разрешение 9 мегапикселей, на одной фотографии помещается примерно 800 тысяч кластеров. Таким образом, чтобы набрать 30 миллионов кластеров, для съема изображений на всей длине реакционной ячейки нам необходима серия из 38 таких фотографий. Каждая такая фотография называется полем зрения (ПЗ). Съем изображений на всей длине реакционной ячейки называется циклом.

После регистрации изображений флуоресцирующих кластеров определенного ПЗ, реакционная ячейка по команде компьютера сдвигается и начинается съемка изображения другого ПЗ. При смене ПЗ участка реакционной ячейки, качество фокусировки изображения может ухудшиться. Поэтому требуется постоянная коррекция фокусировки. После съемки сигналов флуоресценции на всей длине реакционной ячейки по команде компьютера производится переход к следующей стадии. В этой стадии через реакционную ячейку пропускают реагенты, отщепляющие флуорофор и останавливающие процесс синтеза. Затем в реакционную ячейку подаются другие реагенты, с помощью которых начинается новый процесс синтеза — новый цикл. К каждому кластеру, полученному в реакционной ячейке, добавляются новые нуклеотиды. В разрабатываемом АПК должно быть организовано не менее 250 циклов.

Ряд химических процессов, включенных в технологию СНП, искажает регистрируемые сигналы. Программное обеспечение, которое входит в состав АПК, должно вносить поправки в регистрируемые сигналы, искаженные этими процессами.

Под влиянием таких процессов в регистрируемых сигналах возможны следующие изменения, мешающие получить достоверную информацию о геноме:

1. Ферменты могут не работать, в результате чего основание не включится в цепочку. Кроме того, рост нити ДНК может отставать или перегонять планируемый процесс синтеза по одному основанию, что приводит к неточным показаниям интенсивностей в цикле. Это явление называется фазированием.

2. Перефазирование происходит, когда небольшая часть цепей, забегая вперед, включает сразу два нуклеотида. Перефазирование имеет те же последствия, что и фазирование.

3. Во время процесса секвенирования реакционная ячейка промывается несколько раз, и возможно, что сам секвенируемый материал также будет смыт. Кроме того, неспособность ферментов влиять на синтез нуклеотидов приводит к неактивности в некоторых нитях секвенируемой ДНК. Такие потери вызывают снижение интенсивности сигнала и увеличение шума в процессе секвенирования. Это явление известно как затухание сигнала, и, очевидно, существует корреляция между длиной циклов секвенирования и количеством потерянного материала.

4. Частоты излучения используемых красителей частично перекрываются, что приводит к корреляции показаний интенсивностей. Это в свою очередь приводит к тому, что с ростом интенсивности сигнала, например в канале нуклеотида А, растет и интенсивность сигнала в канале нуклеотида С и наоборот.

Для выполнения задач генетического анализа методами СНП в рассматриваемом АПК необходимы следующие алгоритмы и программы.

1. Ввода изображений с видеокамер.
2. Повышения качества фокусировки изображений автоматическими и полуавтоматическими методами.
3. Коррекции фона исходного изображения.
4. Обнаружения и оценки координат локальных объектов флуоресценции на реакционной ячейке.
5. Разделения изображений слипшихся объектов и оценка их координат.
6. Коррекции взаимовлияния флуоресценции в каналах.
7. Обработки бинарных изображений. Определения границ, координат и площадей объектов.
8. Построения таблицы из координат кластеров объектов флуоресценции. Иначе говоря, построения шаблона.
9. Оценки достоверности результатов генетического анализа с учетом влияния химических процессов в технологии СНП, изменяющих значения обрабатываемых сигналов: фазирование, перефазирование, затухание сигнала и другие.

Подобные алгоритмы и программы реализованы в ряде серийных зарубежных секвенаторов, которые частично описаны работах [4, 5]. Для построения первого отечественного секвенатора нового поколения эти алгоритмы должны быть проанализированы и модифицированы для приспособления к особенностям той аппаратуры, которая разрабатывается в настоящее время. При разработке описываемых ниже алгоритмов за основу брались известные. Они апробировались на изображениях, полученных с реальных приборов с программным обеспечением, которое было разработано в ходе выполнения настоящей работы. Ряд описываемых ниже алгоритмов по обработке сигналов, получаемых от секвенаторов, являются оригинальными. К ним относятся алгоритмы по коррекции размытых изображений изучаемых объектов флуоресценции (ОФ), алгоритмы оценки параметров «слипшихся» ОФ и частично алгоритмы по оценке достоверности генетического анализа.

**2. Считывание изображений с видеокамер.** Используются четыре черно-белых видеокамеры, по одной на каждый канал. Камеры позволяют регистрировать изображения с 4096 градациями серого. Изображения с камер поступают в компьютер в виде растров — массивов двоичных слов. Каждое слово содержит код яркости соответствующего пикселя.

**3. Фокусировка размытых изображений.** Для получения сфокусированных изображений объектов флуоресценции используются два метода:

1. Фокусировка математическими методами без перестройки фокуса объектива.
2. Фокусировка с программным управлением фокуса объектива.

**3.1 Фокусировка математическими методами без перестройки фокуса объектива.** С помощью функции ввода изображений загружаем в программу изображение объектов флуоресценции (ОФ). Загруженное изображение представлено на рисунке 1.

Размытое изображение возникает в результате недостаточной фокусировки объектива. Размытое изображение математически получается путем конволюции функции протяженности точки (PSF) [6-9] с исходным изображением. Такое размытое изображение представлено на рисунке 2. Для качественного восстановления исходного изображения важно иметь информацию о параметрах истинной функции протяженности точки.

Для восстановления размытого изображения (рисунок 2) были использованы методы решения обратных задач, изложенные в работах В. С. Сизикова и его соавторов [8-12]. Восстановленное изображение с использованием малоразмерной PSF представлено на рисунке 3.



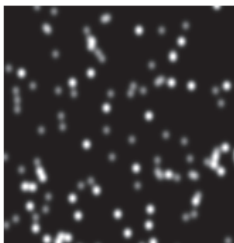


Рис. 1. Исходное изображение ОФ



Рис. 2. Модель размытого изображения ОФ

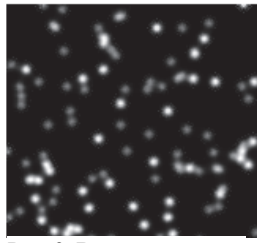


Рис. 3. Восстановленное изображение с использованием методов решения обратных задач

Представленная в данном подразделе информация показывает, что математические методы восстановления размытых изображений позволяют избежать механического управления фокусировкой объектива и снизить время анализа. Кроме указанных алгоритмов восстановления в АПК были реализованы алгоритмы фокусировки размытых изображений с помощью механического перемещения объектива.

**3.2 Фокусировка размытых изображений с помощью программы управления объективом.** Программное обеспечение рассматриваемого АПК имеет подпрограмму, которая обеспечивает фокусировку объектива по командам от компьютера. Важным параметром этой программы является критерий, с помощью которого имеется возможность установить, что фокусировка объектива выполнена корректно и ее дальнейшее улучшение не имеет смысла. Используется по крайней мере два таких критерия:

1. Ширина профиля одиночного ОФ.
2. Площадь изображения одиночного ОФ.

С помощью программы обнаружения и оценки параметров ОФ, которая будет описана ниже, из всех обнаруженных объектов обнаруживаются ОФ, не содержащие «залипаний». Такие ОФ будем называть одиночными. Пример таких одиночных ОФ показан на рисунке 4.

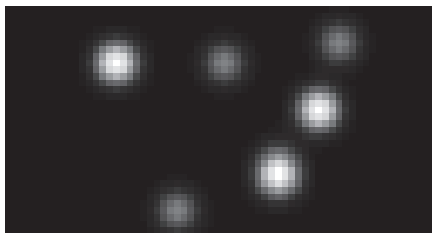


Рис. 4. Пример трех одиночных ОФ (яркие круги)

Рассмотрим теперь профиль одного из одиночных ОФ. Такой профиль представлен на рисунке 5. Ширина представленного профиля на полувысоте равна 5. Теперь рассмотрим профиль этого же ОФ для размытого изображения. Такой профиль представлен на рисунке 6. Ширина представленного профиля на полувысоте равна 8.

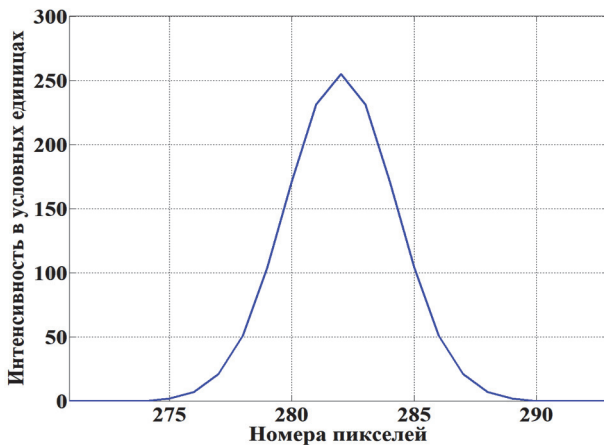


Рис. 5. Профиль одиночного ОФ, сделанный по горизонтальной оси

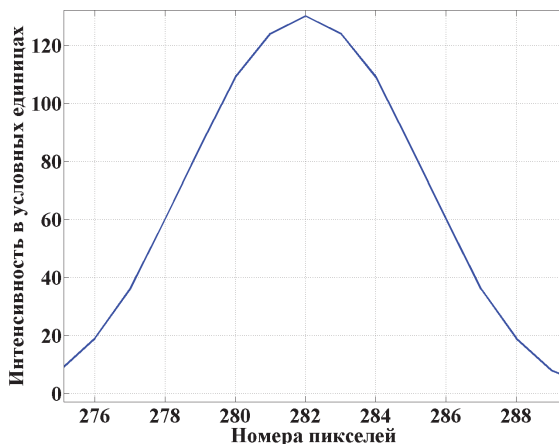


Рис. 6. Профиль одиночного ОФ для размытого изображения, сделанный по горизонтальной оси

Подпрограмма управления фокусировкой должна подавать управляющие команды на перемещения объектива до тех пор, пока ширина профиля одиночного объекта не станет равной ширине профиля одиночного ОФ для неискаженного плохой фокусировкой изображения. Для рассмотренного примера ширина профиля после окончания механического управления фокусом объектива должна быть равна 5 с заданной погрешностью. Выделим теперь из сфокусированного изображения ОФ одиночный объект. Изображение такого объекта в крупном масштабе представлено на рисунке 7, на рисунке 8 — изображение ОФ в размытом изображении.

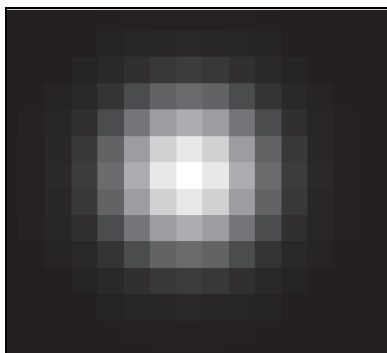


Рис. 7. Одиночный ОФ при сфокусированном изображении

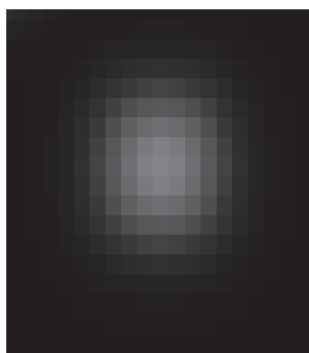


Рис. 8. Одиночный ОФ при размытом изображении

Преобразуем теперь изображения ОФ для сфокусированного и размытого изображений в бинарный формат. С помощью алгоритмов поиска границ и вычисления площадей объектов для бинарных изображений [6, 7, 10-14] найдем границы и вычислим площадь сфокусированного ОФ. Границы сфокусированного ОФ показаны белым цветом на рисунке 9. Площадь сфокусированного ОФ оказалась равной 185 пикселям. Найдем теперь границы и вычислим площадь для размытого ОФ. Границы размытого объекта флюоресценции ОФ показаны белым цветом на рисунке 10. Площадь размытого объекта флюоресценции ОФ оказалась равной 293 пикселя.

Подпрограмма управления фокусировкой должна подавать управляющие команды на перемещения объектива до тех пор, пока площадь одиночного объекта не станет равной с заданной погрешностью площади одиночного ОФ для неискаженного плохой фокусировкой изображения. Для рассмотренного примера площадь одиночного объекта после окончания механического управления фокусом объектива должна быть равна, например, 185 пикселям.

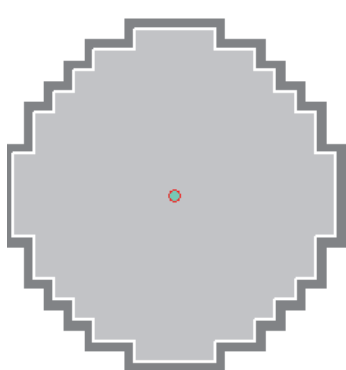


Рис. 9. Бинарное изображение сфокусированного ОФ

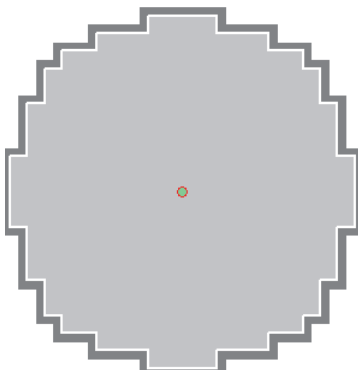


Рис. 10. Бинарное изображение размытого (ОФ) в крупном масштабе

**4. Коррекция фона.** В полученных с видеокамер изображениях значения интенсивности сигналов флуоресценции в отдельных пикселях зависят от координат конкретного пикселя. Интенсивности сигналов пикселей с координатами близкими к центру изображения более яркие по сравнению с интенсивностями пикселей с координатами далекими от центра. Для снижения влияния координат пикселя на погрешность оценки его интенсивности в программное обеспечение обработки сигналов флуоресценции введена подпрограмма коррекции фона исходного изображения. Под фоном исходного изображения будем понимать изображение, в каждом пикселе которого содержится информация об интенсивности сигнала при отсутствии флуоресценции. В алгоритме этой программы с использованием цифрового фильтра нижних частот создается матрица, каждый элемент которой содержит информацию об уровне интенсивности фона в каждом пикселе при отсутствии сигнала флуоресценции. Значения элементов такой матрицы затем вычитаются из значений интенсивностей сигнала каждого пикселя исходного изображения. На рисунке 11 представлено исходное изображение сигналов флуоресценции, полученное с видеокамеры для канала нуклеотида «А», в виде файла в формате \*.tiff. Размер представленного кадра поля зрения 2866 x 2943 пикселей.

Из изображения, представленного на рисунке 11, видно, что интенсивности пикселей в центре изображения более яркие по сравнению с интенсивностями пикселей далеких от центра. Профиль строки изображения, отмеченной на рисунке 11 линией белого цвета, показан на рисунке 12. После обнаружения фона исходного изображения, а затем его

вычитания из исходного изображения получается изображение, в котором влияние фона существенно меньше. Профиль строки, указанной на рисунке 11 линией белого цвета после вычитания фона исходного изображения, показан на рисунке 13.

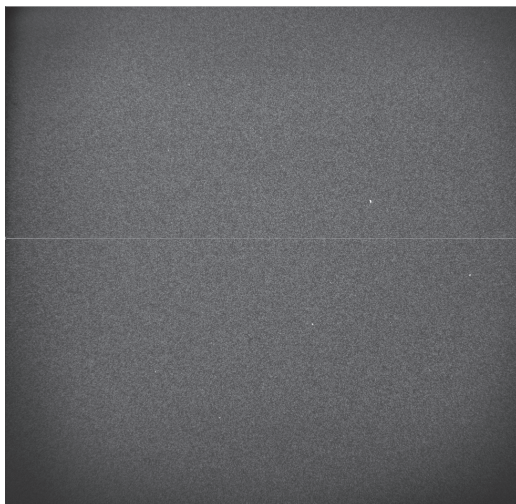


Рис. 11. Исходное изображение ОФ для канала нуклеотида «А»

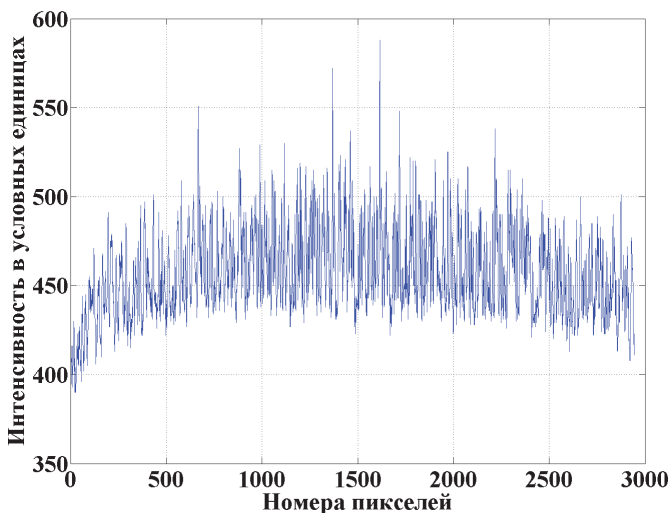


Рис. 12. Профиль строки изображения, показанной на рисунке 11 линией белого цвета

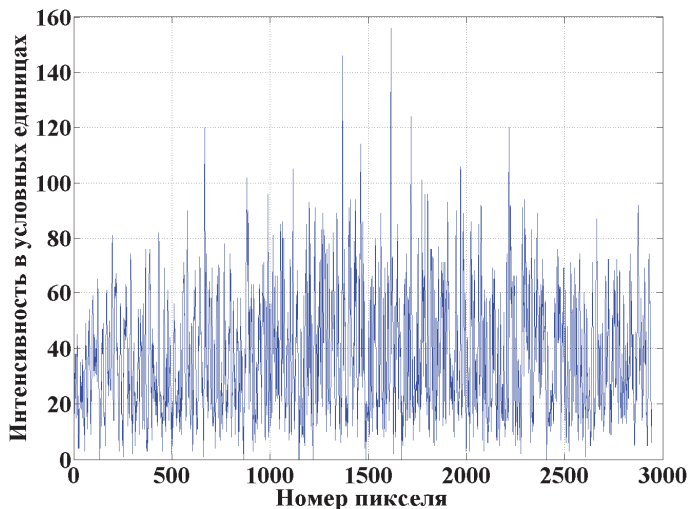


Рис. 13. Профиль строки изображения, показанной на рисунке 11 линией белого цвета после вычитания фона исходного изображения

Фильтр нижних частот для обнаружения фона исходного изображения реализован с использованием морфологической операции эрозии [6, 10, 14].

**5. Обнаружение и оценка координат локальных объектов флуоресценции.** Строгая формулировка задачи обнаружения звучит следующим образом: найти точки кадра изображения (пиксели), соответствующие центрам отыскиваемых объектов. Тогда зарегистрированное изображение можно трактовать как результат искажения исходного сигнала, представляющего собой совокупность  $\delta$ -функций с координатами в центрах объектов, а форма зарегистрированного объекта представляет оператор искажения. В этом случае задача обнаружения является задачей восстановления сигнала. Применительно к объектам, подобным рассматриваемым ОФ, задачу восстановления еще называют обостряющей фильтрацией [7, 11, 16]. Типичными фильтрами, используемыми для подобной цели, являются фильтр Винера и фильтр Тихонова. Эти фильтры применяются для восстановления изображений, обусловленных, например, плохой фокусировкой и шумами [7, 9, 12, 15-17]. Фильтр Тихонова более удобен для практических целей, так как он требует для своей реализации меньшей априорной информации, а также он менее критичен к варьированию параметров. Математически фильтр Тихонова (как и фильтр Винера) формулируется в терминах преобразования Фурье, в данном случае двухмерного с независимыми переменными в виде пространственных частот [7, 8, 13, 16, 20].

Для объектов, представленных на рисунке 11, вполне удовлетворительные результаты дает использование в качестве геометрического образа функции, искажающей исходный сигнал, является трехмерный образ второй производной гауссовой функции (1) с шириной, равной примерно половине средней ширины объектов.

$$g(t) = \frac{4x^2}{\mu^4} \exp \left[ -\left( \frac{t}{\mu^2} \right)^2 \right] - \frac{2}{\mu^2} \exp \left[ -\left( \frac{t}{\mu^2} \right)^2 \right], \quad (1)$$

где  $t$  — независимая переменная,  $\mu$  — параметр ширины.

Для получения трехмерного образа производиться вращение этой функции по вертикальной оси, проходящей через максимум, в результате которого получается двумерная функция. Затем с помощью преобразования Фурье получается Фурье образ в виде двумерной функции, которая используется в формуле алгоритма обостряющей фильтрации.

Следует добавить, что перед процедурой обостряющей фильтрации к рассматриваемым изображениям следует применить медианную фильтрацию [6, 9, 13, 16, 20]. Медианная фильтрация необходима для того, чтобы дефектные пиксели на видеокамерах не влияли бы на качество обостряющей фильтрации.

Рассмотрим теперь профиль строки на рисунке 11 с номером 1433 до и после процедуры обостряющей фильтрации для столбцов с номерами от 1000 до 1250. К этому профилю сначала была применена процедура вычитания фоновой составляющей, а потом процедура обостряющей фильтрации. На рисунке 14 исходный сигнал показан сплошной линией, а сигнал после обработки по алгоритму обостряющей фильтрации показан пунктирной линией. По оси абсцисс номера пикселей. По оси ординат амплитуда сигнала после нормализации на максимальную интенсивность сигнала в изображении. Из рисунка 14 видно, что большая часть «сдвоенных» (слипшихся) пиков разделились.

После операций вычитания фона и обостряющей фильтрации, решаются задачи поиска и оценка координат положений ОФ. В задачу поиска входит обнаружение объектов и определение координат их центров. Обнаружение объектов представляет собой операцию выделения областей изображения, принадлежащих отыскиваемым объектам [14-17]. Эта операция является принципиально пороговой, поэтому важной задачей является определение порога, который бы позволил надежно отделить «сигнал» (объект) от помех. Для поиска порога используется метод гистограмм распределений интенсивностей сигналов [6, 7].

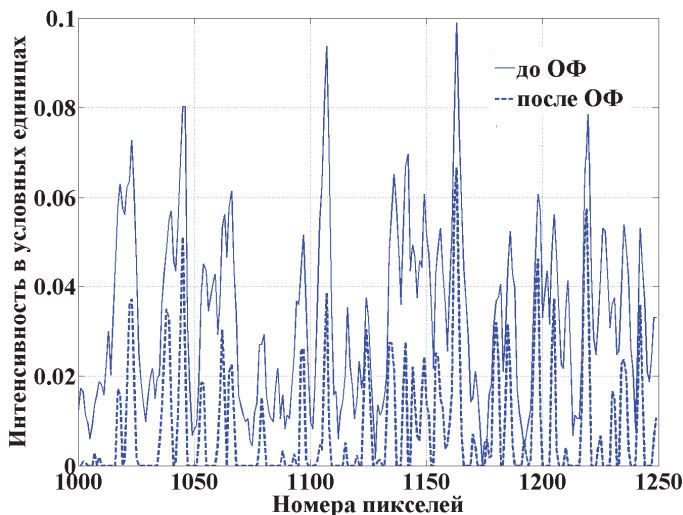


Рис. 14. Сравнение профилей сигналов до и после обостряющей фильтрации

**6. Разделение изображений слипшихся объектов и оценка их координат.** Теперь рассмотрим результат работы программы обостряющей фильтрации на примере двумерных объектов. Возьмем объекты флуоресценции, расположенные с одинаковыми координатами по вертикальной оси, а по горизонтальной оси их координаты отличаются менее чем на удвоенную ширину объекта на полувысоте. Пример изображений таких слипшихся объектов показан на рисунке 15. После работы обостряющего фильтра, слипшиеся объекты разделились и их отдельные составляющие стали уже, как показано на рисунке 16.

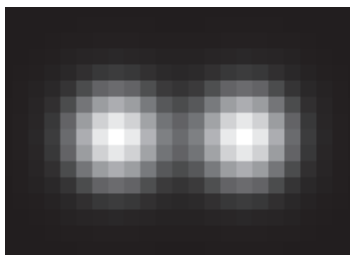


Рис. 15. Пример двух слипшихся объектов

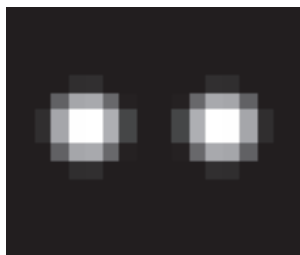


Рис. 16. Пример разделения слипшихся объектов после работы программы обостряющей фильтрации



После операции обостряющей фильтрации не все слипшиеся объекты удается разделить. Для поиска и дальнейшего разделения слипшихся объектов применяются повторная операция обостряющей фильтрации, но с более узким ядром, а затем ряд операций морфологической обработки. Для примера на рисунке 17 показаны сильно слипшиеся объекты, а результат обработки их изображений по алгоритму обостряющей фильтрации показан на рисунке 18.

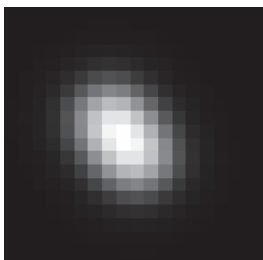


Рис. 17. Пример двух сильно слипшихся объектов

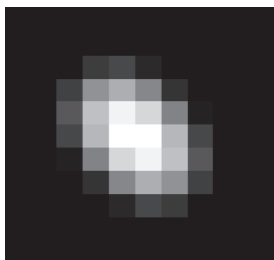


Рис. 18. Пример двух сильно слипшихся объектов после обостряющей фильтрации

В качестве «контрпримера» алгоритмов обнаружения ОФ и разделения слипшихся объектов кратко рассмотрим алгоритм обработки этих данных по алгоритму свертки с ядром в виде многочленов Эрмита:

$$H_n(t) = (-1)^n \exp(t^2) \frac{d^n \exp(-t^2)}{dt^n}, \quad (2)$$

где  $n$  — порядок многочлена Эрмита,  $t$  — независимая переменная.

При четном  $n$  многочлен  $H_n(t)$  симметричен (содержит только четные степени  $t$ ), при нечетном — многочлен  $H_n(t)$  антисимметричен (содержит только нечетные степени  $x$ ). В настоящей работе использовались многочлены Эрмита 2 порядка. Для получения трехмерного образа так же, как и для второй производной гауссовой функции, производилось вращение функции, которая представлена формулой (2) по вертикальной оси, проходящей через максимум. В результате получалась двумерная функция. Сравнения алгоритмов на основе свертки с ядром в виде многочлена Эрмита (2) и второй производной гауссовой функции (1) показало, что применение таких алгоритмов позволяет увеличить отношение сигнал/шум от 8 до 10 раз в зависимости от диаметра ОФ в исходном изображении. Применение в качестве ядра свертки в виде многочленов Эрмита позволяет увеличить отношение сигнал шум

на 10-20% больше по сравнению с ядром в виде второй производной гауссовой функции. Для задачи разделения слипшихся объектов алгоритм на основе свертки со второй производной гауссовой функции, по сравнению с алгоритмом с использованием многочленов Эрмита, более чувствителен к шумам. Точность оценки координат центров слипшихся ОФ для этих двух алгоритмов примерно одинакова, но алгоритм с использованием многочленов Эрмита имеет большую погрешность в оценке интенсивностей ОФ. В разрабатываемом программном обеспечении алгоритм на основе второй производной гауссовой функции используется для обнаружения и оценки параметров ОФ в тех циклах процесса секвенирования, где отношение сигнал/шум высокое, а алгоритм на основе многочленов Эрмита когда отношение сигнал/шум низкое, что имеет место в циклах процесса секвенирования с высоким порядковым номером. Как было отмечено выше, с увеличением порядкового номера цикла сигналы флуоресценции уменьшаются (затухают), а шум увеличивается.

**7. Обработка бинарных изображений. Определение границ, координат и площадей объектов.** Как было сказано выше, в результате пороговой обработки формируется битовая карта, которая является бинарным изображением, показанным на рисунке 19. Пиксели, принадлежащие объектам на этом изображении, равны нулю и представлены черным цветом, а фон единице и представлены белым цветом.

Для определения границ, координат и площадей были использованы алгоритмы, описанные в работах [6, 7], а также в работах [9-11]. Для представленного на рисунке 11 исходного изображения канала А размер массива обнаруженных ОФ равен 225056. Объекты являются мечеными, а их границы записаны в элементах матрицы, количество строк которой равно количеству обнаруженных ОФ, а в двух столбцах  $h$  и  $v$  записываются координаты центроид обнаруженных объектов. Фрагмент обнаруженных объектов представлен на рисунке 20.

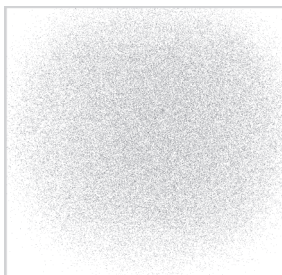


Рис. 19. Бинарное изображение, полученное в результате пороговой обработки исходного изображения канала «А»

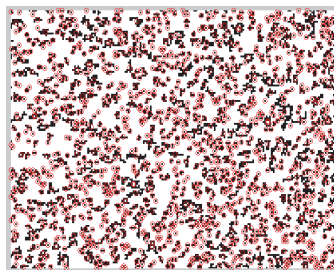


Рис. 20. Фрагмент обнаруженных объектов. Центры кружков соответствуют их координатам по горизонтальной и вертикальной осям

Центры кружков соответствуют их координатам по горизонтали:  $h$  и по вертикали:  $v$ . Как видно из рисунка 20, часть объектов оказалась не разделенными, то есть слившимися объектами. Для их разделения используется дополнительная программа «разделения», основанная на методах водораздела (watershed) по алгоритмам, описанным в работах [6, 7, 18-20].

### 8. Коррекция взаимовлияния флуоресцирующих каналов.

Коррекция взаимовлияния каналов осуществляется путем вычисления корреляционных коэффициентов и использования этих коэффициентов в формулах компенсации взаимовлияния данных в различных каналах, которые приводятся в работе [21].

Корреляция сигнала, компенсация и разделение применяются к изображениям для устранения перекрестных помех между флуоресцентными сигналами. Основная часть перекрестных помех объясняется значительной корреляцией между каналами А и С и каналами G и Т соответственно.

Другой проблемой является корреляция данных между циклами. По мере выполнения циклов, корреляция между циклами возрастает для всех каналов. Это явление, вероятно, происходит из-за накопления флуорофоров.

По ходу выполнения циклов интенсивность фоновой флуоресценции возрастает, а интенсивность ОФ пропорционально уменьшается. Чтобы восстановить ОФ высокой интенсивности, рассчитываются коэффициенты корреляции Пирсона, которые используются в фазовой коррекции.

Чтобы устранить влияние одного сигнала на другой (перекрестные помехи), корреляция определяется между двумя изображениями по формуле (3), также из сигнала вычитается средняя величина по ПЗ.

Затем вычитаются пропорциональные вклады (корреляционное усредненное изображение), что приводит к коррекции спектрального перекрытия.

$$r_{Q,R} = \frac{\sum_{i=1}^m Q_i R_i - n \bar{Q} \bar{R}}{(n-1) S_Q S_R}, \quad (3)$$

где  $Q$  и  $R$  представляют разные типы нуклеотидов,  $i$  — соответствующие местоположения пикселей,  $S_Q$  и  $S_R$  представляют стандартное отклонение  $Q$  и  $R$ ,  $n$  — размер выборки.

Чтобы сравнить сигналы в стандартизованном формате, среднее значение интенсивности должно быть вычтено из каждого значения пикселя.

Корреляция рассчитывается для каждой пары каналов и применяется обратно к изображениям, так что коэффициенты оставшихся каналов вычитаются пропорционально значениям каждого изображения соответственно. Значения каждой пары каналов корректируются в соответствии с уравнениями (4) при незначительной корреляции между другими комбинациями каналов после устранения основных эффектов корреляции ( $A / C$ ,  $G / T$ ).

Формулы, используемые для коррекции сигналов:

$$\begin{aligned} A_{corrected} &= A - \bar{A} - r_{A,C}C, \\ C_{corrected} &= C - \bar{C} - r_{C,A}A, \\ G_{corrected} &= G - \bar{G} - r_{G,T}T, \\ T_{corrected} &= T - \bar{T} - r_{T,G}G. \end{aligned} \quad (4)$$

Применение этого метода компенсации взаимной засветки для всех циклов позволяет получить максимальное разделение сигналов и минимизацию влияния перекрестных помех.

**9. Построение таблицы координат кластеров ОФ (Построение Шаблона).** Шаблоном будем называть матрицу размером  $N \times 2$ , где  $N$  — количество объектов в одном поле зрения во всех четырех каналах:  $A$ ,  $C$ ,  $G$ ,  $T$  для первых 4-х циклов. В каждом цикле 4 изображения, соответствующие каждому из каналов. Каждая строка матрицы состоит из двух чисел: 1) горизонтальная координата объекта  $h$  и 2) вертикальная координата объекта  $v$ . Для формирования шаблона используются бинарные изображения, в которых координаты объектов были найдены по алгоритмам, описанным выше. Каждый отдельный объект на бинарном изображении отображается одним пикселем черного цвета, его горизонтальная и вертикальная координаты записываются в матрицу.

Шаблон определяет позиции каждого кластера в ПЗ, и используется в качестве эталона для последующей регистрации интенсивностей кластеров. Алгоритм генерации шаблона и его структурная схема приведены в [22].

В полученный шаблон кроме информации о координатах, обнаруженных ОФ, еще записывается информация об интенсивностях ОФ. Таким образом, создается файл с расширением \*.cif [22], в котором каждой точке шаблона заданного цикла приписывается информация о том, какому нуклеотиду соответствует конец фрагмента ДНК, «прикрепившейся» к определенной точке реакционной ячейки.

Решение о том, нуклеотид какого канала соответствует данной точке шаблона, принимается по результатам сравнения интенсивностей обнаруженных ОФ и выбирается такой канал ( $A$ ,  $C$ ,  $G$  или  $T$ ),

интенсивность сигнала в котором больше в определенной точке шаблона. Интенсивности других каналов также записываются в файл с расширением \*.cif [22].

Данные об интенсивностях ОФ в других каналах нужны в дальнейшем, чтобы оценить вероятность правильного решения о том, что данной точке шаблона соответствует выбранный нуклеотид.

Результатом работы программ обнаружения, оценки параметров центров ОФ и построения шаблона является таблица, в которой для каждой пары координат  $h$  и  $v$  обнаруженных кластеров ОФ записываются «буквы» нуклеотидов, определенных в каждом цикле по результатам сравнения интенсивностей.

Предположим, что были выявлены координаты кластеров всех нуклеотидов в определенном шаблоне в 28 циклах. Предположим, что координаты кластеров всех нуклеотидов известны. Рассмотрим пример таблицы, в которой каждому кластеру будет соответствовать определенная последовательность нуклеотидов, полученная в 28 циклах.

Для 20 пар координат, найденных из изображений всех четырех каналов, ниже представлена таблица 1, в четвертом столбце которой приведена последовательность нуклеотидов, полученных в 28 циклах.

Таблица 1. Координаты кластеров и последовательности нуклеотидов

Номер кластера	$h$	$v$	Последовательность нуклеотидов
1	336	403	GACTGGTATTCCGCACCAGGTCTGGCCA
2	216	262	TTGTCCATTAGGCCCCACAAGGGCGGG
3	128	385	CCGTCGTCGTTACGGCCCCCGATAGTCG
4	5	16	GCTATGGATGCCCGGTGCGCCGGCCCCA
5	266	398	AAGAGGGGTCTGGTCTCTTCACGGGCCT
6	140	183	AGTCACGGCTAGAGGGCCCCGGGAGGCC
7	473	16	AGGAGCCGGGTGCATCGGGGCGCGCCC
8	453	336	AGGCGCCCCACGGAGCGGCTGTGAAAC
9	196	70	TACAAACGTGTCCCCTCGGGTCTAGTCC
10	12	65	GGCAACTTCTATGTTACACCCTCGGGCG
11	336	273	TTTGGCACGGGTGTAGTCTGGGGGGG
12	419	115	TGGTCAGCGTCCGGGGACCACTTGAGA
13	486	146	GTGCTTCGGTCTTCGTTAAGACAGCTGG
14	28	181	ACCGCCACCGGAAAGGTACAGCGAGAA
15	291	174	ACCGCCACCGGAAAGGTACAGCGAGAA
16	58	105	CAGCCCTCCGAAGTGGGTCTAGACGCG
17	29	333	GAACGCCCCCGGGCTCGCTCGCTGCC
18	225	183	CGATGTGCGCGGCCCTACCCGTAACA
19	291	174	GGGCTAGTCCATTCCATACCAAGCCCC
20	343	274	ACCCGTGGGGGGCGCCACACAGGAGCA

Данная таблица приведена здесь для примера. В реальной работе количество строк в подобной таблице соответствует количеству обнаруженных кластеров в шаблоне для определенного ПЗ. Количество строк в такой таблице может находиться в диапазоне от 600000 до 900000.

**10. Оценка достоверности результатов генетического анализа.** Процесс секвенирования всегда сопряжен с различного рода ошибками. В секвенаторах СНП и подобных им они происходят во время фазы, когда необходимо распознать «помеченные» нуклеотиды, то есть понять каким цветом и с какой интенсивностью светятся кластеры из многократного клонирования сегментов ДНК. Проблема в том, что из-за несовершенства остальных этапов процесса секвенирования кластеры никогда не светятся одним светом, это всегда смесь всех четырех цветов с различной интенсивностью.

Задача выбора наиболее интенсивного компонента ДНК и оценка принятия решения о включении этого компонента в геномную последовательность называется **base calling** (распознавание нуклеотидов). В результате секвенирования каждому нуклеотиду каждой последовательности определенной точки шаблона (рида) программа обработки определяет вероятность того, что этот нуклеотид распознан правильно.

Точность определения каждого нуклеотида (**base-call**) представлена в виде показателя качества (**quality score**) и соотносится с каждым определенным нуклеотидом. Показатели качества являются логарифмическими функциями вероятности неверного определения нуклеотидного основания. Эти статистические показатели далее используются в процессе выравнивания (**alignment**) полученных последовательностей нуклеотидов (ридов) с известным эталонным геномом, например в процессе таких видов анализа, как анализ ChIP-seq [23] или RNA-seq [24-26].

Следовательно, точность и качество процедуры **base calling** могут напрямую влиять на результаты дальнейшего анализа последовательностей ДНК.

Определим математические обозначения для модели **base calling**. В таблице 2 даны обозначения, которые будут использоваться для описания модели **base calling**. В таблице 3 приведен пример того, как четверки интенсивностей представлены в математических обозначениях.

Все методы **base calling** работают со значениями интенсивности, полученными во время секвенирования. После рассмотрения различных методов **base calling** [23, 24] становится ясно, что в методах, используемых для моделирования интенсивностей, есть немало общего.

Таблица 2. Обозначения, которые будут использоваться для описания единой статистической модели base calling

Параметр	Размерность	Описание
$i$		Индекс прочтений (рид индекса) $i = 1, 2, \dots, N$
$j$		Индекс циклов $j = 1, 2, \dots, J$
$k$		Индекс каналов $k = A, C, G, T$
$Z_i$	$4 \times J$	Интенсивности после коррекции
$B$	$4 \times J$	Коррекция фона
$Y_i$	$4 \times J$	Наблюдаемые интенсивности
$M$	$4 \times 4$	Матрица взаимовлияния каналов
$X_i$	$4 \times J$	Истинные интенсивности
$Ph$	$J \times J$	Фазинг-префазинг матрица
$D$	$J \times J$	Матрица затухания сигнала
$E_i$	$4 \times J$	Матрица ошибок

Таблица 3. Пример представления наблюдаемых интенсивностей согласно введенным обозначениям

Нуклеотиды	Цикл						
	1	2	3	4	5	6	7
A	Yi1A	Yi2A	Yi3A	Yi4A	Yi5A	Yi6A	Yi7A
C	Yi1C	Yi2C	Yi3C	Yi4C	Yi5C	Yi6C	Yi7C
G	Yi1G	Yi2G	Yi3G	Yi4G	Yi5G	Yi6G	Yi7G
T	Yi1T	Yi2T	Yi3T	Yi4T	Yi5T	Yi6T	Yi7T
A	-17.7	16.5	847.7	1077.6	1044.7	1039.9	17.4
C	9.2	34.5	651.8	835.4	754.6	708.4	38.1
G	1121	956	-6.4	15.4	9.9	3.9	37.2
T	588.9	495	14.8	3.6	5.4	25.6	639.2

Методы, которые используются в алгоритмах base calling, варьируются от параметрических до непараметрических и статистических моделей, основанных на полностью эмпирических методах машинного обучения. Попытаемся определить общую модель, которая объединяет подавляющее большинство методов base calling. Определим следующую обобщенную модель (5) для base calling как:

$$Z_i - B = Y_i = MX_i PhD + E_i. \quad (5)$$

Для решения подобной матричной системы предполагается итеративно применять взвешенный метод наименьших квадратов. При этом критически важными являются выбор начального приближения и критерии останова итеративного процесса. Далее предполагается реализация для оценки Phred Quality Score [21] подхода на основе логистической регрессии [25, 26].

В работе [26] предлагаются и сравниваются три алгоритма оценки quality core, основанные на логистической регрессии. Для проверки этих алгоритмов используется обучающее множество, для которого авторы взяли информацию о нуклеотидных последовательностях, полученную на первом ПЗ. В качестве обучающей последовательности была использована информация от 30000 кластеров, которые были образованы в 101 цикле. Таким образом, для создания обучающего множества была использована последовательность примерно из 3 миллионов нуклеотидов.

Обозначим обучающее множество  $S_i = S_1, S_2, \dots, S_n$ , где  $S_i$  принимают значения А, С, G, Т. Для рассмотренного примера  $n=101$ .

Обозначим  $I_i$  индикатор ошибки в определении  $S_i (i = 1, 2, \dots, n)$

$$I_i = \begin{cases} 1 & \text{если последовательность } S_i \text{ определена корректно} \\ 0 & \text{в другом случае} \end{cases}.$$

Пусть  $q_i$  — показатель качества (quality core)  $S_i$ :

$$\begin{cases} q_i = -10 \log_{10} \varepsilon_i \\ \varepsilon_i = \Pr(I_i = 0 | F_i = X_i) \end{cases}$$

где  $\varepsilon_i$  — вероятность ошибки процедуры base-calling и  $F_i$  — вектор характеристик, влияющих на ошибку определения нуклеотида,  $X_i$  — истинные интенсивности, полученные в результате решения системы на основе матричной системы (5). Задача определения вектора  $F_i$  — отдельная проблема, критичная для правильности оценки ошибки. Мы используем вектор характеристик  $F_i$ , предложенный в работе [26]. Модель логистической регрессии служит для оценки вероятности правильности определения  $S_i$ .

$p(x_i; \beta) = 1 - \varepsilon_i = \Pr(I_i = 1 | F_i = X_i; \beta)$ , где  $\beta$  — параметр, подлежащий определению. В качестве модели  $p(X_i; \beta)$  предполагается использовать логистическую функцию:



$$\log\left(\frac{p(X_i; \beta)}{1 - p(X_i; \beta)}\right) = X_i^T \beta;$$

$$p(X_i; \beta) = \frac{1}{1 + \exp(-X_i^T \beta)}.$$

Логарифмическая функция правдоподобия в процедуре base calling записывается в следующем виде:

$$L(\beta; X_1, X_2, \dots, X_n) = \sum_{i=1}^n (y_i \log p(X_i; \beta) + (1 - y_i) \log(1 - p(X_i; \beta))),$$

где  $y_i$  представляют значения  $I_i$  (0 или 1), а  $\beta$  — вектор неизвестных параметров. Этот вектор  $\beta$  подлежит оцениванию путем максимизации логарифмической функции правдоподобия. При введении регуляризующего фактора задача сводится к L-regularized logistic regression [26].

$$\min_{\beta} -L(\beta; X_1, X_2, \dots, X_n) + \lambda \|\beta\|_1,$$

где  $\|\beta\|_1$  — сумма абсолютного значения каждого элемента в  $\beta$ ,  $\lambda$  определяется на основе процедуры перекрестной проверки [26].

Задачу предполагается решать итерационным методом Ньютона — Рафсона.

**11. Заключение.** Рассмотренные алгоритмы представляют собой результаты исследований, проведенных на этапе разработки макета АПК. Для оценки возможностей алгоритмов были использованы изображения, полученные на зарубежных приборах и математические модели изображений совокупностей кластеров ДНК. По результатам испытаний макета АПК в рассмотренный комплекс алгоритмов необходимо будет внести ряд корректив как для задач точного определения координат обнаруживаемых ОФ, так и для задач окончательного построения генома и оценки его достоверности. Для уточнения алгоритмов обнаружения ОФ и оценки их координат необходимы еще точные знания об отношении полезного сигнала к шуму в реальной электронно-оптической системе. Кроме того, для точной оценки координат ОФ необходимо еще учитывать смещения (сдвиг) ПЗ при перемещениях по длине реакционной ячейки, а также смещения в изображении, получаемых в отдельных каналах (А,С,Г,Т). Для окончательного построения генома необходимы еще выбор и исследование алгоритма выравнивания (alignment) полученных последовательностей нуклеотидов с известным эталонным геномом, а также выработка стратегии тестирования АПК при анализе ДНК биологических объектов различных типов.

Рассмотренные алгоритмы в большей части используют известные математические методы и приемы. Объединение этих методов в единый комплекс позволяет решить ряд важных практических и научных задач по построению последовательностей нуклеотидов анализируемого генома различных объектов. Полученные результаты являются полезными для генетических исследований в различных областях науки и практики. Программное обеспечение, основанное на рассмотренных алгоритмах и применяемое для обработки и анализа результатов геномных исследований, позволит получить достаточно низкую цену в расчете на один нуклеотид.

### Литература

1. *Ansorge W.J.* Next-generation DNA sequencing techniques // *New Biotechnology*. 2009. vol. 25. no. 4. pp. 195–203.
2. *Bentley R.D. et al* Accurate whole human genome sequencing using reversible terminator chemistry // *Nature*. 2008. vol. 456. no. 7218. pp. 53–59
3. *Shendure J. et al.* DNA sequencing at 40: past, present and future // *Nature*. 2017. vol. 550. no. 7676. pp. 345.
4. *Nava W.* The Solexa pipeline. URL: <http://41j.com/blog/wp-content/uploads/2012/04/pipeline.pdf> ( дата обращения: 13.07.2019).
5. *Dena L.* Introduction to Deep-Sequencing Data Analysis Illumina Primary Analysis Pipeline & Quality Control URL: [http://dors.weizmann.ac.il/course/course2017/Dena\\_IlluminaPrimaryAnalysisPipeline-course2017.pdf](http://dors.weizmann.ac.il/course/course2017/Dena_IlluminaPrimaryAnalysisPipeline-course2017.pdf) (дата обращения: 13.07.2019).
6. *Журавель И.М.* Краткий курс теории обработки изображений. URL: <http://matlab.exponenta.ru/imageprocess/book2/49.php> (дата обращения: 06.06.2019).
7. *Гонсалес Р., Вудс Р.* Цифровая обработка изображений // М.: Техносфера. 2012. 1104 с.
8. *Сизиков В.С.* Прямые и обратные задачи в восстановления изображений, спектроскопии и томографии с Матлаб // СПб.: Лань. 2017. 412 с.
9. *Sizikov V.S.* Spectral method for estimating the point-spread function in the task of eliminating image distortions // *Journal of Optical Technology*. 2017. vol. 84. no. 2. pp. 95–101.
10. *Sizikov V.S. et al.* Determining image-distortion parameters by spectral means when processing pictures of the earth's surface obtained from satellites and aircraft // *Journal of Optical Technology*. 2018. vol. 85. no. 4. pp. 203–210.
11. *Сизиков В.С., Экземплярков Р.А.* Предшествующая и последующая фильтрация шумов в алгоритмах восстановления // *Научно-технический вестник информационных технологий механики и оптики*. 2014. № 1(89). С. 112–122.
12. *Сизиков В.С., Лавров А.В.* Устойчивые методы математико-компьютерной обработки изображений и спектров // СПб.: Университет ИТМО. 2018. 70 с
13. *Fu G, Shen D., Sabuncu M.R.* Machine Learning and Medical Imaging Book // Academic Press. 2016. 512 p.
14. *Живрин Я.Э., Алкзир Н. Б.* Методы определения объектов на изображении // *Молодой учёный*. 2018. № 7. С. 8–19.
15. *Кулакович А.Ю., Венцов Н.Н.* Краткий обзор и программная реализация избранных методов для деконволюции // *Инженерный вестник Дона*. 2017. № 4(47). 11 p.
16. *Бардин Б.В., Чубинский-Надеждин И.В.* Обнаружение локальных объектов на цифровых микроскопических изображениях // *Научное приборостроение*. 2009. Т. 19. № 4. С. 96–102.

17. *Szeliski R.* Concise Computer Vision. An Introduction into Theory and Algorithms // Springer-Verlag. 2014 p. 441.
18. *Najman L., Schmidt M.* Watershed of a Continuous Function // Signal Processing. 1994. vol. 38. no. 1. pp. 99–112.
19. *Roerdink J.B., Meijster A.* Watershed Transform: Definitions, Algorithms and Parallelization Strategies // Fundamenta Informaticae. 2001. vol. 41. no. 1,2. pp. 187–228
20. *Старовойтов В.В., Голуб Ю.И.* Цифровые изображения от получения до обработки // ОИПИ НАН Беларуси. 2014. 202 с.
21. *Kriseman J., Busick C., Szelinger S., Dinu V.* Bing: Biomedical informatics pipeline for Next Generation Sequencing // Journal of Biomedical Informatics. 2010. vol. 43. no. 3. pp. 428–434.
22. On-Instrument Primary Analysis for HiSeq Theory // Operation manual ILLUMINA PROPRIETARY Pub. no. 770-2009-020. 2011.
23. *Cacho A, Smirnova E, Huzurbazar S, Cui X.* A Comparison of Base-calling Algorithms for Illumina Sequencing Technology // Briefings in Bioinformatics. 2015. vol. 17. no. 5. pp. 786–795.
24. *Ledergerber C, Dessimoz C* Base-calling for next-generation sequencing platforms // Briefings in bioinformatics. 2011. vol. 12(5). pp. 489–497.
25. *Mitra A., Skrzypczak M., Ginalski K., Rowicka M.* Strategies for Achieving High Sequencing Accuracy for Low Diversity Samples and Avoiding Sample Bleeding Using Illumina Platform // PLOS one. 2015. vol. 10. no. 4. pp. e0120520.
26. *Zhang et al.* Estimating Phred scores of Illumina base calls by logistic regression and sparse modeling // BMC Bioinformatics. 2017. vol. 18. no. 1. pp. 335.

**Манойлов Владимир Владимирович** — д-р техн. наук, доцент, заведующий лабораторией, лаборатория автоматизации измерений и цифровой обработки сигналов, Институт аналитического приборостроения Российской академии наук (ИАП РАН). Область научных интересов: представление и обработка сигналов и изображений в аналитических приборах. Число научных публикаций — 71. [manoilov-vv@mail.ru](mailto:manoilov-vv@mail.ru); ул. Маршала Говорова, 52, 190103, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7(812)363-0750; факс: +7(812)363-0720.

**Бородин Андрей Геннадьевич** — канд. физ.-мат. наук, начальник сектора информационных проектов, АО "Научные приборы". Область научных интересов: математическая статистика, проблемы анализа, обработки и представления данных, искусственный интеллект. Число научных публикаций — 10. [borodinov@sinstr.ru](mailto:borodinov@sinstr.ru); ул. Маршала Говорова, 52, 198095, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7 (812) 313-1-555, доб. т.: 407.

**Заруцкий Игорь Вячеславович** — канд. техн. наук, старший научный сотрудник, лаборатория автоматизации измерений и цифровой обработки сигналов, Институт аналитического приборостроения Российской академии наук (ИАП РАН). Область научных интересов: представление и обработка сигналов и изображений в аналитических приборах. Число научных публикаций — 41. [igorzv@yandex.ru](mailto:igorzv@yandex.ru); Рижский проспект, 26, 190103, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7(812)363-0750; факс: +7(812)363-0720.

**Петров Александр Иванович** — канд. техн. наук, заведующий сектором электроники и программного обеспечения, лаборатория методов и приборов иммунного и генетического анализа, Институт аналитического приборостроения Российской академии наук (ИАП РАН). Область научных интересов: представление и обработка сигналов и изображений в аналитических приборах. Число научных публикаций — 21. [fataip@mail.ru](mailto:fataip@mail.ru); Рижский проспект, 26, 190103, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7(812)363-0765; факс: +7(812)363-0720.

**Курочкин Владимир Ефимович** — д-р техн. наук, профессор, директор, заведующий лабораторией, лаборатория методов и приборов иммунного и генетического анализа, Институт аналитического приборостроения Российской академии наук (ИАП РАН). Область научных интересов: исследования и оптимизация электромиграционных методов анализа, развитие аналитических методик для капиллярного электрофореза, исследование оптических методов детектирования, разработка методов и приборов для ДНК анализа, разработка методик подготовки проб и специализированных реактивов. Число научных публикаций — 200. lavrovas@yandex.ru; Рижский проспект, 26, 190103, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7(812)363-0719; факс: +7(812)363-0720.

**Поддержка исследований.** Работа выполнена в рамках Государственного задания 075-00780-19-00 по теме № 0074-2019-0013 Министерства науки и высшего образования РФ.

V.V. MANOILOV, A.G. BORODINOV, A.I. PETROV, I.V. ZARUTSKY,  
V.E. KUROCHKIN

## ALGORITHMS OF PROCESSING FLUORESCENCE SIGNALS FOR MASS PARALLEL SEQUENCING OF NUCLEIC ACIDS

*Manoilov V.V., Borodinov A.G., Petrov A.I., Zarutsky I.V., Kurochkin V.E.* **Algorithms of Processing Fluorescence Signals for Mass Parallel Sequencing of Nucleic Acids.**

**Abstract.** Determination of the nucleotide sequence of DNA or RNA containing from several hundred to hundreds of millions of monomers units allows to obtain detailed information about the genome of humans, animals and plants. The deciphering of nucleic acids' structure was learned quite a long time ago, but initially the decoding methods were low-performing, inefficient and expensive. Methods for decoding nucleotide nucleic acid sequences are usually called sequencing methods. Instruments designed to implement sequencing methods are called sequencers.

Sequencing new generation (SNP), mass parallel sequencing are related terms that describe the technology of high-performance DNA sequencing in which the entire human genome can be sequenced within a day or two. The previous technology used to decipher the human genome required more than ten years to get final results.

A hardware-software complex (HSC) is being developed to decipher the nucleic acid sequence (NA) of pathogenic microorganisms using the method of NGS in the Institute for Analytical Instrumentation of the Russian Academy of Sciences.

The software included in the HSC plays an essential role in solving genome deciphering problems. The purpose of this article is to show the need to create algorithms for the software of the HSC for processing signals obtained in the process of genetic analysis when solving genome deciphering problems, and also to demonstrate the capabilities of these algorithms.

The paper discusses the main problems of signal processing and methods for solving them, including: automatic and semi-automatic focusing, background correction, detection of cluster images, estimation of the coordinates of their positions, creation of templates of clusters of NA molecules on the surface of the reaction cell, correction of influence neighboring optical channels for intensities of signals and the assessment of the reliability of the results of genetic analysis.

**Keywords:** Sequencing of Nucleic Acids, Algorithms for Processing Fluorescence Signals of Individual Nucleic Acid Nucleotides, Analysis of Image Parameters, Assessment of the Reliability of the Result of Genetic Analysis.

**Manoilov Vladimir Vladimirovich** — Ph.D., Dr.Sci., Associate Professor, Head of Laboratory, Laboratory of Automation of Measurements and Digital Signal Processing, Institute for Analytical Instrumentation Russian Academy of Sciences (IAI RAS). Research interests: the Representation and Processing of Signals and Images in Analytical Devices. The number of publications — 71. manoilov-vv@mail.ru; 26, Rizhskij prospekt, 190103, St. Petersburg, Russian Federation; office phone: +7(812)363-0750; fax: +7(812)363-0720.

**Borodinov Andrew Gennad'evich** — Ph.D., Head of Sector, Sector of Information Projects, Scientific Instruments Joint Stock Company. Research interests: Mathematical Statistics, Problems of Analysis, Processing and Presentation of Data, Artificial Intelligence. The number of publications — 10. borodinov@sinstr.ru; 52, Marshala Govorova str., 198095, St. Petersburg, Russian Federation; office phone: +7 (812) 313-1-555, ext: 407.

**Zarutsky Igor Viacheslavovich** — Ph.D., Senior Researcher, Laboratory of Automation of measurements and digital signal processing, Institute for Analytical Instrumentation Russian

Academy of Sciences (IAI RAS). Research interests: the Representation and Processing of Signals and Images in Analytical Devices. The number of publications — 41. igorzv@yandex.ru; 26, Rizhskij prospekt, 190103, St. Petersburg, Russian Federation; office phone: +7(812)363-0750; fax: +7(812)363-0720.

**Petrov Alexander Ivanovich** — Ph.D., Head of Sector of Electronics and Software, Laboratory of Methods and Instruments for Immune and Genetic Analysis, Institute for Analytical Instrumentation Russian Academy of Sciences (IAI RAS). Research interests: the representation and processing of signals and images in analytical devices. The number of publications — 21. fa-taip@mail.ru; 26, Rizhskij prospekt, 190103, St. Petersburg, Russian Federation; office phone: +7(812)363-0765; fax: +7(812)363-0720.

**Kurochkin Vladimir Ephimovich** — Ph.D., Dr.Sci., Professor, Director, Head of the Laboratory, Laboratory of Methods and Instruments for Immune and Genetic Analysis, Institute for Analytical Instrumentation Russian Academy of Sciences (IAI RAS). Research interests: research and optimization of electromigration analysis methods, the development of analytical methods for capillary electrophoresis, the study of optical methods of detection, the development of methods and instruments for DNA analysis, the development of methods for preparing samples and specialized reagents. The number of publications — 200. lavrovas@yandex.ru; 26, Rizhskij prospekt, 190103, St. Petersburg, Russian Federation; office phone: +7(812)363-0719; fax: +7(812)363-0720.

**Acknowledgements.** This research was performed within the framework of the state assignment 075-00780-19-00 on the topic number 0074-2019-0013 Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation.

## References

1. Ansorge W.J. Next-generation DNA sequencing techniques. *New Biotechnology*. 2009. vol. 25. no. 4. pp. 195–203.
2. Bentley R.D. et al Accurate whole human genome sequencing using reversible terminator chemistry. *Nature*. 2008. vol. 456. no. 7218. pp. 53–59
3. Shendure J. et al. DNA sequencing at 40: past, present and future. *Nature*. 2017. vol. 550. no. 7676. pp. 345.
4. Nava W. The Solexa pipeline. Available at: <http://41j.com/blog/wp-content/uploads/2012/04/pipeline.pdf> (accessed: 13.07.2019).
5. Dena L. Introduction to Deep-Sequencing Data Analysis Illumina Primary Analysis Pipeline & Quality Control Available at: [http://dors.weizmann.ac.il/course/course2017/Dena\\_IlluminaPrimaryAnalysisPipeline-course2017.pdf](http://dors.weizmann.ac.il/course/course2017/Dena_IlluminaPrimaryAnalysisPipeline-course2017.pdf) (accessed: 13.07.2019).
6. Zhuravel I.M. *Kratkiy kurs teorii obrabotki izobrazheniy* [Short course of image processing theory]. Available at: <http://matlab.exponenta.ru/imageprocess/book2/49.php> (accessed: 06.06.2019). (In Russ.).
7. Gonsales R., Vuds R. *Tsifrovaia obrabotka izobrazhenii* [Digital Image Processing]. M.: Tekhnosfera Publ. 2012. 1072 p. (In Russ.).
8. Sizikov V.S. Spectral method for estimating the point-spread function in the task of eliminating image distortions. *Journal of Optical Technology*. 2017. vol. 84. no. 2. pp. 95–101.
9. Sizikov V.S. *Pryamyie i obratnyie zadachi v vosstanovleniya izobrazheniy* [Direct and inverse problems in image reconstruction, spectroscopy and tomography with Matlab]. SPb.: "Lan". 2017. 412 p. (In Russ.).
10. Sizikov V.S. et al. Determining image-distortion parameters by spectral means when processing pictures of the earth's surface obtained from satellites and aircraft. *Journal of Optical Technology*. 2018. vol. 85. no. 4. pp. 203–210.

11. Sizikov V.S., Ékzempl'yarov R.A. [Pre and post noise filtering in recovery algorithms] *Nauchno-tekhnicheskij vestnik informatsionnykh tekhnologiy mekhaniki i optiki – Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*. 2014. vol. 1(89). pp. 112–122. (In Russ.).
12. Sizikov V.S., Lavrov A.V. *Ustoychivyye metody matematiko-komp'yuternoy obrabotki izobrazheniy i spektrov* [Stable methods of computer-computer processing of images and spectra]. SPb.:Universitet ITMO. 2018. 70p. (In Russ.).
13. Fu G, Shen D., Sabuncu M.R. *Machine Learning and Medical Imaging Book*. Academic Press. 2016. 512 p.
14. Zhivrin Ya.E., Alkzir N. B. [Methods for determining objects in an image]. *Molodoy uchonyj – Young Scientist*. 2018. vol. 7. pp. 8–19. (In Russ.).
15. Kulakovich A.Y., Ventsov N.N. [Overview and software implementation of selected methods for deconvolution]. *Inzhenernyj vestnik Dona – Engineering Journal of Don*. 2017. vol. 4(47). pp 1–19. (In Russ.).
16. Bardin B.V., Chubinsky-Nadezhdin I.V. [Detection of local objects on digital microscopic images]. *Nauchnoe priborostroyeniye – Nauchnoe priborostroyeniye*. 2009. Issue 19. vol. 4. pp. 96–102. (In Russ.).
17. Szeliski R. *Concise Computer Vision. An Introduction into Theory and Algorithms*. Springer-Verlag. 2014 p. 441.
18. Najman L., Schmitt M. Watershed of a Continuous Function. *Signal Processing*. 1994. vol. 38. no. 1. pp. 99–112.
19. Roerdink J.B., Meijster A. Watershed Transform: Definitions, Algorithms and Parallelization Strategies. *Fundamenta Informaticae*. 2001. vol. 41. no. 1,2. pp. 187–228.
20. Starovojtov V.V., Golub Yu.I. *Tsifrovyye izobrazheniya ot polucheniya do obrabotki* [Digital images from receipt to processing]. OIPI NAN Belarusi. 2014. 202 p. (In Russ.).
21. Kriseman J., Busick C., Szelinger S., Dinu V. Bing: Biomedical informatics pipeline for Next Generation Sequencing. *Journal of Biomedical Informatics*. 2010. vol. 43. no. 3. pp. 428–434.
22. On-Instrument Primary Analysis for HiSeq Theory. Operation manual ILLUMINA PROPRIETARY Pub. no. 770-2009-020. 2011.
23. Cacho A, Smirnova E, Huzurbazar S, Cui X. A Comparison of Base-calling Algorithms for Illumina Sequencing Technology. *Briefings in Bioinformatics*. 2015. vol. 17. no. 5. pp. 786–795.
24. Ledergerber C, Dessimoz C Base-calling for next-generation sequencing platforms. *Briefings in bioinformatics*. 2011. vol. 12(5). pp. 489–497.
25. Mitra A., Skrzypczak M., Ginalski K., Rowicka M. Strategies for Achieving High Sequencing Accuracy for Low Diversity Samples and Avoiding Sample Bleeding Using Illumina Platform. *PIOS one*. 2015. vol. 10. no. 4. pp. e0120520.
26. Zhang et al. Estimating Phred scores of Illumina base calls by logistic regression and sparse modeling. *BMC Bioinformatics*. 2017. vol. 18. no. 1. pp. 335.

---

Signed to print 25.07.2019

Printed in Publishing center GUAP, 67, B. Morskaya, St. Petersburg, 190000, Russia

---

The journal is registered in Russian Federal Agency for Communications  
and Mass-Media Supervision, certificate ПИ № ФС77-41695 dated August 19, 2010 г.  
Subscription Index П5513, Russian Post Catalog

---

Подписано к печати 25.07.2019. Формат 60х90 1/16. Усл. печ. л. 13,95. Заказ № 301.

Тираж 150 экз., цена свободная.

Отпечатано в Редакционно-издательском центре ГУАП, 190000, Санкт-Петербург, Б. Морская, д. 67

---

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи  
и массовых коммуникаций,  
свидетельство ПИ № ФС77-41695 от 19 августа 2010 г.

Подписной индекс П5513 по каталогу «Почта России»



## РУКОВОДСТВО ДЛЯ АВТОРОВ

Взаимодействие автора с редакцией осуществляется через личный кабинет на сайте журнала «Труды СПИИРАН» <http://www.proceedings.spiiras.nw.ru>. При регистрации авторам рекомендуется заполнить все предложенные поля данных.

Подготовка статьи ведется с помощью текстовых редакторов MS Word 2007 и выше. Объем основного текста – от 20 до 30 страниц включительно. Формат страницы документа – А5 (148 мм ширина, 210 мм высота); ориентация – портретная; все поля – 20 мм. Верхний и нижний колонтитулы страницы – пустые. Основной шрифт документа – Times New Roman, основной кегль (размер) шрифта – 10 pt. Переносы разрешены. Абзацный отступ устанавливается размером в 10 мм. Межстрочный интервал – одинарный. Номера страниц не проставляются.

В основную часть допускается помещать рисунки, таблицы, листинги и формулы. Правила их оформления подробно рассмотрены на нашем сайте в разделе «Руководство для авторов».

### AUTHOR GUIDELINES

Interaction between each potential author and the Editorial board is realized through the personal account on the website of the journal "SPIIRAS Proceedings" <http://www.proceedings.spiiras.nw.ru>. At the registration the authors are requested to fill out all data fields in the proposed form.

The submissions should be prepared using MS Word 2007 text editor or higher versions, at that, only manuscripts in \*.docx format will be considered. The text of the paper in the main part of it should be from 20 – 30 pages of A5 size that is 210 X 148 mm; orientation – portrait; all margins – 20 mm. The font of the main paper text is Times New Roman of 10 pt font size. The pages' headers and footers should be empty; indentation – 10 mm; line spacing – single; pages are not numbered; hyphenations are allowed.

Certain figures, tables, listings and formulas are allowed in the main section, and their typography is considered by the paper template in more detail in journal web.

